

BÀI 25. HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

- CHƯƠNG 7. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

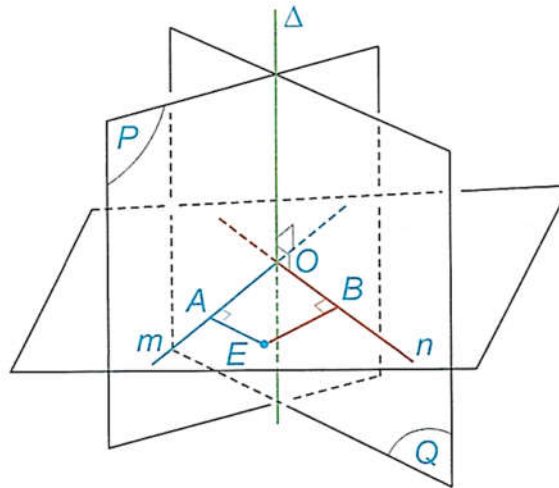
1. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG, HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

- Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) . Lấy các đường thẳng a, b tương ứng vuông góc với $(P), (Q)$. Khi đó, góc giữa a và b không phụ thuộc vào vị trí của a, b và được gọi là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .
- Hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° .

Chú ý. Nếu φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) thì $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

Ví dụ 1. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Lấy một điểm O bất kì thuộc đường thẳng Δ . Gọi m, n là các đường thẳng đi qua O , tương ứng thuộc $(P), (Q)$ và vuông góc với Δ . Chứng minh rằng góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n .

Giải. (H.7.45)



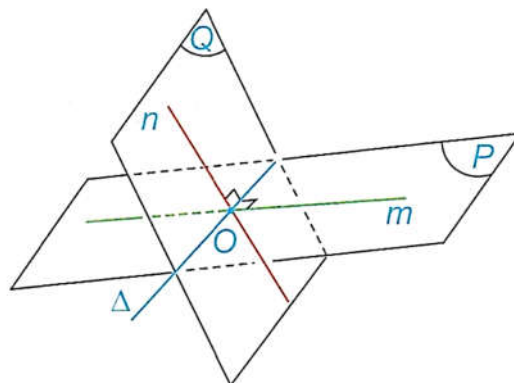
Hình 7.45

Trong mặt phẳng chứa m, n , lấy một điểm E không thuộc các đường thẳng m, n . Gọi A, B tương ứng là hình chiếu của E trên m, n . Khi đó Δ vuông góc với các đường thẳng EA, EB .

Do $EA \perp m, EA \perp \Delta$ nên $EA \perp (P)$. Tương tự, $EB \perp (Q)$. Do đó, góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa EA và EB .

Do $\widehat{OAE} = 90^\circ = \widehat{OBE}$ nên bốn điểm O, A, E, B thuộc một đường tròn. Do đó, \widehat{AOB} và \widehat{AEB} bằng hoặc bù nhau, tức là $(EA, EB) = (m, n)$. Vậy góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n .

Nhận xét. (H.7.46)



Hình 7.46

Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Lấy hai đường thẳng m, n tương ứng thuộc $(P), (Q)$ và cùng vuông góc với Δ tại một điểm O (nói cách khác, lấy một mặt phẳng vuông góc với Δ , cắt $(P), (Q)$ tương ứng theo các giao tuyến m, n). Khi đó, góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n . Đặc biệt, (P) vuông góc với (Q) khi và chỉ khi m vuông góc với n .

2. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Ví dụ 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA vuông góc với OB và OC . Chứng minh rằng các mặt phẳng (OAB) và (OAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (OBC) .

Giải

Do OA vuông góc với OB và OC nên $OA \perp (OBC)$. Mặt khác, các mặt phẳng $(OAB), (OAC)$ chứa OA . Do đó chúng cùng vuông góc với mặt phẳng (OBC) .

3. TÍNH CHẤT CỦA HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

Với hai mặt phẳng vuông góc với nhau, bất kì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

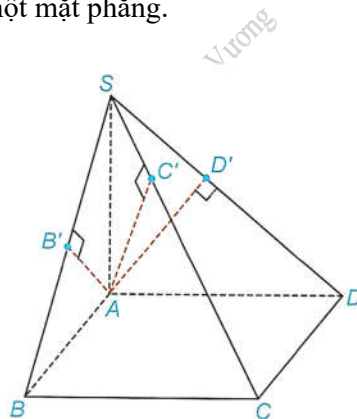
Nhận xét. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Mỗi đường thẳng qua điểm O thuộc (P) và vuông góc với mặt phẳng (Q) thì đường thẳng đó thuộc mặt phẳng (P) .

Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi B', C', D' tương ứng là hình chiếu của A trên SB, SC, SD . Chứng minh rằng:

- $(SBC) \perp (SAB), AB' \perp (SBC), AD' \perp (SCD)$.
- Các điểm A, B', C', D' cùng thuộc một mặt phẳng.

Giải. (H.7.50)



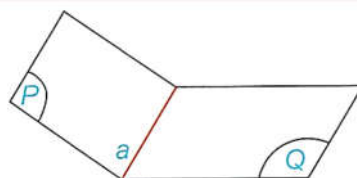
Hình 7.50

- Vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Do đó, $(SBC) \perp (SAB)$. Đường thẳng AB' thuộc (SAB) và vuông góc với SB nên $AB' \perp (SBC)$. Tương tự $AD' \perp (SCD)$.
- Từ câu a ta có $AB' \perp SC, AD' \perp SC$. Các đường thẳng AB', AC', AD' cùng đi qua A và vuông góc với SC nên cùng thuộc một mặt phẳng. Do đó bốn điểm A, B', C', D' cùng thuộc một mặt phẳng.

4. GÓC NHỊ DIỆN

Hình gồm hai nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ có chung bờ a được gọi là một góc nhị diện, kí hiệu là $[P, a, Q]$.

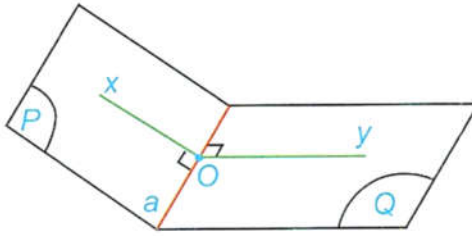
Đường thẳng a và các nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ tương ứng được gọi là cạnh và các mặt của góc nhị diện đó.



Hình 7.52

Mỗi đường thẳng a trong một mặt phẳng chia mặt phẳng thành hai phần, mỗi phần cùng với a là một nửa mặt phẳng bờ a .

Từ một điểm O bất kì thuộc cạnh a của góc nhị diện $[P, a, Q]$, vẽ các tia Ox, Oy tương ứng thuộc $(P), (Q)$ và vuông góc với a . Góc xOy được gọi là một góc phẳng của góc nhị diện $[P, a, Q]$ (gọi tắt là góc phẳng nhị diện). Số đo của góc xOy không phụ thuộc vào vị trí của O trên a , được gọi là số đo của góc nhị diện $[P, a, Q]$.



