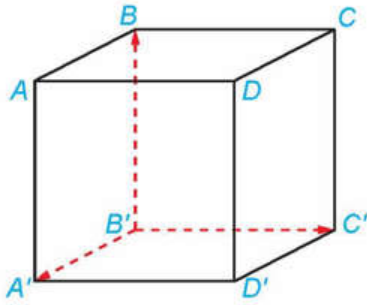
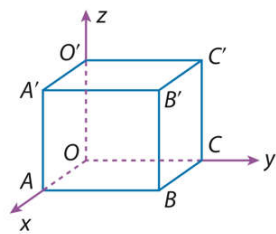


DẠNG 1. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh B' và các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ không? Giải thích vì sao.



Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $OABC \cdot O'A'B'C'$. Hệ tọa độ $Oxyz$ được chọn sao cho các tia Ox, Oy, Oz lần lượt chứa các điểm A, C, O' (Hình).

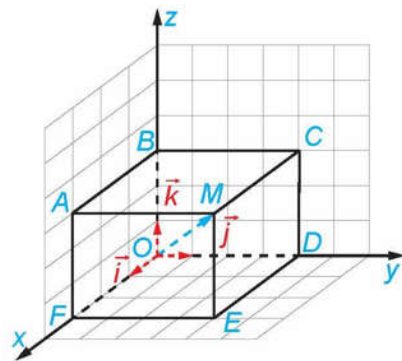


- Mặt bên $OCC'O'$ nằm trong mặt phẳng tọa độ nào?
- Ox có vuông góc với mặt bên $OCC'O'$ không?
- Mặt bên $OAA'O'$ có vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) không?

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $OABC \cdot O'A'B'C'$ có cạnh $OA = 4, OC = 6, OO' = 3$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz . Xác định tọa độ các điểm A, B, B' .

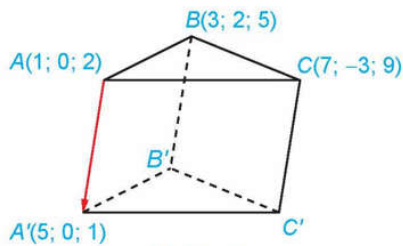
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc O , các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB = 8, AD = 6, AA' = 4$. Tìm tọa độ các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}$ và \overrightarrow{AM} với M là trung điểm của cạnh $C'D'$.

Câu 5. Hình minh họa một hệ tọa độ $Oxyz$ trong không gian cùng với các hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm tọa độ của điểm M .



Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OBCD \cdot O'B'C'D'$ có $B(2; 0; 0), D(0; 1; 0), O'(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có $A(1; 0; 2), B(3; 2; 5), C(7; -3; 9)$ và $A'(5; 0; 1)$.



a) Tìm tọa độ của $\overrightarrow{AA'}$.

b) Tìm tọa độ của các điểm B', C' .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(2; -1; 4), B(3; 5; -1), C(-1; 1; 2)$.

a) Tìm tọa độ của \overrightarrow{AB} .

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3), B(2; 3; -4), C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3), C(7; 4; -2)$. Tìm điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

DẠNG 2. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTOR

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{3}{4}\vec{k}$ và vector $\vec{v} = \left(3; -\frac{5}{4}; 2\right)$.

a) Tìm tọa độ của \vec{u} .

b) Biểu diễn \vec{v} theo các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

c) Tìm tọa độ của $\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$.

Câu 13. Cho $\vec{a} = (2; -1; 5), \vec{b} = (0; 3; -3), \vec{c} = (1; 4; -2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{d} = 2\vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b} + 3\vec{c}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và $\vec{b} = (-2; 3; -2)$.

a) Tìm $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

b) Tìm (\vec{a}, \vec{b}) .

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 4; 2)$ và $\vec{b} = (-4; 1; 0)$.

a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và cho biết hai vector \vec{a} và \vec{b} có vuông góc với nhau hay không.

b) Tính độ dài của vector \vec{a} .

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 5)$ và $\vec{b} = (2; 2; 1)$. Tìm tọa độ của mỗi vector sau:

a) $\vec{a} - \vec{b}$;

b) $3\vec{a} + 2\vec{b}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{p} = (3; -2; 1), \vec{q} = (6; -4; 2), \vec{r} = (2; 1; -3)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$.

b) Tìm hai vector cùng phương trong các vector đã cho.

