BÀI 12. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

- CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN
- |FanPage: **Nguyễn Bảo Vương**

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu $a\ //\ (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b//a$.

C. Nếu $\begin{cases} a\ //\ (P) \\ b\subset(P) \end{cases}$ thì $a\ //\ b$.

D. Nếu $a\ //\ (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d\not\subset(\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $d//(\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta//d$.

B. Nếu $d//(\alpha)$ và $b\subset(\alpha)$ thì $b//d$.

C. Nếu $d\cap(\alpha)=A$ và $d'\subset(\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

D. Nếu $d//c$; $c\subset(\alpha)$ thì $d//(\alpha)$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề **B** sai vì b và d có thể chéo nhau.

Câu 3. Cho các mệnh đề sau:

(1). Nếu $a\ //\ (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P).

(2). Nếu $a\ //\ (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).

(3). Nếu $a\ //\ (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a.

(4). Nếu $a\ //\ (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

(1). Sai.
(2). Đúng.
(3). Đúng.
(4). Đúng.
Vậy có 3 mệnh đề đúng.

Câu 4. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.
B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Lời giải

Giả sử (α) song song với (β). Một đường thẳng a song song với (β) có thể nằm trên (α).

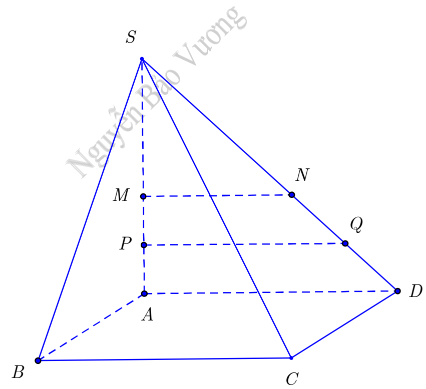
Câu 5. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây
A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).

D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

Lời giải



Ví dụ (SAD) chứa $MN; PQ$ cùng song song với $(ABCD)$ nhưng (SAD) cắt $(ABCD)$.

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Lời giải

Lý thuyết : Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 7. Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a // b$ và $b \subset (\alpha)$. **B.** $a // (\beta)$ và $(\beta) // (\alpha)$.

C. $a // b$ và $b // (\alpha)$. **D.** $a \cap (\alpha) = \varnothing$.

Lời giải

Chọn $a \cap (\alpha) = \varnothing$

Câu 8. Cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d. Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P),(Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. a,d trùng nhau. **B.** a,d chéo nhau. **C.** a song song d. **D.** a,d cắt nhau.

Lời giải

Chọn C

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

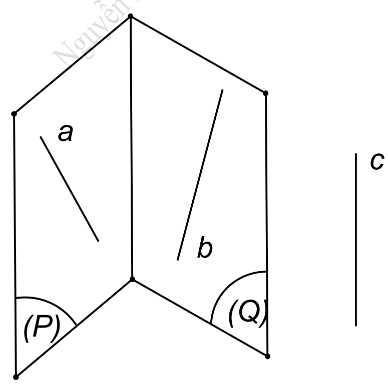
Câu 9. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a,b,c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

A. Vô số mặt phẳng (P) và (Q). **B.** Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳng (Q).

C. Một mặt phẳng (Q), vô số mặt phẳng (P). **D.** Một mặt phẳng (P), một mặt phẳng (Q).

Lời giải

Chọn D



Vì c song song với giao tuyến của (P) và (Q) nên $c // (P)$ và $c // (Q)$.

Khi đó, (P) là mặt phẳng chứa a và song song với c, mà a và c chéo nhau nên chỉ có một mặt phẳng như vậy.

Tương tự cũng chỉ có một mặt phẳng (Q) chứa b và song song với c.

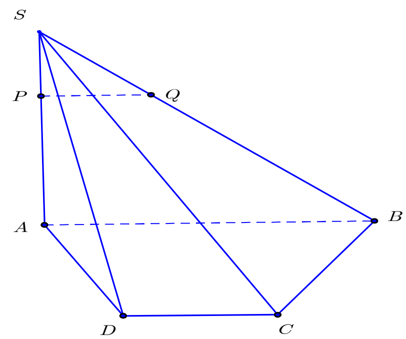
Vậy có nhiều nhất một mặt phẳng (P) và một mặt phẳng (Q) thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB. Gọi P,Q lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh SA và SB sao cho $\frac{SP}{SA} = \frac{SQ}{SB} = \frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. PQ cắt $(ABCD)$. **B.** $PQ \subset (ABCD)$.

C. $PQ//(ABCD)$. **D.** PQ và CD chéo nhau.

Lời giải



Chọn C.

$$\begin{cases} PQ//AB \\ AB \subset (ABCD) \Rightarrow PQ//(ABCD). \\ PQ \not\subset (ABCD) \end{cases}$$

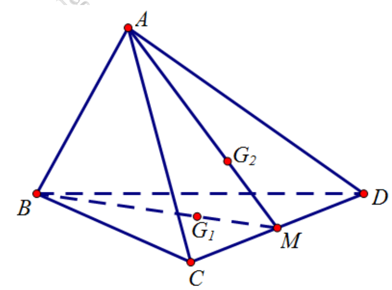
Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. G_1G_2 // (ABD). **B.** G_1G_2 // (ABC).

C. BG_1, AG_2 và CD đồng quy. **D.** $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AB$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm CD $\Rightarrow \begin{cases} G_1 \in BM; \dfrac{MG_1}{MB} = \dfrac{1}{3} \\ G_2 \in AM; \dfrac{MG_2}{MA} = \dfrac{1}{3} \end{cases}$

Xét tam giác ABM, ta có $\dfrac{1}{3} = \dfrac{MG_1}{MB} = \dfrac{MG_2}{MA} \Rightarrow G_1G_2$ // AB (định lí Thales đảo)

$\Rightarrow \dfrac{G_1G_2}{AB} = \dfrac{MG_1}{MB} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 = \dfrac{1}{3}AB$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD. Mệnh đề nào sau đây *sai*?

A. $G_1G_2 // (ABD)$.

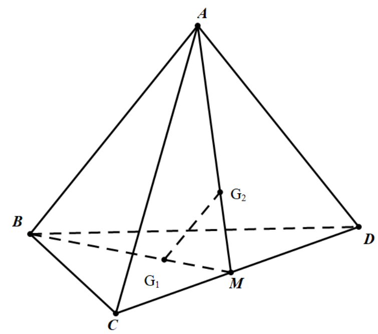
B. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

C. $G_1G_2 // (ABC)$.

D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của CD.

Xét ΔABM ta có: $\frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} G_1G_2 \,//\, AB \\ G_1G_2 = \frac{1}{3}AB \end{cases} \Rightarrow$ **D** sai.

Vì $G_1G_2 \,//\, AB \Rightarrow G_1G_2 \,//\, (ABD) \Rightarrow$ **A** đúng.

Vì $G_1G_2 \,//\, AB \Rightarrow G_1G_2 \,//\, (ABC) \Rightarrow$ **C** đúng.

Ba đường BG_1, AG_2, CD, đồng quy tại $M \Rightarrow$ **B** đúng.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của DC, BC, SA. Gọi H là giao điểm của AC và MN. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. MN chéo SC. **B.** $MN \,//\, (SBD)$. **C.** $MN \,//\, (ABCD)$. **D.** $MN \cap (SAC) = H$.

