

CHUYÊN ĐỀ 9. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

• Fanpage: Nguyễn Bảo Vương - <https://www.nbv.edu.vn/>

PHẦN A. LÝ THUYẾT

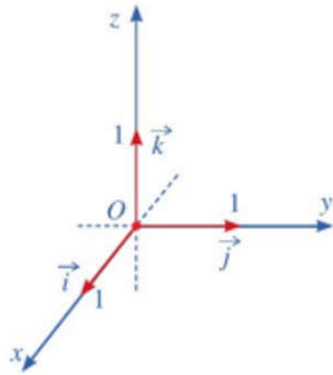
I. TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ trong không gian, hay đơn giản gọi là hệ tọa độ $Oxyz$.

Chú ý: Ta gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .

Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (Hình), ta gọi: điểm O là gốc tọa độ; Ox là trục hoành, Oy là trục tung, Oz là trục cao; các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ là các mặt phẳng tọa độ.



Không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ còn được gọi là không gian $Oxyz$.

Nhận xét: Các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ đôi một vuông góc với nhau.

Ví dụ 1: Một sân tennis với hệ tọa độ $Oxyz$ được chọn như ở Hình.



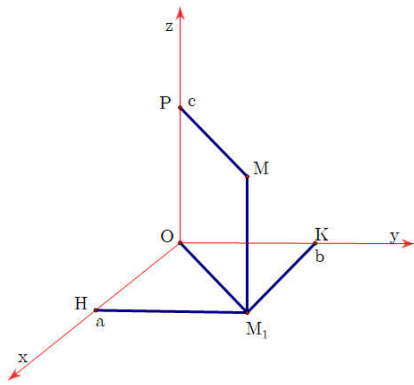
- Hỏi mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Trục Oz có vuông góc với mặt sân hay không?

Giải

- Mặt sân nằm trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) .
- Trục Oz vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên trục Oz vuông góc với mặt sân.

2. Tọa độ của một điểm

Ta có định nghĩa sau (Hình):



Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M .

- Xác định hình chiếu M_1 của điểm M trên mặt phẳng Oxy . Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm hoành độ a , tung độ b của điểm M_1 .

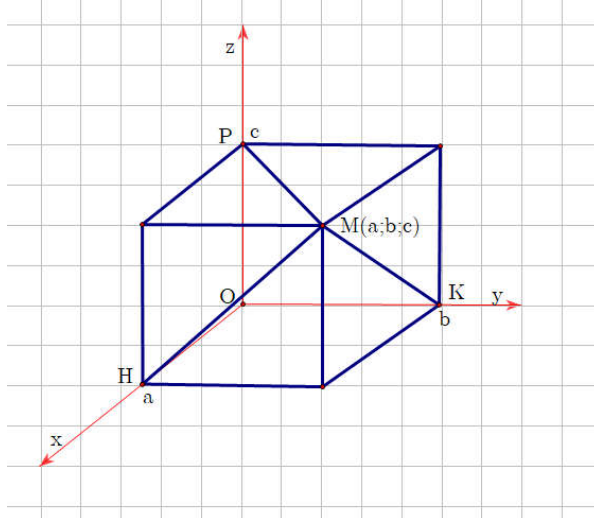
- Xác định hình chiếu P của điểm M trên trục cao Oz , điểm P ứng với số c trên trục Oz . Số c là cao độ của điểm M .

Bộ số $(a;b;c)$ là tọa độ của điểm M trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, kí hiệu là $M(a;b;c)$.

Chú ý

- Tọa độ của một điểm M trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ luôn tồn tại và duy nhất.

- Người ta còn có thể xác định tọa độ điểm M theo cách sau (Hình):



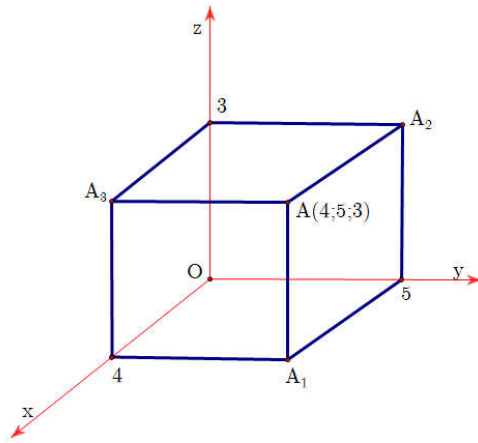
+ Xác định hình chiếu H của điểm M trên trục hoành Ox , điểm H ứng với số a trên trục Ox . Số a là hoành độ của điểm M .

+ Xác định hình chiếu K của điểm M trên trục tung Oy , điểm K ứng với số b trên trục Oy . Số b là tung độ của điểm M .

+ Xác định hình chiếu P của điểm M trên trục cao Oz , điểm P ứng với số c trên trục Oz . Số c là cao độ của điểm M .

Khi đó, bộ số $(a;b;c)$ là tọa độ của điểm M trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;5;3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ (Hình). Tìm tọa độ của các điểm A_1, A_2, A_3 .

**Giải**

Gọi $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$.

Với $A(4;5;3)$, đặt $x_A = 4, y_A = 5, z_A = 3$. Ta có:

$+x_1 = x_A = 4; y_1 = y_A = 5$ và $z_1 = 0$ (vì A_1 nằm trên mặt phẳng (Oxy)). Do đó $A_1(4;5;0)$.

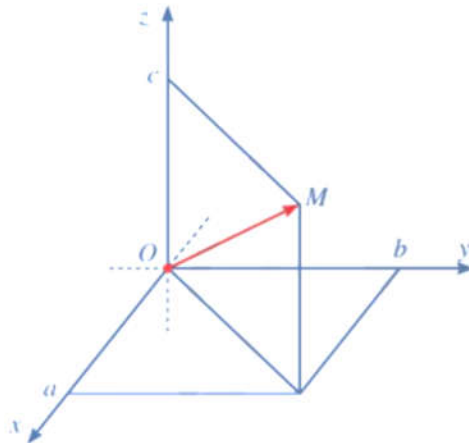
$+y_2 = y_A = 5; z_2 = z_A = 3$ và $x_2 = 0$ (vì A_2 nằm trên mặt phẳng (Oyz)). Do đó $A_2(0;5;3)$.

$+x_3 = x_A = 4; z_3 = z_A = 3$ và $y_3 = 0$ (vì A_3 nằm trên mặt phẳng (Ozx)). Do đó $A_3(4;0;3)$.

II. TỌA ĐỘ CỦA MỘT VECTOR

Toạ độ của điểm M được gọi là toạ độ của vector \overrightarrow{OM} .

Nếu \overrightarrow{OM} có toạ độ $(a;b;c)$ thì ta viết $\overrightarrow{OM} = (a;b;c)$, trong đó a gọi là hoành độ của vector \overrightarrow{OM} , b gọi là tung độ của vector \overrightarrow{OM} và c gọi là cao độ của vector \overrightarrow{OM} (Hình).



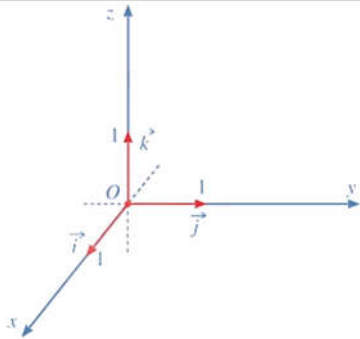
Chú ý: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, ta có:

- $\overrightarrow{OM} = (a;b;c) \Leftrightarrow M(a;b;c)$;

- Vector đơn vị \vec{i} trên trục Ox có toạ độ là $\vec{i} = (1;0;0)$;

Vector đơn vị \vec{j} trên trục Oy có toạ độ là $\vec{j} = (0;1;0)$;

Vector đơn vị \vec{k} trên trục Oz có toạ độ là $\vec{k} = (0;0;1)$ (Hình).



Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$. Tìm tọa độ của các vector $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$.

Giải

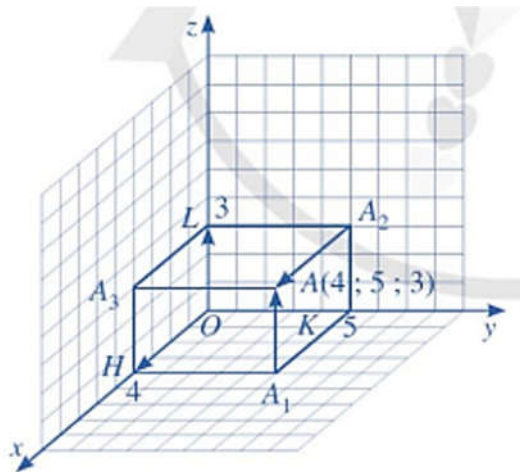
Ta có: $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$.

Do đó, $\overrightarrow{OM} = (-4;3;-1), \overrightarrow{ON} = (2;-1;-3)$.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ của một vector \vec{u} là tọa độ của điểm A , trong đó A là điểm sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$.

Nếu \vec{u} có tọa độ $(a;b;c)$ thì ta viết $\vec{u} = (a;b;c)$, trong đó a gọi là hoành độ, b gọi là tung độ và c gọi là cao độ của vector \vec{u} .

Ví dụ 4: Tìm tọa độ của các vector $\overrightarrow{A_1A}, \overrightarrow{A_2A}$ ở Hình.



Giải

Trong Hình, ta có: $\overrightarrow{A_1A} = \overrightarrow{OL}, \overrightarrow{A_2A} = \overrightarrow{OH}$ mà $L(0;0;3)$ và $H(4;0;0)$.

Do đó, $\overrightarrow{A_1A} = (0;0;3)$ và $\overrightarrow{A_2A} = (4;0;0)$.

Ta có định lý sau:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, nếu $\vec{u} = (a;b;c)$ thì $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$.

Ngược lại, nếu $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ thì $\vec{u} = (a;b;c)$.

Chú ý: Với $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$, ta có: $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = z_2 \end{cases}$.

Như vậy, mỗi vector hoàn toàn được xác định khi biết tọa độ của nó.

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và vector $\vec{u} = (3;-4;2)$. Hãy biểu diễn theo các vector \vec{i}, \vec{j} và \vec{k} mỗi vector sau:

a) \overrightarrow{OA} ;

b) \vec{u} .

Giải

a) Vì điểm A có tọa độ là $(1;2;-3)$ nên $\overrightarrow{OA} = (1;2;-3)$.

Do đó, $\overrightarrow{OA} = 1\vec{i} + 2\vec{j} + (-3)\vec{k} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

b) Vì $\vec{u} = (3; -4; 2)$ nên $\vec{u} = 3\vec{i} + (-4)\vec{j} + 2\vec{k} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

Ta có định lý sau:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$. Khi đó, ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

Ví dụ 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành có ba đỉnh $A(1; 1; -2)$, $B(4; 3; 1)$ và $C(-1; -2; 2)$.

a) Tìm tọa độ của vector \overrightarrow{AB} .

b) Tìm tọa độ của điểm D .

Giải

a) Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 3 - 1; 1 - (-2)) = (3; 2; 3).$$

b) Gọi tọa độ của điểm D là $(x_D; y_D; z_D)$, ta có:

$$\overrightarrow{DC} = (-1 - x_D; -2 - y_D; 2 - z_D).$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x_D = 3 \\ -2 - y_D = 2 \\ 2 - z_D = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = -4 \\ z_D = -1. \end{cases}$$

Vậy $D(-4; -4; -1)$.

III. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP CỘNG HAI VECTO, PHÉP TRỪ HAI VECTO, PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO

Nếu $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$ thì

$$\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2);$$

$$\vec{u} - \vec{v} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2);$$

$$m\vec{u} = (mx_1; my_1; mz_1), m \in \mathbb{R}.$$

Nhận xét: Hai vector $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$ ($\vec{v} \neq \vec{0}$) cùng phương khi và chỉ khi có một

$$\text{số thực } m \text{ sao cho } \begin{cases} x_1 = mx_2 \\ y_1 = my_2 \\ z_1 = mz_2 \end{cases}.$$

Ví dụ 7: Cho $\vec{a} = (-2; 3; 2)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$, $\vec{c} = (1; 2; 3)$. Tính tọa độ của mỗi vector sau:

a) $3\vec{a}$;

b) $2\vec{a} - \vec{b}$;

c) $\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{c}$.

Giải

Ta có:

a) $3\vec{a} = (3 \cdot (-2); 3 \cdot 3; 3 \cdot 2)$. Vậy $3\vec{a} = (-6; 9; 6)$.

b) Ta có $2\vec{a} = (-4; 6; 4)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Do đó, $2\vec{a} - \vec{b} = (-4 - 2; 6 - 1; 4 - (-1))$.

Vậy $2\vec{a} - \vec{b} = (-6; 5; 5)$.

c) Do $\vec{a} = (-2; 3; 2)$ và $2\vec{b} = (4; 2; -2)$ nên $\vec{a} + 2\vec{b} = (2; 5; 0)$. Ngoài ra, vì $-\frac{3}{2}\vec{c} = \left(-\frac{3}{2}; -3; -\frac{9}{2}\right)$

nên $\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{c} = \left(\frac{1}{2}; 2; -\frac{9}{2}\right)$.

IV. TOẠ ĐỘ TRUNG ĐIỂM ĐOẠN THẲNG. TOẠ ĐỘ TRỌNG TÂM TAM GIÁC

- Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$. Nếu $M(x_M; y_M; z_M)$ là trung điểm đoạn thẳng AB thì

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}; z_M = \frac{z_A + z_B}{2}.$$

- Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C)$. Nếu $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm tam giác ABC thì

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}.$$

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC có $A(-2; 1; 0), B(0; 2; 5), C(5; 0; 2)$. Tìm toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB và trọng tâm G của tam giác ABC .

Giải

Do $M(x_M; y_M; z_M)$ là trung điểm đoạn thẳng AB nên

$$x_M = \frac{-2+0}{2} = -1; y_M = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}; z_M = \frac{0+5}{2} = \frac{5}{2}.$$

Vậy $M\left(-1; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Do $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_G = \frac{-2+0+5}{3} = 1;$$

$$y_G = \frac{1+2+0}{3} = 1;$$

$$z_G = \frac{0+5+2}{3} = \frac{7}{3}.$$

Vậy $G\left(1; 1; \frac{7}{3}\right)$.

V. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

Nếu $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

Nhận xét

a) Nếu $\vec{a} = (x; y; z)$ thì $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

b) Nếu $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ thì $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

c) Với hai vectơ $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$ khác vectơ $\vec{0}$, ta có:

- \vec{u} và \vec{v} vuông góc với nhau khi và chỉ khi $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$.

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

Ví dụ 9: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$.

a) Chứng minh rằng A, B, C không thẳng hàng.

b) Tính chu vi của tam giác ABC .

c) Tính $\cos \widehat{ABC}$.

Giải

a) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (1; 0; -1), \overrightarrow{BC} = (2; 1; 0)$. Suy ra $\overrightarrow{BA} = (1; 0; -1) \neq k\overrightarrow{BC} = (2k; k; 0)$ với mọi $k \in \mathbb{R}$.
Vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Ta thấy:

$$BA = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2},$$

$$BC = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{5},$$

$$AC = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}.$$

Vậy chu vi của tam giác ABC bằng $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$.

c) Ta có:

$$\cos \widehat{ABC} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

VI. CÁCH TÌM TOẠ ĐỘ CỦA MỘT VECTƠ VUÔNG GÓC VỚI HAI VECTƠ CHO TRƯỚC

Ta có định lý sau:

Cho hai vectơ $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$ không cùng phương.

