

Ví dụ 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \sqrt{1-x^2}$.

ĐKXĐ: $1-x^2 \geq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 1$

$$f'(x) = \frac{(1-x^2)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \rightarrow x=0$$

BBT	x	-1	0	1	
	y'		+	-	
	y	0	1	0	

→ $\begin{cases} \text{GTLN: } 1 \\ \text{GTNN: } 0 \end{cases}$

Ví dụ 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $y = x - 2 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$y' = 1 - \frac{1}{x^2} \quad / \quad (0; +\infty)$$

$$y' = 0 \rightarrow 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \rightarrow \frac{x^2 - 1}{x^2} = 0 \rightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (L)} \end{cases}$$

BBT	x	0	1	$+\infty$	
	y'	$+\infty$	-	+	
	y		0	$+\infty$	

0 có GTLN
GTNN = 0

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$.

$$y' = x^2 - 4x + 3 \quad / \quad [-1; +\infty)$$

$$y' = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

0 có Max

$$\text{Min} = -17$$

BBT	x	-1	1	3	$+\infty$	
	y'		+	-	+	
	y	-17	1	-1	$+\infty$	

Câu 8. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mỗi hàm số sau:

a) $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$;

b) $g(x) = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$

$g(x) = \frac{\ln x}{x} / [1; 4]$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a} \rightarrow (\ln x)' = \frac{1}{x \cdot \ln e} = \frac{1}{x}$

$\rightarrow g'(x) = \frac{(\ln x)' \cdot x - x' \cdot \ln x}{x^2} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - 1 \cdot \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0$

$\rightarrow 1 - \ln x = 0 \rightarrow \ln x = 1$

$\rightarrow \log_e x = 1 \rightarrow x = e^1 = e$

BBT	x	1	e	4	
	y'		+	-	
	y	0	0,4	0,34	$\rightarrow \max = 0,4$ $\min = 0$

Câu 13. (Sở Nam Định-2019) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$

TXĐ: $-2 \leq x \leq 2$

$y' = \frac{(4 - x^2)'}{2\sqrt{4 - x^2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{4 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \rightarrow x = 0$

BBT	x	-2	0	2	
	y'		+	-	
	y		2	0	$GTLN = 2$ $GTNN = 0$

$y(-2) = 0$

$-(x - m^2 + n)'$

Câu 16. Tìm giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{m^2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 1. \leftarrow

$x \neq -2$

$$y = \frac{m^2x-1}{x+2} \rightarrow y' = \frac{(m^2x-1)'(x+2) - (x+2)'(m^2x-1)}{(x+2)^2} = \frac{m^2(x+2) - m^2x+1}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{m^2x + 2m^2 - m^2x + 1}{(x+2)^2} = \frac{2m^2+1}{(x+2)^2} > 0 \rightarrow PB \text{ / } [1;3]$$

$$\rightarrow 2m^2+1 > 0 \rightarrow$$

$$NX \begin{cases} (x+2)^2 > 0 \rightarrow (x+2)^2 > 0 \\ (x+2)^2 \neq 0 \\ 2m^2 > 0 \rightarrow 2m^2+1 > 1 > 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{Min} = 1$$

$$\frac{m^2 \cdot 1 - 1}{1+2} = 1 \rightarrow \frac{m^2-1}{3} = 1$$

BĐT	x	1	3
	y'	+	+
	y	$y(1)$	$y(3)$

$$\rightarrow m^2 - 1 = 3 \rightarrow m^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} m=2 \text{ (TM)} \\ m=-2 \text{ (L)} \end{cases}$$

Câu 18. (THPT Ngô Gia Tự Vĩnh Phúc 2019) Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1 . Tính m ?

$$y' = 6x^2 - 6x = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

BĐT	x	-1	0	1
	y'	+	-	-
	y	$-5-m$	$-m$	$-1-m$

$$\text{Min} = -1 = -5 - m$$

$$\rightarrow m = -4$$

Câu 17. (Chuyên Bắc Ninh 2019) Gọi A, B lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số

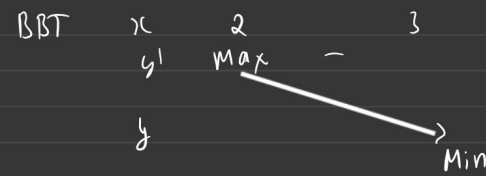
$$y = \frac{x+m^2+m}{x-1} \text{ trên đoạn } [2;3]. \text{ Tìm tất cả các giá trị thực của tham số } m \text{ để } A+B = \frac{13}{2}.$$

$$y' = \frac{(x+m^2+m)'(x-1) - (x-1)'(x+m^2+m)}{(x-1)^2} = \frac{x-1 - 1(x+m^2+m)}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x-m^2-m}{(x-1)^2} = \frac{-m^2-m-1}{(x-1)^2}$$

$$NX \begin{cases} -m^2-m-1 < 0 \quad \forall m \end{cases}$$

$$\rightarrow y' < 0 \quad \forall x \in [2;3] \rightarrow h \text{ /s NB}$$

$$\begin{cases} \forall \delta \in \mathbb{R}^+ \\ < 0 \end{cases} \rightarrow$$



$$\rightarrow \begin{cases} \text{Max} = y(2) = \frac{2+m^2-m}{2-1} \\ \text{Min} = y(3) = \frac{3+m^2-m}{3-1} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{2+m^2-m}{1} + \frac{3+m^2-m}{2} = \frac{13}{2} \rightarrow \frac{2(2+m^2-m) + 3+m^2-m}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\rightarrow 4 + 2m^2 - 2m + 3 + m^2 - m = 13$$

$$\rightarrow 3m^2 - 3m + 7 = 13 \rightarrow 3m^2 - 3m - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (TM)} \\ m = -1 \end{cases}$$