|  |
| --- |
| **Elastizität Prüfung: falls mit dem TR gerechnet, immer dokumentieren!!!** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Nachfragefunktion x(p)**  Elastizität der Nachfrage bzgl. des Preises (Preiselastizität der Nachfrage)  x: angebotene Menge  y: Preis | in Abhängigkeit des Preises  in Abhängigkeit der Menge  Um wie viel % steigt/sinkt die nachgefragte Menge bei einer Erhöhung/Senkung des Preises um 1%? (Resultat ist schon in %)  **Achtung:** Oft ist nicht die Funktion x(p), sondern die inverse Funktion p(x) gegeben! |
| **Angebotsfunktion x(p)**  Elastizität des Angebots bzgl. des Preises (Preiselastizität des Angebots)  x: nachgefragte Menge  y: Preis | In Abhängigkeit des Preises  In Abhängigkeit der Menge  Um wie viel % steigt/sinkt die nachgefragte Menge bei einer Erhöhung/Senkung des Preises um 1%? (Resultat ist schon in %)  **Achtung:** Oft ist nicht die Funktion x(p), sondern die inverse Funktion p(x) gegeben! |
| **Produktionsfunktion x(r)**  Elastizität des Outputs bzgl. des Faktoreinsatzes  Pr \* r(x) ODER K(x) ohne Fixkosten ODER Kv(x) | (Resultat ist schon in %) |
| **Kostenfunktion K(x)**  Elastizität der Kosten bzgl. der Produktionsmenge (Kostenelastizität bzw. Mengen- oder Output-Elastizität der Gesamtkosten) | (Resultat ist schon in %)  Durchschnittskosten im Betriebsoptimum stellen die langfristigen Preisuntergrenze PLang dar |
| **Konsumfunktion**  Elastizität des Konsums bzgl. des Einkommens (**Einkommenselastizität** des Konsums)  C: Konsum Y: Einkommen | (Resultat ist schon in %)  Bei einer Erhöhung/Senkung des Einkommens Y um 1% steigt/sinkt der Konsum um %. |
| **elastisch**, wenn | εx, p | > 1, also εx, p < −1  **unelastisch**, wenn 0 < | εx, p | < 1, also −1 < εx, p < 0  **fliessend**, wenn | εx, p | = 1, also εx, p = −1 | Erlös nimmt bei einer Preiserhöhung einer unelastischen Nachfrage zu  Erlös nimmt bei einer Preiserhöhung einer unelastischen Nachfrage ab |
| **Elastizität bei linearen Funktionen** |  |
| **Konstruktion einer linearen Nachfragefunktion**  Lineare Nachfragefunktion: xlin (p) = a mal p + b | oder: und |
| **Konstruktion einer isoelastischen Funktion**  Isoelastische Funktion:  b = Elastizität | Beispiel: p0 = 250, x0 = 5000, εx,p = -0.25  In Gleichung einsetzen: 🡪 |
| **Isoelastische Funktionen**  Potenzfunktionen haben die Eigenschaft, dass ihre Elastizität überall gleich gross ist | b = Elastizität  🡪 Jede Potenzfunktion ist isoelastisch d.h. die Lösung ist abzulesen! |
| **Bei welchem Preis p0 würde eine 2%ige Preissenkung zu einem etwa 4%igen Anstieg der Nachfrage führen?** | 🡪 🡪 |

|  |
| --- |
| **Kostenfunktionen – Anwendungen der Differentialrechnung** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Von der Produktionsfunktion zur Kostenfunktion**   1. Umkehrfunktion r(x) berechnen (Wie viel Input (r) brauche ich für eine bestimmte Outputenge (x)?) 2. Variable Kosten berechen: Kv (x) = r (x) mal pr 3. Fixkosten dazuzählen: K (x) = Kv (x) + Kf = r (x) mal pr + Kf | *Gegeben:* Produktionsfunktion , Faktorpreis pr=6 GE/ME, Marktpreis des Produkts = 21 GE/ME  Umkehrfunktion: r(x) = 0.25x2 + 0.5x  Variable Kosten: Kv (x) = 6 (0.25x2 + 0.5x) = 1.5x2 + 3x  Fixkosten: K (x) = 1.5x2 + 3x + Kf  / E (x) = 21x  Nutzenschwelle = Nutzengrenze: K (x) = E (x) *oder*  K’ (x) ausrechnen und für x = 6 einsetzen |