Hình 7.53

Mặt phẳng chứa góc phẳng nhị diện xOy của $[P, a, Q]$ vuông góc với cạnh a .

Chú ý

- Số đo của góc nhị diện có thể nhận giá trị từ 0° đến 180° . Góc nhị diện được gọi là vuông, nhọn, tù nếu nó có số đo tương ứng bằng, nhỏ hơn, lớn hơn 90° .
- Đối với hai điểm M, N không thuộc đường thẳng a , ta kí hiệu $[M, a, N]$ là góc nhị diện có cạnh a và các mặt tương ứng chứa M, N .
- Hai mặt phẳng cắt nhau tạo thành bốn góc nhị diện. Nếu một trong bốn góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì các góc nhị diện còn lại cũng là góc nhị diện vuông.

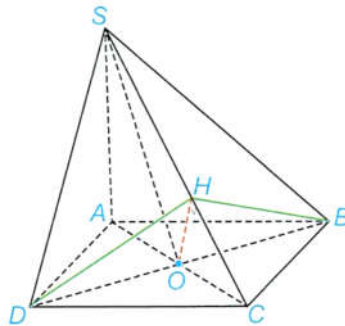
Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng a ,

$AC = a, SA = \frac{1}{2}a$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình thoi $ABCD$ và H là hình chiếu của O trên SC .

a) Tính số đo của các góc nhị diện $[B, SA, D]$; $[S, BD, A]$; $[S, BD, C]$.

b) Chứng minh rằng \widehat{BHD} là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SC, D]$.

Giải. (H.7.54)



Hình 7.54

a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AB và AD vuông góc với SA . Vậy \widehat{BAD} là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SA, D]$. Hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và $AC = a$ nên các tam giác ABC, ACD đều. Do đó $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Vậy số đo của góc nhị diện $[B, SA, D]$ bằng 120° . Vì $BD \perp AC$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAC)$. Vậy AC và SO vuông góc với BD . Suy ra \widehat{AOS} là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$ và \widehat{COS} là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, C]$.

Tam giác SAO vuông tại A và có $SA = \frac{1}{2}a = AO$ nên $\widehat{AOS} = 45^\circ$. Suy ra $\widehat{COS} = 180^\circ - \widehat{AOS} = 135^\circ$.

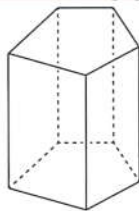
Vậy các góc nhị diện $[S, BD, A]$, $[S, BD, C]$ tương ứng có số đo là $45^\circ, 135^\circ$.

b) Theo chứng minh trên, $BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp SC$. Mặt khác, $OH \perp SC$ nên $SC \perp (BHD)$. Do đó, \widehat{BHD} là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SC, D]$.

5. MỘT SỐ HÌNH LĂNG TRỤ ĐẶC BIỆT

a) Hình lăng trụ đứng

Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

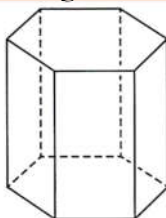


Hình 7.58

Hình lăng trụ đứng có các mặt bên là các hình chữ nhật và vuông góc với mặt đáy.

b) Hình lăng trụ đều

Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

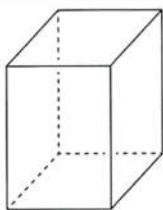


Hình 7.59

Hình lăng trụ đều có các mặt bên là các hình chữ nhật có cùng kích thước.

c) Hình hộp đứng

Hình hộp đứng là hình lăng trụ đứng, có đáy là hình bình hành.

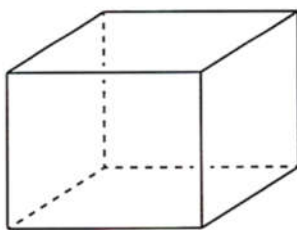


Hình 7.60

Hình hộp đứng có các mặt bên là các hình chữ nhật.

d) Hình hộp chữ nhật

Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

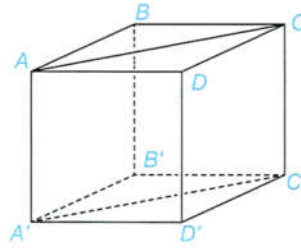


Hình 7.61

Hình hộp chữ nhật có các mặt bên là hình chữ nhật. Các đường chéo của hình hộp chữ nhật có độ dài bằng nhau và chúng cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Ví dụ 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $ACC'A'$ là một hình chữ nhật.

Giải. (H.7.62)



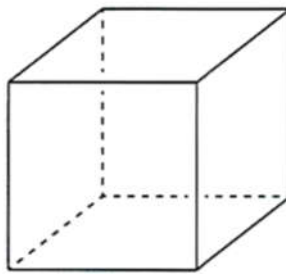
Hình 7.62

Ta có $AA' = CC'$ và $AA' // CC'$ (vì AA', CC' cùng bằng và cùng song song với DD'). Do đó $ACC'A'$ là một hình bình hành.

Mặt khác, $AA' \perp (A'B'C'D')$ nên $AA' \perp A'C'$. Do đó $ACC'A'$ là một hình chữ nhật.

e) Hình lập phương

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.



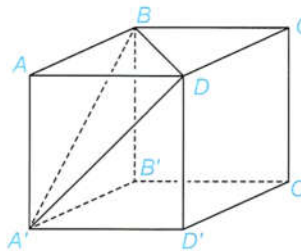
Hình 7.63

Hình lập phương có các mặt là các hình vuông.

Chú ý. Khi đáy của hình lăng trụ đứng (đều) là tam giác, tứ giác, ngũ giác,... đôi khi ta cũng tương ứng gọi rõ là hình lăng trụ đứng (đều) tam giác, tứ giác, ngũ giác,...

Ví dụ 6. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $A'BD$ là tam giác đều.

Giải. (H.7.64)



Hình 7.64

Gọi a là độ dài các cạnh của hình lập phương. Do các mặt của hình lập phương là các hình vuông nên

$$A'D = \sqrt{AA'^2 + AD^2} = a\sqrt{2};$$

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{2};$$

$$A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = a\sqrt{2}.$$

Tam giác $A'BD$ có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều.

6. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

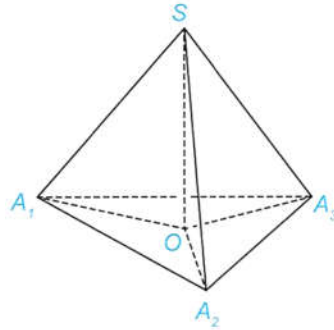
Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

Chú ý. Tương tự như đối với hình chóp, khi đáy của hình chóp đều là tam giác đều, hình vuông, ngũ giác đều,... đôi khi ta cũng gọi rõ chúng tương ứng là hình chóp tam giác đều, tứ giác đều, ngũ giác đều,...

Một hình chóp là đều khi và chỉ khi đáy của nó là một hình đa giác đều và hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đáy là tâm của mặt đáy.

Ví dụ 7. Chứng minh rằng một hình chóp là đều khi và chỉ khi đáy của nó là một đa giác đều và các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.

