

**PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)****1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$  với  $x \in \mathbb{R}$ . Đạo hàm  $y''$  của hàm số là

A.  $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$ .

B.  $y'' = 5x^4 - 12x^3$ .

C.  $y'' = 20x^2 - 36x^3$ .

D.  $y'' = 20x^3 - 36x^2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y = x^5 - 3x^4 + x + 1 \Rightarrow y' = 5x^4 - 12x^3 + 1 \Rightarrow y'' = 20x^3 - 36x^2$ .

**Câu 2.** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = -3 \cos x$  tại điểm  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

A.  $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$ .

B.  $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$ .

C.  $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

D.  $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$y = -3 \cos x \Rightarrow y' = 3 \sin x; y'' = 3 \cos x$ .

$y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x) = (3x - 7)^5$ . Tính  $f''(2)$ .

A.  $f''(2) = 0$ .

B.  $f''(2) = 20$ .

C.  $f''(2) = -180$ .

D.  $f''(2) = 30$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$f(x) = (3x - 7)^5$

$f'(x) = 15(3x - 7)^4$ .

$f''(x) = 180(3x - 7)^3$ .

Vậy  $f''(2) = -180$ .

**Câu 4.** Cho  $y = \sqrt{2x - x^2}$ , tính giá trị biểu thức  $A = y^3 \cdot y''$ .

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. Đáp án khác.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}, y'' = \frac{-1}{(\sqrt{2x-x^2})^3}$

Do đó:  $A = y^3 \cdot y'' = -1$ .

**Câu 5.** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \frac{3x+1}{x+2}$  là

A.  $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$

B.  $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$

C.  $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$

D.  $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } y = 3 - \frac{5}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{5}{(x+2)^2}; y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$$

**Câu 6.** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \cos^2 x$  là

- A.  $y'' = -2 \cos 2x$ .      B.  $y'' = -2 \sin 2x$ .      C.  $y'' = 2 \cos 2x$ .      D.  $y'' = 2 \sin 2x$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y' = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -\sin 2x \Rightarrow y'' = -2 \cos 2x.$$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ . Phương trình  $y'' = 0$  có nghiệm.

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = 4$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ  $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x + 1, y'' = 6x - 6 \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \sin^2 x$ . Khi đó  $y''(x)$  bằng

- A.  $y'' = \frac{1}{2} \cos 2x$ .      B.  $P = 2 \sin 2x$ .  
C.  $y'' = 2 \cos 2x$ .      D.  $y'' = 2 \cos x$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y = \sin^2 x \Rightarrow y' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x \Rightarrow y'' = 2 \cos 2x$$

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{x}$ . Đạo hàm cấp hai của hàm số là

- A.  $y^{(2)} = \frac{2}{x^3}$ .      B.  $y^{(2)} = \frac{-2}{x^2}$ .      C.  $y^{(2)} = \frac{-2}{x^3}$ .      D.  $y^{(2)} = \frac{2}{x^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{x^2} \text{ nên } y^{(2)} = -\frac{(x^2)'}{x^4} = -\frac{2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3}.$$

**Câu 10.** Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \frac{2}{1+x}$ .

- A.  $y'' = \frac{4}{(1+x)^3}$ .      B.  $y'' = -\frac{4}{(1+x)^3}$ .      C.  $y'' = -\frac{2}{(1+x)^3}$ .      D.  $y'' = \frac{2}{(1+x)^3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } y' = \frac{-2}{(1+x)^2} \Rightarrow y'' = \frac{2 \cdot 2(1+x)}{(1+x)^4} = \frac{4}{(1+x)^3}.$$

**Câu 11.** Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \frac{2}{x-1}$ .

- A.**  $y'' = -\frac{2}{(x-1)^3}$ .      **B.**  $y'' = -\frac{4}{(x-1)^3}$ .      **C.**  $y'' = \frac{2}{(x-1)^3}$ .      **D.**  $y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y &= \frac{2}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2} \\ \Rightarrow y'' &= \left( \frac{-2}{(x-1)^2} \right)' = \frac{4(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{4}{(x-1)^3}. \end{aligned}$$

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ . Tính  $f'''(-1)$ .

