

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG (PHẦN 1)

♦ LÝ THUYẾT

1. Vectơ pháp tuyến – Cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

- Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là VTPT của (α) nếu giá của \vec{n} vuông góc với (α) .
- Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} không cùng phương là cặp VTCP của (α) nếu các giá của chúng song song hoặc nằm trên (α) .

★ **Chú ý:** - Nếu \vec{n} là một VTPT của (α) thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là VTPT của (α) .
 - Nếu \vec{a}, \vec{b} là một cặp VTCP của (α) thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là một VTPT của (α) .

2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 > 0$$

- Nếu (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ thì $\vec{n} = (A; B; C)$ là một VTPT của (α)
- Phương trình mặt phẳng đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có một VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

★ **Chú ý:** Nếu trong phương trình của (α) không chứa ẩn nào thì (α) song song hoặc chứa trục trùng với mặt phẳng đó

3. Các trường hợp riêng

- Phương trình mặt phẳng tọa độ cần nhớ
 - + Mặt phẳng (Oxy) : $z = 0$
 - + Mặt phẳng (Oxz) : $y = 0$
 - + Mặt phẳng (Oyz) : $x = 0$
- Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (α) cắt trục tọa độ lần lượt tại các điểm $(a; 0; 0)$, $(0; b; 0)$, $(0; 0; c)$

4. Góc giữa hai mặt phẳng

- Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) có VTPT $\vec{n}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{n}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là

$$\cos((P), (Q)) = \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \text{ với } 0 \leq \alpha \leq 90^\circ$$

◆ BÀI TẬP MINH HỌA

XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ TRONG MẶT PHẪNG

Câu 1: (ĐỀ MINH HỌA 2023) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$ B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$ C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$ D. $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$ B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$ C. $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$ D. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$ B. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$

Câu 4: (MĐ102 - BGD&ĐT - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$.

Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; -1; -3)$. C. $\vec{n}_4 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (-2; 1; -3)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): 2x - 6y - 8z + 1 = 0$.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ:

A. $(-1; -3; 4)$ B. $(1; 3; 4)$ C. $(1; -3; -4)$ D. $(1; -3; 4)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$ B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$ C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $x = 0$ B. $z = 0$ C. $x + y + z = 0$ D. $y = 0$

Câu 8: (MĐ101 - BGD&ĐT - 2021): Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$ C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$ D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $P(0;0;-5)$ B. $M(1;1;6)$ C. $Q(2;-1;5)$ D. $N(-5;0;0)$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) ?

- A. $Q(3;3;0)$ B. $N(2;2;2)$ C. $P(1;2;3)$ D. $M(1;-1;1)$

Câu 12: (ĐỀ MINH HỌA 2023) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 3 = 0$ và $(Q): x - z - 2 = 0$.

Tính góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q): x - y - 6 = 0$.

Số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng bằng:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°



1.C	2.A	3.A	4.D	5.C	6.A	7.D	8.B	9.D	10.B
11.D	12.D	13.A	14.B						

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

1. LÝ THUYẾT

Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

$$\bullet (\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}.$$

$$\bullet (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}.$$

$$\bullet (\alpha) \cap (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \text{ hoặc } \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}.$$

$$\bullet (\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 14 = 0$ và

$(Q): -x - 2y - 2z - 16 = 0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là:

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhưng không vuông góc. D. Vuông góc

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z + 20 = 0$ và

$(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là:

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhưng không vuông góc. D. Vuông góc.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $2x - y - z - 2 = 0$. B. $x - y - z - 2 = 0$. C. $x + y + z - 2 = 0$. D. $2x + y + z - 2 = 0$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$ và

$(Q): (2m - 1)x + m(1 - 2m)y + (2m - 4)z + 14 = 0$. Để (P) và (Q) vuông góc với nhau thì ?

A. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$

B. $m = -1$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$

C. $m = 2$

D. $m = \frac{3}{2}$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + nz - 3 = 0$ và

$(\beta): 2x + my + 2z + 6 = 0$. Với giá trị nào sau đây của m, n thì (α) song song với (β) ?

A. $m = -2$ và $n = 1$ B. $m = 1$ và $n = -2$ C. $m = -\frac{1}{2}$ và $n = 1$ D. $m = 1$ và $n = -\frac{1}{2}$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + my + 3z + 2 = 0$ và mặt phẳng

$(Q): nx + y + z + 7 = 0$ song song với nhau khi.

A. $m = 3; n = \frac{1}{2}$.

B. $m = 3; n = \frac{1}{3}$.

C. $m = 2; n = \frac{1}{3}$.

D. $m = n = 1$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - my + 2z + 2 = 0$ và $(Q): 2x - 8y + mz + m = 0$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để (P) trùng (Q)

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - my + 3z - 6 + m = 0$ và

$(\beta): (m+3)x - 2y + (5m+1)z - 10 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó cắt nhau?

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m \neq 1$.

D. $m \neq \frac{1}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.A	5.A	6.B	7.A	8.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