Lời giải

Chọn C

Vì $MN \subset (ABCD)$ nên MN không song song với mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow$ câu **C sai.**

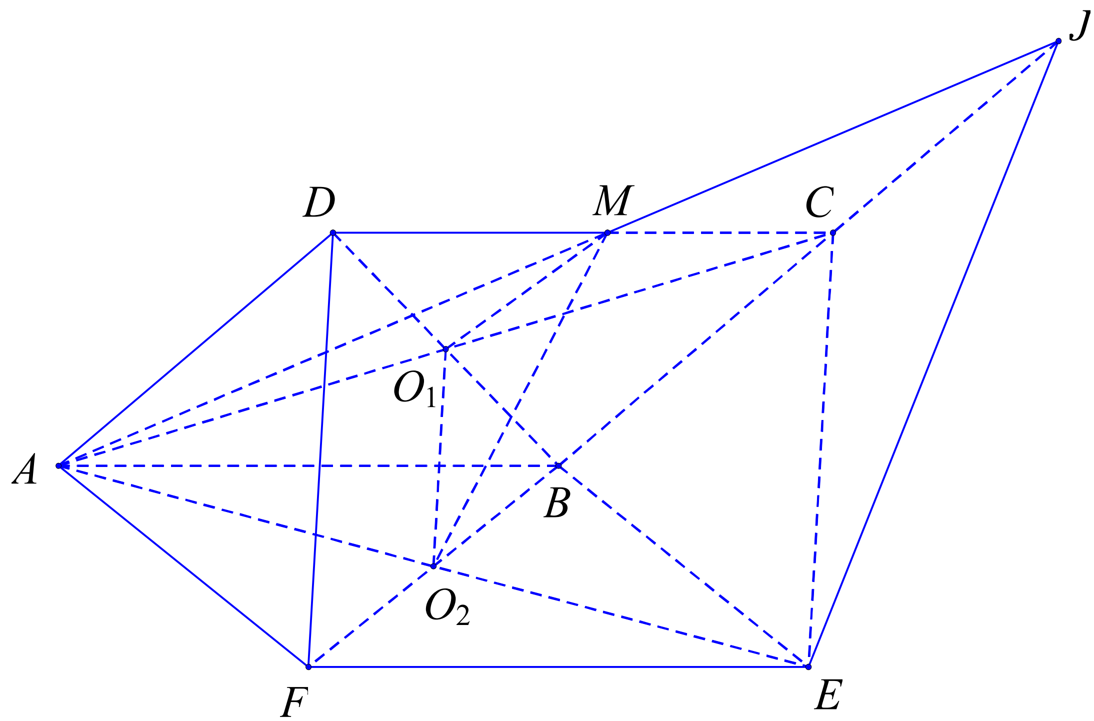
Câu 14. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$. M là trung điểm của CD. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. MO_2 cắt (BEC). **B.** O_1O_2 song song với (BEC).

C. O_1O_2 song song với (EFM). **D.** O_1O_2 song song với (AFD).

Lời giải

Chọn A.



Gọi J là giao điểm của AM và BC.

Ta có: $MO_1//AD//BC \Rightarrow MO_1//CJ$.

Mà O_1 là trung điểm của AC nên M là trung điểm của AJ.

Do đó $MO_2//EJ$.

Từ đó suy ra $MO_2//\left(BEC\right)$ (vì dễ nhận thấy MO_2 không nằm trên $\left(BEC\right)$).

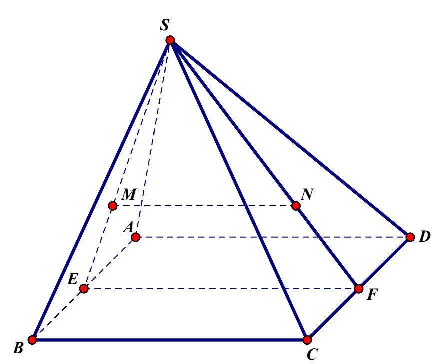
Vậy MO_2 không cắt $\left(BEC\right)$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M,N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB;\Delta SCD$. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC) **B.** (SBD). **C.** (SAB) **D.** $(ABCD)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD.

Do $M;N$ là trọng tâm tam giác $SAB;SCD$ nên S,M,E thẳng hàng; S,N,F thẳng hàng.

Xét ΔSEF có: $\dfrac{SM}{SE}=\dfrac{2}{3}=\dfrac{SN}{SF}$ nên theo định lý Ta – let $\Rightarrow MN//EF$.

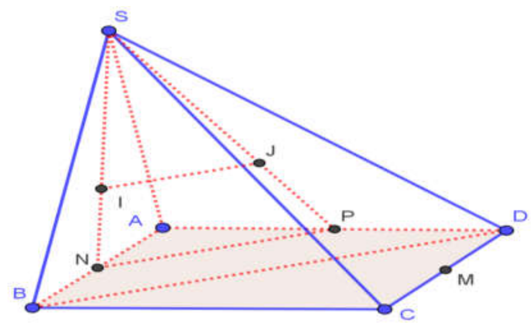
Mà $EF\subset\left(ABCD\right)$ nên $MN//\left(ABCD\right)$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAD. M là trung điểm CD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $IJ // (SCD)$. **B.** $IJ // (SBM)$. **C.** $IJ // (SBC)$. **D.** $IJ // (SBD)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AD.

Xét ΔSNP có $\frac{SI}{SN} = \frac{SJ}{SP} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ // \text{NP}$.

Xét ΔABD có M là đường trung bình trong tam giác $\Rightarrow NP // BD$.

Suy ra $IJ // BD$.

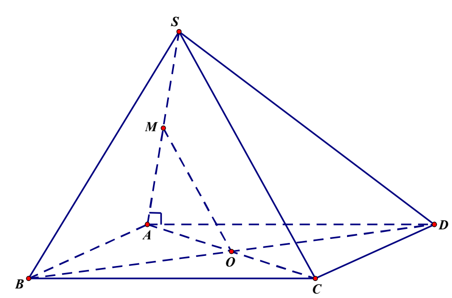
Ta có $\begin{cases} IJ \not\subset (SBD) \\ (IJ // BD \\ (BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow IJ // (SBD)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SA. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $OM // (SCD)$. **B.** $OM // (SBD)$. **C.** $OM // (SAB)$. **D.** $OM // (SAD)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: M là trung điểm SA; O là trung điểm $AC \Rightarrow OM$ là đường trung bình ΔSAC.

$\Rightarrow OM // SC\left(SC \subset (SCD);\ OM \not\subset (SCD)\right) \Rightarrow OM // (SCD)$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Đường thẳng EF song song với mặt phẳng (SAC).

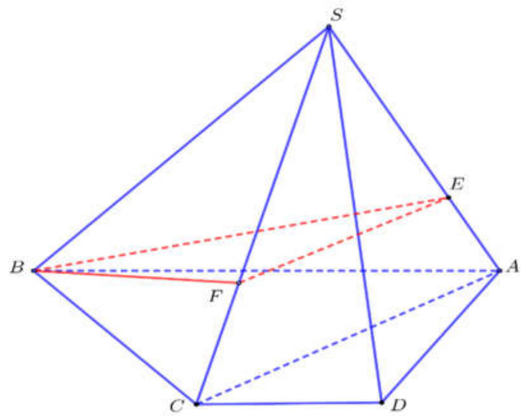
B. Đường thẳng EF cắt đường thẳng AC.

C. Đường thẳng AC song song với mặt phẳng (BEF).

D. Đường thẳng CD song song với mặt phẳng (BEF).

Lời giải

Chọn C



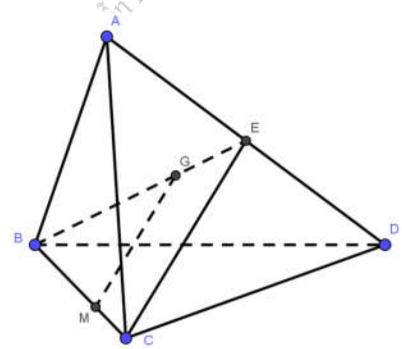
Vì $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ nên đường thẳng $EF \,//\, AC$. Mà $EF \subset (BEF)$, $AC \not\subset (BEF)$ nên AC song song với mặt phẳng (BEF).

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD. M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ACD). **B.** (BCD). **C.** (ABD). **D.** (ABC).

Lời giải

Chọn A

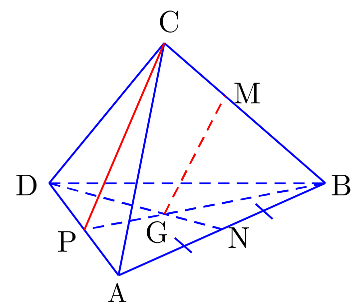


Gọi E là trung điểm AD

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Lời giải



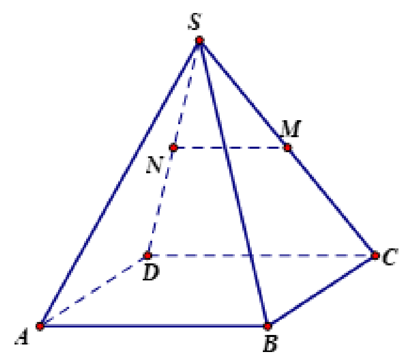
Gọi P là trung điểm AD

Ta có: $\frac{BM}{BC}=\frac{BG}{BP}=\frac{3}{2} \Rightarrow MG//\text{CP} \Rightarrow \text{MG}//(ACD)$.

Câu 21. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của SC và SD. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $MN//(SBD)$. **B.** $MN//(SAB)$. **C.** $MN//(SAC)$ **D.** $MN//(SCD)$.