- A.**  $f'''(-1) = -\frac{8}{27}$ .      **B.**  $f'''(-1) = \frac{2}{9}$ .      **C.**  $f'''(-1) = \frac{8}{27}$ .      **D.**  $f'''(-1) = -\frac{4}{27}$ .

**Lời giải**

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{-2}{(2x-1)^2}, f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}. \text{ Khi đó } f'''(-1) = -\frac{8}{27}.$$

**Câu 13.** Hàm số  $y = \sin^2 x$  có đạo hàm cấp hai bằng?

- A.**  $y'' = 2 \sin 2x$ .      **B.**  $y'' = 2 \cos 2x$ .      **C.**  $y''' = \sin 2x$ .      **D.**  $y'' = \cos 2x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } y' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$y'' = 2 \cos 2x$$

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ , giá trị của  $f'''(1)$  bằng

- A.** 6.      **B.** 8.      **C.** 3.      **D.** 2.

**Lời giải**

$$f'(x) = 3x^2 + 2, f''(x) = 6x \Rightarrow f'''(1) = 6.$$

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ . Tính  $f'''(-1)$ .

- A.**  $-\frac{8}{27}$       **B.**  $\frac{2}{9}$       **C.**  $\frac{8}{27}$       **D.**  $-\frac{4}{27}$ .

**Lời giải**

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}.$$

$$f'(x) = \frac{-2}{(2x-1)^2}, f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}.$$

$$\text{Khi đó } f''(-1) = -\frac{8}{27}.$$

**Câu 16.** Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \tan x$ .

**A.**  $y'' = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$ .      **B.**  $y'' = -\frac{\sin x}{\cos^3 x}$ .      **C.**  $y'' = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$ .      **D.**  $y'' = -\frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Có:  $y = \tan x$ .

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\Rightarrow y'' = (y')' = \frac{-1 \cdot (\cos^2 x)'}{(\cos^2 x)^2} = -\frac{2 \cos x \cdot (\cos x)'}{\cos^4 x} = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}.$$

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ . Tính  $f''(1)$ .

**A.**  $-1$ .      **B.**  $-\frac{1}{4}$ .      **C.**  $\frac{1}{4}$ .      **D.**  $0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f(x) = \sqrt{2x-1} &\Rightarrow f'(x) = \frac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} \\ \Rightarrow f''(x) &= \frac{-(\sqrt{2x-1})'}{(2x-1)\sqrt{2x-1}} = \frac{-1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}} = \frac{-1}{\sqrt{(2x-1)^3}}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } f''(1) = -1.$$

**Câu 18.** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^4 + 3x^3 - 1$  là

**A.**  $4x^3 + 9x^2$ .      **B.**  $12x^2 + 18x$ .      **C.**  $x^3 + 3x^2$ .      **D.**  $x^2 + 3x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Ta có:  $y' = 4x^3 + 9x^2$ .

♦ Do đó:  $y'' = 12x^2 + 18x$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.**  $f'(0) = 0$ .      **B.**  $f'(1) = 0$ .      **C.**  $f''(0) = -4$ .      **D.**  $f''(1) = -4$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 3 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 4$$

$$f'(0) = 0; f'(1) = 0$$

$$f''(0) = -4; f''(1) = 8$$

Do đó mệnh đề sai là **D.**

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = \sin 2x$ . Hãy chọn hệ thức đúng.

- A.  $4y - y'' = 0$ .      B.  $y^2 + (y')^2 = 4$ .      C.  $4y + y'' = 0$ .      D.  $y = y' \tan 2x$ .

**Lời giải**

Ta có  $y = \sin 2x \Rightarrow y' = 2 \cos 2x \Rightarrow y'' = -4 \sin 2x$ .

Do đó  $4y + y'' = 4 \sin 2x + (-4 \sin 2x) = 0$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 2x$ , giá trị của  $f''(1)$  bằng

- A. 8.      B. 6.      C. 3.      D. 2.