|  |
| --- |
| **Optimierungsprobleme – Anwendungen der Differentialrechnung** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Gewinnmaximum (4 Fälle)** | G (x) = E (x) – K (x) soll maximiert werden.  G’(x) = 0 (entspricht E’ (x) – K’ (x) = 0)  Also: **E’ (x) = K’ (x)** 🡪 Grenzerlös = Grenzkosten | |
| **Gewinnzone**  Nutzenschwelle = Nutzengrenze | G (x) = 0 ( oder K (x) = E (x) )  und dann x1 und x2 ausrechnen | |
| **Polypol (Vollkommene Konkurrenz)**  Preis ist konstant!    **p = K’ (x)** 🡪 Preis = Grenzkosten   1. Gewinnfunktion bestimmen   G (x) = E (x) – K (x) 🡪 G (x) = p x – K (x)   1. Ableiten, Null setzen 2. Lösungen x1 und x2 (Minuszahl streichen)   = Gewinnmaximierende Menge in ME   1. Preise sind konstant 🡪 also sind diese bereits gegebenen 2. xin die Gewinnfunktion einsetzen   = Maximaler Gewinn in GE | **Monopol (Marktmacht)**  Anbieter legt Preis fest!  (hier **nie** die inverse Form x(p) nehmen!!!)   1. Gewinnfunktion bestimmen   G (x) = E (x) – K (x) 🡪 G (x) = p(x) x – K (x)   1. Ableiten, Null setzen 2. Lösungen x1 und x2 (Minuszahl streichen)   = Gewinnmaximierende Menge in ME   1. xin die Nachfragefunktion p(x) einsetzen   = Gewinnmaximierende Preise in GE/ME   1. x in die Gewinnfunktion einsetzen   = Maximaler Gewinn in GE | |
| **Stückgewinn** |  | |
| **Stückgewinnmaximum**  Im polypolistischen Fall: Betriebsoptimum = Stückgewinnmaximum | * g’ (x) = 0 * p’ (x) = k’ (x) | Betriebsoptimum: Durchschnittskosten = Grenzkosten  K= ax2+bx+c -> K‘=k -> Optimum  K‘=2ax+b Xopt =  k=ax+b+c/x |

|  |
| --- |
| **Partielle Ableitungen – Differentialrechnung mit mehreren Variablen** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Partielle Ableitungen**  Wie verändert sich f, wenn ich x / y verändere?  -------------------------------------------  1. Ableitungen  bzw.  -------------------------------------------  2. Ableitungen bzw.  -------------------------------------------  2. gemischte Ableitungen bzw.  Achtung: die Reihenfolge der Ableitungen ist von rechts nach links zu lesen. Ersteres oben bedeutet also, zuerst nach x, dann nach y abzuleiten. | | Beispiel: f (x, y) = 4x3 – 3x2y + y3 – 3x – 7y + 20        🡪 Diese müssen gleich sein, falls stetig!  Beispiel: f (x, y) = 4x3 – 3x2y + y3 – 3x – 7y + 20 | | Beispiel: f (x, y) = ln (x2 + 2y)        **ACHTUNG:** Bei den zweiten Ableitungen müssen oben und unten nur die Variablen abgeleitet werden, die es betrifft!  Also: 3xy2 nach x abgeleitet: 3y2 |
| **Achtung:**  Immer nur die Faktoren anschauen, die abgeleitet werden. Hier das x:  Steht ein y alleine, muss ich das nicht beachten. Bei gemischten xy leite ich das x ab und übernehme das y so, wie es dort steht!  f(x) = x2y3 - 2xy3 + 3y4  = 2xy3 – 2y3  **Erleichterung:**  Keine Quotientenregel, falls wir im Zähler oder Nenner eine Konstante haben (kein x!).    oder | | | **Brüche:** Beispiel:    Beispiel: | |