Lời giải



Ta có $MN//\text{CD} \Rightarrow MN//\text{AB}$

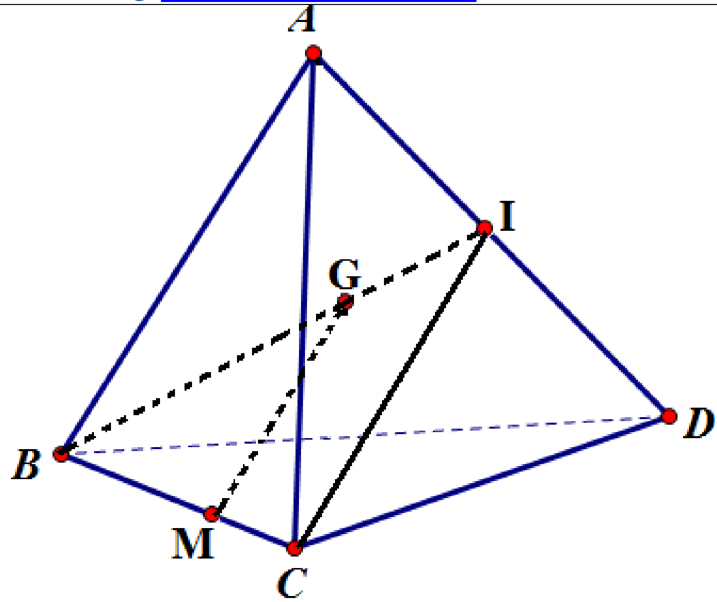
$\Rightarrow MN//(\text{SAB})$

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB=2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MG song song với (ACD) **B.** MG song song với (ABD).

C. MG song song với (ACB). **D.** MG song song với (BCD).

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AD. Xét tam giác BCI có $\frac{BM}{BC}=\frac{BG}{BI}=\frac{2}{3}$

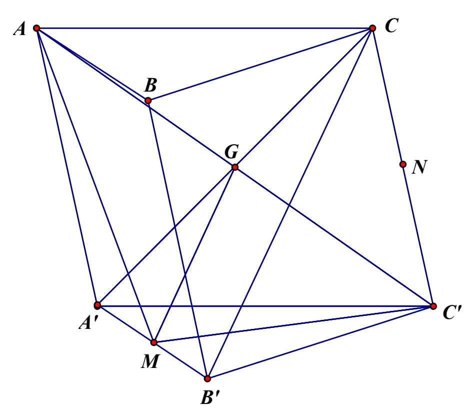
$\Rightarrow MG//CI,\ CI \subset (ACD), MG \not\subset (ACD)$

$\Rightarrow MG//(ACD)$.

Câu 23. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Khi đó CB' song song với

A. $(AC'M)$. **B.** $(BC'M)$. **C.** $A'N$. **D.** AM.

Lời giải



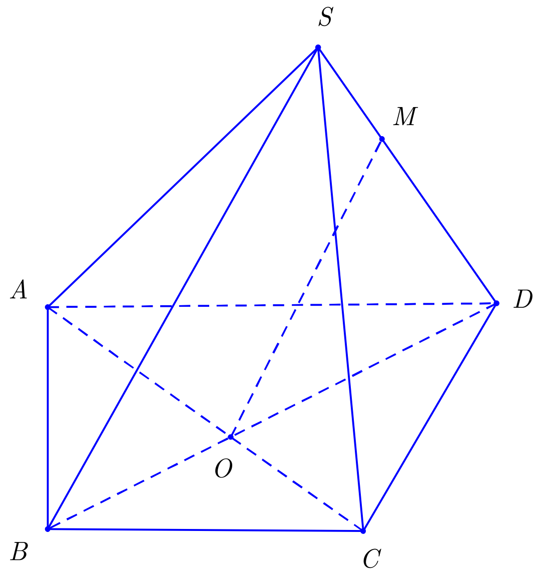
- Gọi G là giao điểm của AC' và $A'C \Rightarrow G$ là trung điểm của $A'C \Rightarrow MG$ là đường trung bình của tam giác $A'CB' \Rightarrow CB'//MG \Rightarrow CB'//(AC'M)$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD=2BC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $MD=2MS$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. OM song song với mặt phẳng

A. (SAD). **B.** (SBD). **C.** (SBC). **D.** (SAB).

Lời giải

Chọn C



$AD // BC; AC \cap BD = O \Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OD} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DO}{DB} = \frac{2}{3}$. Mặt khác: $\frac{DM}{DS} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{DO}{DB} = \frac{DM}{DS}$

$\Rightarrow OM // SB$

Mà $SB \subset (SBC), OM \not\subset (SBC)$.

Nên $OM // (SBC)$.

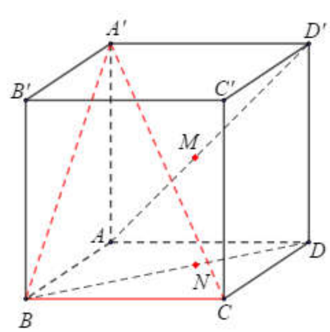
2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 25. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x(0 < x < a\sqrt{2})$ Khi x thay đổi, đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng cố định nào sau đây?

A. $(CB'D')$. **B.** $(A'BC)$. **C.** $(AD'C)$.. **D.** $(BA'C')$

Lời giải

Chọn B



□ *Sử dụng định lí Ta-lét thuận*

Vì $AD // A'D'$ nên tồn tại (P) là mặt phẳng qua AD và song song với mp $(A'D'CB)$

(Q) là mặt phẳng qua M và song song với mp $(A'D'CB)$

Giả sử (Q) cắt DB tại N'

Theo định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{AM}{AD'}=\dfrac{DN'}{DB}$ (*)

Mà các mặt của hình hộp là hình vuông cạnh a nên $AD'=DB=a\sqrt{2}$

Từ $(*)$ ta có $AM=DN'\Rightarrow DN'=DN\Rightarrow N'\equiv N\Rightarrow MN\subset(Q)$

$(Q)//(A'D'CB)$ suy ra MN luôn song song với mặt phẳng cố định $(A'D'CB)$ hay $(A'BC)$

□ *Sử dụng định lí Ta-lét đảo*

Từ giả thiết ta có: $\dfrac{AM}{DN}=\dfrac{MD'}{NB}=\dfrac{AD'}{DB}$

Suy ra AD, MN và $D'B$ luôn song song với một mặt phẳng (định lí Ta-lét đảo).

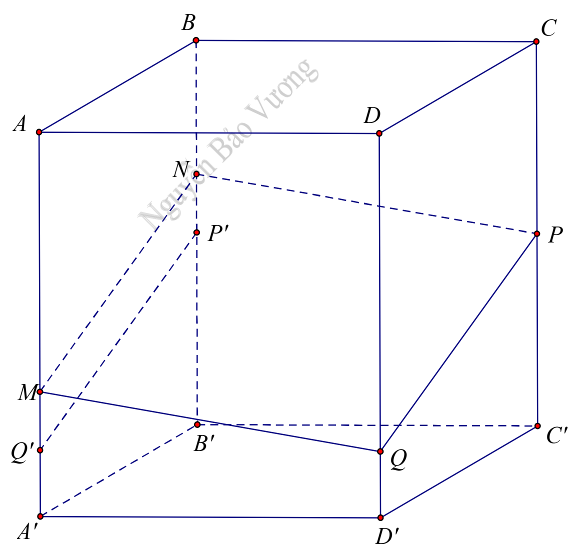
Vậy MN luôn song song với một mặt phẳng (P), mà (P) song song với AD và $D'B$

Mặt phẳng này chính là mp $(A'D'CB)$ hay $(A'BC)$

Câu 26. Cho hình hộp *ABCD.A'B'C'D'*. Trên các cạnh $AA';BB';CC'$ lần lượt lấy ba điểm M,N,P sao cho $\dfrac{A'M}{AA'}=\dfrac{1}{3};\dfrac{B'N}{BB'}=\dfrac{2}{3};\dfrac{C'P}{CC'}=\dfrac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại *Q*. Tính tỉ số $\dfrac{D'Q}{DD'}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải



Gọi độ dài cạnh bên của hình hộp là a.

Giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với $(CDD'C')$ là đường thẳng đi qua P và song song với MN (do $MN//(CDD'C')$)

Gọi P' là trung điểm BB' và $Q'\in AA':MN//P'Q'$. Khi đó tứ giác $MNP'Q'$ là hình bình hành và $NP'=\dfrac{2}{3}a-\dfrac{1}{2}a=\dfrac{1}{6}a\Rightarrow MQ'=\dfrac{1}{6}a\Rightarrow Q'A'=MA'-MQ'=\dfrac{1}{6}a$.