**Lời giải**

$f'(x) = 3x^2 + 2$ ;  $f''(x) = 6x$ ;  $f''(1) = 6$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$  ( $x > 0$ ). Tính  $f''(1)$ .

- A.  $f''(1) = 4$ .      B.  $f''(1) = 2$ .      C.  $f''(1) = \frac{1}{2}$ .      D.  $f''(1) = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f''(x) = -\frac{1}{4x\sqrt{x}}$  nên  $f''(1) = -\frac{1}{4}$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2021$ . Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $y'' > 0$ .

- A.  $[1; +\infty)$ .      B.  $[0; 2]$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

+)Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x$ ,  $y'' = 6x - 6$  suy ra  $y'' > 0 \Leftrightarrow 6x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $y'' > 0$  là  $S = (1; +\infty)$ .

**Câu 24.** Đạo hàm cấp 2 của hàm số  $y = \sqrt{2x+5}$  là

- A.  $y'' = -\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$ .      B.  $y'' = \frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$ .  
C.  $y'' = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$ .      D.  $y'' = -\frac{1}{\sqrt{2x+5}}$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = (\sqrt{2x+5})' = \frac{2}{2\sqrt{2x+5}} = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$

$y'' = -\frac{(\sqrt{2x+5})'}{2x+5} = -\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+5}}}{2x+5} = -\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$ .

**Câu 25.** Cho  $f(x) = (x-2)^5$ . Tính  $f''(3)$ .

- A. -20.      B. 20.      C. 27.      D. -27.

**Lời giải**

Ta có:  $f'(x) = [(x-2)^5]' = 5(x-2)^4$ .

Và  $f''(x) = [f'(x)]' = [5(x-2)^4]' = 20(x-2)^3$ .

Vậy  $f''(3) = 20(3-2)^3 = 20$ . Chọn B

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ . Tính  $f''(1)$ .

- A. -1.                      B. -1.                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 0.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } f(x) = \sqrt{2x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x-1)'}{2\sqrt{2x-1}} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -\frac{(\sqrt{2x-1})'}{2x-1} = -\frac{1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}} = -\frac{1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$$

$$\text{Vậy } f''(1) = -1$$

**Câu 27.** Cho hàm số  $y = \cos^2 x$ . Khi đó  $y''\left(\frac{\pi}{3}\right)$  bằng:

- A. -2.                      B. 2.                      C. 1.                      D.  $-2\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

$$y' = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -\sin 2x$$

$$y'' = -2 \cos 2x \Rightarrow y''\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2 \cos 2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1.$$

**Câu 28.** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = \frac{1}{x}$

- A.  $y'' = -\frac{2}{x^3}$ .                      B.  $y'' = -\frac{1}{x^2}$ .                      C.  $y'' = \frac{1}{x^2}$ .                      D.  $y'' = \frac{2}{x^3}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } y' = -\frac{1}{x^2}, y'' = -\frac{(x^2)'}{x^4} = \frac{2}{x^3}.$$

**Câu 29.** Hàm số  $y = \tan x$  có đạo hàm cấp hai bằng:

- A.  $y'' = -\frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$ .                      B.  $y'' = -\frac{1}{\cos^2 x}$ .                      C.  $y'' = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$ .                      D.  $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y = \tan x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$y'' = -\frac{(\cos^2 x)'}{(\cos^2 x)^2} = -\frac{2 \cos x (-\sin x)}{\cos^4 x} = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}.$$

**Câu 30.** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2020$ .

- A.  $f''(x) = 2x + 6$ .                      B.  $f''(x) = x^2 + 6x$ .  
C.  $f''(x) = x^2 - 3x - 5$ .                      D.  $f''(x) = 2x + 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2020\right)' = x^2 + 6x. \text{ Vậy } f''(x) = 2x + 6.$$

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = \tan x$ . Tính  $y''\left(\frac{\pi}{4}\right)$  được kết quả bằng:

A.  $\sqrt{3}$

B. 3,5

C. 4

D.  $2\sqrt{3}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y' = (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

$$\Rightarrow y'' = (1 + \tan^2 x)' = 2 \tan x \cdot (\tan x)' = 2 \tan x \cdot (1 + \tan^2 x)$$

$$\Rightarrow y''\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \tan \frac{\pi}{4} \cdot \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right] = 2 \cdot 1 \cdot (1 + 1) = 4.$$

## 2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = \sqrt{1 + 3x - x^2}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$ .