Giải. (H.7.68)



Hình 7.68

Xét hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$. Gọi O là hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy.

Giả sử hình chóp là đều, khi đó O là tâm của đa giác đều $A_1A_2 \dots A_n$. Các tam giác $SOA_1, SOA_2, \dots, SOA_n$ đều vuông tại O , có chung cạnh SO và có các cạnh OA_1, OA_2, \dots, OA_n bằng nhau, do đó chúng bằng nhau. Vậy

$\widehat{SA_1O} = \widehat{SA_2O} = \dots = \widehat{SA_nO}$, tức là các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.

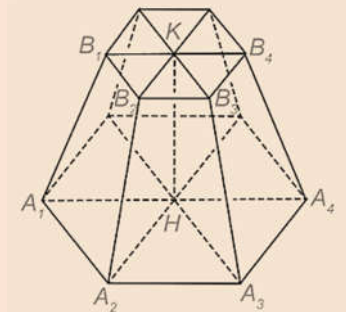
Ngược lại, giả sử hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.

Khi đó, $\widehat{SA_1O} = \widehat{SA_2O} = \dots = \widehat{SA_nO}$. Từ đó suy ra các tam giác vuông $SOA_1, SOA_2, \dots, SOA_n$ bằng nhau. Do

đó, $SA_1 = SA_2 = \dots = SA_n$. Mặt khác, $A_1A_2 \dots A_n$ là đa giác đều, do đó $S.A_1A_2 \dots A_n$ là hình chóp đều.

- Hình gồm các đa giác đều $A_1A_2 \dots A_n, B_1B_2 \dots B_n$ và các hình thang cân $A_1A_2B_2B_1, A_2A_3B_3B_2, \dots, A_nA_1B_1B_n$ được tạo thành như trong H.7.13 được gọi là một hình chóp cắt đều (nói đơn giản là hình chóp cắt đều được tạo thành từ hình chóp đều $S.A_1A_2 \dots A_n$ sau khi cắt đi hình chóp đều $S.B_1B_2 \dots B_n$), kí hiệu là

$A_1A_2 \dots A_n \cdot B_1B_2 \dots B_n$ (H.7.70).



Hình 7.70

- Các đa giác đều $A_1A_2 \dots A_n, B_1B_2 \dots B_n$ được gọi là hai mặt đáy, các hình thang $A_1A_2B_2B_1,$

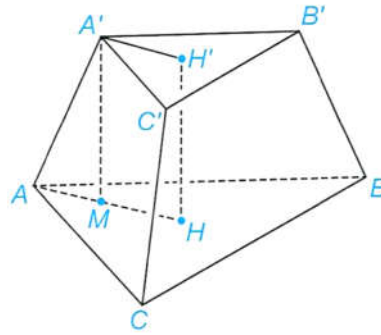
$A_2A_3B_3B_2, \dots, A_nA_1B_1B_n$ được gọi là các mặt bên của hình chóp cắt đều. Các đoạn thẳng $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ được gọi là các cạnh bên; các cạnh của mặt đáy được gọi là các cạnh đáy của hình chóp cắt đều.

- Đoạn thẳng HK nối hai tâm của đáy được gọi là đường cao của hình chóp cắt đều. Độ dài của đường cao được gọi là chiều cao của hình chóp cắt đều.

Ví dụ 8. Cho hình chóp cắt đều $ABC \cdot A'B'C'$ có chiều cao bằng h , các đáy là các tam giác đều

$ABC, A'B'C'$ có cạnh tương ứng là a, a' ($a > a'$). Tính độ dài các cạnh bên của hình chóp cắt đều.

Giải. (H.7.71)



Hình 7.71

Gọi H, H' tương ứng là tâm của các tam giác $ABC, A'B'C'$.

Khi đó, HH' vuông góc với hai đáy của hình chóp cắt đều.

Trong tam giác đều ABC , ta có $HA = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Trong tam giác đều $A'B'C'$, ta có $H'A' = \frac{a'}{\sqrt{3}}$.

Hình thang $AHH'A'$ vuông tại H và H' . Kẻ $AM \perp HA$ ($M \in HA$).

$$\text{Ta có } AA' = \sqrt{A'M^2 + MA^2} = \sqrt{H'H^2 + (HA - H'A')^2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{a'}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{h^2 + \frac{(a - a')^2}{3}}.$$

Vậy các cạnh bên của hình chóp cắt đều có độ dài bằng $\sqrt{h^2 + \frac{(a - a')^2}{3}}$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc

Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là một hình chữ nhật có tâm $O, SO \perp (ABCD)$. Chứng minh rằng hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $ABCD$ là một hình vuông.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BC, AD = BD$. Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh rằng $(CDM) \perp (ABC)$ và $(CDM) \perp (ABD)$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a , góc BAD bằng 60° . Kẻ OH vuông góc với SC tại H . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Chứng minh rằng:

- a) $(SBD) \perp (SAC)$;
- b) $(SBC) \perp (BDH)$;
- c) $(SBC) \perp (SCD)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Các tam giác SAC và SBD cân tại S . Chứng minh rằng:

- a) $SO \perp (ABCD)$;
- b) $(SAC) \perp (SBD)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $SA \perp (ABC)$.

- a) Chứng minh rằng $(SBC) \perp (SAB)$.

b) Gọi M là trung điểm của AC . Chứng minh rằng $(SBM) \perp (SAC)$.

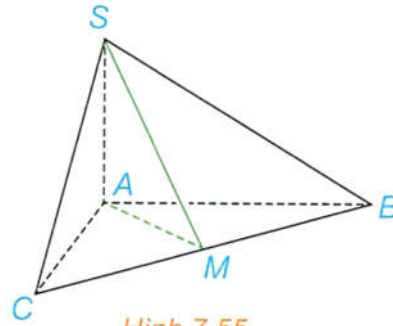
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SD . Chứng minh rằng:

- $(SBC) \perp (SAB)$;
- $(SCD) \perp (SAD)$;
- $(SBD) \perp (SAC)$;
- $(SAC) \perp (AHK)$.

Dạng 2. Góc giữa hai mặt phẳng, góc nhị diện

Câu 7. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$,

$\widehat{BAC} = 120^\circ$, $SA = \frac{a}{2\sqrt{3}}$. Gọi M là trung điểm của BC .



Hình 7.55

- Chứng minh rằng \widehat{SMA} là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BC, A]$.
- Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 8. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{\frac{5}{12}}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 9. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

- Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.
- Giả sử tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 10. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

- Tính độ dài đường chéo của hình lập phương.
- Chứng minh rằng $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.
- Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Chứng minh rằng $\widehat{COC'}$ là một góc phẳng của góc nhị diện $[C, BD, C']$. Tính (gần đúng) số đo của các góc nhị diện $[C, BD, C']$, $[A, BD, C]$.

Câu 11. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình chóp đều $S.ABC$, đáy có cạnh bằng a , cạnh bên bằng b .