Vậy $\dfrac{A'Q'}{AA'}=\dfrac{D'Q}{DD'}=\dfrac{1}{6}$.

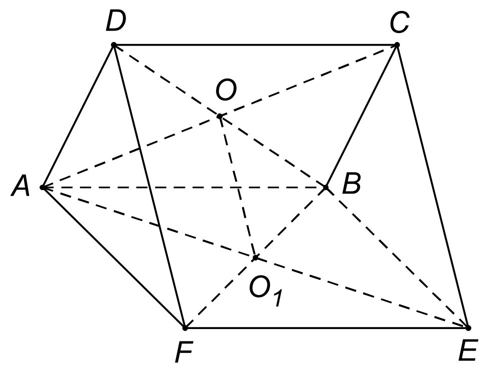
Câu 27. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$ M là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $OO_1//(BEC)$. **B.** $OO_1//(AFD)$.

C. $OO_1 // (EFM)$. **D.** MO_1 cắt (BEC).

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác ACE có O, O_1 lần lượt là trung điểm của AC, AE.

Suy ra OO_1 là đường trung bình trong tam giác ACE $\Rightarrow OO_1 // EC$.

Tương tự, OO_1 là đường trung bình của tam giác BFD nên $OO_1 // FD$.

Vậy $OO_1 // (BEC)$, $OO_1 // (AFD)$ và $OO_1 // (EFC)$. Chú ý rằng: $(EFC) = (EFM)$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

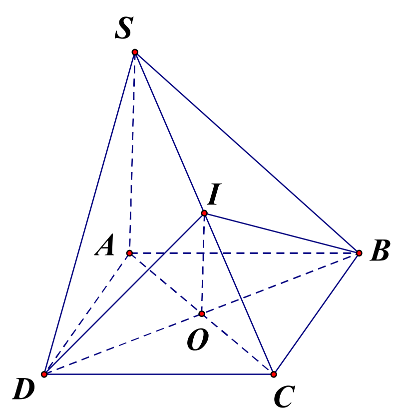
A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).

B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Lời giải



A đúng vì $IO // SA \Rightarrow IO // (SAD)$.

C đúng vì $IO // SA \Rightarrow IO // (SAB)$.

D đúng vì $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

B sai vì mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

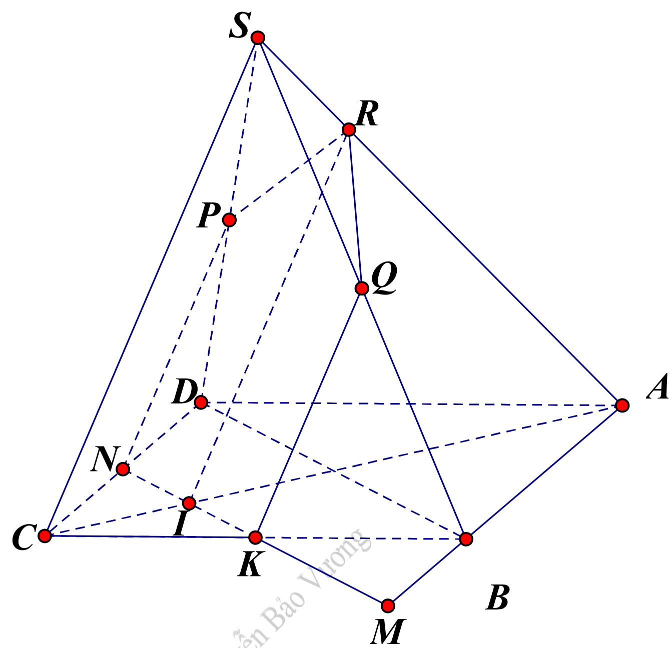
A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Lời giải



Trong $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M và song song với BD cắt BC, CD, CA tại K, N, I.

Trong (SCD), kẻ đường thẳng qua N và song song với SC cắt SD tại P.

Trong (SCB), kẻ đường thẳng qua K và song song với SC cắt SB tại Q.

Trong (SAC), kẻ đường thẳng qua I và song song với SC cắt SA tại R.

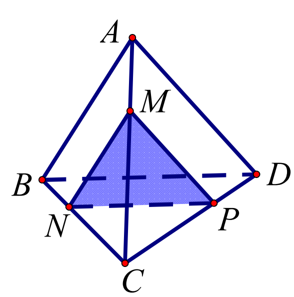
Thiết diện là ngũ giác $KNPRQ$.

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A, M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình vuông **B.** Hình chữ nhật **C.** Hình tam giác **D.** Hình bình hành

Lời giải

Chọn C



Ta có $\left.\begin{matrix} (\alpha)//AB \\ AB\subset(ABC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (\alpha)\cap(ABC)=MN$ với $MN//AB$ và $N\in BC$.

Ta có $\left.\begin{matrix} (\alpha)//AD \\ AD\subset(ADC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow (\alpha)\cap(ADC)=MP$ với $MP//AD$ và $P\in CD$.

$(\alpha)\cap(BCD)=NP$.

Do đó thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình tam giác MNP .

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, gọi I là trung điểm cạnh SC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).

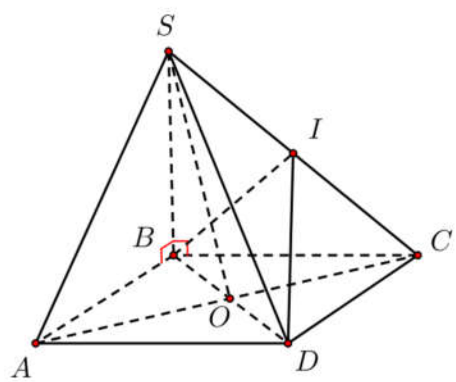
B. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).

C. Mặt phẳng (IBD) cắt mặt phẳng (SAC) theo giao tuyến OI.

D. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là tứ giác.

Lời giải

Chọn D



Trong tam giác SAC có O là trung điểm AC, I là trung điểm SC nên $IO//$SA

$\Rightarrow IO$ song song với hai mặt phẳng (SAB) và (SAD).

Mặt phẳng (IBD) cắt (SAC) theo giao tuyến IO.

Mặt phẳng (IBD) cắt (SBC) theo giao tuyến BI, cắt (SCD) theo giao tuyến ID, cắt $(ABCD)$ theo giao tuyến BD $\Rightarrow$ thiết diện tạo bởi mặt phẳng (IBD) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác IBD.

Vậy đáp án D sai.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $IO // mp(SAB)$.

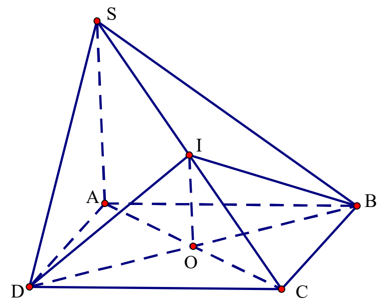
B. $IO // mp(SAD)$.

C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

D. $(IBD)\cap(SAC)=OI$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (SAC) có I, O lần lượt là trung điểm của SC, SA nên $IO \, // \, SA.$

Suy ra $\begin{cases} IO \, // \, (SAB) \\ IO \, // \, (SAD) \end{cases}.$

Hai mặt phẳng (SAC) và (IBD) có hai điểm chung là O, I nên giao tuyến của hai mặt phẳng là $IO.$

Thiết diện của mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $(S.ABCD)$ chính là tam giác $IBD.$

Câu 33. Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD*, có đáy *ABCD* là hình bình hành. Gọi *M, N, I* lần lượt là trung điểm của các cạnh *SA, SB* và *BC.* Thiết diện tạo bởi mặt phẳng *(MNI)* và hình chóp *S.ABCD* là:

A. Tứ giác *MNIK* với *K* là điểm bất kỳ trên cạnh ***AD.***

B. Tam giác *MNI.*

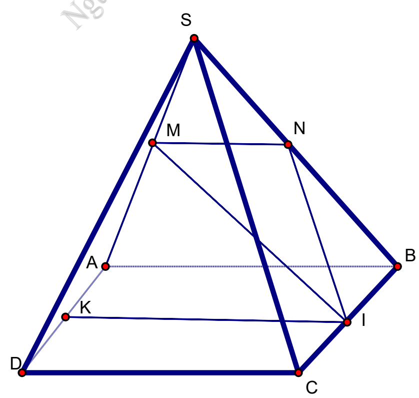
C. Hình bình hành *MNIK* với K là điểm trên cạnh AD mà IK//A**B.**

D. Hình Thang *MNIK* với K là một điểm trên cạnh AD mà IK//AB

Lời giải

Chọn D

Hình vẽ:



Ta xét ba mặt phẳng (MNI), (SAB), (ABCD) đôi một cắt nhau theo 3 giao tuyến song song.

