

BÀI 23. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẶNG

- CHƯƠNG 7. QUAN HỆ VUÔNG GÓC
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

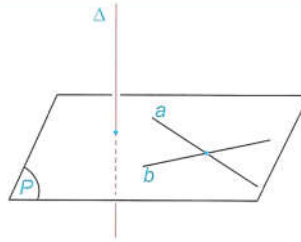
1. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẶNG

Đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu Δ vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) .

Chú ý. Khi Δ vuông góc với (P) , ta còn nói (P) vuông góc với Δ hoặc Δ và (P) vuông góc với nhau, kí hiệu $\Delta \perp (P)$.

Người ta chứng minh được rằng:

Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc cùng một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó.

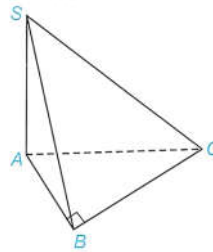


Hình 7.12

Nếu một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì đường thẳng đó có vuông góc với cạnh còn lại hay không?

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và cạnh SA vuông góc với các cạnh AB, AC . Chứng minh rằng $BC \perp (SAB)$.

Giải. (H.7.13)



Hình 7.13

Vì SA vuông góc với hai đường thẳng AB và AC nên $SA \perp (ABC)$. Suy ra $SA \perp BC$.

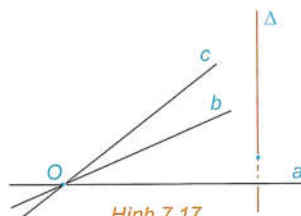
Tam giác ABC vuông tại B nên $BC \perp BA$.

Vì BC vuông góc với hai đường thẳng SA và BA nên $BC \perp (SAB)$.

2. TÍNH CHẤT

Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

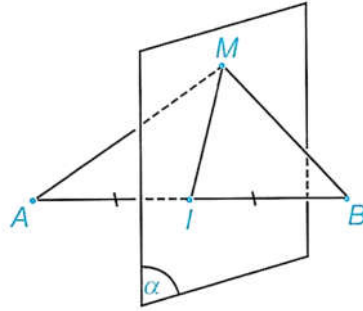
Nhận xét. Nếu ba đường thẳng đôi một phân biệt a, b, c cùng đi qua một điểm O và cùng vuông góc với một đường thẳng Δ thì ba đường thẳng đó cùng nằm trong mặt phẳng đi qua O và vuông góc với Δ (H.7.17).



Hình 7.17

Ví dụ 2. Chứng minh rằng điểm M cách đều hai điểm phân biệt A, B cho trước khi và chỉ khi M thuộc mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB .

Giải. (H.7.18)



Hình 7.18

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB . Ta có $MA = MB$ khi và chỉ khi M trùng I hoặc tam giác MAB cân tại M . Mặt khác, $\triangle MAB$ cân tại M khi và chỉ khi $MI \perp AB$, tức là M thuộc mặt phẳng (α) . Do đó, $MA = MB$ khi và chỉ khi M thuộc (α) .

Chú ý. Mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB được gọi là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là tập hợp các điểm cách đều hai điểm A, B .

Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Ví dụ 3. Cho điểm A nằm ngoài mặt phẳng (P) . Giải thích vì sao có duy nhất điểm H thuộc (P) sao cho đường thẳng AH vuông góc với (P) .

Giải

Gọi a là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Lấy điểm H thuộc (P) . Khi đó, đường thẳng AH vuông góc với (P) khi và chỉ khi AH trùng với a , tức là H là giao điểm của a và (P) . Vậy có duy nhất điểm H thuộc (P) để AH vuông góc với (P) , đó là giao điểm của a với (P) .

3. LIÊN HỆ GIỮA QUAN HỆ SONG SONG VÀ QUAN HỆ VUÔNG GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

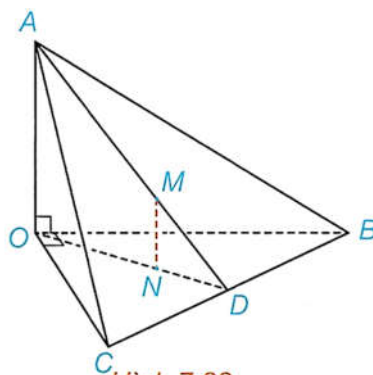
Nội dung của mục này nhằm củng cố kiến thức và kỹ năng đã học ở hai mục trên. Ngoài ra, từ đó có thể rút ra các tính chất về mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.

- Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì các đường thẳng song song với a cũng vuông góc với (P) .

- Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Ví dụ 4. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC, OBC . Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng (OBC) .

Giải. (H.7.22)



Hình 7.22

Vì AO vuông góc với các đường thẳng OB, OC nên $AO \perp (OBC)$. Kẻ các đường trung tuyến AD, OD tương ứng của các tam giác ABC, OBC .

Ta có $\frac{MA}{MD} = 2 = \frac{NO}{ND}$. Do đó, MN song song với AO .

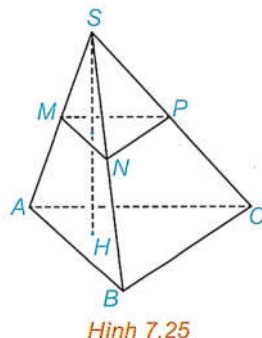
Mặt khác, $AO \perp (OBC)$ nên $MN \perp (OBC)$.

- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) thì Δ cũng vuông góc với các mặt phẳng song song với (P) .

- Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Ví dụ 5. Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC . Đường thẳng qua S vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt mặt phẳng đó tại H . Chứng minh rằng $SH \perp (MNP)$.

Giải. (H.7.25)



Do $MN \parallel AB, MP \parallel AC$ nên $(MNP) \parallel (ABC)$.

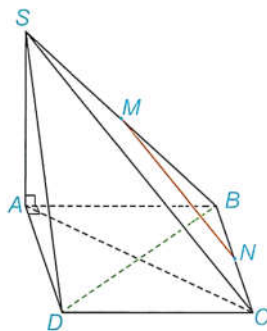
Mặt khác, $SH \perp (ABC)$. Do đó $SH \perp (MNP)$.

- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) thì Δ vuông góc với mọi đường thẳng song song với (P) .

- Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (P) cùng vuông góc với một đường thẳng Δ thì a nằm trong (P) hoặc song song với (P) .

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của SB, BC . Chứng minh rằng $BD \perp MN$.

Giải. (H.7.26)

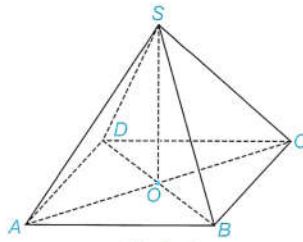


Do $SA \perp (ABCD)$ nên $BD \perp SA$. Mặt khác, $BD \perp AC$ nên $BD \perp (SAC)$. Ta lại có $MN \parallel SC$ nên $MN \parallel (SAC)$. Do đó $BD \perp MN$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm $O, SA = SC$ và $SB = SD$ (H.7.14).



Hình 7.14

Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

Câu 2. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A và $SA \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng:

- a) $BC \perp (SAM)$;
- b) Tam giác SBC cân tại S .

Câu 3. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$.

Gọi M, N tương ứng là hình chiếu của A trên SB, SD . Chứng minh rằng:

$$AM \perp (SBC), AN \perp (SCD), SC \perp (AMN).$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Chứng minh rằng:

- a) $BC \perp (SAB)$;
- b) $BD \perp (SAC)$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' \perp (ABCD)$. Chứng minh rằng:

- a) $AA' \perp (A'B'C'D')$;
- b) $BB' \perp (ABCD)$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và đáy là tam giác ABC vuông tại B . Kẻ AM vuông góc với SB tại M và AN vuông góc với SC tại N . Chứng minh rằng:

- a) $BC \perp (SAB)$;
- b) $AM \perp (SBC)$;
- c) $SC \perp (AMN)$.

Câu 7. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O đến mặt phẳng (ABC) . Chứng minh rằng:

- a) $BC \perp (OAH)$;
- b) H là trực tâm của tam giác ABC ;
- c) $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Chứng minh rằng $AD \perp BC$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có AA' vuông góc với mặt phẳng (ABC) và đáy là tam giác ABC vuông tại B . Chứng minh rằng:

- a) $BB' \perp (A'B'C')$;
- b) $B'C' \perp (ABB'A')$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Chứng minh rằng:

- a) $SO \perp (ABCD)$;
b) $AC \perp (SBD)$ và $BD \perp (SAC)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC nhọn. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác ABC và SBC . Chứng minh rằng:

- a) $BC \perp (SAH)$ và các đường thẳng AH, BC, SK đồng quy;
b) $SB \perp (CHK)$ và $HK \perp (SBC)$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi I là trung điểm của AC . Kẻ $AH \perp SB (H \in SB)$. Chứng minh rằng:

- a) SA vuông góc với các cạnh đáy;
b) $BC \perp (SAB)$;
c) $BI \perp (SAC)$, từ đó suy ra $BI \perp SC$;
d) $AH \perp (SBC)$, từ đó suy ra $AH \perp SC$.

