

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

| | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -3 | 0 | 3 | $+\infty$ |
| y' | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|----|--|------|-----|
| a) | Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$. | | ✓ |
| b) | Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$. | ✓ | |
| c) | Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. | | ✓ |
| d) | Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$. | | ✓ |

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ (tham số m). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|----|--|------|-----|
| a) | Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ | | ✓ |
| b) | Với $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên $(a; +\infty)$, khi đó a là một nghiệm của phương trình $3x^2 + 6x = 0$ | ✓ | |
| c) | Để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ thì giá trị lớn nhất của m bằng 3 | | ✓ |
| d) | Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi $m \leq b$, khi đó thể tích khối lập phương có cạnh bằng $ b $ là 9 | | |

$$a, \quad x^3 + 3x^2 + 1 \\ y' = 3x^2 + 6x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$b, \quad \text{Bảng xét dấu}$$

| | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | $+\infty$ |
| y' | $+$ | $-$ | $+$ | |

$$a = 0$$

$$c, \quad y' = 3x^2 + 6x - m \geq 0 \quad | \quad (-2, 0)$$

$$\rightarrow 3x^2 + 6x \geq m \quad | \quad (-2, 0)$$

$$m \leq 3x^2 + 6x \rightarrow m \leq \min h(x) \quad | \quad (-2, 0) \rightarrow m \leq -3 \rightarrow b = -3 \rightarrow |b| = 3 \rightarrow V = (|b|)^3 = 3^3 = 27.$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Xác định số điểm cực trị của hàm số đã cho

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2-3)(x^4-9)}{(x-2)(x^2-3)(x^2-3)(x+3)}$. Xác định số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

$$10. \quad f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \rightarrow \text{có 3 cực trị}$$

$$\text{NX: } x^2 + 3 \quad | \quad x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 + 3 > 0$$

$$11, \quad f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \text{ (loại)} \\ x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ x^4 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \text{không có nghiệm} \rightarrow \text{có 1 cực trị}$$

$$\begin{aligned} & \rightarrow x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow x = \sqrt{3} \\ & \rightarrow (x^2 - 3)(x^2 + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = 0 \\ x^2 + 3 = 0 \end{cases} \quad (\forall \mathbb{N}^0) \quad \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^2 = 0 \rightarrow x \cdot x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad (2) \\ & \text{Vậy } \mathbb{N}^0 \setminus \{2, \sqrt{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{3}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & f'(x) = x^2(x-2)(x+1) \rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ (x-2)^3 = 0 \\ (x+1)^2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \quad (2) \\ & \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \quad (3) \end{aligned}$$

Câu 19. (Sở Bình Phước 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$$f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là}$$

A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

Câu 20. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$$f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là}$$

A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 21. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và

$$f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3). \text{ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:}$$

A. 3 B. 1 C. 0 D. 2

$$\begin{aligned} & f'(x) = x(x^2 - 3x)(x^2 - 9)(x+3)^2(x-1)^3(x^2 - 1) = 0 \\ & \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0' \\ x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0' \\ x = 3' \end{cases} \\ x^2 - 9 = 0 \rightarrow (x-3)(x+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3' \\ x = -3' \end{cases} \\ (x+3)^2 = 0 \rightarrow x = -3' \\ (x-1)^3 = 0 \rightarrow x = 1' \\ x^2 - 1 = 0 \rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1' \\ x = -1' \end{cases} \end{cases} \\ & \rightarrow \begin{cases} x = 1' \\ x = -1' \\ x = 1' \end{cases} \end{aligned}$$

\rightarrow Có 2 cực trị $\begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$

$$f'(x) = (x^2 - 4)(x-2)^3(x^2 + x - 2)(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 9). \quad x = -3$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0 \rightarrow (x-2)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow (x-2)^3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\rightarrow (x^2 - 1) = 0 \rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= -2 (2) \\ x &= 2 (4) \\ x &= 1 (2) \\ x &= -1 (2) \\ x &= 3 (2) \\ x &= -3 (1) \end{aligned}$$

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

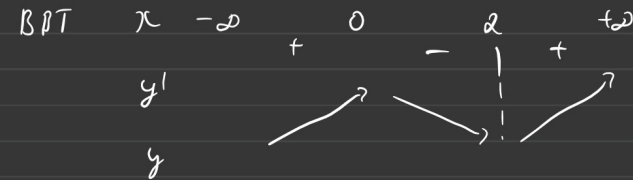
Câu 13. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương 2019) Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

$$12) \quad y = x^3 - 3x^2 + mx + 1 \rightarrow y' = 3x^2 - 6x + m$$

y đạt CT tại $x = 2 \rightarrow x = 2$ là cực trị $\rightarrow x = 2$ là N° của đạo hàm.

$$\rightarrow y'(2) = 0 \rightarrow 12 - 12 + m = 0 \rightarrow m = 0$$

Thay $m = 0$ vào y' : $y' = 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$



$$\rightarrow m = 0 \text{ (t/m)}$$

$$13) \quad y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$$

$$\rightarrow y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$$

$$y'(3) = 0 \rightarrow 9 - 6m + m^2 - 4 = 0 \rightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = 1 \end{cases}$$

TH1: $m = 5 \rightarrow y' = x^2 - 10x + 21 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \end{cases} \rightarrow m = 5 \text{ (t/m)}$

TH2: $m = 1 \rightarrow y' = x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \rightarrow m = 1 \text{ (t)}$

Câu 32. (Chuyên Hạ Long 2019) Tìm m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

- A. không tồn tại m . B. $m = \pm 1$. **C. $m = 1$.** D. $m \in \{1; 2\}$.

Câu 33. (Chuyên QH Huế - Lần 2 - 2019) Xác định tham số m sao cho hàm số $y = x + m\sqrt{x}$ đạt cực trị tại $x = 1$.

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -6$. D. $m = 6$.

33, $\forall k \neq 0: x > 0$

$$y' = 1 + m \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow y'(1) = 0 \rightarrow 1 + \frac{1}{2} \cdot m = 0 \rightarrow m = -2$$

TL: $m = -2$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \\ (m\sqrt{x})' = m \cdot (\sqrt{x})' = m \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \cdot \quad (\sqrt{x})' = (x^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$$

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

Câu 19. (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc- 2018) Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A , B . Viết phương trình đường thẳng AB

$$1 - 3 + 1 = -1$$

PTTĐ của pt đth: $y = ax + b$.

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow y(1) = -1 \rightarrow A(1, -1) \\ x = -1 \rightarrow y(-1) = 3 \rightarrow B(-1, 3) \end{cases}$$

$$\text{Vì } A, B \in \text{đth } y \rightarrow \begin{cases} -1 = a \cdot 1 + b \\ 3 = a \cdot (-1) + b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \rightarrow y = -2x + 1$$

Câu 43. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB .

- A. $P(1; 0)$. B. $M(0; -1)$. **C. $N(1; -10)$.** D. $Q(-1; 10)$.