$(\mathrm{MNI}) \cap (\mathrm{SAB}) = \mathrm{MN}$

$(\mathrm{SAB}) \cap (\mathrm{ABCD}) = \mathrm{AB}$

mà $\mathrm{MN} // = \frac{1}{2}\mathrm{AB}$

$\Rightarrow (\mathrm{MNI}) \cap (\mathrm{ABCD})$ theo giao tuyến là một đường thẳng đi qua I và song song với AB, sẽ cắt AD tại một điểm K: IK//=AB

Vậy thiết diện cần tìm là: Hình thanh MNIK với K là điểm trên cạnh AD mà IK//A**B.**

Câu 34. Gọi (P) là mặt phẳng qua H, song song với CD và SB. Thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Ngũ giác. **B.** Hình bình hành.

C. Tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song. **D.** Hình thang.

Lời giải

Chọn D

(P) là mặt phẳng qua H, song song với CD và SB nên (P) cắt $(ABCD)$ theo giao tuyến qua H song song CD cắt BC, AD lần lượt tại F, E; (P) cắt (SBC) theo giao tuyến $FI // SB$ ($I \in SC$); (P) cắt (SCD) theo giao tuyến $JI // CD$ ($J \in SD$).

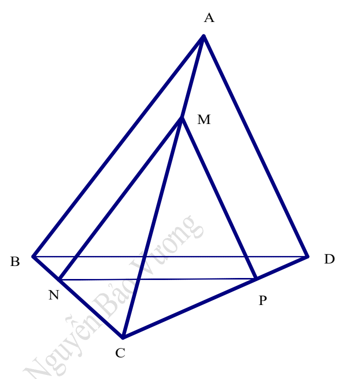
Khi đó thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình thang vì $JI // FE$, $FI // SB$, $JE // SA$ nên FI không song song với JE.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình ngũ giác.

Lời giải

Chọn A



(α) và (ABC) có M chung,

(α) song song với AB, $AB \subset (ABC)$.

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = Mx, Mx // AB$ và $Mx \cap BC = N$.

(α) và (ACD) có M chung,

(α) song song với AD, $AD \subset (ACD)$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ACD) = My, My // AD$ và $My \cap CD = P$.

Ta có $(\alpha) \cap (ABC) = MN$.

$(\alpha) \cap (ACD) = MP$.

$(\alpha) \cap (BCD) = NP$.

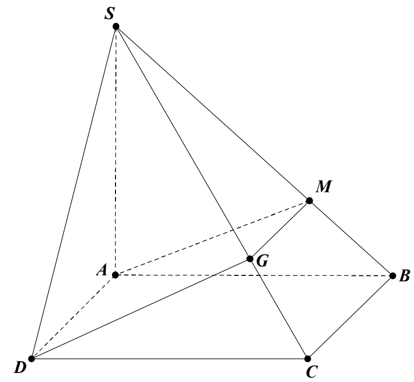
Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là tam giác MNP.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB. Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Hình thang. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác.

Lời giải

Chọn A



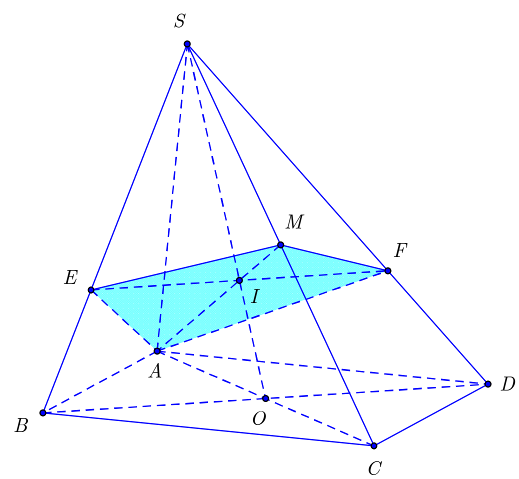
Do $BC\,//\,AD$ nên mặt phẳng (ADM) và (SBC) có giao tuyến là đường thẳng MG song song với BC

Thiết diện là hình thang $AMGD$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC, (α) là mặt phẳng đi qua A, M và song song với đường thẳng BD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{4a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$. Trong mặt phẳng (SBD) qua I kẻ $EF\,//\,BD$, khi đó ta có $(AEMF) \equiv (\alpha)$ là mặt phẳng chứa AM và song song với BD. Do đó thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $AEMF$.

Ta có: $\begin{cases} FE\,//\,BD \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow FE \perp (SAC) \Rightarrow FE \perp AM$.

Mặt khác ta có:

* $AC = 2a = SA$ nên tam giác SAC vuông cân tại A, suy ra $AM = a\sqrt{2}$.

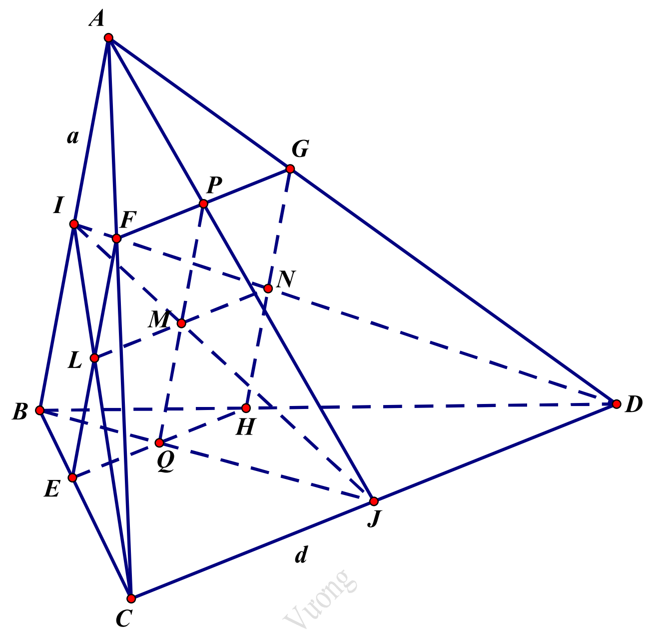
* I là trọng tâm tam giác SAC, mà $EF\,//\,BD$ nên tính được $EF = \dfrac{2}{3}BD = \dfrac{4a}{3}$.

Tứ giác $AEMF$ có hai đường chéo $FE \perp AM$ nên $S_{AEMF} = \dfrac{1}{2}FE.AM = \dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a$, $CD=b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD, giả sử $AB\perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD. Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM=\frac{1}{3}IJ$.

A. ab. **B.** $\frac{ab}{9}$. **C.** $2ab$. **D.** $\frac{2ab}{9}$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases}(\alpha)//CD\\ CD\subset(ICD)\\ M\in(\alpha)\cap(ICD)\end{cases}$ $\Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (ICD) là đường thẳng qua M và song song với CD cắt IC tại L và ID tại N.

$\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(JAB)\\ M\in(\alpha)\cap(JAB)\end{cases}$ $\Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (JAB) là đường thẳng qua M và song song với AB cắt JA tại P và JB tại Q.

Ta có $\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABC)\\ L\in(\alpha)\cap(ABC)\end{cases}$ $\Rightarrow EF//AB$ (1)

Tương tự $\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABD)\\ N\in(\alpha)\cap(ABD)\end{cases}$ $\Rightarrow HG//AB$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EF//HG//AB$ (3)

Ta có $\begin{cases}(\alpha)//CD\\ CD\subset(ACD)\\ P\in(\alpha)\cap(ACD)\end{cases}$ $\Rightarrow FG//CD$ (4)

Tương tự $\begin{cases}(\alpha)// CD\\ CD\subset(BCD)\\ Q\in(\alpha)\cap(BCD)\end{cases} \Rightarrow EH// CD$ (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow FG// EH// CD$ (6).

Từ (3) và (6), suy ra $EFGH$ là hình bình hành. Mà $AB\perp CD$ nên $EFGH$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác ICD có: $LN// CD \Rightarrow \dfrac{LN}{CD}=\dfrac{IN}{ID}$.

Xét tam giác ICD có: $MN// JD \Rightarrow \dfrac{IN}{ID}=\dfrac{IM}{IJ}$.

Do đó $\dfrac{LN}{CD}=\dfrac{IM}{IJ}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow LN=\dfrac{1}{3}CD=\dfrac{b}{3}$.

Tương tự $\dfrac{PQ}{AB}=\dfrac{JM}{JI}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow PQ=\dfrac{2}{3}AB=\dfrac{2a}{3}$.

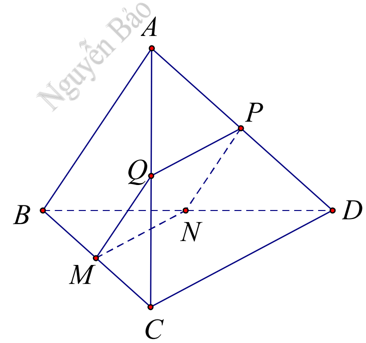
Vậy $S_{EFGH}=PQ.LN=\dfrac{2ab}{9}$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD, $AB=CD=6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC=x.BC$ $(0<x<1)$. mp(P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q. Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu ?

A. 8. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B



Xét tứ giác $MNPQ$ có $\begin{cases}MQ//NP//AB\\ MN//PQ//CD\end{cases}$

$\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Mặt khác, $AB\perp CD \Rightarrow MQ\perp MN$.

Do đó, $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Vì $MQ//AB$ nên $\dfrac{MQ}{AB}=\dfrac{CM}{CB}=x \Rightarrow MQ=x.AB=6x$.

Theo giả thiết $MC=x.BC \Rightarrow BM=(1-x)BC$.

Vì $MN//CD$ nên $\dfrac{MN}{CD}=\dfrac{BM}{BC}=1-x \Rightarrow MN=(1-x).CD=6(1-x)$.

Diên tích hình chữ nhật $MNPQ$ là

$$S_{MNPQ}=MN.MQ=6(1-x).6x=36.x.(1-x)\le 36\left(\frac{x+1-x}{2}\right)^2=9 .$$

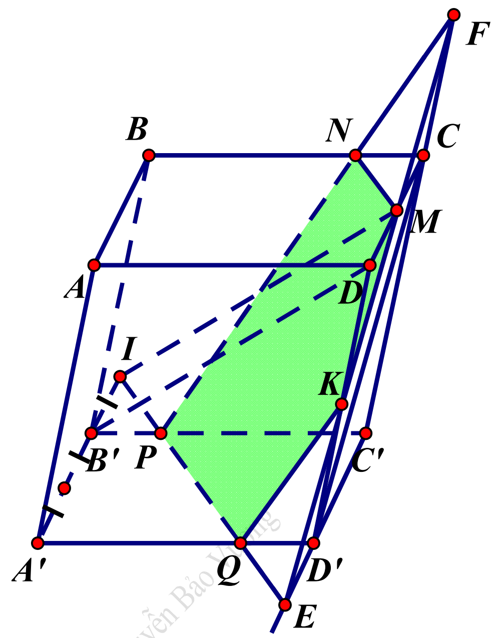
Ta có $S_{MNPQ}=9$ khi $x=1-x \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

Vậy diện tích tứ giác $MNPQ$ lớn nhất bằng 9 khi M là trung điểm của BC.

Câu 40. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD, (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD'. Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

A. Ngũ giác. **B.** Tứ giác. **C.** Tam giác. **D.** Lục giác.

Lời giải



* Gọi I là điểm thuộc $A'B'$ sao cho $\overrightarrow{A'I}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{A'B'}$, gọi K là trung điểm của DD'. Ta có:

$$\begin{cases} MI // DB' \\ MK // CD' \end{cases} \Rightarrow (P)\equiv(MIK)$$

* Gọi $E=MK\cap C'D'$, $F=MK\cap CC'$.

* Gọi $P=IE\cap B'C'$, $Q=IE\cap A'D'$, $N=PF\cap BC$.

* Thiết diện của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ cắt bởi mặt phẳng (P) là ngũ giác $MNPQK$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=6$, $CD=8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\dfrac{31}{7}$. **B.** $\dfrac{18}{7}$. **C.** $\dfrac{24}{7}$. **D.** $\dfrac{15}{7}$.

Lời giải

Giả sử một mặt phẳng song song với AB và CD cắt tứ diện $ABCD$ theo một thiết diện là hình thoi $MNIK$ như hình vẽ trên. Khi đó ta có: $\begin{cases} MK // AB // IN \\ MN // CD // IK \\ MK = KI \end{cases}$.

Cách 1:

Theo định lí Ta – lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{MK}{6} = \dfrac{AC - AK}{AC} \\ \dfrac{KI}{8} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{AK}{AC} \Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{KI}{8} \Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{MK}{8} \Leftrightarrow \dfrac{7}{24}MK = 1 \Leftrightarrow MK = \dfrac{24}{7}$.

Vậy hình thoi có cạnh bằng $\dfrac{24}{7}$.

Cách 2:

Theo định lí Ta-lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{MK}{AB} + \dfrac{MK}{CD} = \dfrac{CK}{AC} + \dfrac{AK}{AC}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6} + \dfrac{MK}{8} = \dfrac{AK + KC}{AC} \Rightarrow \dfrac{7MK}{24} = \dfrac{AC}{AC} = 1 \Rightarrow MK = \dfrac{24}{7}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\dfrac{MA}{AD} = \dfrac{NC}{CB} = \dfrac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD. Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là:

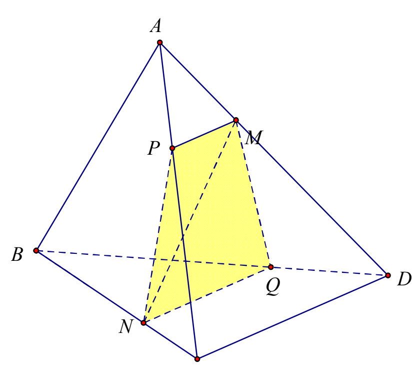
A. một tam giác.

B. một hình bình hành.

C. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ

D. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

Lời giải



Trong mặt phẳng (ACD),từ M kẻ $MP \,//\, CD$ $(P \in AC)$.

Trong mặt phẳng (BCD),từ M kẻ $NQ \,//\, CD$ $(Q \in BD)$.

Khi đó ta có $MPNQ$ là thiết diện của mặt phẳng (P) và tứ diện $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} MP // CD \\ MP = \frac{1}{3}CD \end{cases}$ (1); $\begin{cases} NQ // CD \\ NQ = \frac{2}{3}CD \end{cases}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} NQ // MP \\ MP = \frac{1}{2}NQ \end{cases}$.

Vậy $MPNQ$ là hình thang có đáy lớn bằng hai lần đáy nhỏ.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm G là trọng tâm tam giác BCD. Mặt phẳng (α) qua G, (α) song song với AB và CD. (α) cắt trung tuyến AM của tam giác ACD tại K. Chọn khẳng định đúng?

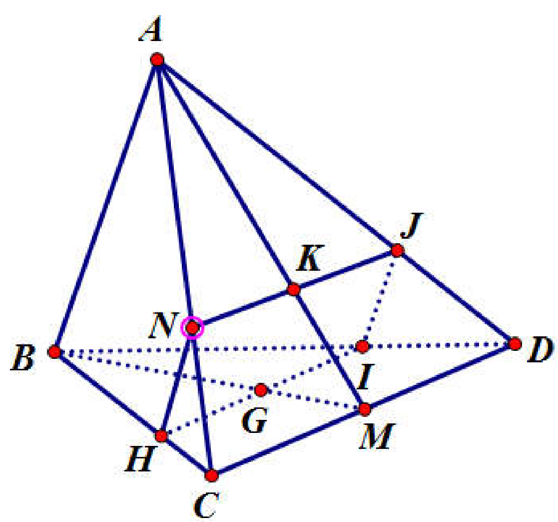
A. (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình tam giác.