- Tính sin của góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.
- Tính tang của góc giữa mặt phẳng chứa mặt đáy và mặt phẳng chứa mặt bên.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A và $AB = a$, biết

$$SA \perp (ABC), SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \text{ Tính góc giữa mặt phẳng } (ABC) \text{ và mặt phẳng } (SBC).$$

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính tang của góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng $(A'BD)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$ và

$$SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Tính số đo của góc nhị diện } [S, BD, C].$$

Câu 15. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CD , kẻ AH vuông góc với BM tại H .

a) Chứng minh rằng $AH \perp (BCD)$.

b) Tính cosin của góc giữa mặt phẳng (BCD) và mặt phẳng (ACD) .

Câu 16. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng sau:

a) Mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$;

b) Mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SBC) .

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

a) Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$.

b) Tính cosin của số đo góc nhị diện $[A', BD, C']$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , biết $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAD) \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính cosin của số đo góc nhị diện $[S, BD, C]$ và góc nhị diện $[B, SC, D]$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi H, M lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và AB .

a) Tính cosin của góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy $(ABCD)$.

b) Chứng minh rằng $(SMD) \perp (SHC)$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với đáy. Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

Câu 21. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính góc giữa hai mặt phẳng (MBD) và $(ABCD)$.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông cân tại B và $AB \perp (BCD)$. Cho biết

$$BC = a\sqrt{2}, AB = \frac{a}{\sqrt{3}}. \text{ Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng } (ACD) \text{ và } (BCD).$$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Cho biết $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Trên BC lấy điểm I sao cho tam giác SDI vuông tại S . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SDI) và $(ABCD)$ là 60° . Tính độ dài SI .

Câu 24. Cho hình lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC) , tính $\cos \alpha$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$

Câu 26. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AC = a$, $SA = \frac{a}{2}$.

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình thoi $ABCD$ và H là hình chiếu của O trên SC . Tính số đo các góc phẳng nhị diện:

- a) $[B, SA, D]$;
- b) $[S, BD, A]$;
- c) $[S, BD, C]$;
- d) $[D, SC, B]$.

Câu 27. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{15}}{6}$. Tính số đo góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $AC = a$. Tính số đo của mỗi góc nhị diện sau:

- a) $[B, SA, C]$;
- b) $[S, DA, B]$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB \perp BC$, $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$. Gọi α, β, γ lần lượt là số đo của các góc nhị diện $[B, SA, C]$, $[A, BC, S]$, $[A, SC, B]$. Tính:

- a) $\cos \alpha, \cos \beta$;
- b*) $\cos \gamma$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông, AC cắt BD tại O , $SO \perp (ABCD)$. Tất cả các cạnh của hình chóp bằng a .

- a) Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) .
- b) Gọi α là số đo của góc nhị diện $[S, CD, A]$. Tính $\cos \alpha$.
- c) Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , β là số đo của góc nhị diện $[A, d, D]$. Tính $\cos \beta$.
- d*) Gọi γ là số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$. Tính $\cos \gamma$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AC = a$, $SA = \frac{a}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, CD, A]$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AC cắt BD tại O . Gọi α, β lần lượt là số đo của các nhị diện $[A, SO, B]$ và $[B, SO, C]$. Tính $\alpha + \beta$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ lần lượt là góc giữa các đường thẳng SA, SB, SC, SD và mặt phẳng $(ABCD)$. Chứng minh rằng:
 $SA = SB = SC = SD \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$.

Câu 35. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính:

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD ;
- Chiều cao và thể tích của khối tứ diện đều $ABCD$;
- Côsin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) ;
- Côsin của số đo góc nhị diện $[C, AB, D]$.

Dạng 3. Một số bài toán liên quan hình lăng trụ đặc biệt

Câu 36. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

- Chứng minh rằng $(BDD'B') \perp (ABCD)$.
- Xác định hình chiếu của AC' trên mặt phẳng $(ABCD)$.
- Cho $AB = a, BC = b, CC' = c$. Tính AC' .

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng lục giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $2a$.

- Tính diện tích xung quanh của lăng trụ.
- Tính diện tích toàn phần của lăng trụ.

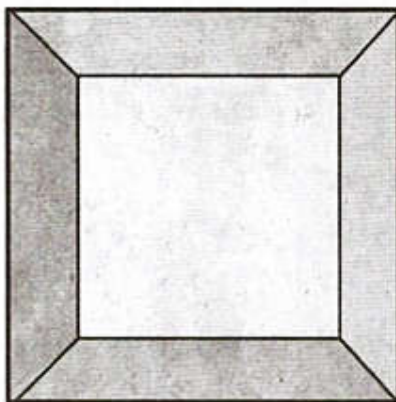
Câu 38. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a và có $\widehat{BAD} = \widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Tính tổng diện tích các mặt của hình hộp.

Câu 39. Cho hình chóp cắt tứ giác đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy lớn $ABCD$ có cạnh bằng $2a$, đáy nhỏ $A'B'C'D'$ có cạnh bằng a và cạnh bên $2a$. Tính đường cao của hình chóp cắt và đường cao của mặt bên.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA = a\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi (α) là mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD) .

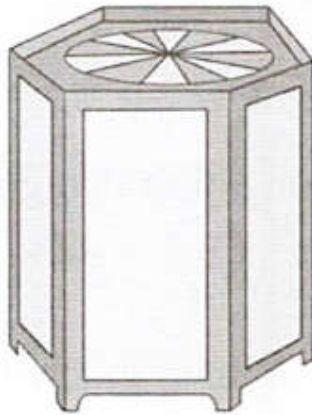
- Tìm các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp.
- Các giao tuyến ở câu a tạo thành hình gì? Tính diện tích của hình đó.

Câu 41. Người ta cần sơn tất cả các mặt của một khối bê tông hình chóp cắt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng $2m$, đáy nhỏ có cạnh bằng $1m$ và cạnh bên bằng $2m$ (Hình 14). Tính tổng diện tích các bề mặt cần sơn.



Hình 14

Câu 42. Một hộp đèn treo trên trần có hình dạng lăng trụ đứng lục giác đều (hình 15), cạnh đáy bằng 10cm và cạnh bên bằng 50cm. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích một mặt đáy của hộp đèn.



Hình 15

Câu 43. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $AC \perp (BDD'B')$.

Câu 44. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a, SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

- Tính chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.
- Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$.
- Tính cosin của số đo góc nhị diện $[S, CD, B]$.
- Tính cosin của số đo góc nhị diện $[A, SD, C]$.

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ cạnh a . Tính:

- Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$;
- Số đo của góc nhị diện $[A, CD, B']$;
- Tang của góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(ABCD)$;
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'D$ và BC ;
- e*) Góc giữa hai đường thẳng BC' và CD' .

Dạng 4. Ứng dụng

Câu 46. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Trong cửa sổ ở Hình 7.56, cánh và khung cửa là các nửa hình tròn có đường kính 80 cm, bản lề được đính ở điểm chính giữa O của các cung tròn khung và cánh cửa. Khi cửa mở, đường kính của khung và đường kính của cánh song song với nhau và cách nhau một khoảng d ; khi cửa đóng, hai đường kính đó trùng nhau. Hãy tính số đo của góc nhị diện có hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa cánh, khung cửa khi $d = 40$ cm.