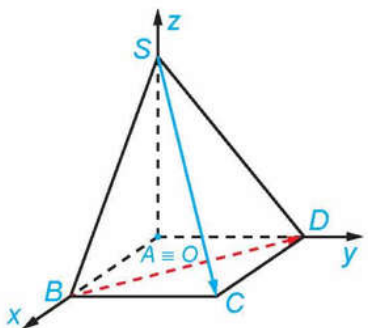
Câu 18. Cho ba vector $\vec{a} = (3; 0; 1), \vec{b} = (1; -1; -2), \vec{c} = (2; 1; -1)$.

a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{b} \cdot \vec{c}$.

b) Tính $|\vec{a}|, |\vec{b}|, \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

c) Cho $\vec{d} = (1; 7; -3)$. Chứng minh $\vec{d} \perp \vec{a}$.

Câu 19. Cho ba điểm $A(2; 0; 2), B(1; 2; 3), C(2; 1; 2)$.

- a) Tìm tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$.
 b) Tính các độ dài AB, BC, CA .
- Câu 20.** Cho tam giác ABC có $A(1; -1; 1), B(0; 1; 2), C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ:
 a) Trung điểm M của AB ;
 b) Trọng tâm G của tam giác ABC .
- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(3; 2; 1)$ và $C(2; -1; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB và tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(3; 7; 2), N(5; 1; -1)$ và $P(4; -4; -2)$. Tìm tọa độ:
 a) Trung điểm I của đoạn thẳng MN ;
 b) Trọng tâm G của tam giác MNP .
- Câu 23.** Cho tam giác ABC có $A(7; 3; 3), B(1; 2; 4), C(2; 3; 5)$.
 a) Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .
 b) Tìm độ dài cạnh AB và AC .
 c) Tính góc A .
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; -2), B(2; -1; 3), C(1; 3; -2), D(5; -1; 8)$.
 a) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không?
 b) Chứng minh rằng hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.
- Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 3; -2), B(3; 2; -4), C(2; 1; 0), D(3; 5; -1)$.
 a) Chứng minh rằng $AB \perp CD$.
 b) Chứng minh rằng BCD là tam giác đều.
 c) Tính số đo của \widehat{AMD} với M là trung điểm của BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- Câu 26.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Giả sử $SA = 2, AB = 3, AD = 4$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS .
- 
- a) Xác định tọa độ của các điểm S, A, B, C, D .
 b) Tính BD và SC .
 c) Tính $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC})$.
- Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0), B(3; 0; 0), D(0; 3; 0), D'(0; 3; -3)$. Tìm tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$
- Câu 28.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC
- Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$
- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2), \vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa \vec{u}, \vec{v} bằng 45° .
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m} = (4; 3; 1)$, $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi \vec{p} là vectơ cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ (tích có hướng của hai vectơ \vec{m} và \vec{n}). Biết $|\vec{p}| = 15$, tìm tọa độ vectơ \vec{p} .

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m} = (4; 3; 1)$ và $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi \vec{p} là vectơ cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ và $|\vec{p}| = 15$. Tìm tọa độ của vectơ \vec{p} .

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 2; 1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .

Câu 35. Cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$.

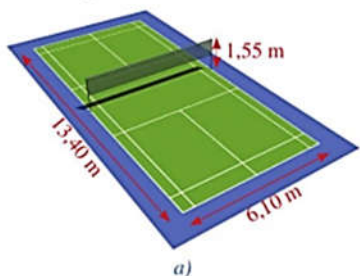
- Chứng minh: A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC
- Tính độ dài đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .
- Tính các góc của tam giác ABC .

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$

- Chứng minh rằng A, B, C, D là 4 đỉnh của một khối tứ diện.
- Tính thể tích của khối tứ diện
- Tính độ dài đường cao hạ từ A của khối tứ diện $ABCD$

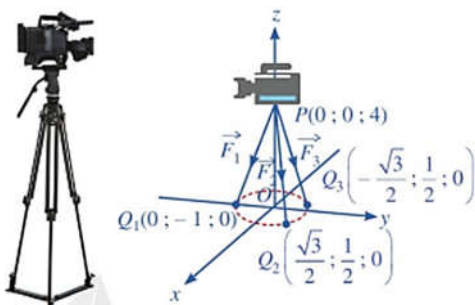
DẠNG 3. ỨNG DỤNG THỰC TẾ

Câu 37. Hình a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như ở Hình b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vectơ \vec{AB} .



Câu 38. Một chiếc máy quay phim ở đài truyền hình được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $P(0; 0; 4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $Q_1(0; -1; 0)$,

$Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$, $Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ (Hình). Biết rằng trọng lượng của máy quay là $360N$.



Làm thế nào để tìm được tọa độ của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tác dụng lên giá đỡ?

Câu 39. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0)$, $B(0; 20; 0)$, $C(-20; 0; 0)$, $D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $40N$ và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như Hình. Tìm tọa độ của các lực nói trên (mỗi centimet biểu diễn $1N$).