| **Kreuzpreiselastizität**  Die Nachfrage nach einem Gut hängt oft nicht nur vom eigenen Preis, sondern auch vom Preis ihm verbundener Güter ab.  Weil der Quotient immer positiv ist, hängt das Vorzeichnen von nur von der partiellen Ableitung ab!!! | | | bzw.  **Interpretation:** εx1, p2  gibt näherungsweise an, um wie viel Prozent sich die Nachfrage x1 des Gutes 1 ändert, wenn der Preis p2 des Gutes 2 um 1 Prozent fällt.  εx1, p2  = -3 -> Nachfrage Gut1 -3%, wenn Preis von Gut2 +1% | |
| **Substitutive Güter** (+ Vorzeichen der Partiellen Ableitung)  Beispiel: Tee und Kaffe | | | Eine Erhöhung des einen Preises führt zu einer Erhöhung der Nachfrage des anderen Gutes. Somit ist εpositiv 🡪 ε > 0 | |
| **Komplementäre Güter** (- Vorzeichen der Partiellen Ableitung)  Beispiel: Briefpapier und Briefumschläge | | | Eine Erhöhung des einen Preises führt zu einer Abnahme der Nachfrage des anderen Gutes. Somit ist εnegativ 🡪 ε < 0 | |
| **Grenzrate der Substitution**  Sie entspricht (betragsmässig) dem Grenznutzenverhältnis der beiden Güter.  Falls eine normale Funktion U vorgegeben ist, muss diese zuerst nach x1 bzw. x2 aufgelöst werden | U(x1, x2) = Nutzenfunktion eines Haushalts, x = Konsummenge  **Interpretation:** Bei der aktuellen Güterkombination muss der Minderkonsum von 1 ME des Gutes 1 (näherungsweise) durch einen Mehrkonsum von 1.2 ME des Gutes 2 kompensiert werden, wenn dabei der Gesamtnutzen gleich bleiben soll | | | |

|  |
| --- |
| **Optimierungsprobleme – Differentialrechnung mit mehreren Variablen** |

|  |  |
| --- | --- |
| Funktionen mit mehreren Variablen umkehren (Bsp. Monopol) *Gegeben:* Kostenfunktion K(x1,x2) und zwei Nachfragefunktionen.  Wenn wir **Elastizitäten** ausrechnen müssen, brauchen wir immer die Formen x1 (p1,p2) bzw. x2 (p1,p2)!!!   1. Gewinnfunktion G(x1,x2) erstellen 2. Partiell von G(x1,x2) ableiten 3. Gleichungssystem, Resultat für x1 und x2 4. G(x1,x2) befüllen von Punkt 3. | Beispiel  K(x1, x2) = 0.5x1+x1x2 x22+500'000  p1(x1,x2) = 1280 – 4x1 + x2  p2(x1,x2) = 2360 + 2x1 - 3x2  G= p1⋅x1 + p2⋅x2 – K  G=(1280-4x1+x2 )⋅x +(2360+2x1-3x2 )⋅x2-(0.5x12+x1x2+x22+500'000)  Partielle Ableitung G(x1,x2), mit Ableitungen 2x2 System machen  Die erhaltenen x1 und x2 Werte in G(x1,x2) einsetzten |
| **Minimalkostenkombination bei vorgegebenem Output Niveau**  *Fragestellung: Bei welcher Faktorkombination (r1 und r2) sind die Kosten K (r1, r2) minimal, wenn ein Output von 1'080 ME verlangt wird?*   1. Nebenbedingung (Produktionsfunktion) mit dem Output 1’080 gleichsetzen und nach einer Variablen auflösen (nach derjenigen ohne Hochzahl!) 2. Ergebnis in die Kostenfunktion einsetzen 3. Kostenfunktion ableiten, Null setzen (also Kosten minimieren) 4. Gleichungssystem auflösen (evt. Matrizen) 5. Lösungen r1, r2 ( = stationäre Stellen)   = Einheiten, bei der die Kosten minimal sind   1. r1 und r2 in die Kostenfunktion einsetzen = Minimale Kosten |  |
| **Minimalkostenkombination (drei Unbekannte)**   1. Nebenbedingung (Produktionsfunktion) mit dem Output gleichsetzen und nach einer Variablen auflösen (nach derjenigen ohne Hochzahl!) 2. Ergebnis in die Kostenfunktion einsetzen 3. Partielle Ableitungen der Kostenfunktion bestimmen, Null setzen (also Kosten minimieren) 4. Gleichungssystem auflösen 5. Lösungen r1, r2, r3 usw. ( = stationäre Stellen)   = Input-Faktoren (r1,r2,r3), bei denen die Kosten minimal sind   1. r1,r2 und r3 in die Kostenfunktion einsetzen   = Minimale Kosten | ***Gegeben:***  x(r1,r2,r3)=r1r20.5r30.8, K (r1,r2,r3 ) = k1r1 + k2r2 + k3r3  Für k1=20, k2=100, k3=40  Nach r1 aufgelöst: 🡪 in K einsetzen:  + 100r2 + 40r3  Partielle Ableitungen nach r2 und r3 **(Achtung: ln-Regeln)**      Die Lösung, die uns der TR liefert ist also ln (r2) bzw. ln (r3) 🡪 eTR-Resultat = r2 bzw. r3 |