Khi đó, vectơ $\vec{w} = (y_1 z_2 - y_2 z_1; z_1 x_2 - z_2 x_1; x_1 y_2 - x_2 y_1)$ vuông góc với cả hai vectơ \vec{u} và \vec{v} .

Nhận xét

- Vectơ \vec{w} trong định lý trên còn được gọi là **tích có hướng** của hai vectơ \vec{u} và \vec{v} , kí hiệu là $\vec{w} = [\vec{u}, \vec{v}]$.

- Để thuận tiện trong cách viết, ta quy ước: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, với a, b, c, d là các số thực.

Khi đó, với hai vectơ $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$, ta có:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right) = (y_1 z_2 - y_2 z_1; z_1 x_2 - z_2 x_1; x_1 y_2 - x_2 y_1).$$

- Hai vectơ \vec{u}, \vec{v} không cùng phương khi và chỉ khi vectơ $\vec{w} = [\vec{u}, \vec{v}] \neq \vec{0}$.

Ví dụ 10: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (2; 0; -3)$. Hãy chỉ ra toạ độ của một vectơ \vec{w} khác $\vec{0}$ vuông góc với cả hai vectơ \vec{u} và \vec{v} .

Giải

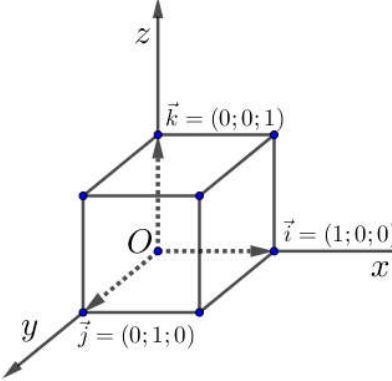
Ta có:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \right) = (6; 9; 4).$$

Chọn $\vec{w} = (6; 9; 4)$. Theo định lý trên, vectơ \vec{w} vuông góc với cả hai vectơ \vec{u} và \vec{v} .

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

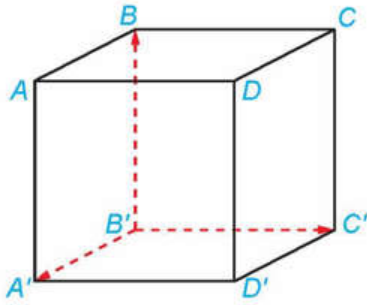
NHẮC LẠI LÝ THUYẾT

	<p>1. Hệ trục tọa độ $Oxyz$:</p> <p><input type="checkbox"/> Hệ trục gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc nhau.</p> <p><input type="checkbox"/> Trục Ox: trục hoành, có vectơ đơn vị $\vec{i} = (1; 0; 0)$.</p> <p><input type="checkbox"/> Trục Oy: trục tung, có vectơ đơn vị $\vec{j} = (0; 1; 0)$.</p> <p><input type="checkbox"/> Trục Oz: trục cao, có vectơ đơn vị $\vec{k} = (0; 0; 1)$.</p> <p><input type="checkbox"/> Điểm $O(0; 0; 0)$ là gốc tọa độ.</p>
	<p>2. Tọa độ vectơ: Vectơ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.</p> <p>Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có:</p>
<p><input type="checkbox"/> $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$</p> <p><input type="checkbox"/> $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$</p>	<p><input type="checkbox"/> \vec{a} cùng phương</p> <p>$\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \quad (k \in \mathbb{R})$</p>

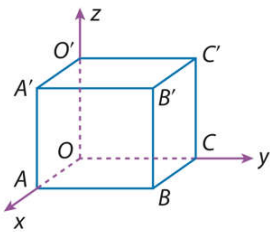
$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$		$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, \quad (b_1, b_2, b_3 \neq 0).$	
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$	$ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$	$\vec{a}^2 = \vec{a} ^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$	
$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$		$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} . \vec{b} } = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$	
3.Tọa độ điểm: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z)$. Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, ta có:			
$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$		$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$	
\square Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right).$		\square Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC : $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right).$	
QUY TẮC CHIẾU ĐẶC BIỆT			
Chiếu điểm trên trục tọa độ		Chiếu điểm trên mặt phẳng tọa độ	
\square Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x)]{\text{Chiếu vào Ox}} M_1(x_M; 0; 0)$		\square Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y)]{\text{Chiếu vào Oxy}} M_1(x_M; y_M; 0)$	
\square Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y)]{\text{Chiếu vào Oy}} M_2(0; y_M; 0)$		\square Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z)]{\text{Chiếu vào Oyz}} M_2(0; y_M; z_M)$	
\square Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z)]{\text{Chiếu vào Oz}} M_3(0; 0; z_M)$		\square Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z)]{\text{Chiếu vào Oxz}} M_3(x_M; 0; z_M)$	
Đối xứng điểm qua trục tọa độ		Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ	
\square $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x; \text{ đổi dấu } y, z)]{\text{Đối xứng qua Ox}} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$		\square $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, y; \text{ đổi dấu } z)]{\text{Đối xứng qua Oxy}} M_1(x_M; y_M; -z_M)$	
\square $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y; \text{ đổi dấu } x, z)]{\text{Đối xứng qua Oy}} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$		\square $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } x, z; \text{ đổi dấu } y)]{\text{Đối xứng qua Oyz}} M_2(x_M; -y_M; z_M)$	
\square $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } z; \text{ đổi dấu } x, y)]{\text{Đối xứng qua Oz}} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$		\square $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow[\text{(Giữ nguyên } y, z; \text{ đổi dấu } x)]{\text{Đối xứng qua Oxz}} M_3(-x_M; y_M; z_M)$	
4.Tích có hướng của hai vector: KIẾN THỨC BỔ SUNG			
☞ Định nghĩa: Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} là:			
$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1).$			
☞ Tính chất:	$[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$	$[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$	$ \vec{a}, \vec{b} = \vec{a} . \vec{b} .\sin(\vec{a}, \vec{b})$
\square Điều kiện cùng phương của hai vector \vec{a} & \vec{b} là $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ với $\vec{0} = (0; 0; 0)$.		\square Điều kiện đồng phẳng của ba vector \vec{a} , \vec{b} và \vec{c} là $[\vec{a}, \vec{b}].\vec{c} = 0$.	
\square Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{\square ABCD} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] $.		\square Diện tích tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] $.	
\square Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}].\overrightarrow{AA'} $.		\square Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD} $.	

DẠNG 1. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ không? Giải thích vì sao.



Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $OABC \cdot O'A'B'C'$. Hệ tọa độ $Oxyz$ được chọn sao cho các tia Ox, Oy, Oz lần lượt chứa các điểm A, C, O' (Hình).

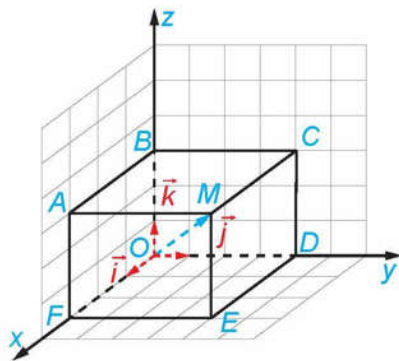


- Mặt bên $OCC'O'$ nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Ox có vuông góc với mặt bên $OCC'O'$ không?
- Mặt bên $OAA'O'$ có vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) không?

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $OABC \cdot O'A'B'C'$ có cạnh $OA = 4, OC = 6, OO' = 3$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz . Xác định tọa độ các điểm A, B, B' .

