

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa \vec{u}, \vec{v} bằng 45° .

A. $m = 2$.

B. $m = 2 \pm \sqrt{6}$.

C. $m = 2 - \sqrt{6}$.

D. $m = 2 + \sqrt{6}$.

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \cos 45^\circ = \frac{-2m+1}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+1}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{-2m+1}{\sqrt{6(m^2+1)}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{6(m^2+1)} = 2(-2m+1) \Rightarrow [\sqrt{2} \cdot \sqrt{6(m^2+1)}]^2 = [2(-2m+1)]^2$$

$$= 2 \cdot 6(m^2+1) = 4(-2m+1)^2$$

$$\Rightarrow 12m^2 + 12 = 4(4m^2 - 4m + 1) \Rightarrow 12m^2 + 12 = 16m^2 - 16m + 4$$

$$\begin{cases} -2m+1 > 0 \\ 1-2m > 0 \end{cases} \Rightarrow -2m+1 > 0$$

$$\Rightarrow 1 > 2m \Rightarrow m < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 16m^2 - 12m^2 - 16m + 4 - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 16m - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 + \sqrt{6} \text{ (L)} \\ m = 2 - \sqrt{6} \text{ (TM)} \end{cases}$$

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc \widehat{BAC} là

A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$.

B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

D. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

$$\cos \widehat{BAC} = \cos(\vec{AB}; \vec{AC})$$

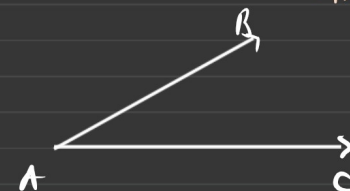
$$\begin{aligned} \vec{AB} &= (1; 5; -2) \\ \vec{AC} &= (5; 4; -1) \end{aligned}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + (-2) \cdot (-1)$$

$$= 5 + 20 + 2 = 27$$

$$\begin{aligned} |\vec{AB}| &= \sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2} = \sqrt{30} \\ |\vec{AC}| &= \sqrt{5^2 + 4^2 + (-1)^2} = \sqrt{42} \end{aligned}$$

$$\cos(\vec{AB}; \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|} = \frac{27}{\sqrt{30} \cdot \sqrt{42}} = \frac{9\sqrt{35}}{70}$$



Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

A. 26.

B. 22.

C. $\sqrt{26}$.

D. $\sqrt{22}$.

Câu 105. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 2 điểm $B(1;2;-3), C(7;4;-2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

- A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$ C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

$$\begin{aligned} E(x, y, z) \quad \overrightarrow{EB} &= (1-x; 2-y; -3-z) \quad \overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB} \Rightarrow \begin{cases} x-7 = 2(1-x) \Rightarrow x-7 = 2-2x \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x=3 \\ y-4 = 2(2-y) \Rightarrow y = \frac{8}{3} \\ z+2 = 2(-3-z) \Rightarrow z = -\frac{8}{3} \end{cases} \\ \overrightarrow{CE} &= (x-7; y-4; z+2) \end{aligned}$$

Câu 106. Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm là $A(1;3;-1), B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$ B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$ C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$ D. $M(4; -3; 8)$

$$\begin{aligned} M(x, y, z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA} = (1-x; 3-y; -1-z) \\ \overrightarrow{MB} = (3-x; -1-y; 5-z) \end{cases} \quad \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} 1-x = 3(3-x) \Rightarrow x = 4 \\ 3-y = 3(-1-y) \Rightarrow y = -3 \\ -1-z = 3(5-z) \Rightarrow z = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 107. Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=5, OB=2, OC=4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và AMN . Khoảng cách từ G đến K là:

- A. $GK = \frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $GK = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $GK = \frac{1}{2}$ D. $GK = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Sử dụng Oxyz $OA=5 \Rightarrow A(0,0,5)$ X

$$\begin{aligned} O(0,0,0) \quad \Rightarrow \overrightarrow{OA} &= (0,0,5) \Rightarrow |\overrightarrow{OA}| = OA = 5 = \sqrt{0^2+0^2+5^2} \\ A \in Oz &(0,0,z) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 5 = \sqrt{z^2}$$

$$\Rightarrow |z| = 5 \Rightarrow \begin{cases} z = +5 \\ z = -5 \end{cases}$$

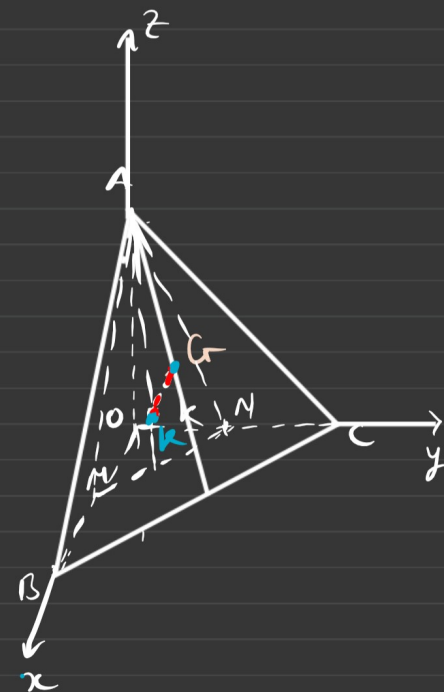
$$\begin{cases} OB = 2 \Rightarrow B(2,0,0) \\ B \in Ox \end{cases}$$

$$\begin{cases} OC = 4 \Rightarrow C(0,4,0) \\ C \in Oy \end{cases}$$

$$\begin{cases} M \text{ là TP } OB \Rightarrow M(1,0,0) \text{ X} \\ N \text{ là TP } OC \Rightarrow N(0,2,0) \text{ X} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M \text{ là TP } OB \Rightarrow M(1,0,0) \text{ X} \\ N \text{ là TP } OC \Rightarrow N(0,2,0) \text{ X} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{x_0+x_B}{2}; \frac{y_0+y_B}{2}; \frac{z_0+z_B}{2}\right)$$