| **Wie löst man Gleichungssysteme auf, die eine multiplikative Struktur haben?**  2 r1-0.4 mal r20.3 = 1  r10.6 mal r2-0.7  = 2  Multiplikative Strukturen in Additive umwandeln, indem wir den ln ziehen. | ln (2) – 0.4 ln (r1) + 0.3 ln (r2) = -ln (2)  0.6 ln (r1) - 0.7 ln (r2) = ln (2)    ln (r1) = A 🡪 eA = r1  ln (r2) = B 🡪 eB = r2 |
| **Stationäre Stelle**  Steigung = 0 | Bei einem Faktor x: Y=F(x) -> F‘(x) = 0  Bei zwei Faktoren x,y: Y=F(x,y) -> F‘(x)=0 UND F‘(y)=0   1. Partiell Ableiten 2. Gleichungssystem |

|  |
| --- |
| **Time Value of Money** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Kapital K vorhanden zum Zeitpunkt 0, Entnahme n-maligen Jahresrente von r CHF (nachschüssig)**  „Wie gross ist das Endkapital zum Termin er letzten Zahlung?“ | **Vorschüssig**  „Wie gross ist das Endkapital ein Jahr nach der letzten Zahlung?“ |
| **Kapitalwertmethode NPV**  **Die Investition ist vorteilhaft, wenn NPV >= 0 ist** | **Interner Ertragssatz IRR** Der interne Ertragssatz ist derjenige Kalkulationszinssatz, für welchen der NPV gleich Null ist.  TR-NumSolv f(1/x)=0 **Investition vorteilhaft: interne Ertragssatz >= Kalkulationszinssatz.** |
| **Nachschüssiger Rentenendwert**  Zahlung von r CHF n Jahre lang **nachschüssig** Welchen Endwert haben n nachschüssige Raten?  Welchen Wert haben n gleiche Raten **zum Termin** der letzten Zahlung? | **Vorschüssiger Rentenendwert**  Zahlung von r CHF n Jahre lang **vorschüssig**  Welchen Endwert haben n vorschüssige Raten?  Welchen Wert haben n gleiche Raten ein Jahr **nach** der letzten Zahlung? |
| **Nachschüssiger Rentenbarwert**  Welchen Barwert haben n nachschüssige Raten?  Welchen Wert haben n gleiche Raten ein Jahr **vor** der ersten Zahlung? | **Vorschüssiger Rentenbarwert**  Welchen Barwert haben n vorschüssige Raten?  Welchen Wert haben n gleiche Raten **zum Termin** der ersten Zahlung? |
| **Sparkassenformel: nachschüssiges Endkapital**  Kapital K vorhanden zum Zeitpunkt 0 **Hinzufügen** einer n-maligen Jahresrente von r CHF  Wie gross ist das Endkapital **zum Termin** der letzten Zahlung? | **Sparkassenformel Vorschüssiger Endkapital**  Kapital K vorhanden zum Zeitpunkt 0  **Hinzufügen** einer n-maligen Jahresrente von r CHF  Wie gross ist das Endkapital ein Jahr **nach** der letzten Zahlung? |
| **Sparkassenformel nachschüssiges Endkapital**  Kapital K vorhanden zum Zeitpunkt 0  **Entnahme** einer n-maligen Jahresrente von r CHF  Wie gross ist das Endkapital **zum Termin** der letzten Zahlung? | **Sparkassenformel Vorschüssiger Endkapital**  Kapital K vorhanden zum Zeitpunkt 0  **Entnahme** einer n-maligen Jahresrente von r CHF  Wie gross ist das Endkapital ein Jahr **nach** der letzten Zahlung? |
| **Ewige Rente: Barwert nachschüssige ewige Rente** | **Ewige Rente: Barwert der vorschüssige ewige Rente** |