B. $AK = \frac{2}{3}AM$.

C. $AK = \frac{1}{3}AM$.

D. Giao tuyến của (α) và (CBD) cắt CD.

Lời giải



Chọn B

Xác định thiết diện:

(α) qua G, song song với CD $\Rightarrow (\alpha) \cap (BCD) = HI$ (giao tuyến đi qua G và song song CD, $H \in BC, I \in CD$)

Tương tự ta được $(\alpha) \cap (ABD) = IJ (JI // AB)$

$(\alpha) \cap (ACD) = JN (JN // CD)$

$(\alpha) \cap (ABC) = HN$

Vậy (α) là $(HNJI)$

Vì G là trọng tâm tam giác BCD mà $IG // CD$ nên $\frac{BG}{BM} = \frac{BI}{BC} = \frac{2}{3}$

Mặt khác IJ song song AB nên $\frac{BI}{BC}=\frac{AJ}{AD}=\frac{2}{3}$

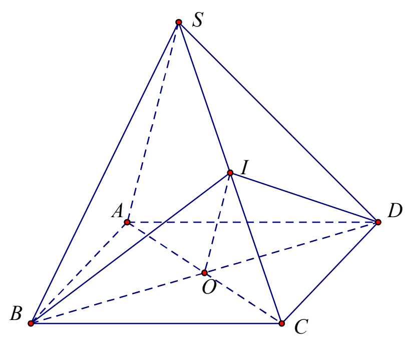
Lại có JK song song DM (vì $K\in AM, M\in CD$) nên $\frac{AK}{AM}=\frac{AJ}{AD}=\frac{2}{3}$. Vậy $AK=\frac{2}{3}AM$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA. Khi đó mặt phẳng (P) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình

A. Hình thang. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD $\Rightarrow$ I là trung điểm của AC và BD

$$\begin{cases}(P)//SA\\ BD\subset(P)\end{cases}\Rightarrow (P)\cap(SAC)=OI$$

Khi đó $OI//SA$ và I là trung điểm của SC

$(P)\cap(SBC)=BI$ và $(P)\cap(SCD)=ID$

Vậy thiết diện là tam giác BDI

Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB. Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Tam giác

Lời giải

Chọn B

Ta có $(IB'D')$ và $ABCD$ có I là một điểm chung.

$$\left.\begin{matrix}B'D'\subset(IBD)\\ BD\subset(ABCD)\\ B'D'//BD\end{matrix}\right\}\Rightarrow (IBD)\cap(ABCD)=IJ//BD\ (J\in AD)$$

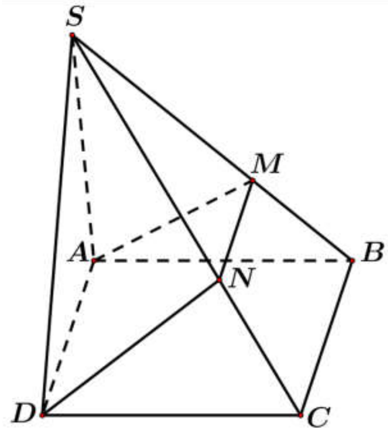
Thiết diện là hình thang $IJD'B'$.

Câu 46. Cho hìnhchóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB (M khác S và B). Mặtphẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Lờigiải

Chọn D



Ta có M là một điểm thuộc đoạn SB với M khác S và B.

Suy ra $\begin{cases} M \in (ADM) \cap (SBC) \\ AD \subset (ADM) \\ BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow (ADM) \cap (SBC) = Mx // BC // AD$.

Gọi $N = Mx \cap SC$ thì (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AMND$. Vì $MN // AD$ và MN với AD không bằng nhau nên tứ giác $AMND$ là hình thang.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (P) không cắt hình chóp.

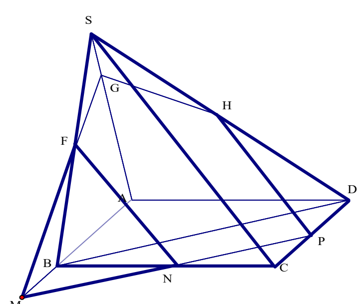
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Lời giải

Chọn D



+ Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD

$(P) \cap (ABCD) = Mx // BD, Mx \cap BC = N, Mx \cap CD = P.$

$(P) \cap (SBC) = Ny // SC, Ny \cap SB = F.$

$(P) \cap (SCD) = Pt // SC, Pt \cap SD = H.$

Trong $(SAB): MF \cap SA = G$.

+ $(P)\cap(ABCD)=NP.$

$(P)\cap(SCD)=PH.$

$(P)\cap(SAD)=HG.$

$(P)\cap(SAB)=GF.$

$(P)\cap(SBC)=FN.$

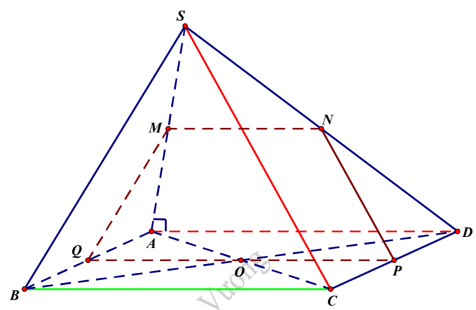
Vậy (P) cắt hình chóp theo thiết diện là ngũ giác $NPHGF$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SA.Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với SC và AD. Thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình thang. **B.** Hình thang cân. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình bình hành.

Lời giải

Chọn A



$\begin{cases} M\in(\alpha)\cap(SAD) \\ (\alpha)//AD; AD\subset(SAD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(SAD)=MN//AD(N\in SD)\quad (1).$

$\begin{cases} N\in(\alpha)\cap(SCD) \\ (\alpha)//SC; SC\subset(SCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(SCD)=NP//SC(P\in CD).$

$\begin{cases} P\in(\alpha)\cap(ABCD) \\ (\alpha)//AD; AD\subset(ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(ABCD)=PQ//AD(Q\in AB)\ (2).$

$(\alpha)\cap(SAB)=MQ$

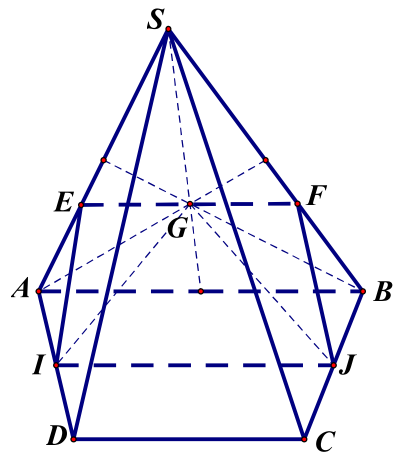
Từ $(1)\ (2)$ suy ra $MN//PQ//AD \Rightarrow$ thiết diện $MNPQ$ là hình thang.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD,BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sao đây đúng?

A. $AB=3CD$. **B.** $AB=\frac{1}{3}CD$. **C.** $AB=\frac{3}{2}CD$. **D.** $AB=\frac{2}{3}CD$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết suy ra $IJ // AB // CD$, $IJ = \dfrac{AB + CD}{2}$.

Xét 2 mặt phẳng $(IJG),(SAB)$ có G là điểm chung $\Rightarrow$ giao tuyến của chúng là đường thẳng EF đi qua G, $EF // AB // CD // IJ$ với $E \in SA$, $F \in SB$.

Nối các đoạn thẳng EI, FJ ta được thiết diện là tứ giác $EFJI$, là hình thang vì $EF // IJ$.

Vì G là trọng tâm của tam giác SAB và $EF // AB$ nên theo định lí Ta – lét ta có: $EF = \dfrac{2}{3}AB$

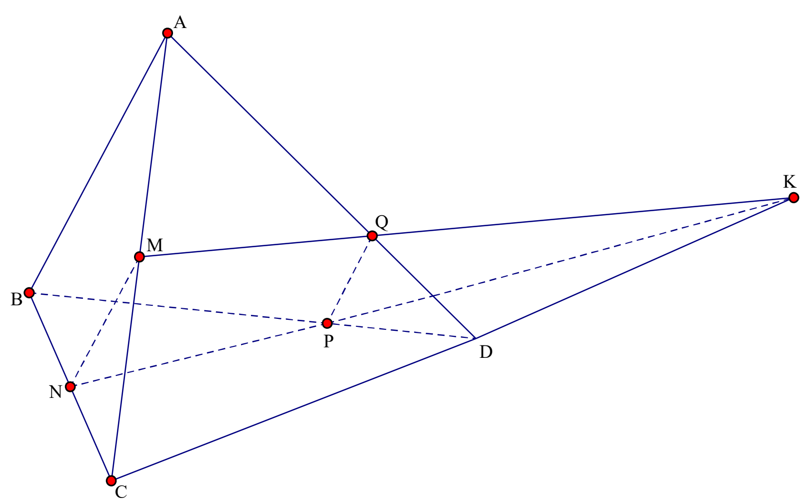
Nên để thiết diện là hình bình hành ta cần: $EF = IJ \Leftrightarrow \dfrac{AB + CD}{2} = \dfrac{2AB}{3} \Leftrightarrow AB = 3CD$

Câu 50. Cho hình tứ diện ABCD có tất cả các cạnh bằng $6a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $CA, CB; P$ là điểm trên cạnh BD sao cho $BP = 2PD$. Diện tích S thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi (MNP) là:

A. $\dfrac{5a^2\sqrt{457}}{2}$. **B.** $\dfrac{5a^2\sqrt{457}}{12}$. **C.** $\dfrac{5a^2\sqrt{51}}{2}$. **D.** $\dfrac{5a^2\sqrt{51}}{4}$.