Vì G là trọng tâm ΔABC

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; \frac{y_A+y_B+y_C}{3}; \frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$$

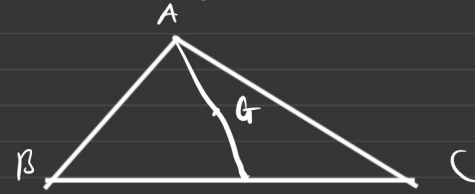
$$G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

Vì K là TT ΔAMN

$$\Rightarrow K\left(\frac{x_A+x_M+x_N}{3}; \frac{y_A+y_M+y_N}{3}; \frac{z_A+z_M+z_N}{3}\right)$$

$$\Rightarrow K = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{GK} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; 0\right) \Rightarrow GK = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB=2a$, $AD=DC=a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACE . Độ dài BG là:

A. $BG = \frac{a\sqrt{89}}{6}$.

B. $BG = \frac{a\sqrt{113}}{6}$.

C. $BG = \frac{a\sqrt{89}}{2}$.

D. $BG = \frac{a\sqrt{89}}{3}$.



Câu 4:

$$SA \perp (ABCD)$$

$$(\angle SB, (ABCD)) = 45^\circ$$

$$BG = ?$$

$$\text{Goi } A \equiv O \rightarrow A(0,0,0)$$

$$\begin{cases} AB=2 \\ D \in O_y \end{cases} \Rightarrow \underline{D(0,2,0)}$$

$$\begin{cases} AD=1 \\ D \in O_x \end{cases} \Rightarrow \underline{D(1,0,0)}$$

$$\begin{cases} AD \perp AB \\ DC \perp DA \end{cases}$$

$$SA \perp (ABCD) \rightarrow \begin{cases} SA \perp AD \\ SA \perp AB \end{cases}$$

$$\Delta ASB \perp \text{ tại } A \text{ có } \widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow \Delta ASB \text{ là } \Delta \text{ vuông cân}$$

$$AS = AB = 2$$

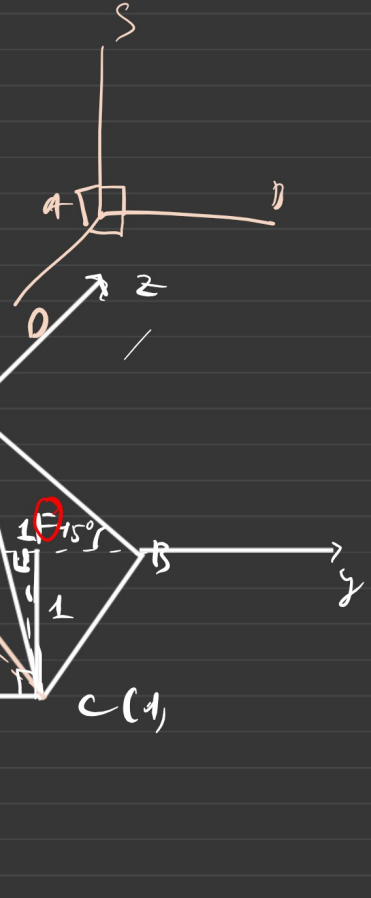
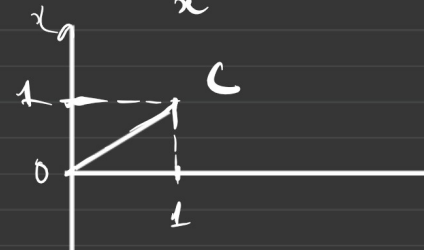
$$\begin{cases} AS=2 \\ S \in O_z \end{cases} \Rightarrow \underline{S(0,0,2)}$$

$$CF \perp AB \Rightarrow AFCD \text{ là hcn và } AD = DC = 1 \Rightarrow AFCD \text{ là hv}$$

$$\Rightarrow AF = 1$$

$$\begin{cases} AF=1 \\ F \in O_y \end{cases} \Rightarrow \underline{F(0,1,0)}$$

$$\Rightarrow \underline{C(1,1,0)}$$



$$\vec{E} \perp \vec{B} \quad \text{mit } \vec{S} \perp \vec{D} \Rightarrow \vec{E} \left(\frac{x_S + x_D}{2}; \frac{y_S + y_D}{2}; \frac{z_S + z_D}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}; 0; 1 \right)$$

$$A(0,0,0) \quad E\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right) \quad C(1,1,0)$$

$$G \perp \Pi \text{ OAE} \Rightarrow G \left(\frac{x_A + x_F + x_C}{3}; \frac{y_A + y_F + y_C}{3}; \frac{z_A + z_F + z_C}{3} \right) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right)$$

$$\vec{BG} =$$

$$\vec{BG} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{3}; \frac{1}{3} \right) \Rightarrow |\vec{BG}| =$$