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và BCD là các tam giác cân tại A và D . Gọi I là trung điểm của BC .

- a) Chứng minh rằng $BC \perp AD$.
b) Kẻ AH là đường cao của tam giác ADI . Chứng minh rằng $AH \perp (BCD)$.

Câu 14. Cho tứ diện $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $SB = AB$ và $SB \perp (ABC)$. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, BC, AB . Chứng minh rằng:

- a) $AC \perp (SAB)$;
b) $BH \perp (SAC)$;
c) $KI \perp SA$;
d) $AB \perp IH$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh $a\sqrt{2}$. Biết rằng $SA = SB = SC = SD, SO = 2a\sqrt{2}$.

- a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.
b) Tính độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác SAC .

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA \perp (ABC)$, ABC là tam giác cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC . Vẽ $AH \perp MD$ tại H .

- a) Chứng minh rằng $AH \perp (BCD)$.
b) Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và DBC . Chứng minh rằng $GK \perp (ABC)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, O là giao điểm của hai đường chéo, $SA = SC, SB = SD$.

- a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.
b) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BA, BC . Chứng minh rằng $IJ \perp (SBD)$.
c) Chứng minh rằng $BD \perp (SAC)$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' \perp (ABC)$ (Hình 7). Chứng minh rằng:

- a) $BB' \perp (A'B'C')$;
b) $AA' \perp (A'B'C')$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Chứng minh rằng:

- a) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $BC \perp (SAB)$;

a) Nếu $ABCD$ là hình thoi thì $SC \perp BD$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 90^\circ$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng $SH \perp (ABC)$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành và $SA = SC, SB = SD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.

Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi, $AA' \perp (ABCD)$. Chứng minh rằng:

a) $BB' \perp (A'B'C'D')$;

b) $BD \perp A'C$.

Câu 23. Cho hình chóp $O.ABC$ và điểm H không thuộc các đường thẳng AB, BC, CA sao cho $\widehat{OHA} = \widehat{OHB} = \widehat{OHC} = 90^\circ$. Chứng minh rằng H thuộc mặt phẳng (ABC) .

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ thỏa mãn $SA = SB = SC$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC . Chứng minh rằng $SO \perp (ABC)$.

Câu 25. Cho tam giác ABC và các điểm M, N, P đôi một phân biệt thỏa mãn $MA = MB = MC, NA = NB = NC, PA = PB = PC$. Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng.

Câu 26. Cho hình tứ diện đều $ABCD$. Chứng minh $AB \perp CD$.

Câu 27. Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AB \perp (BCD)$, các tam giác BCD và ACD là những tam giác nhọn. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của các tam giác BCD, ACD . Chứng minh rằng:

a) $AD \perp CH$;

b*) $HK \perp (ACD)$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác SAB, SBC, SCA . Chứng minh rằng $SA \perp (MNP)$.

Dạng 2. Ứng dụng

Câu 29. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Khi làm cột treo quần áo, ta có thể tạo hai thanh để thẳng đặt dưới sàn nhà và dựng cột treo vuông góc với hai thanh để đó (H.7.15). Hãy giải thích vì sao bằng cách đó ta có được cột treo vuông góc với sàn nhà.



Hình 7.15

Câu 30. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho ba điểm phân biệt A, B, C sao cho các đường thẳng AB và AC cùng vuông góc với một mặt phẳng (P) . Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Câu 31. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Một chiếc bàn có các chân cùng vuông góc với mặt phẳng chứa mặt bàn và mặt phẳng chứa mặt sàn. Hỏi hai mặt phẳng đó có song song với nhau hay không? Vì sao?

Câu 32. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$.

Chứng minh rằng các mặt bên của hình chóp $S.ABCD$ là các tam giác vuông.

Câu 33. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Bạn Vinh thả quả dọi chìm vào thùng nước. Hỏi khi dây dọi căng và mặt nước yên lặng thì đường thẳng chứa dây dọi có vuông góc với mặt phẳng chứa mặt nước trong thùng hay không?