| **Tilgungen**  Die Schuld K ist in n nachschüssigen Annuitäten (jährlichen Zahlungen) abzutragen. |  |
| **Gleichbleibende Annuität**  Die Schuld K ist in n gleichen nachschüssigen Annuitäten (jährlichen Zahlungen) abzutragen. |  |
| **Unterjährige Verzinsung: 1/m jährliche Verzinsung**  Effektiver Jahreszinssatz = 13.5% -> monatlicher Zinsatz: | |

|  |
| --- |
| **Integralrechnung - Umweltökonomie** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Stammfunktion**  F(x) heisst Stammfunktion von f(x) 🡨🡪 F’(x) = f (x) | **Unbestimmtes Integral**  Menge aller Stammfunktionen von f(x) = |
| **Grundintegrale** Funktion f(x) 🡪 Stammfunktion F(x)   * 0 🡪 C   -------------------------------------------------------------------------------------------------------------------   * x 🡪   -------------------------------------------------------------------------------------------------------------------   * 🡪  bzw.  (x ≠ 0)   -------------------------------------------------------------------------------------------------------------------   * 🡪   -------------------------------------------------------------------------------------------------------------------   * bzw.  🡪  bzw.  (X>0)   -------------------------------------------------------------------------------------------------------------------   * bzw. 🡪  (a ≠ 0)   ------------------------------------------------------------------------------------------------------------------   * 🡪  ODER  🡪   -------------------------------------------------------------------------------------------------------------------   * 🡪  (a ≠ 0) | **Bestimmtes Integral**  (2. Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)  f(x): Integrand  a (aktuell) bzw. b (zukünftig): untere bzw. obere Integrationsgrenze  x: Integrationsvariable  TR für die Fläche: MATH 9: fnInt (abs f(x), x, a, b) ENTER  abs: MATH Num1  Ist f in [a,b] stetig und F eine beliebige Stammfunktion zu f, dann gilt:  bzw.  Achtung: Immer zuerst b einsetzen und dann MINUS a!!!  Beispiele |
| **Marktgleichgewicht** | pN (x) = pA (x) |
| **Konsumentenrente K**  Fläche, die durch   * die Nachfragekurve **pN** und * die Horizontale durch den Gleichgewichtspunkt G(xG/pG)   begrenzt ist  xG in GE pG in GE/ME | K in GE  Marktgleichgewicht ausrechnen🡪 x = xG  In die Gleichung pN einsetzen 🡪 p = pG  K ausrechnen (mit Stammfunktion oder TR) |
| **Produzentenrente P**  Fläche, die durch   * die Angebotskurve **pA** und * die Horizontale durch den Gleichgewichtspunkt G(xG/pG)   begrenzt ist xG in GE pG in GE/ME | P in GE  *Vorgehen:* dito oben |
| **Kostenfunktion** |  |
| **Preis-Absatzfunktion p(x) berechnen** | Erlösfunktion muss bekannt sein und diese dividieren durch x  E(x) = xp(x) = p(x) = E(x) / x |

|  |
| --- |
| **Marktwirtschaftliche Instrumente – Umweltökonomie ACHTUNG: Aufgaben genau lesen: Abgabe oder Grenzwert?** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Pigou-Steuer** (Staatliche Regulierung)  Emissionsfolgekosten (EFK) / Emissionsreduktionskosten (ERK)   * K = EFK + ERK * K’ = 0 = EFK’ + ERK’ 🡪 EFK’ = ERK’ | * Verursachte Grenzkosten müssen durch Emissionsabgabe ausgeglichen werden * Emissionsreduktionskosten steigen mit zunehmender Emissionsreduktion – je mehr man reduzieren will, desto teurer wird es * Unternehmen reduzieren so lange, bis es billiger wird, die Folgekosten zu tragen |