Hình 7.56

Câu 47. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Từ một tấm tôn hình chữ nhật, tại 4 góc bác Hùng cắt bỏ đi 4 hình vuông có cùng kích thước và sau đó hàn gắn các mép tại các góc như Hình 7.65. Giải thích vì sao bằng cách đó, bác Hùng nhận được chiếc thùng không nắp có dạng hình hộp chữ nhật.



Hình 7.65

Câu 48. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8m$; $OA = 2,8m$; $OB = 4m$.



Hình 7.72

- Tính (gần đúng) số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà.
- Chứng minh rằng mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt đất phẳng. Lưu ý: Đường giao giữa hai mái (đường nóc) song song với mặt đất.
- Điểm A ở độ cao (so với mặt đất) hơn điểm B là $0,5m$. Tính (gần đúng) góc giữa mái nhà (chứa OB) so với mặt đất.

Câu 49. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Độ dốc của mái nhà, mặt sân, con đường thẳng là tang của góc tạo bởi mái nhà, mặt sân, con đường thẳng đó với mặt phẳng nằm ngang. Độ dốc của đường thẳng dành cho người khuyết tật được quy định là không quá $\frac{1}{12}$. Hỏi theo đó, góc tạo bởi đường dành cho người khuyết tật và mặt phẳng nằm ngang không vượt quá bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

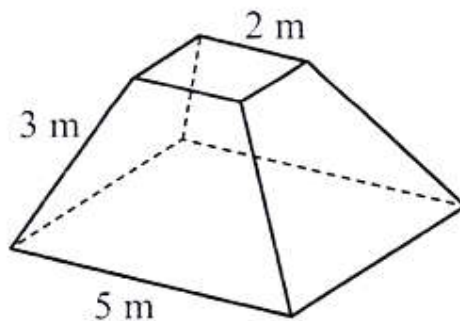
Câu 50. Một ngôi nhà có hai mái trước, sau có dạng là các hình chữ nhật $ABCD, ABMN$, $AD = 4m, AN = 3m, DN = 5m$. Tính góc giữa hai mặt phẳng chứa hai mái nhà đó (tính gần đúng theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 51. Một viên bi được thả lần trên một mặt phẳng nằm nghiêng (so với mặt phẳng nằm ngang). Coi viên bi chịu tác dụng của hai lực chính là lực hút của Trái Đất (theo phương thẳng đứng, hướng xuống dưới) và phản lực, vuông góc với mặt phẳng nằm nghiêng, hướng lên trên. Giải thích vì sao viên bi di chuyển trên một đường thẳng vuông góc với giao tuyến của mặt phẳng nằm nghiêng và mặt phẳng nằm ngang.

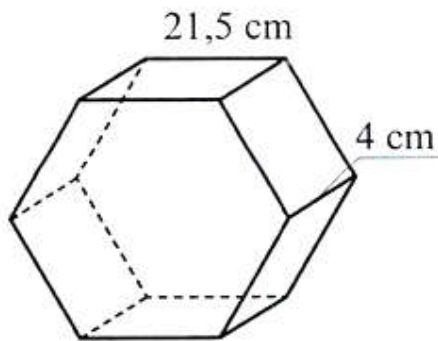
Câu 52. Hình 19 minh họa một cánh cửa và khung cửa. Cánh cửa có dạng hình chữ nhật $BCMN$ và khung cửa có dạng hình chữ nhật $ABCD$, ở đó $AB = BN$. Góc mở cửa là góc nhị diện $[A, BC, N]$. Biết chiều rộng BN của cửa là $1,2m$. Khi góc mở cửa có số đo bằng 60° thì khoảng cách giữa A và N bằng bao nhiêu?

Câu 53. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình 46). Cạnh đáy dưới dài $5m$, cạnh đáy trên dài $2m$, cạnh bên dài $3m$. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng $/m^3$. Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn).



Hình 46

Câu 54. Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều (Hình 48) với chiều cao là $4cm$ và cạnh lục giác dài $21,5cm$. Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimet khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 48

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)**1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá**

- Câu 1.** Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 - B. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 - C. Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi góc giữa chúng bằng 0^0 .
 - D. Hai đường thẳng trong không gian cắt nhau khi và chỉ khi góc giữa chúng lớn hơn 0^0 và nhỏ hơn 90^0 .
- Câu 2.** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
- A. Góc giữa hai mặt phẳng bằng góc giữa hai đường thẳng tùy ý nằm trong mỗi mặt phẳng.
 - B. Góc giữa hai mặt phẳng bằng góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.
 - C. Góc giữa hai mặt phẳng luôn là góc nhọn.
 - D. Góc giữa hai mặt phẳng bằng góc giữa hai vec tơ chỉ phương của hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.
- Câu 3.** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?
- A. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
 - B. Hình chóp tứ giác đều có các cạnh bên bằng nhau.
 - C. Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.
 - D. Hình chóp tứ giác đều có hình chiếu vuông góc của đỉnh lên đáy trùng với tâm của đáy.
- Câu 4.** Cho các đường thẳng a, b và các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau
- | | |
|--|---|
| <p>A. $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$</p> <p>C. $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$</p> | <p>B. $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha).$</p> <p>D. $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b.$</p> |
|--|---|
- Câu 5.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?
- A. Cho hai mặt phẳng vuông góc với nhau, nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng thì vuông góc với mặt phẳng kia.
 - B. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước
 - C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

D. Đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a, b khi và chỉ khi d vuông góc với cả a và b .

Câu 6. Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (α) . có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và vuông góc với (α) .

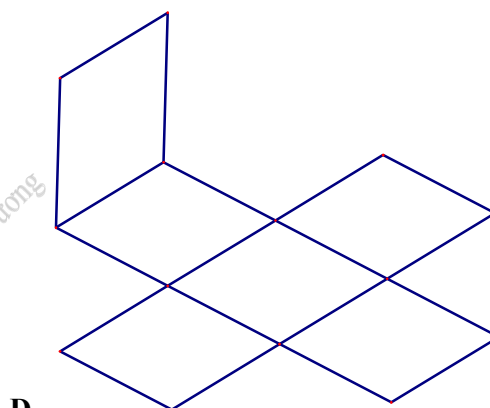
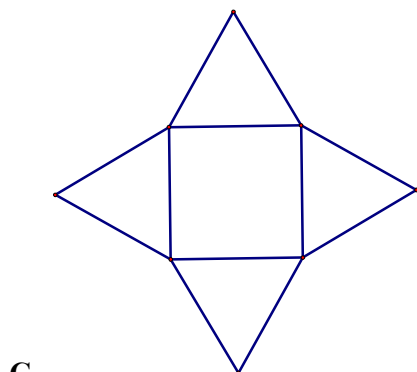
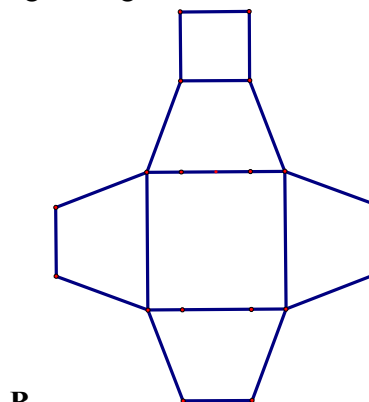
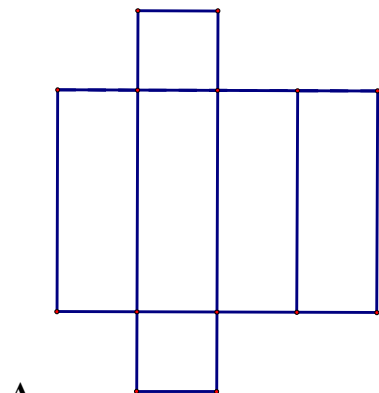
A. 2.