B.  $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 1$ .

C.  $y \cdot y'' - (y')^2 = 1$ .

D.  $(y')^2 + y \cdot y'' = 1$ .

**Lời giải**

$$y = \sqrt{1 + 3x - x^2} \Rightarrow y^2 = 1 + 3x - x^2$$

$$\Rightarrow 2y \cdot y' = 3 - 2x \Rightarrow 2 \cdot (y')^2 + 2y \cdot y'' = -2 \Rightarrow (y')^2 + y \cdot y'' = -1$$

**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{x(2-2x)}$ . Tính  $f'''\left(\frac{1}{2}\right)$

A. 24.

B. 16.

C. 48.

D. 32.

**Lời giải**

$$f(x) = \frac{1}{x(2-2x)} = \frac{1}{-2x^2 + 2x}$$

$$f'(x) = \frac{4x-2}{(-2x^2+2x)^2}$$

$$f''(x) = \frac{4(-2x^2+2x)^2 - 2(-4x+2)(-2x^2+2x)(4x-2)}{(-2x^2+2x)^4}$$

$$= \frac{4(-2x^2+2x) + 2(16x^2-16x+4)}{(-2x^2+2x)^3}$$

$$= \frac{-8x^2+8x+32x^2-32x+8}{(-2x^2+2x)^3}$$

$$= \frac{24x^2-24x+8}{(-2x^2+2x)^3}$$

$$\text{Vậy } f'''\left(\frac{1}{2}\right) = 16.$$

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x$ . Đặt  $g(x) = \frac{4f(x)}{f''(x)}$ . Tính  $g\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

A.  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$ .

C.  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$ .

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = 2\cos 2x$  và  $f''(x) = -4\sin 2x$ .

Khi đó  $g(x) = \frac{4f(x)}{f''(x)} = \frac{4\sin 2x}{-4\sin 2x} = -1, \forall x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = \sin 2x$ . Hãy tìm khẳng định đúng.

- A.  $y^2 + (y')^2 = 4$ .      B.  $4y - y'' = 0$ .      C.  $4y + y'' = 0$ .      D.  $y = y' \tan 2x$ .

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = 2\cos 2x$  và  $y'' = -4\sin 2x$ .

$4y + y'' = 4\sin 2x - 4\sin 2x = 0$ .

**Câu 36.** Cho hàm  $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $x^2 y'' + xy' - 2y + 4 = 0$ .      B.  $x^2 y'' - xy' - 2xy = 0$ .  
C.  $2x^2 y' + xy'' + 2y - 5 = 0$ .      D.  $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$

$y' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) - \sin(\ln x) + \cos(\ln x) = 2\cos(\ln x)$

$y'' = -\frac{2}{x}\sin(\ln x)$

Từ đó kiểm tra thấy đáp án D đúng vì :

$x^2 y'' - xy' + 2y = y'' = -2x\sin(\ln x) - 2x\cos(\ln x) + 2x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = 0$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f(x) = e^{x-x^2}$ . Biết phương trình  $f''(x) = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Tính  $x_1 x_2$ .

- A.  $x_1 x_2 = -\frac{1}{4}$       B.  $x_1 x_2 = 1$       C.  $x_1 x_2 = \frac{3}{4}$       D.  $x_1 x_2 = 0$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $f'(x) = (1-2x)e^{x-x^2}$ .

$f''(x) = -2e^{x-x^2} + (1-2x)(1-2x)e^{x-x^2} = (-1-4x+4x^2)e^{x-x^2}$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow (-1-4x+4x^2)e^{x-x^2} = 0 \Leftrightarrow -1-4x+4x^2 = 0$  khi đó  $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{4}$ .

**Câu 38.** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s(t) = 2t^3 - 3t^2 + 4t$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $s$  được tính bằng mét. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm gia tốc bằng 0 là

- A.  $-2,5m/s$ .      B.  $4m/s$ .      C.  $2,5m/s$ .      D.  $8,5m/s$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$V(t) = s'(t) = 6t^2 - 6t + 4$ .



$$a(t) = V'(t) = 12t - 6.$$

$$a(t) = 0 \Rightarrow 12t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vận tốc cần tìm là } V\left(\frac{1}{2}\right) = 2,5 \text{ m/s}.$$

**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ . Bất phương trình  $f''(x) > 0$  có tập nghiệm là

- A.**  $(1; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; 0)$ .      **C.**  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 \Rightarrow f''(x) = 6x - 6$$

$$\text{Mà } f''(x) > 0 \text{ nên } 6x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $f''(x) > 0$  là  $(1; +\infty)$ .

**Câu 40.** Cho hàm số  $f(x) = (x+10)^6$ . Tính  $f''(2)$ .

- A.**  $f''(2) = 622080$ .      **B.**  $f''(2) = 1492992$ .      **C.**  $f''(2) = 124416$ .      **D.**  $f''(2) = 103680$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\diamond \text{ Ta có } f'(x) = 6(x+10)^5; f''(x) = 30(x+10)^4.$$

$$\text{Vậy, } f''(2) = 30.(2+10)^4 = 622080.$$

**Câu 41.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = 3\sin 2t + \cos 2t$  với  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và  $s$  (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Gia tốc tức thời tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{4}$  giây của chuyển động bằng

- A.**  $-16 \text{ m/s}^2$ .      **B.**  $-12 \text{ m/s}^2$ .      **C.**  $0 \text{ m/s}^2$ .      **D.**  $12 \text{ m/s}^2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\bullet v(t) = s'(t) = 6\cos 2t - 2\sin 2t;$$

$$\bullet a(t) = v'(t) = -12\sin 2t - 4\cos 2t.$$

$$\diamond \text{ Gia tốc tức thời tại thời điểm } t \text{ của chuyển động là: } a(t) = s''(t) = -12\sin 2t - 4\cos 2t.$$

$$\diamond \text{ Vậy } a\left(\frac{\pi}{4}\right) = -12\sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) - 4\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = -12 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

**Câu 42.** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$ . Trong đó  $t$  tính bằng giây (s) và  $S$  tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

- A.**  $0 \text{ m/s}^2$ .      **B.**  $6 \text{ m/s}^2$ .      **C.**  $24 \text{ m/s}^2$ .      **D.**  $12 \text{ m/s}^2$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } v(t) = S'(t) = 3t^2 + 6t - 9; a(t) = v'(t) = 6t + 6.$$

Tại thời điểm vận tốc triệt tiêu, suy ra  $3t^2 + 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3(l) \end{cases}$ .

Với  $t = 1 \Rightarrow a(1) = 12(m/s^2)$ .

**Câu 43.** Cho chuyển động xác định bởi phương trình  $S(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $S$  được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

- A.**  $-6m/s^2$ .      **B.**  $-12m/s^2$ .      **C.**  $6m/s^2$ .      **D.**  $12m/s^2$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 9 \Rightarrow a(t) = v'(t) = 6t - 6$$

$$\text{Khi vận tốc triệt tiêu ta có } v(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 > 0(tm) \\ t = -10 < 0(l) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó gia tốc là } a(3) = 6.3 - 6 = 12m/s^2.$$

**Câu 44.** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = f(x) = x \sin x - 3$  là biểu thức nào trong các biểu thức sau?

- A.**  $f''(x) = 2 \cos x - x \sin x$ .      **B.**  $f''(x) = -x \sin x$ .  
**C.**  $f''(x) = \sin x - x \cos x$ .      **D.**  $f''(x) = 1 + \cos x$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } y' = f'(x) = (x \sin x - 3)' = \sin x + x \cos x$$

$$\text{Vậy } y'' = f''(x) = (\sin x + x \cos x)' = 2 \cos x - x \sin x.$$

**Câu 45.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$ . Phương trình  $f'(x) + f''(x) = 0$  có nghiệm là:

- A.**  $x = 3$ .      **B.**  $x = -3$ .      **C.**  $x = -\frac{1}{2}$ .      **D.**  $x = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

$$\text{Có } f'(x) = \frac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow f''(x) = -\frac{6}{(x-1)^3}.$$

$$\text{Vậy } f'(x) + f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{(x-1)^2} - \frac{6}{(x-1)^3} = 0 \Leftrightarrow 1 = \frac{2}{x-1} \Leftrightarrow x = 3.$$

**Câu 46.** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = (3x+1)^6$  là

- A.**  $f''(x) = 30(3x+1)^4$ .      **B.**  $f''(x) = 90(3x+1)^4$ .  
**C.**  $f''(x) = 270(3x+1)^4$ .      **D.**  $f''(x) = 540(3x+1)^4$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } f'(x) = 6(3x+1)^5 (3x+1)' = 18(3x+1)^5.$$

$$f''(x) = 18.5(3x+1)^4 (3x+1)' = 270(3x+1)^4.$$

**Câu 47.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ  $x_0$  thỏa mãn  $f''(x_0) = 0$

- A.**  $3x + y + 2 = 0$ .      **B.**  $3x + y - 2 = 0$ .      **C.**  $x + 3y - 2 = 0$ .      **D.**  $-3x + y + 2 = 0$ .

## Lời giải

## Chọn B

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 6x$  và  $f''(x) = 6x - 6$  suy ra  $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Khi đó  $f'(1) = -3$  và điểm  $M(1; -1)$ .

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $M$  là:  $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$$\Leftrightarrow y = -3(x-1) - 1 \Leftrightarrow 3x + y - 2 = 0$$

**Câu 48.** Biết  $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)' = ax^2 + bx + c$ . Tính  $S = a + b + 5c$ .

A. 30.

B. 4.

C. 40.

D. -4.

## Lời giải

## Chọn B

Ta có  $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)' = x^3 + 3x^2 - x + 1$ .

Suy ra  $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019\right)'' = 3x^2 + 6x - 1$ .

Nên  $a = 3; b = 6; c = -1 \Rightarrow S = 3 + 6 + 5(-1) = 4$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = \sin x + \cos x$ . Phương trình  $y'' = 0$  có bao nhiêu nghiệm trong đoạn  $[0; 3\pi]$ .

A. 1.

B. 2.C. 3.

D. 4.

## Lời giải

## Chọn C

Ta có:  $y' = \cos x - \sin x$ ;  $y'' = -\sin x - \cos x$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow -\sin x - \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \in [0; 3\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{-\pi}{4} + k\pi \leq 3\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{13}{4} \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow k \in \{1; 2; 3\}$$

Vậy phương trình  $y' = 0$  có ba nghiệm trong đoạn  $[0; 3\pi]$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = -\sqrt{3}\cos x + \sin x - x^2 + 2021x + 2022$ . Số nghiệm của phương trình  $y'' = 0$  trong đoạn  $[0; 4\pi]$  là

A. 1..

B. 2..

C. 0..

D. 3.

## Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } y' = \sqrt{3} \sin x + \cos x - 2x + 2021$$

$$y'' = \sqrt{3} \cos x - \sin x - 2$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} \cos x - \sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin x - \sqrt{3} \cos x = -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = -1 \Leftrightarrow \sin \left( x - \frac{\pi}{3} \right) = -1$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vì } x \in [0; 4\pi] \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 4\pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} \leq k \leq \frac{25}{12}$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1; 2\}..$$

**X**

Nguyễn Bảo Vương