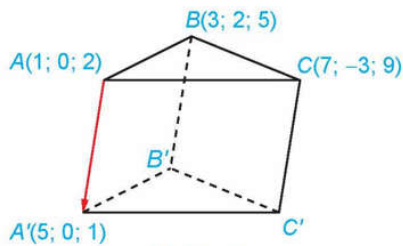
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O , các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB = 8, AD = 6, AA' = 4$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và \overrightarrow{AM} với M là trung điểm của cạnh $C'D'$.

Câu 5. Hình minh họa một hệ tọa độ $Oxyz$ trong không gian cùng với các hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm tọa độ của điểm M .



Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OBCD \cdot O'B'C'D'$ có $B(2; 0; 0), D(0; 1; 0), O'(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có $A(1; 0; 2), B(3; 2; 5), C(7; -3; 9)$ và $A'(5; 0; 1)$.



a) Tìm tọa độ của $\overrightarrow{AA'}$.

b) Tìm tọa độ của các điểm B', C' .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(2; -1; 4), B(3; 5; -1), C(-1; 1; 2)$.

a) Tìm tọa độ của \overrightarrow{AB} .

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3), B(2; 3; -4), C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3), C(7; 4; -2)$. Tìm điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

DẠNG 2. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTOR

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$ và vector $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2\right)$.

a) Tìm tọa độ của \vec{u} .

b) Biểu diễn \vec{v} theo các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) Tìm tọa độ của $\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$.

Câu 13. Cho $\vec{a} = (2; -1; 5), \vec{b} = (0; 3; -3), \vec{c} = (1; 4; -2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{d} = 2\vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b} + 3\vec{c}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (-2; 3; -2)$.

a) Tìm $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

b) Tìm (\vec{a}, \vec{b}) .

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 4; 2)$ và $\vec{b} = (-4; 1; 0)$.

a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và cho biết hai vector \vec{a} và \vec{b} có vuông góc với nhau hay không.

b) Tính độ dài của vector \vec{a} .

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 5)$ và $\vec{b} = (2; 2; 1)$. Tìm tọa độ của mỗi vector sau:

a) $\vec{a} - \vec{b}$;

b) $3\vec{a} + 2\vec{b}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{p} = (3; -2; 1), \vec{q} = (6; -4; 2), \vec{r} = (2; 1; -3)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.

b) Tìm hai vector cùng phương trong các vector đã cho.

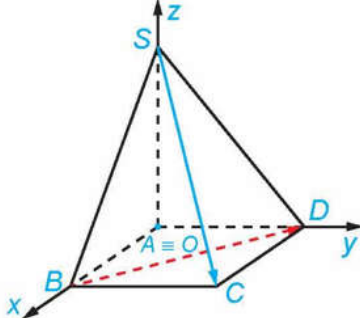
Câu 18. Cho ba vector $\vec{a} = (3; 0; 1), \vec{b} = (1; -1; -2), \vec{c} = (2; 1; -1)$.

a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{b} \cdot \vec{c}$.

b) Tính $|\vec{a}|, |\vec{b}|, \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

c) Cho $\vec{d} = (1; 7; -3)$. Chứng minh $\vec{d} \perp \vec{a}$.

Câu 19. Cho ba điểm $A(2; 0; 2), B(1; 2; 3), C(2; 1; 2)$.

- a) Tìm tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$.
 b) Tính các độ dài AB, BC, CA .
- Câu 20.** Cho tam giác ABC có $A(1; -1; 1), B(0; 1; 2), C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ:
 a) Trung điểm M của AB ;
 b) Trọng tâm G của tam giác ABC .
- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(3; 2; 1)$ và $C(2; -1; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB và tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(3; 7; 2), N(5; 1; -1)$ và $P(4; -4; -2)$. Tìm tọa độ:
 a) Trung điểm I của đoạn thẳng MN ;
 b) Trọng tâm G của tam giác MNP .
- Câu 23.** Cho tam giác ABC có $A(7; 3; 3), B(1; 2; 4), C(2; 3; 5)$.
 a) Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .
 b) Tìm độ dài cạnh AB và AC .
 c) Tính góc A .
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; -2), B(2; -1; 3), C(1; 3; -2), D(5; -1; 8)$.
 a) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không?
 b) Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.
- Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 3; -2), B(3; 2; -4), C(2; 1; 0), D(3; 5; -1)$.
 a) Chứng minh rằng $AB \perp CD$.
 b) Chứng minh rằng BCD là tam giác đều.
 c) Tính số đo của \widehat{AMD} với M là trung điểm của BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- Câu 26.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Giả sử $SA = 2, AB = 3, AD = 4$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS .
- 
- a) Xác định tọa độ của các điểm S, A, B, C, D .
 b) Tính BD và SC .
 c) Tính $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC})$.
- Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0), B(3; 0; 0), D(0; 3; 0), D'(0; 3; -3)$. Tìm tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$.
- Câu 28.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC .
- Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$.
- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2), \vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa \vec{u}, \vec{v} bằng 45° .
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m} = (4; 3; 1)$, $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi \vec{p} là vectơ cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ (tích có hướng của hai vectơ \vec{m} và \vec{n}). Biết $|\vec{p}| = 15$, tìm tọa độ vectơ \vec{p} .

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m} = (4; 3; 1)$ và $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi \vec{p} là vectơ cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ và $|\vec{p}| = 15$. Tìm tọa độ của vectơ \vec{p} .

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .

Câu 35. Cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$.

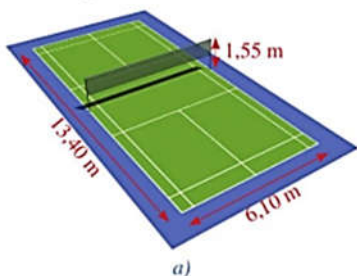
- Chứng minh: A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC
- Tính độ dài đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .
- Tính các góc của tam giác ABC .

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$

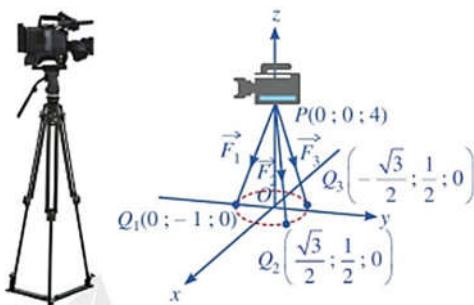
- Chứng minh rằng A, B, C, D là 4 đỉnh của một khối tứ diện.
- Tính thể tích của khối tứ diện
- Tính độ dài đường cao hạ từ A của khối tứ diện $ABCD$

DẠNG 3. ỨNG DỤNG THỰC TẾ

Câu 37. Hình a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như ở Hình b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vectơ \vec{AB} .

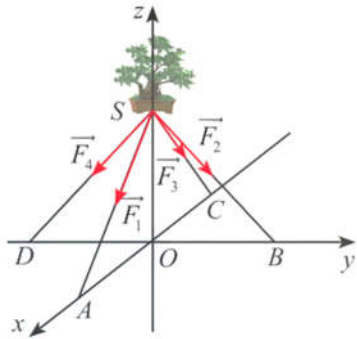


Câu 38. Một chiếc máy quay phim ở đài truyền hình được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $P(0; 0; 4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $Q_1(0; -1; 0)$, $Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$, $Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ (Hình). Biết rằng trọng lượng của máy quay là $360N$.

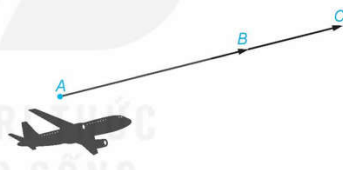


Làm thế nào để tìm được tọa độ của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tác dụng lên giá đỡ?