B. 0.

C. Vô số.

D. 1.

Câu 7. Mảnh bìa **phẳng** nào sau đây có thể xếp thành lăng trụ tứ giác đều?



Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng vuông góc nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều vuông góc với mặt phẳng kia.

D. Nếu hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng vuông góc với nhau.

Câu 9. Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (α) . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và vuông góc với (α) ?

A. 2.

B. 0.

C. Vô số.

D. 1.

Câu 10. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

i) Hình hộp đứng có đáy là hình vuông là hình lập phương

ii) Hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình chữ nhật

iii) Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với đáy

iv) Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau là hình lập phương

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 11. Trong không gian cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P) , xét các phát biểu sau:

(I). Nếu $a // b$ mà $a \perp (P)$ thì luôn có $b \perp (P)$.

(II). Nếu $a \perp (P)$ và $a \perp b$ thì luôn có $b // (P)$.

(III). Qua đường thẳng a chỉ có duy nhất một mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

(IV). Qua đường thẳng a luôn có vô số mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

Số khẳng định đúng trong các phát biểu trên là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 12. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 13. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và một điểm M không thuộc (P) và (Q) .

Qua M có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q) .

A. 3.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ đều. Gọi H là trung điểm của cạnh AC . Tìm mệnh đề **sai**?

A. $(SAC) \perp (SBD)$. B. $SH \perp (ABCD)$. C. $(SBD) \perp (ABCD)$. D. $CD \perp (SAD)$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $SC \perp (SBD)$. B. $SO \perp (ABCD)$.

C. $(SBD) \perp (ABCD)$. D. $(SAC) \perp (ABCD)$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $SA \perp BC$.

B. $AB \perp BC$.

C. $AB \perp SC$.

D. $SB \perp BC$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với mặt đáy. AH , AK lần lượt là đường cao của tam giác SAB , SAD . Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $BC \perp AH$.

B. $SA \perp AC$.

C. $HK \perp SC$.

D. $AK \perp BD$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD) ?

A. (SBC) .

B. (SAD) .

C. (SCD) .

D. (SAC) .

Câu 19. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC , mệnh đề nào sau đây **sai**?

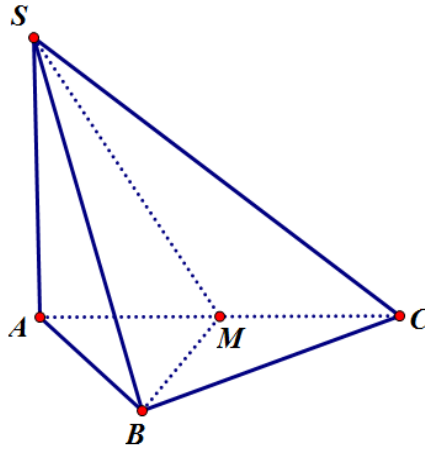
A. $(ABB') \perp (ACC')$. B. $(AC'M) \perp (ABC)$.

C. $(AMC') \perp (BCC')$. D. $(ABC) \perp (ABA')$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(BIH) \perp (SBC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SBC) \perp (ABC)$. D. $(SAC) \perp (SBC)$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, gọi M là trung điểm của AC . Mệnh đề nào **sai**?



- A. $(SAB) \perp (SAC)$. B. $BM \perp AC$. C. $(SBM) \perp (SAC)$. D. $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $(SBC) \perp (ABCD)$. B. $(SBC) \perp (SCD)$. C. $(SBC) \perp (SAD)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Câu 23. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'C)$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(D'BC)$. B. $(B'BD)$. C. $(D'AB)$. D. $(BA'C')$.

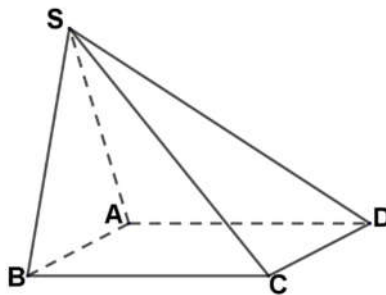
Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Biết $SA = AD = DC = a$, $AB = 2a$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(SBD) \perp (SAC)$. B. $(SAB) \perp (SAD)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SAD) \perp (SCD)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Trong số các mặt phẳng chứa mặt đáy và các mặt bên của hình chóp, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (SAB) ?



- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, khẳng định nào **đúng** về hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(CB'D')$.

- A. $(A'BD) \perp (CB'D')$. B. $(A'BD) \parallel (CB'D')$.
 C. $(A'BD) \equiv (CB'D')$. D. $(A'BD) \cap (CB'D') = BD'$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

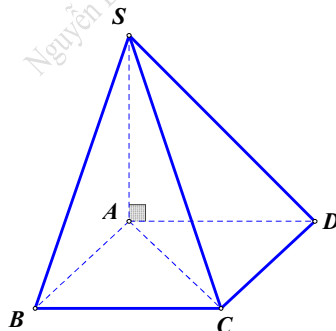
Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 0° . D. 90° .

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tang của góc nhị diện $[S, AB, O]$

- A. 1. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



- A. Góc \widehat{SDA} . B. Góc \widehat{SCA} . C. Góc \widehat{SCB} . D. Góc \widehat{ASD} .

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Góc nhị diện $[S, BD, A]$?

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 34. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính $\cos \alpha$, trong đó α là góc nhị diện $[S, BC, A]$

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3\sqrt{2}}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 30° .

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = \sqrt{3}$ cm, $AB = 1$ cm, $BC = \sqrt{2}$ cm. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng:

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng:

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 75° .

Câu 39. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$ (đvdt), diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$ (đvdt). Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) ?

- A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 41. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

- A. 45° .
B. 30° .
C. 60° .
D. 75° .

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Côsin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Giá trị sin của góc nhị diện $[A', BD, A]$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao $SA = x$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Khi đó x bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 46. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(ABC'D')$ bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 47. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cosin của góc giữa một mặt bên và mặt đáy.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Gọi α là góc giữa mặt bên và mặt đáy, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{14}$.

Câu 49. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi α là góc nhị diện $[A, B'C', A']$. Tính giá trị của $\tan \alpha$?