| **Coase-Theorem** (Selbstheilungskräfte des Marktes)  Staat muss nur dafür sorgen, dass die Eigentumsrechte klar sind!  Wer verhandelt über welche Variante?   |  |  | | --- | --- | | **Atomkraftwerk**  x (Strom)  Offerte  Eigenschaften / Annahmebedingungen:   1. GA 🡪 max. 2. Fischer dürfen nicht schlechter gestellt werden   Also: (Zahl) | **Fischer (Eigentumsrecht)**  y (Fischbestand)  (x, S) vorschlagen  x: Menge  S: Zahlung | | **Beispiel**  *Gegeben:*   * Kosten Viehzüchter: Kv = 10x v 2 * Kosten Getreidebauer: Kg = 100x g 2 + 200xv * Erlös Viehzüchter: Ev = 2000xv * Erlös Getreidebauer: Eg = 4000xg   xg = Menge Getreide  200xv = verursachte Kosten durch Vieh  *Gesucht:* Soziales Optimum (maximaler Gewinn aller Teilnehmer)  Wohlfahrtsverlust wird immer daran gemessen!!!  *Vorgehen:*   * Gtotal = 2000xv + 4000xg  - 10x v 2 - 100x g 2 - 200xv 🡪 maximieren: Partielle Ableitungen Null setzen * Lösungen = xv, opt (Tiere) und xg, opt (Tonnen)   xv und xg in die Gewinnfunktion einsetzen **= Totalgewinn** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Eigentumsrecht Viehzüchter** | | **Eigentumsrecht Getreidebauer (hat den Schaden)** | |
| **Keine Verhandlungen** | * Gv maximieren: Partielle Ableitungen Null setzten = xv, opt (Tiere) * xv in Gewinnfunktion einsetzen * dasselbe nun für Gg | | * Viehzüchter darf keine Tiere mehr auf die Weide lassen: xv = 0 🡪 Gv = 0 * Getreidebauer: xg, opt (nebenan ausgerechnet)   🡪 xg, in Gg einsetzen: Aufgepasst, der Gewinn ist jetzt ohne den verursachten Schaden durch das Vieh:  Gg = 4000xg - 100x g 2 | |
| **Verhandlungen**  **(siehe Skizze)** | Getreidebauer ist bereit, dem Viehzüchter einen Betrag Z zu zahlen, wenn der die Herde verkleinert.   * G**v** = 2000xv - 10xv2 **+ Z** * G**g**= 4000xg - 100x g 2 - 200xv **– Z** * Bedingung: G **v, neu** = G **v, alt (Zahl von oben)**   🡪 Gv = 2000xv - 10xv2 + Z = Gv, alt  **Lösung = Z**   * Z in Gg einsetzen und beide Gewinne maximieren: Partielle Ableitungen Null setzen | | Der Viehzüchter ist bereit, dem Getreidebauer den Betrag S zu zahlen.   * G**v** = 2000xv - 10xv2 **– S** * G**g**= 4000xg - 100x g 2 - 200xv **+ S** * Bedingung: G **g, neu** = G **g, alt (Zahl von oben)** * 🡪 4000xg - 100x g 2 - 200xv **+ S** = Gg, alt   **Lösung = S**   * S in Gv einsetzen und maximieren: Ableitung Null setzen = xv, opt * In S bzw. Gv einsetzten und ausrechnen (Gg bleibt ja gleich wie vorher, siehe Pfeil) | |
| **Verminderungskosten und**  **Schaden**  Geben: Grenzschaden GS = 1000 -20v  Grenzvermeidungskosten GVK = 0.1v2 | | Eigentumsrecht Fischer (Verursacherprinzip)  Firma müsste den Ausstoss auf 0 reduzieren  Kosten:  Um ihre GVK zu vermindern, kann die Firma mit den Fischern verhandeln. Solange die Entschädigung mind. so gross ist wie der Schaden, werden die Fischer zustimmen. | | Eigentumsrecht Firma (Laisser-faire-Prinzip)  Firma muss nichts unternehmen.  Schaden für Fischer:  Fischer nehmen Verhandlungen auf. Sie zahlen die Vermeidungskosten, solange der Grenzschaden grösser ist als die VGK. Einigung: v = v\* |