Câu 39. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0)$, $B(0; 20; 0)$, $C(-20; 0; 0)$, $D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $40N$ và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như Hình. Tìm tọa độ của các lực nói trên (mỗi centimet biểu diễn $1N$).



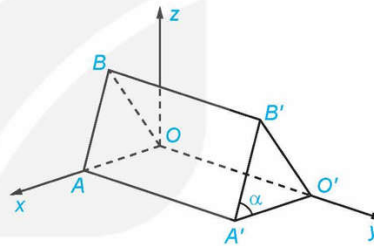
- Câu 40.** Trong Vật lí, ta biết rằng nếu lực \vec{F} tác động vào một vật và làm vật dịch chuyển theo đoạn thẳng từ M đến N , thì công A sinh bởi lực \vec{F} được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{MN}$.
 Trong không gian $Oxyz$, một người tác động một lực không đổi $\vec{F} = (2; 3; -1)$ vào một vật đang ở góc tọa độ O và làm cho vật dịch chuyển thẳng từ O đến điểm $M(1; 2; 1)$. Biết lực tính bằng newton (N) và đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét, làm thế nào để tính công A (đơn vị: J) sinh ra bởi lực \vec{F} trong tình huống này?
- Câu 41.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?



- Câu 42.** Những căn nhà gỗ trong Hình a được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình b. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình b (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240; 450; 0)$ và $(120; 450; 300)$. Từ những thông tin trên, có thể tính được kích thước mỗi chiều của những căn nhà gỗ hay không?

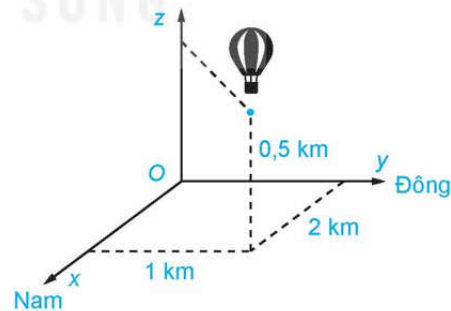


a)

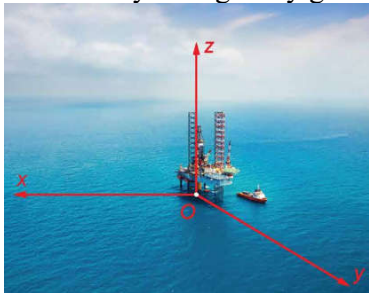


b)

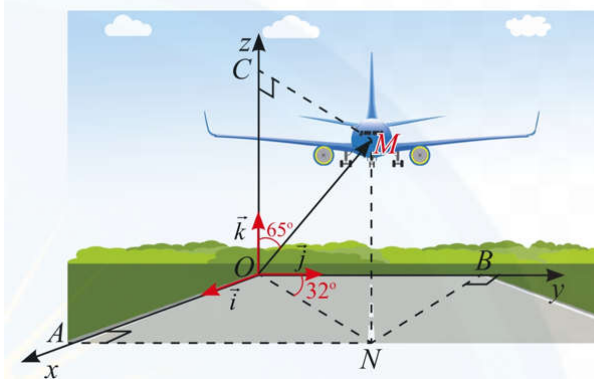
- Câu 43.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5\text{ km}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$.
 Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét.
- a) Tìm tọa độ của mỗi chiếc khinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn.
 b) Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



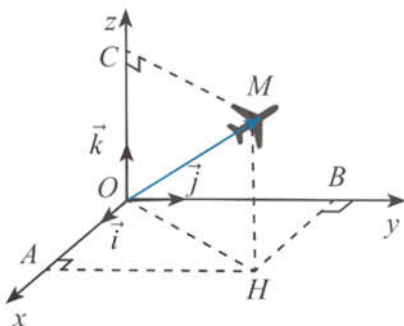
Câu 44. Trong không gian, xét hệ toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km . Hỏi ra đa có thể phát hiện được một chiếc tàu thám hiểm có toạ độ là $(25; 15; -10)$ đối với hệ toạ độ nói trên hay không? Hãy giải thích vì sao.



Câu 45. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như Hình, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Tìm được tọa độ điểm M .



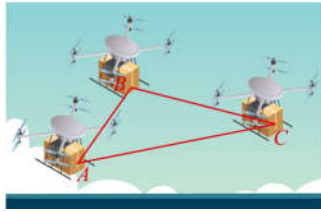
Câu 46. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như Hình. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy) . Cho biết $OM = 50$, $(\vec{i}, \vec{OH}) = 64^\circ$, $(\vec{OH}, \vec{OM}) = 48^\circ$.



Tìm tọa độ của điểm M .

Câu 47. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;1;1)$, $B(5;7;9)$, $C(9;11;4)$. Tính:

- a) Các khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng.
b) Góc \widehat{BAC} .



PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH

- Câu 1.** (Mã 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
A. $(0;2;-3)$. B. $(1;0;-3)$. C. $(1;2;0)$. D. $(1;0;0)$.
- Câu 2.** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
A. $(0;1;0)$. B. $(2;1;0)$. C. $(0;1;-1)$. D. $(2;0;-1)$.
- Câu 3.** (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm
A. $M(3;0;0)$ B. $N(0;-1;1)$ C. $P(0;-1;0)$ D. $Q(0;0;1)$
- Câu 4.** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;2;0)$. B. $(0;0;5)$. C. $(1;0;0)$. D. $(0;2;5)$.
- Câu 5.** (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
A. $(3;0;-1)$. B. $(0;1;0)$. C. $(3;0;0)$. D. $(0;0;-1)$.
- Câu 6.** (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là
A. $(3;-1;0)$. B. $(0;0;1)$. C. $(0;-1;0)$. D. $(3;0;0)$.
- Câu 7.** (Đề Minh Họa 2023) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
A. $(1;-2;3)$. B. $(1;2;-3)$. C. $(-1;-2;-3)$. D. $(-1;2;3)$.
- Câu 8.** (Chuyên Hạ Long 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .
A. $A'(2;3;5)$. B. $A'(2;-3;-5)$. C. $A'(-2;-3;5)$. D. $A'(-2;-3;-5)$.
- Câu 9.** (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector \overrightarrow{AB} có tọa độ là
A. $(-1;-1;-3)$ B. $(3;1;1)$ C. $(1;1;3)$ D. $(3;3;-1)$
- Câu 10.** (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector \overrightarrow{AB}

có tọa độ là

- A. (1; 2; 3) B. (-1; -2; 3) C. (3; 5; 1) D. (3; 4; 1)

Câu 11. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$.

Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. (3; 4; 1). B. (-1; -2; 3). C. (3; 5; 1). D. (1; 2; 3).

Câu 12. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. (10; -2; 13). B. (-2; 2; -7). C. (-2; -2; 7). D. (-2; 2; 7).

Câu 13. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là

- A. (-1; 2; -3). B. (2; -3; -1). C. (2; -1; -3). D. (-3; 2; -1).

Câu 14. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ véc tơ \vec{u} là

- A. (-2; 3; 1). B. (2; 3; -1). C. (2; -3; -1). D. (2; 3; 1).

Câu 15. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

- A. 26. B. 22. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{22}$.

Câu 16. (Đề minh họa 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. (3; 4; -3). B. (-1; 2; -3). C. (-1; 2; -1). D. (1; -2; 1).

Câu 17. (Mã 101-2023) Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. (-1; 4; -5). B. (1; -4; 5). C. (3; 0; 1). D. (3; 0; -1).

Câu 18. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. (4; -2; 10) B. (1; 3; 2) C. (2; 6; 4) D. (2; -1; 5)

Câu 19. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là :

- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

Câu 20. Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(0; 0; 3)$. B. $G(0; 0; 9)$. C. $G(-1; 0; 3)$. D. $G(0; 0; 1)$.

Câu 21. (THPT Cù Huy Cận 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4)$, $B(2; -1; 0)$, $C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(2; 1; 2)$. B. $G(6; 3; 6)$. C. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. D. $G(2; -1; 2)$.

Câu 22. (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4; 9; 8)$.

- C. $B(5;3;-7)$. D. $B(5;-3;-7)$.
- Câu 23.** (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.
- A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{5}$
- Câu 24.** (THPT Lê Văn Thịnh Bắc Ninh 2019) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.
- A. $\cos A=\frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A=\frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A=-\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A=-\frac{1}{\sqrt{17}}$
- Câu 25.** (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector \vec{i} và $\vec{u}=(-\sqrt{3};0;1)$ là
- A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .
- Câu 26.** (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-3;4;0)$, $\vec{b}=(5;0;12)$. Côsin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng
- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.
- Câu 27.** (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u}=(3;0;1)$ và $\vec{v}=(2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.
- A. $\vec{u}.\vec{v}=8$. B. $\vec{u}.\vec{v}=6$. C. $\vec{u}.\vec{v}=0$. D. $\vec{u}.\vec{v}=-6$.
- Câu 28.** (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:
- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- Câu 29.** (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u}=\vec{i}+3\vec{j}$ và $\vec{v}=(2;-1)$. Tính $\vec{u}.\vec{v}$.
- A. $\vec{u}.\vec{v}=-1$. B. $\vec{u}.\vec{v}=1$. C. $\vec{u}.\vec{v}=(2;-3)$. D. $\vec{u}.\vec{v}=5\sqrt{2}$.
- Câu 30.** (THPT Ngô Quyền - Ba Vì - Hải Phòng 2019) Cho hai véc tơ $\vec{a}=(1;-2;3)$, $\vec{b}=(-2;1;2)$. Khi đó, tích vô hướng $(\vec{a}+\vec{b}).\vec{b}$ bằng
- A. 12. B. 2. C. 11. D. 10.
- Câu 31.** (Chuyên Lê Hồng Phong - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;3)$, $B(0;0;-1)$, $C(1;0;-1)$, $D(0;1;-1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. $AB \perp BD$. B. $AB \perp BC$. C. $AB \perp AC$. D. $AB \perp CD$.
- Câu 32.** (THPT Thanh Miện I - Hải Dương - 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a}=(2;1;-1)$; $\vec{b}=(1;3;m)$. Tìm m để $(\vec{a},\vec{b})=90^\circ$.
- A. $m=-5$. B. $m=5$. C. $m=1$. D. $m=-2$
- Câu 33.** (SGD Đồng Tháp - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(2;-1;1)$ và $\vec{v}=(0;-3;-m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}=1$.
- A. $m=4$. B. $m=2$. C. $m=3$. D. $m=-2$.
- Câu 34.** (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vector $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vector \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

A. $\vec{c} = (2; 6; -1)$. B. $\vec{c} = (4; 6; -1)$. C. $\vec{c} = (4; -6; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -6; -1)$.

Câu 35. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector \vec{n} vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

A. $(2; 3; -1)$. B. $(3; 5; -2)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(3; -5; -1)$.

Câu 36. (Toán Học Và Tuổi Trẻ - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2; 2; 0)$ và $C(4; 1; -1)$. Trên mặt phẳng (Oxz) , điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C .

A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $N\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. C. $P\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. D. $Q\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 37. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $O(0; 0; 0)$, $A(0; 1; -2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(4; 3; m)$. Tất cả giá trị của m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng?

A. $m = 14$. B. $m = -14$. C. $m = 7$. D. $m = -7$.

Câu 38. (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$ và $D(0; 1; 1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. 6. B. 8. C. 12. D. 4.

Câu 39. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(1; -1; 2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\sqrt{11}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 40. (Yên Phong 1 - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 0; 2)$, $B(1; -1; -2)$, $C(-1; 1; 0)$, $D(-2; 1; 2)$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{42}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{21}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 41. (SGD và ĐT Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, tính diện tích S của tam giác ABC , biết $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và $C(0; 0; 4)$.

A. $S = \frac{\sqrt{61}}{3}$. B. $S = \frac{\sqrt{61}}{2}$. C. $S = 2\sqrt{61}$. D. $S = \sqrt{61}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $ABCD$ có $A(0; 1; -1)$, $B(1; 1; 2)$, $C(1; -1; 0)$ và $D(0; 0; 1)$. Tính độ dài đường cao của hình chóp $ABCD$.

A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$ và $C(1; 1; 3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $2\sqrt{87}$. B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. C. $\sqrt{349}$. D. $\sqrt{87}$.

Câu 44. (SGD - Bình Dương - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; 1)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(-1; 1; 0)$ và điểm $D(2; 1; -2)$. Khi đó thể tích tứ diện $ABCD$ là

A. $V = \frac{5}{6}$. B. $V = \frac{5}{3}$. C. $V = \frac{6}{5}$. D. $V = \frac{3}{2}$.

Câu 45. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính diện tích tam giác OAB .

A. $\frac{\sqrt{29}}{6}$.

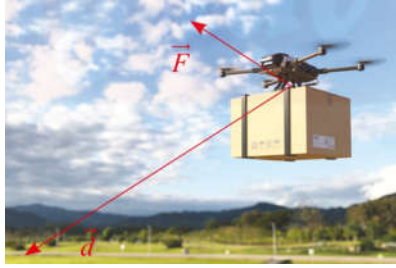
B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{78}}{2}$.

D. $\frac{7}{2}$.

DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ GIỎI

- Câu 46.** Tính công sinh bởi lực $\vec{F} = (20; 30; -10)$ (đơn vị: N) tạo bởi một drone giao hàng (Hình) khi thực hiện một độ dịch chuyển $\vec{d} = (150; 200; 100)$ (đơn vị: m).



- A. 3200J. B. 8000J. C. 10000J. D. 5800J.
- Câu 47.** (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng
- A. $x + y = 1$. B. $x + y = 17$. C. $x + y = -\frac{11}{5}$. D. $x + y = \frac{11}{5}$.
- Câu 48.** (HSG Tỉnh Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector \vec{a}, \vec{b} cùng hướng.
- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 4; n = -3$. C. $m = 1; n = 0$. D. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$.
- Câu 49.** (THPT Nguyễn Khuyến -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.
- A. $x = 4; y = 7$ B. $x = -4; y = -7$ C. $x = 4; y = -7$ D. $x = -4; y = 7$
- Câu 50.** (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là
- A. $M(4; -5; 0)$. B. $M(2; -3; 0)$. C. $M(0; 0; 1)$. D. $M(4; 5; 0)$.
- Câu 51.** (Chuyên ĐHSPT Hà Nội -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$; $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là
- A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3}{2}|a|$.
- Câu 52.** (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?
- A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$. B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$.
C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.
- Câu 53.** (Hồng Quang - Hải Dương - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector \vec{a}, \vec{b} cùng hướng.
- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. C. $m = 4; n = -3$. D. $m = 1; n = 0$.

Câu 54. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3;0;8)$, $D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$ bằng:

- A. $10\sqrt{5}$. B. $6\sqrt{10}$. C. $10\sqrt{6}$. D. $5\sqrt{10}$.

Câu 55. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-2;8;-3)$ B. $D(-4;8;-5)$ C. $D(-2;2;5)$ D. $D(-4;8;-3)$

Câu 56. (KTNL Gia Bình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;-3)$, $B(2;5;7)$, $C(-3;1;4)$. Điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $D(6;6;0)$ B. $D\left(0;\frac{8}{3};\frac{8}{3}\right)$ C. $D(0;8;8)$ D. $D(-4;-2;-6)$

Câu 57. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho tam giác ABC có $A(1;-2;0)$, $B(2;1;-2)$, $C(0;3;4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(1;0;-6)$. B. $(1;6;2)$. C. $(-1;0;6)$. D. $(1;6;-2)$.

Câu 58. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

- A. $M(9;-5;7)$. B. $M(9;5;7)$.
C. $M(-9;5;-7)$. D. $M(9;-5;-5)$.

Câu 59. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $\overrightarrow{AB} = (1;3;1)$ thì tọa độ của điểm B là:

- A. $B(2;5;0)$. B. $B(0;-1;-2)$. C. $B(0;1;2)$. D. $B(-2;-5;0)$

Câu 60. (Đề Thi Công Bằng Khtn 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A = (1;0;1)$, $B = (2;1;2)$ và $D = (1;-1;1)$. Tọa độ điểm C là

- A. $(2;0;2)$. B. $(2;2;2)$. C. $(2;-2;2)$. D. $(0;-2;0)$.

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- A. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{AM}{BM} = 2$ C. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{AM}{BM} = 3$

Câu 62. (Bình Giang-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC .

- A. $D(-12;-1;3)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$. C. $D(8;7;-1)$. D. $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$.

Câu 63. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

- A. $B'(8;4;10)$. B. $B'(6;12;0)$. C. $B'(10;8;6)$. D. $B'(13;0;17)$.

Câu 64. (SGD Thanh Hóa - 2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. D. $M(4; -3; 8)$.

Câu 65. (SGD - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $D(0; 0; 1)$, $A'(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm C' .

A. $C'(10; 4; 4)$. B. $C'(-13; 4; 4)$. C. $C'(13; 4; 4)$. D. $C'(7; 4; 4)$.

Câu 66. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 67. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

A. $\sqrt{19}$. B. -5 . C. 7. D. $\sqrt{39}$.

Câu 68. (THPT Trần Nhân Tông - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

Câu 69. (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -2; 2-a)$; $B(a+3; -1; 1)$; $C(-4; -3; 0)$; $D(-1; -2; a-1)$. Tập hợp các giá trị của a để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là tập con của tập nào sau?

A. $(-7; -2)$. B. $(3; 6)$. C. $(5; 8)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 70. (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(3; -2; m)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 4; 0)$, $D(0; 0; 3)$. Tìm giá trị dương của tham số m để thể tích tứ diện bằng 8.

A. $m = 8$. B. $m = 4$. C. $m = 12$. D. $m = 6$.

Câu 71. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$, $C(0; -1; 2)$, $D(-2; m; n)$. Trong các hệ thức liên hệ giữa m và n dưới đây, hệ thức nào để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng?

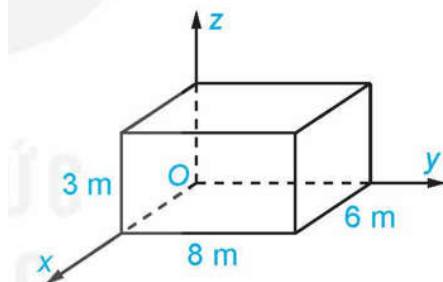
A. $2m + n = 13$. B. $2m - n = 13$. C. $m + 2n = 13$. D. $2m - 3n = 10$.

Câu 72. Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, ta có thể lập hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ không đổi là 890 km/h trong nửa giờ. Xác định tọa độ của vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong nửa giờ đó đối với hệ tọa độ đã chọn, biết rằng đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ được lấy theo kilômét.



A. $(0; 435; 0)$. B. $(445; 0; 0)$. C. $(0; 445; 0)$. D. $(435; 0; 0)$.

Câu 73. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là $8m$, chiều rộng là $6m$ và chiều cao là $3m$. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Hãy tìm tọa độ của điểm treo đèn.



A. $(4; 4; 4)$

B. $(4; 3; 4)$

C. $(4; 3; 3)$

D. $(4; 5; 4)$

PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.		
b)	Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.		
c)	Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.		
d)	Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.		

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$; $\vec{b} = (1; 1; 0)$ và $\vec{c} = (1; 1; 1)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{c} \perp \vec{b}$		
b)	$ \vec{c} = \sqrt{3}$		
c)	$\vec{a} \perp \vec{b}$		
d)	$\cos(\vec{a}, \vec{c}) = 1$		

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (3; -2; 1)$, $\vec{b} = (-1; 1; -2)$, $\vec{c} = (2; 1; -3)$, $\vec{u} = (11; -6; 5)$, $\vec{v} = (13; -7; 4)$, $\vec{n} = (5; 0; -6)$, $\vec{m} = (7; -10; 12)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{v} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$		
b)	$\vec{n} = 2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$		
c)	$\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$		
d)	$\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} - 2\vec{c}$		

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$		
b)	\vec{a} và \vec{b} cùng phương		

c)	$ \vec{b} = \sqrt{3}$		
d)	$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$		

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a}(1; -2; 0)$ và $\vec{b}(-2; 3; 1)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$		
b)	$2\vec{a} = (2; -4; 2)$		
c)	$\vec{a} + \vec{b} = (-1; 1; -1)$		
d)	$ \vec{b} = 14$		

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; -1)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Vec tơ cùng vuông góc với vec tơ \vec{a} và \vec{b} có tọa độ bằng $(-5; -7; -3)$		
b)	Vector \vec{a} không cùng phương với vector \vec{b}		
c)	Vector \vec{a} không vuông góc với vector \vec{b}		
d)	$ \vec{a} = \sqrt{14}$		

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm: $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; 0; 1)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tam giác ABC vuông tại A .		
b)	Ba điểm A, B, C thẳng hàng.		
c)	Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.		
d)	B là trung điểm của AC .		

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 0)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$, $\vec{c} = (-2; 1; 5)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$ \vec{b} = \sqrt{6}$		
b)	$\vec{a} \perp \vec{c}$		
c)	$\vec{b} \cdot \vec{c} = 8$		
d)	$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{\sqrt{20}}$		

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-4; -2; 6)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{b} = -2\vec{a}$		
b)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$		
c)	\vec{a} cùng hướng với \vec{b}		
d)	$ \vec{b} = 2 \vec{a} $		

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn vec tơ $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (5; 7; 0)$, $\vec{c} = (3; -2; 4)$ và $\vec{d} = (4; 12; -3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là ba vec tơ không đồng phẳng.		

b)	$2\vec{a} + 3\vec{b} = \vec{d} - 2\vec{c}$		
c)	$ \vec{a} + \vec{b} = \vec{d} + \vec{c} $		
d)	$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$		

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$ \vec{a} + \vec{b} = 3$		
b)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = -4$		
c)	$ \vec{a} - \vec{b} = 5$		
d)	Vec tơ cùng vuông góc với vec tơ \vec{a} và \vec{b} có tọa độ bằng $(-1; -4; 3)$		

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, $\vec{c} = (1; -5; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	\vec{a} cùng phương với \vec{b} .		
b)	$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.		
c)	$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.		
d)	\vec{a} không vuông góc với \vec{b}		

Câu 13. Biết $\vec{c} = (x; y; z)$ khác $\vec{0}$ và vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 3; 4)$, $\vec{b} = (-1; 2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$5z - x = 0$		
b)	$7x - y = 0$		
c)	$5y + 7z = 0$		
d)	$7x + y = 0$		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1)$, $B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$		
b)	$ \overrightarrow{AB} = 3\sqrt{3}$		
c)	Toạ độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ là $(3; 1; 0)$		
d)	Toạ độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng là $(3; 1; 0)$		

Câu 15. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -2; 1)$; $B(1; 0; -2)$; $C(3; 1; -2)$; $D(-2; -2; -1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.		
b)	Tam giác ACD là tam giác vuông tại A .		
c)	Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} là góc tù.		
d)	Tam giác ABD là tam giác cân tại B .		

Câu 16. Cho tam giác ABC , biết $\overrightarrow{OA} = (2; 1; -3)$, $\overrightarrow{OB} = (4; 3; -2)$, $\overrightarrow{OC} = (0; 2; -1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (xOy) tại điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\widehat{BAC} = 90^\circ$		

b)	Chu vi tam giác ABC bằng $3(2+\sqrt{2})$ (đơn vị dài)		
c)	$x_M = y_M = 0$		
d)	$x_M + y_M + z_M = 10$		

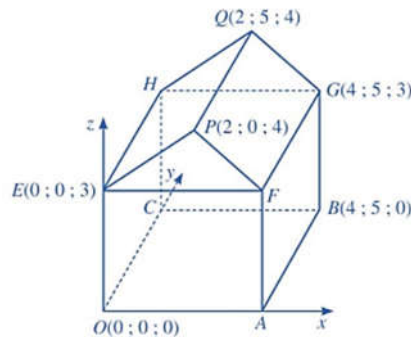
Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;1;0), B(1;1;3), C(2;-1;3), D(1;-1;0)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tứ diện $ABCD$ có các cạnh đối đôi một bằng nhau.		
b)	Góc giữa 2 đường thẳng AB và CD là $\varphi = \arccos 0,3$		
c)	Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và CD bằng 3		
d)	Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{\sqrt{14}}{2}$		

Câu 18. Trong hệ trục $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Diện tích của tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (đvdt)		
b)	Gọi $D(x;y;z)$ sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành khi đó $x+y+z=3$		
c)	Độ dài đường cao của tam giác ABC hạ từ A bằng $AH = \frac{\sqrt{30}}{5}$ (đơn vị dài)		
d)	Thể tích của khối chóp $SABCD$ với đỉnh $S(0;3;4)$ bằng 2 (đvtt)		

Câu 19. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tọa độ điểm A là $(4;0;0)$.		
b)	Tọa độ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$		
c)	$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$		
d)	Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)		

PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Trả lời:

Câu 2. (Chuyên Thái Bình - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với: $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC} = (3; -4; 6)$. Tìm độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC

Trả lời:

- Câu 3.** (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0), B(1;1;0), C(0;1;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ (theo thứ tự các đỉnh) là hình bình hành?
Trả lời:
- Câu 4.** (THPT Nguyễn Khuyến -2019) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1;-3;3); B(2;-4;5), C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a+b+c$ bằng.
Trả lời:
- Câu 5.** (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2), B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$, tọa độ điểm M là $(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng?
Trả lời:
- Câu 6.** (Sở Phú Thọ -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị $a-b+c$ bằng
Trả lời:
- Câu 7.** (Chuyên Đhsp Hà Nội -2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$?
Trả lời:
- Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a+b+2c$ bằng
Trả lời:
- Câu 9.** (THPT Trần Quốc Tuấn - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1;2;1), B(2;0;-1), C(6;1;0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$, tìm $a+b+c$
Trả lời:
- Câu 10.** (Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-2), B(2;2;-4)$. Giả sử $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Tính $T=a^2+b^2+c^2$.
Trả lời:
- Câu 11.** (THPT Trần Quốc Tuấn - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1), B(-2;-1;4)$. Tìm được tọa độ điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn đẳng thức $\overline{AM} = 2\overline{MB}$. Khi đó $a+b+c = ?$
Trả lời:
- Câu 12.** (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1), N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
Trả lời:
- Câu 13.** (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5;1;5); B(4;3;2); C(-3;-2;1)$. Điểm $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a+2b+c$?
Trả lời:

Câu 14. (SGD Cần Thơ - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (-5; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; 2; 1)$, $\vec{c} = (m; 3; -1)$. Giá trị của m sao cho $\vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}]$ là

Trả lời:

Câu 15. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 1; 2)$, $\vec{v} = (-1; m; m-2)$. Khi $[\vec{u}, \vec{v}] = \sqrt{14}$ thì tổng tất cả các giá trị của m thỏa mãn bằng?

Trả lời:

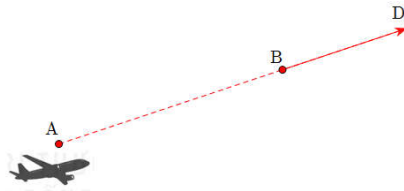
Câu 16. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; -1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; -1; 3)$, $D \in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D .

Trả lời:

Câu 17. (Bình Giang-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 0; 2)$, $B(3; 0; 5)$, $C(1; 1; 0)$, $D(4; 1; 2)$. Tìm độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng ABC .

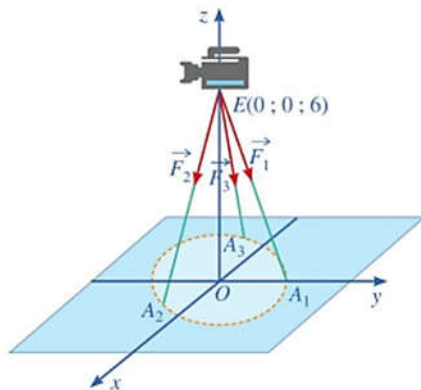
Trả lời:

Câu 18. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x; y; z)$ khi đó $x + y + z = ?$



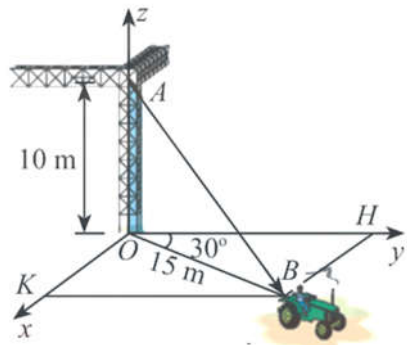
Trả lời:

Câu 19. Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0; 0; 6)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0; 1; 0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. Biết rằng trọng lượng của chiếc máy là $300N$. Tìm được tọa độ của các lực tác dụng lên giá đỡ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ khi đó tích vô hướng của $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$ bằng?



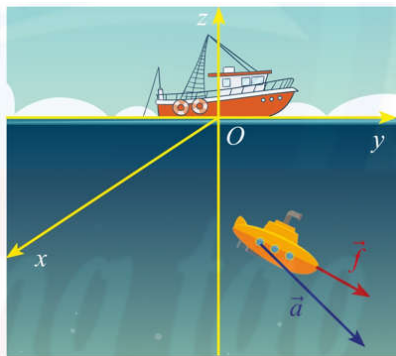
Trả lời:

Câu 20. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như Hình với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tìm được tọa độ của vector $\vec{AB} = (a; b; c)$, khi đó $a + c = ?$



Trả lời:

- Câu 21.** Một thiết bị thăm dò đáy biển (Hình) được đẩy bởi một lực $\vec{f} = (5; 4; -2)$ (đơn vị: N) giúp thiết bị thực hiện độ dời $\vec{a} = (70; 20; -40)$ (đơn vị: m). Tính công sinh bởi lực \vec{f} .



Trả lời:

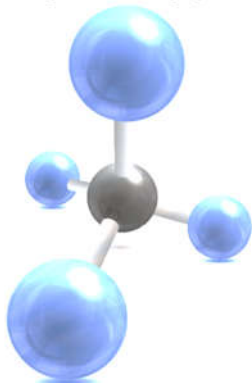
- Câu 22.** Cho biết máy bay A đang bay với vectơ vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A.



Tính tốc độ của máy bay B.

Trả lời:

- Câu 23.** Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó.
Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện.
Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H - C - H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này.



Trả lời:

Nguyễn Bảo Vương