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 51. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy và chiều cao $SO = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$. Tính góc nhị diện $[S, AB, O]$

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 52. Cho hình hộp chữ nhật $ABCB.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, AA' . Góc giữa hai đường thẳng MN và BB' bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 53. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$. Các cạnh bên đều có độ dài $5a$. Tính góc nhị diện $[S, BC, O]$

- A. $\alpha \approx 75^\circ 46'$. B. $\alpha \approx 71^\circ 21'$. C. $\alpha \approx 68^\circ 31'$. D. $\alpha \approx 65^\circ 21'$.

Câu 54. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đoạn BG (với G là trọng tâm tam giác ABC). Tính cosin của góc φ giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABB'A')$.

- A. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{95}}$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{165}}$. C. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{134}}$. D. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{126}}$.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính sin của góc tạo bởi đường MD và mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{\sqrt{13}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Câu 56. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc nhị diện $[A, BC, O]$

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó mp (SBC) tạo với đáy một góc x . Tính $\tan x$.

A. $\tan x = 2$. B. $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\tan x = \frac{3}{2}$. D. $\tan x = \frac{2}{3}$.

Câu 58. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc nhị diện $[M, BC, A]$:

A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó góc nhị diện $[S, BD, A]$.

A. 60° B. 45° C. 30° D. 75°

Câu 60. Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Tìm giá trị của x để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau.

A. $x = \frac{a}{3}$. B. $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $x = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $x = \frac{a}{2}$.

Câu 61. Cho tứ diện $ABCD$ có BCD là tam giác vuông tại đỉnh B , cạnh $CD = a$, $BD = \frac{a\sqrt{6}}{3}$,

$AB = AC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc nhị diện $[A, BC, D]$

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\arctan 3$.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) , $AB = a$, $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{1}{4}$.

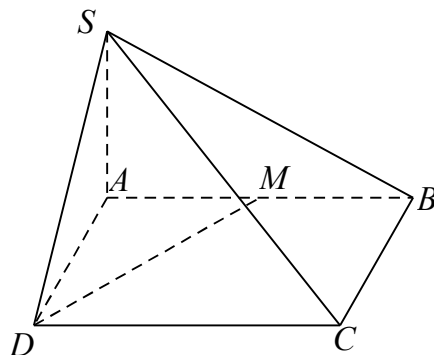
Câu 63. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$, $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm BB' thì côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AC'M)$ là

A. $\frac{\sqrt{3}}{31}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{\sqrt{93}}{31}$.

Câu 64. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B có $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(SAC), (SBC)$. Tính $\cos \varphi = ?$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SDM) bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = a$. Biết SAB là tam giác đều cạnh $2a$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .

- A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$.

Câu 67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H , K lần lượt là trung điểm của AB , CD . Ta có tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 68. Trong không gian cho tam giác đều SAB và hình vuông $ABCD$ cạnh a nằm trên hai mặt phẳng vuông góc. Góc φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

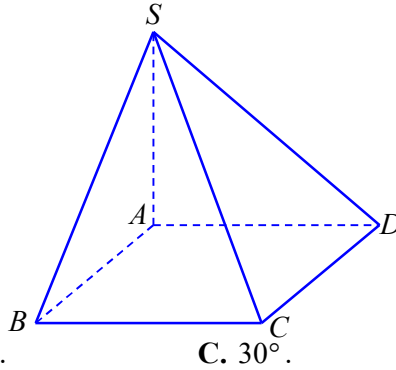
Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$; $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc nhị diện $[B, SA, C]$

- A. 30° . B. 150° . C. 60° . D. 120° .

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng?



- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[B, SC, A]$

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 74. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$. Gọi α là góc của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SAB) . Khi đó $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{7}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

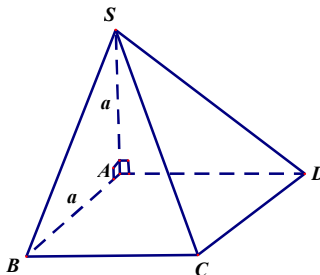
Câu 75. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{-2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{-1}{\sqrt{5}}$.

Câu 76. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, cạnh đáy bằng a . Gọi α là góc giữa hai mặt bên của hình chóp đó. Hãy tính $\cos \alpha$.

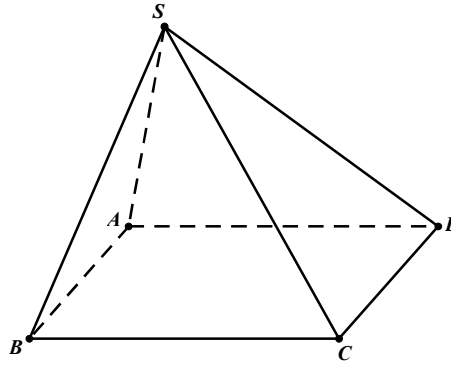
- A. $\cos \alpha = \frac{8}{15}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos \alpha = \frac{7}{15}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) bằng



- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $BC = 4$. Tam giác SAC nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng SA bằng 4.



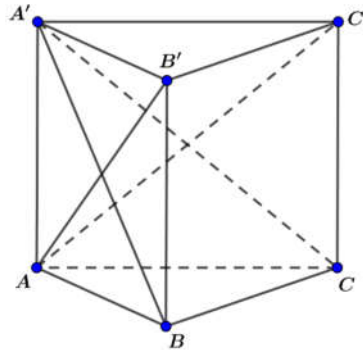
Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng

- A. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$. B. $\frac{3\sqrt{34}}{34}$. C. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$. D. $\frac{5\sqrt{34}}{17}$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos \varphi$ với φ là góc tạo bởi (SAC) và (SCD) .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{7}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{7}$.

Câu 80. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'BC)$, tính $\cos \alpha$



- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 81. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 82. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'CD)$.

A. 90° . B. 120° . C. 60° . D. 45° .

Câu 83. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2AA' = 2a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

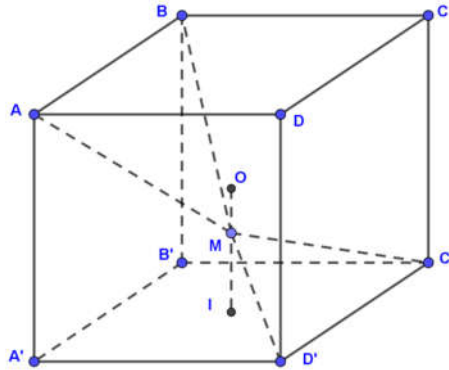
Câu 84.) Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$, $BB' = 2$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của $A'B', A'C', BC$. Nếu gọi α là độ lớn của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (ACC') thì $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

Câu 85. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt $ABCD$ là hình vuông, $AA' = \frac{AB\sqrt{6}}{2}$. Xác định góc nhị diện $[A', BD, C']$

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

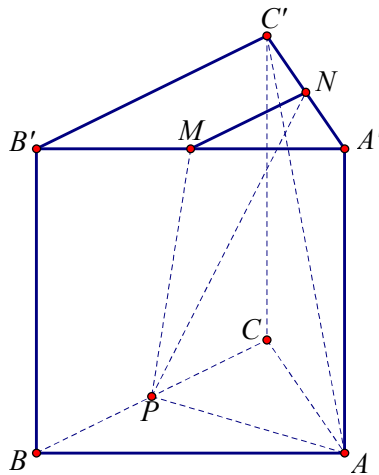
Câu 86. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng.