Câu 34. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Một cột bóng rổ được dựng trên một sân phẳng. Bạn Hùng đo khoảng cách từ một điểm trên sân, cách chân cột $1m$ đến một điểm trên cột, cách chân cột $1m$ được kết quả là $1,5m$ (H.7.27). Nếu phép đo của Hùng là chính xác thì cột có vuông góc với sân hay không? Có thể kết luận rằng cột không có phương thẳng đứng hay không?



Hình 7.27

Câu 35. Một chiếc cột được dựng trên nền sân phẳng. Gọi O là điểm đặt chân cột trên mặt sân và M là điểm trên cột cách chân cột $40cm$. Trên mặt sân, người ta lấy hai điểm A và B đều cách O là $30cm$ (A, B, O không thẳng hàng). Người ta đo độ dài MA và MB đều bằng $50cm$. Hỏi theo các số liệu trên, chiếc cột có vuông góc với mặt sân hay không?

Câu 36. Một cây cột được dựng trên một sàn phẳng. Người ta thả dây dọi và ngắm thấy cột song song với dây dọi. Hỏi có thể khẳng định rằng cây cột vuông góc với sàn hay không? Vì sao?

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC), BC \perp AB$. Lấy hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC và điểm P nằm trên cạnh SA . Chứng minh rằng tam giác MNP là tam giác vuông.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp (BCD)$, các tam giác BCD và ACD là những tam giác nhọn. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của các tam giác BCD, ACD . Chứng minh rằng:

- a) $CD \perp (ABH)$ và $CD \perp (ABK)$;
- b) Bốn điểm A, B, H, K cùng thuộc một mặt phẳng.
- c) Ba đường thẳng AK, BH, CD cùng đi qua một điểm.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ thỏa mãn $SA = SB = SC = SD$. Chứng minh rằng tồn tại một đường tròn đi qua cả bốn đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Câu 40. Cho mặt phẳng (P) và hai điểm A, B sao cho B thuộc (P) và A không thuộc (P) . Điểm C chuyển động trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $\widehat{ACB} = 90^\circ$. Chứng minh rằng C chuyển động trên một đường tròn cố định trong (P) .

Câu 41. Cho đoạn thẳng AB và mặt phẳng (P) sao cho $(P) \perp AB$ và (P) cắt đoạn thẳng AB tại điểm H thỏa mãn $HA = 4\text{ cm}, HB = 9\text{ cm}$. Điểm C chuyển động trong mặt phẳng (P) thỏa mãn $\widehat{ACB} = 90^\circ$. Chứng minh rằng điểm C thuộc đường tròn tâm H bán kính 6 cm trong mặt phẳng (P) .

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề **sai**.

- A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.
- B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
- C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.
- D. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

Câu 2. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

- A. Vô số.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 1.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) thì d vuông góc với hai đường thẳng trong mặt phẳng (α) .
- B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với mặt phẳng (α) .
- C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với bất kỳ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) .
- D. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a \parallel (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Câu 4. Trong không gian, khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

- C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 D. Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.
- Câu 5.** Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau đây?
 A. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Q) .
 B. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song với đường thẳng b .
 C. Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng b và mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song hoặc trùng với đường thẳng b .
 D. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng góc giữa đường thẳng đó và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đã cho.
- Câu 6.** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:
 A. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
 B. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.
 C. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.
 D. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.
- Câu 7.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng?
 A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.
 B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.
 C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.
 D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?
 A. $SA \perp (ABCD)$.
 B. $SO \perp (ABCD)$.
 C. $SC \perp (ABCD)$.
 D. $SB \perp (ABCD)$.
- Câu 9.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai?
 A. $CD \perp (SBC)$.
 B. $SA \perp (ABC)$.
 C. $BC \perp (SAB)$.
 D. $BD \perp (SAC)$.
- Câu 10.** Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $CM \perp (ABD)$.
 B. $AB \perp (MCD)$.
 C. $AB \perp (BCD)$.
 D. $DM \perp (ABC)$.
- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?
 A. $BC \perp (SAB)$.
 B. $AC \perp (SBD)$.
 C. $BD \perp (SAC)$.
 D. $CD \perp (SAD)$.
- Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SC, SD . Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $AH \perp (SCD)$.
 B. $BD \perp (SAC)$.
 C. $AK \perp (SCD)$.
 D. $BC \perp (SAC)$.
- Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu của A trên SB . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AM \perp SD$. B. $AM \perp (SCD)$. C. $AM \perp CD$. D. $AM \perp (SBC)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $BA \perp (SAD)$. B. $BA \perp (SAC)$. C. $BA \perp (SBC)$. D. $BA \perp (SCD)$.