Lời giải.

Chọn B



Ta có $AB // MN$ (Vì MN là đường trung bình của ΔABC),

$AB \not\subset (MNP), MN \subset (MNP) \Rightarrow AB // (MNP)$.

Lại có $AB \subset (ABD)$, do đó $(MNP)\cap(ABD) = PQ\,(Q\in AD)$ sao cho: $PQ\,//\,AB\,//\,MN$

$(MNP)\cap(ABC) = MN, (MNP)\cap(BCD) = NP, (MNP)\cap(ACD) = MQ$.

Vậy thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi (MNP) là hình thang $MNPQ$ (vì $MN\,//\,PQ$)

Mặt khác các tam giác ACD, BCD đều và bằng nhau nên $MQ = NP \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.

$MN = \frac{1}{2}AB = 3a; PQ = \frac{1}{3}AB = 2a$. Ta có $\frac{PQ}{MN} = \frac{2}{3}, PQ\,//\,MN \Rightarrow \frac{KP}{KN} = \frac{2}{3}$ mà N là trung điểm của $CB \Rightarrow P$ là trọng tâm tam giác $BCK \Rightarrow D$ là trung điểm của $CK \Rightarrow CK = 12a$.

$NP = \frac{1}{3}\sqrt{CK^2 + CN^2 - 2CK.CN.\cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{117}}{3}$.

Chiều cao của hình thang $MNPQ$ là $h = \sqrt{NP^2 - \left(\frac{MN - PQ}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{457}}{6}$.

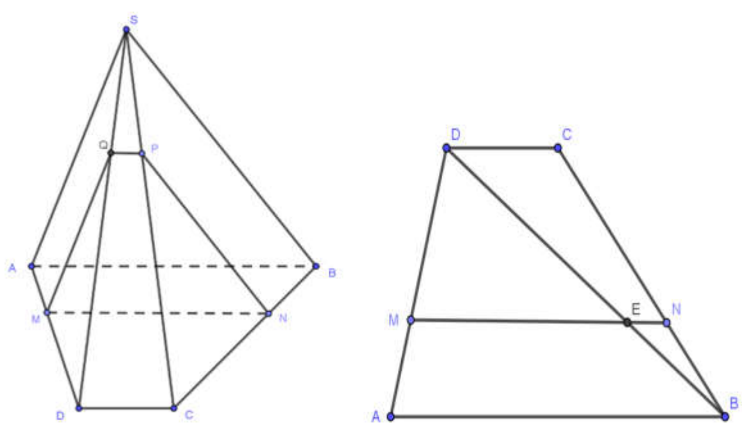
$S_{TD} = \frac{MN + PQ}{2}.h = \frac{5a^2\sqrt{457}}{12}$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB\,//\,CD)$, cạnh $AB = 3a$, $AD = CD = a$. Tam giác SAB cân tại $S, SA = 2a$. Mặt phẳng (P) song song với SA, AB cắt các cạnh AD, BC, SC, SD theo thứ tự tại M, N, P, Q. Đặt $AM = x\,(0 < x < a)$. Gọi x là giá trị để tứ giác $MNPQ$ ngoại tiếp được đường tròn, bán kính đường tròn đó là

A. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{6}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn B



$(P)\,//\,SA \Rightarrow MQ\,//\,SA$; $(P)\,//\,AB \Rightarrow MN\,//\,AB$;

$(P)\,//\,AB \Rightarrow (P)\,//\,CD \Rightarrow PQ\,//\,CD \Rightarrow PQ\,//\,MN$

Tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

$(P)\,//\,SA; (P)\,//\,AB \Rightarrow (P)\,//\,(SAB) \Rightarrow PN\,//\,SB \Rightarrow \frac{PN}{SB} = \frac{CN}{CB}$.

$MQ\,//\,SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA}$.

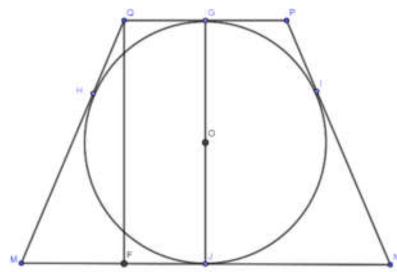
$MN // AB \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{CN}{CB} \Rightarrow \frac{PN}{SB} = \frac{QM}{SA} \Rightarrow PN = QM \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.

$MQ // SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow MQ = 2(a-x)$

$PQ // CD \Rightarrow \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{x}{a} \Rightarrow PQ = x$

Gọi $E = MN \cap BD \Rightarrow \frac{ME}{AB} = \frac{DM}{DA} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow ME = 3(a-x); \frac{EN}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{x}{a} \Rightarrow EN = x$

$\Rightarrow MN = ME + EN = 3a - 2x$.



Hình thang cân $MNPQ$ có đường tròn nội tiếp $\Rightarrow MN + PQ = MQ + NP$ (Tính chất tiếp tuyến)$\Rightarrow 3a - 2x + x = 4(a-x) \Rightarrow x = \frac{a}{3}$

$MN = \frac{7a}{3}; PQ = \frac{a}{3}; QM = \frac{4a}{3} \Rightarrow MF = \frac{1}{2}MN - \frac{1}{2}PQ = a$

$\Rightarrow QF = \sqrt{MQ^2 - MF^2} = \sqrt{\frac{16a^2}{9} - a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$

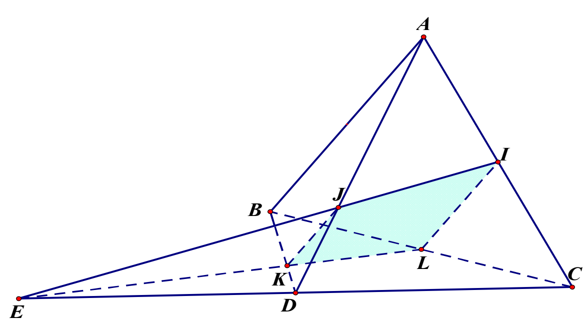
Vậy bán kính đường tròn nội tiếp hình thang $MNPQ$ là $R = \frac{1}{2}QF = \frac{a\sqrt{7}}{6}$

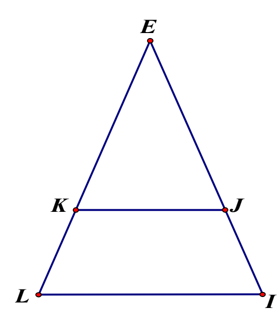
Câu 52. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a, I là trung điểm của AC, J là một điểm trên cạnh AD sao cho $AJ = 2JD$. (P) là mặt phẳng chứa IJ và song song với AB. Tính diện tích thiết diện khi cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P).

A. $\frac{3a^2\sqrt{51}}{144}$. **B.** $\frac{3a^2\sqrt{31}}{144}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{31}}{144}$. **D.** $\frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

Lời giải

Chọn C





Gọi $K = (P) \cap BD$, $L = (P) \cap BC$, $E = (P) \cap CD$.

Vì $(P)//AB$ nên $IL//AB$, $JK//AB$. Do đó thiết diện là hình thang $IJKL$ và L là trung điểm cạnh BC, nên ta có $\frac{KD}{KB}=\frac{JD}{JA}=\frac{1}{2}$.

Xét tam giác ACD có I, J, E thẳng hàng. Áp dụng định lí Mê-nê-la-uýt ta có:

$\frac{ED}{EC}.\frac{IC}{IA}.\frac{JA}{JD}=1\Rightarrow\frac{ED}{EC}=\frac{1}{2}\Rightarrow D$ là trung điểm EC.

Dễ thấy hai tam giác ECI và ECL bằng nhau theo trường hợp c-g-c.

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ICE ta có:

$EI^2=EC^2+IC^2-2EC.IC.\cos 60^\circ=\frac{13a^2}{4}\Rightarrow EL=EI=\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Áp dụng công thức Hê-rông cho tam giác ELI ta có: $S_{ELI}=\sqrt{p(p-x)^2(p-y)}=\frac{\sqrt{51}}{16}a^2$

Với $p=\frac{EI+EL+IL}{2}=\frac{2\sqrt{13}+1}{4}a$, $x=EI=EL=\frac{\sqrt{13}}{2}a$, $y=IL=\frac{a}{2}$.

Hai tam giác ELI và tam giác EKJ đồng dạng với nhau theo tỉ số $k=\frac{2}{3}$ nên

Do đó: $S_{IJKL}=S_{ELI}-S_{EKJ}=S_{ELI}-\left(\frac{2}{3}\right)^2S_{ELI}=\frac{5\sqrt{51}}{144}a^2$.