- A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 87. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

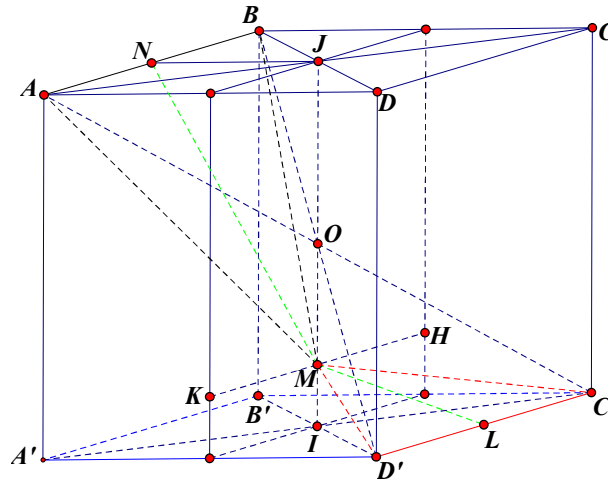


- A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$.

Câu 88. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Biết $AC = 2, AA' = \sqrt{3}$. Tính góc nhị diện $[A, B'D', C]$

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 89. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

- A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 90. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2$, $AD = 3$, $AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α . Tính giá trị gần đúng của góc α .

- A. $45,2^\circ$. B. $38,1^\circ$. C. $53,4^\circ$. D. $61,6^\circ$.

Câu 91. Trong hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = a$, $BC = 2a$, $AC = a\sqrt{5}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng 45° .
 B. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(BB'C)$ vuông góc với nhau.
 C. $AC' = 2a\sqrt{2}$.
 D. Đáy ABC là tam giác vuông.

Câu 92. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi d_B , d_C lần lượt là các đường thẳng đi qua B , C và vuông góc với (ABC) . (P) là mặt phẳng đi qua A và hợp với (ABC) một góc bằng 60° . (P) cắt d_B , d_C tại D và E . Biết $AD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AE = a\sqrt{3}$. Đặt $\beta = \widehat{DAE}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $\beta = 30^\circ$. B. $\sin \beta = \frac{2}{\sqrt{6}}$. C. $\sin \beta = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\beta = 60^\circ$.

Câu 93. Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = 2x$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Với giá trị nào của x thì $(ABC) \perp (ABD)$?

- A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $x = a$. C. $x = a\sqrt{3}$. D. $x = \frac{a}{3}$.

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = x$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SDC) tạo với nhau một góc 60° .

- A. $x = a\sqrt{3}$. B. $x = a$. C. $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $x = \frac{a}{2}$.

Câu 95. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng (P) đi qua đường chéo BD' , khi diện tích thiết diện đạt giá trị nhỏ nhất, cosin góc tạo bởi (P) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

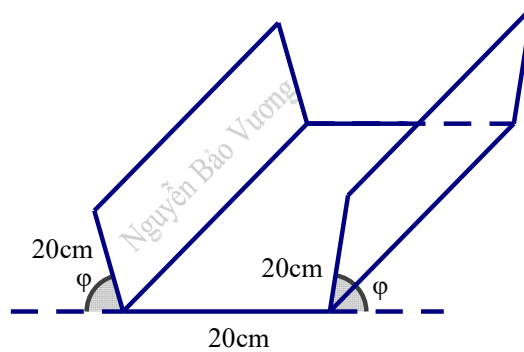
Câu 96. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S , có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC . Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính diện tích tam giác AMN theo a .

- A. $\frac{a^2\sqrt{10}}{24}$. B. $\frac{a^2\sqrt{10}}{16}$. C. $\frac{a^2\sqrt{5}}{8}$. D. $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$.

Câu 97. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và hai mặt phẳng (ACD) , (BCD) vuông góc với nhau. Tính độ dài cạnh CD sao cho hai mặt phẳng (ABC) , (ABD) vuông góc.

- A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 98. Bạn Nam làm một cái máng thoát nước mưa, mặt cắt là hình thang cân có độ dài hai cạnh bên và cạnh đáy đều bằng 20 cm, thành máng nghiêng với mặt đất một góc φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$). Bạn Nam phải nghiêng thành máng một góc trong khoảng nào sau đây để lượng nước mưa thoát được là nhiều nhất?



- A. $[50^\circ; 70^\circ)$. B. $[10^\circ; 30^\circ)$. C. $[30^\circ; 50^\circ)$. D. $[70^\circ; 90^\circ)$.

Câu 99. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Mặt phẳng (α) cắt tất cả các cạnh bên của hình lập phương. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (α) biết (α) tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 60° .

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 6. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 100. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Gọi M, N, P là ba điểm lần lượt thuộc ba cạnh $BB', C'D', AD$ sao cho $BM = C'N = DP = 1$. Tính diện tích S của thiết diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) với hình lập phương đã cho.

- A. $S = \frac{13\sqrt{3}}{3}$. B. $S = \frac{17\sqrt{3}}{3}$. C. $S = \frac{15\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{13\sqrt{3}}{2}$.

Câu 101. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Mặt phẳng (α) cắt tất cả các cạnh bên của hình lập phương. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi (α) biết (α) tạo với $(ABB'A')$ một góc 60° .

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 6.

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (SBC) bằng 60° . Tính diện tích ΔABC , biết diện tích ΔSBC bằng 2.

A. 1.

B. $\sqrt{3}$.

C. 4.

D. 2.

Câu 103. Bác Bình muốn làm một ngôi nhà mái lá cộ như trong hình với diện tích mặt nền nhà (tính theo viên tường bên ngoài ngôi nhà) là $100m^2$, mỗi mặt phẳng mái nhà nghiêng so với mặt đất 30° , để lợp một m^2 mái nhà cần mua 100 nghìn đồng lá cộ. Hỏi số tiền bác Bình sử dụng mua lá cộ để lợp tất cả mái nhà gần nhất với số nào sau đây? (coi như các mép của mái lá cộ chỉ chạm đến viên tường bên ngoài ngôi nhà, chỗ thò ra khỏi tường không đáng kể).

A. 11,547 triệu đồng.

B. 12,547 triệu đồng.

C. 18,547 triệu đồng.

D. 19,547 triệu đồng.

Câu 104. Cho tứ diện $ABCD$ $AC = AD = BC = BD = a$, $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Tính độ dài cạnh CD .

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

C. $\sqrt{2}a$.

D. $2\sqrt{2}a$.

Câu 105. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = a$, $BC = 2a$; $AC = a\sqrt{5}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $AC' = 2a\sqrt{2}$.

B. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng 45° .

C. Đáy ABC là tam giác vuông.

D. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(BB'C'C)$ vuông góc với nhau.