Câu 15. Cho tứ diện $MNPQ$ có hai tam giác MNP và QNP là hai tam giác cân lần lượt tại M và Q . Góc giữa hai đường thẳng MQ và NP bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 16. Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC . Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. $BC \perp (SAH)$. B. $HK \perp (SBC)$.
C. $BC \perp (SAB)$. D. SH, AK và BC đồng quy.

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = 2, DB = DC = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC \perp AD$. B. $AC \perp BD$. C. $AB \perp (BCD)$. D. $DC \perp (ABC)$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- A. $CM \perp SB$. B. $CM \perp AN$. C. $MN \perp MC$. D. $AN \perp BC$.

Câu 19. Cho tứ diện đều $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $MN \perp AB$. B. $MN \perp BD$. C. $MN \perp CD$. D. $AB \perp CD$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O ; Gọi I là trung điểm của SC ; Xét các khẳng định sau:

1. $OI \perp (ABCD)$.
2. $BD \perp SC$.
3. (SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD .
4. $SB = SC = SD$.

Trong bốn khẳng định trên, số khẳng định **sai** là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều với cạnh a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. M là một điểm khác B và ở trên SB sao cho AM vuông góc với MD . Khi đó, tỉ số $\frac{SM}{SB}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . SA vuông góc với đáy, M là một điểm trên cạnh AB . Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với SA, AD . Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) là

- A. Hình bình hành. B. Hình vuông. C. Hình thang vuông. D. Hình chữ nhật.

Câu 23. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $AA' = 3a$. Mặt phẳng qua A vuông góc với $A'C$ cắt các cạnh BB', CC', DD' lần lượt tại I, J, K . Tính diện tích thiết diện $A'IJK$

A. $\frac{2a^2\sqrt{11}}{3}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{11}}{3}$.

D. $\frac{3a^2\sqrt{11}}{2}$.

Câu 24. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$, các mặt bên là các tam giác vuông cân tại S . Gọi G là trọng tâm của ΔABC , (α) là mặt phẳng qua G vuông góc với SC . Diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) bằng

A. $\frac{4}{9}a^2$.

B. $\frac{2}{3}a^2$.

C. $\frac{4}{3}a^2$.

D. $\frac{2}{9}a^2$.

Câu 25. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng $(A'C'M)$ là

A. $\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$.

B. $\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$.

D. $\frac{9}{8}a^2$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A , đáy lớn $AD=8$, đáy nhỏ $BC=6$. SA vuông góc với đáy, $SA=6$. Gọi M là trung điểm của AB . (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) có diện tích bằng:

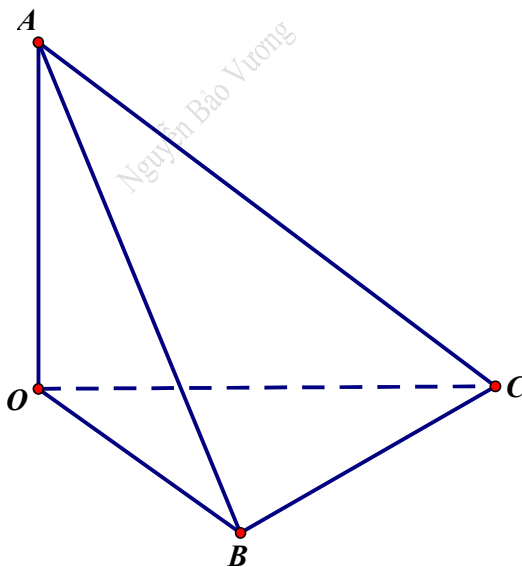
A. 20.

B. 15.

C. 30.

D. 16.

Câu 27. Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các đường thẳng OA, OB, OC với mặt phẳng (ABC) (hình vẽ).



Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = (3 + \cot^2 \alpha) \cdot (3 + \cot^2 \beta) \cdot (3 + \cot^2 \gamma)$ là

A. Số khác.

B. $48\sqrt{3}$.

C. 48.

D. 125.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Facebook **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong> Trang 11

🔗 Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương