

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – MỨC 7-8 ĐIỂM**Dạng 1. Nguyên hàm cơ bản có điều kiện**

<i>Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với C là hằng số tùy ý)</i>	
① $\int 0 dx = C.$	$\longrightarrow \int k dx = kx + C.$
② $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$	$\longrightarrow \int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C.$
③ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$	$\longrightarrow \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C.$
④ $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$	$\longrightarrow \int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C.$
⑤ $\int \sin x dx = -\cos x + C.$	$\longrightarrow \int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C.$
⑥ $\int \cos x dx = \sin x + C.$	$\longrightarrow \int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C.$
⑦ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$	$\longrightarrow \int \frac{dx}{\sin^2(ax+b)} = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C.$
⑧ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$	$\longrightarrow \int \frac{dx}{\cos^2(ax+b)} = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C.$
⑨ $\int e^x dx = e^x + C.$	$\longrightarrow \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C.$
⑩ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$	$\longrightarrow \int a^{\alpha x+\beta} dx = \frac{1}{\alpha} \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a} + C.$

♦ **Nhận xét.** Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì khi lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

Một số nguyên tắc tính cơ bản

- Tích của đa thức hoặc lũy thừa \xrightarrow{PP} khai triển.
- Tích các hàm mũ \xrightarrow{PP} khai triển theo công thức mũ.
- Bậc chẵn của sin và cosin \Rightarrow Hạ bậc: $\sin^2 a = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2a$, $\cos^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a$.
- Chứa tích các căn thức của $x \xrightarrow{PP}$ chuyển về lũy thừa.

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{2}{2x-1}, f(0)=1, f(1)=2. \text{ Giá trị của biểu thức } f(-1)+f(3) \text{ bằng}$$

A. $2 + \ln 15$

B. $3 + \ln 15$

C. $\ln 15$

D. $4 + \ln 15$

Câu 2. (Sở Phú Thọ 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$ Tìm $F(x)$.

A. $2\ln(x-1)+2$

B. $\ln(x-1)+3$

C. $4\ln(x-1)$

D. $\ln(x-1)-3$

Câu 3. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$, biết $F(1) = 2$. Giá trị của $F(0)$ bằng

A. $2 + \ln 2$.

B. $\ln 2$.

C. $2 + \ln(-2)$.

D. $\ln(-2)$.

Câu 4. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$; biết $F(0) = 2$. Tính $F(1)$.

A. $F(1) = \frac{1}{2}\ln 3 - 2$. B. $F(1) = \ln 3 + 2$. C. $F(1) = 2\ln 3 - 2$. D. $F(1) = \frac{1}{2}\ln 3 + 2$.

Câu 5. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$

B. $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0)$.

D. $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Câu 6. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn

$f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$, $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = \ln 4035$.

B. $S = 4$.

C. $S = \ln 2$.

D. $S = 1$.

Câu 7. (Mã 105 2017) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$

D. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

Câu 8. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Câu 9. (Sở Bình Phước 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số e^{2x} và $F(0) = \frac{201}{2}$. Giá trị $F\left(\frac{1}{2}\right)$ là

A. $\frac{1}{2}e + 200$

B. $2e + 100$

C. $\frac{1}{2}e + 50$

D. $\frac{1}{2}e + 100$

Câu 10. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và: $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x, f(0) = 2$. Hàm $f(x)$ là

A. $y = 2e^x + 2x$.

B. $y = 2e^x + 2$.

C. $y = e^{2x} + x + 2$.

D. $y = e^{2x} + x + 1$.

Câu 11. (Sở Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$.

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$.

C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$.

D. $F(x) = e^x - 2019$.

Câu 12. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$.

A. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} + 1}{\ln 2}$.

B. $T = 2^{2019 \cdot 2020}$.

C. $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$.

D. $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$.

Câu 13. (Mã 104 2017) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

A. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$

B. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$

C. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$

D. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$

Câu 14. (Mã 123 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15$

B. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2$

C. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$

D. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$

Câu 15. (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 2x + 5 \cos x + 3$.

B. $f(x) = 2x - 5 \cos x + 15$.

C. $f(x) = 2x + 5 \cos x + 5$.

D. $f(x) = 2x - 5 \cos x + 10$.

Câu 16. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm

$$f(x) = \cos 3x \text{ và } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{3}. \text{ Tính } F\left(\frac{\pi}{9}\right).$$

A. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} + 2}{6}$

B. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} - 2}{6}$

C. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} + 6}{6}$

D. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} - 6}{6}$

Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}. \text{ Biết } F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k \text{ với mọi } k \in \mathbb{Z}. \text{ Tính } F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi).$$

A. 55.

B. 44.

C. 45.

D. 0.

Câu 18. (Yên Lạc 2 - Vĩnh Phúc - 2020) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2019)$.

A. $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$.

B. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} - 1}{2}$.

C. $T = 2^{2019 \cdot 2020}$.

D. $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$.

Câu 19. (Đề minh họa 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$.

Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

- A. -3 . B. 1 . C. 2 . D. 7 .

Câu 20. (Sở Hà Tĩnh 2022) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \sin^2 x$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Giá trị biểu thức $S = F(-\pi) + 2F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $S = \frac{3}{4} - \frac{\pi}{4}$. B. $S = \frac{3}{4} - \frac{3\pi}{4}$. C. $S = \frac{1}{4} + \frac{3\pi}{8}$. D. $S = \frac{3}{2} - \frac{3\pi}{8}$.

Câu 21. (Sở Nam Định 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 8x^3 + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

- A. $\frac{32}{5} + \cos 1$. B. $\frac{32}{5} - \cos 1$. C. $\frac{32}{5} - \sin 1$. D. $\frac{32}{5} + \sin 1$.

Câu 22. (Chuyên Hùng Vương – Gia Lai 2022) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn

$f'(x) = \frac{1}{x-2}, f(1) = 2021, f(3) = 2022$. Tính $P = \frac{f(2023)}{f(-2019)}$.

- A. $P = \ln 4042$.
B. $P = \frac{\ln 2021}{\ln 2022}$.
C. $P = \ln \frac{2021}{2022}$.
D. $P = \frac{2022 + \ln 2021}{2021 + \ln 2021}$.

Câu 23. (THPT Hoàng Hoa Thám - Quảng Ninh - 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm

$f'(x) = \frac{1}{x-1} + 6x, \forall x \in (1; +\infty)$ và $f(2) = 12$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa $F(2) = 6$, khi đó

giá trị biểu thức $P = F(5) - 4F(3)$ bằng

- A. 25 . B. 10 . C. 20 . D. 24 .

Câu 24. (THPT Trần Quốc Tuấn - Quảng Ngãi - 2022) Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{4}{3}$ và

$f'(x) = 16 \cos 4x \cdot \sin^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{15}{26}$. Tính $F(\pi)$.

- A. $\frac{64}{27}$. B. $\frac{15}{26}$. C. $\frac{31}{18}$. D. 0 .

Dạng 2. Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số

“Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = F(u(x)) + C$ ”.

Giả sử ta cần tìm họ nguyên hàm $I = \int f(x) dx$, trong đó ta có thể phân tích

$f(x) = g(u(x))u'(x) dx$ thì ta thực hiện phép đổi biến số $t = u(x)$

$$\Rightarrow dt = u'(x) dx. \text{ Khi đó: } I = \int g(t) dt = G(t) + C = G(u(x)) + C$$

Chú ý: Sau khi ta tìm được họ nguyên hàm theo t thì ta phải thay $t = u(x)$

1. Đổi biến số với một số hàm thường gặp

$$\begin{aligned} & \bullet \int f(ax+b)^n x dx \xrightarrow{PP} t = ax+b. \bullet \int_a^b \sqrt[n]{f(x)} f'(x) dx \xrightarrow{PP} t = \sqrt[n]{f(x)}. \\ & \bullet \int_a^b f(\ln x) \frac{1}{x} dx \xrightarrow{PP} t = \ln x. \bullet \int_a^b f(e^x) e^x dx \xrightarrow{PP} t = e^x. \\ & \bullet \int_a^b f(\sin x) \cos x dx \xrightarrow{PP} t = \sin x. \bullet \int_a^b f(\cos x) \sin x dx \xrightarrow{PP} t = \cos x. \\ & \bullet \int_a^b f(\tan x) \frac{1}{\cos^2 x} dx \xrightarrow{PP} t = \tan x. \bullet \int_a^b f(\sin x \pm \cos x) (\sin x \pm \cos x) dx \Rightarrow t = \sin x \pm \cos x. \\ & \bullet \int_a^\beta f(\sqrt{a^2 - x^2}) x^{2n} dx \xrightarrow{PP} x = a \sin t. \bullet \int_a^\beta f\left((\sqrt{x^2 + a^2})^m\right) x^{2n} dx \xrightarrow{PP} x = a \tan t. \\ & \bullet \int_a^\beta f\left(\sqrt{\frac{a \pm x}{a \mp x}}\right) dx \xrightarrow{PP} x = a \cos 2t. \bullet \int_a^\beta \frac{dx}{\sqrt{(ax+b)(cx+d)}} \Rightarrow t = \sqrt{ax+b} + \sqrt{cx+d}. \\ & \bullet \int_a^\beta R\left[\sqrt[n]{ax+b}, \dots, \sqrt[n]{ax+b}\right] dx \Rightarrow t^n = ax+b. \bullet \int_a^\beta \frac{dx}{(a+bx^n)\sqrt[n]{a+bx^n}} \xrightarrow{PP} x = \frac{1}{t}. \end{aligned}$$

2. Đổi biến số với hàm ẩn

- **Nhận dạng tương đối:** Đề cho $f(x)$, yêu cầu tính $f(\neq x)$ hoặc đề cho $f(\neq x)$, yêu cầu tính $f(x)$.
- **Phương pháp:** Đặt $t = (\neq x)$.
- **Lưu ý:** Đổi biến nhớ đổi cận và ở trên đã sử dụng tính chất: “**Tích phân không phụ thuộc vào biến số, mà chỉ phụ thuộc vào hai cận**”, nghĩa là $\int_a^b f(u) du = \int_a^b f(t) dt = \dots = \int_a^b f(x) dx = \dots$

Câu 25. (Mã 101 – 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x + x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x) dx$ bằng

A. $2e^x + 2x^2 + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + C$. C. $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$. D. $e^{2x} + 4x^2 + C$.

Câu 26. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x - 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x) dx$ bằng

A. $2e^x - 4x^2 + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C$. C. $e^{2x} - 8x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$.

Câu 27. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x - x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x) dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$. B. $e^{2x} - 4x^2 + C$. C. $2e^x - 2x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C$.

Câu 28. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x + 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x) dx$ bằng

A. $e^{2x} + 8x^2 + C$. B. $2e^x + 4x^2 + C$. C. $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} + 4x^2 + C$.

Câu 29. (Thi thử Lâmônôxốp - Hà Nội lần V 2019) Biết $\int f(2x)dx = \sin^2 x + \ln x + C$. Tìm nguyên hàm $\int f(x)dx$?

A. $\int f(x)dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C$. B. $\int f(x)dx = 2\sin^2 2x + 2\ln x + C$.
C. $\int f(x)dx = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 2\ln x + C$. D. $\int f(x)dx = 2\sin^2 x + 2\ln x + C$.

Câu 30. Cho $\int f(4x)dx = x^2 + 3x + c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 2x + C$. B. $\int f(x+2)dx = x^2 + 7x + C$.
C. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 4x + C$. D. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + C$.

Câu 31. Cho $\int f(x)dx = 4x^3 + 2x + C_0$. Tính $I = \int xf(x^2)dx$.

A. $I = 2x^6 + x^2 + C$. B. $I = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^6}{6} + C$.
C. $I = 4x^6 + 2x^2 + C$. D. $I = 12x^2 + 2$.

Câu 32. (Sở Bắc Ninh 2019) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} \cdot e^{x^3+1} + C$. B. $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C$.
C. $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C$.

Câu 33. (THPT Hà Huy Tập - 2018) Nguyên hàm của $f(x) = \sin 2x \cdot e^{\sin^2 x}$ là

A. $\sin^2 x \cdot e^{\sin^2 x-1} + C$. B. $\frac{e^{\sin^2 x+1}}{\sin^2 x+1} + C$. C. $e^{\sin^2 x} + C$. D. $\frac{e^{\sin^2 x-1}}{\sin^2 x-1} + C$.

Câu 34. Tìm tất cả các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^9 + 3x^5}$

A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4+3} \right| + C$ B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{12x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4+3} \right| + C$
C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4+3} \right| + C$ D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{12x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4+3} \right| + C$

Câu 35. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4+1} dx$ và $F(0) = 1$.

A. $F(x) = \ln(x^4+1) + 1$. B. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + \frac{3}{4}$.
C. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + 1$. D. $F(x) = 4 \ln(x^4+1) + 1$.

Câu 36. Biết $\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^b + C, x \neq -1$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a = 2b$. B. $b = 2a$. C. $a = 2018b$. D. $b = 2018a$.

Câu 37. (Chuyên Quốc Học Huế - 2018) Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên \mathbb{R} của hàm số

$$f(x) = \frac{2017x}{(x^2+1)^{2018}} \text{ thỏa mãn } F(1) = 0. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất } m \text{ của } F(x).$$

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1-2^{2017}}{2^{2018}}$. C. $m = \frac{1+2^{2017}}{2^{2018}}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 38. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x+1}$ và $F(0) = -\ln 2e$. Tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x+1) = 2$ là:

- A. $S = \{3\}$ B. $S = \{2; 3\}$ C. $S = \{-2; 3\}$ D. $S = \{-3; 3\}$

Câu 39. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3(x^2+1)^{2019}$ là

- A. $\frac{1}{2} \left[\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} \right]$. B. $\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020}$.
C. $\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} + C$. D. $\frac{1}{2} \left[\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} \right] + C$.

Câu 40. (THPT Hà Huy Tập - 2018) Nguyên hàm của $f(x) = \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x}$ là:

- A. $\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln|\ln x| + C$. B. $\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln|x^2 \cdot \ln x| + C$.
C. $\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln|x + \ln x| + C$. D. $\int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln|x \cdot \ln x| + C$.

Câu 41. (Chuyên Hạ Long - 2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$

- A. $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C$. B. $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C$.

Câu 42. (Chuyên Lương Văn Chánh Phú Yên 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ là

- A. $\int f(x) dx = (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C$. B. $\int f(x) dx = \sqrt[3]{3x+1} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sqrt[3]{3x+1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C$.

Câu 43. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là

- A. $\frac{2}{3} (3x+2) \sqrt{3x+2} + C$ B. $\frac{1}{3} (3x+2) \sqrt{3x+2} + C$
C. $\frac{2}{9} (3x+2) \sqrt{3x+2} + C$ D. $\frac{3}{2} \frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$

Câu 44. (HSG Bắc Ninh 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$ là

A. $-\frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1}+C.$

B. $\frac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C.$

C. $\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1}+C.$

D. $\frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1}+C.$

Câu 45. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Cho hàm số $f(x) = 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{\ln 2}{\sqrt{x}}$. Hàm số nào dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số $f(x)$?

A. $F(x) = 2^{\sqrt{x}} + C$

B. $F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$

C. $F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$

D. $F(x) = 2^{\sqrt{x}+1} + C$

Câu 46. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2(u^2 - 4) du.$

B. $\int (u^2 - 4) du.$

C. $\int (u^2 - 3) du.$

D. $\int 2u(u^2 - 4) du.$

Câu 47. (Chuyên Hạ Long - 2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = \sqrt{2x+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x+1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C.$

Câu 48. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến - 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là

A. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + \sqrt{x^2 + 1} + C.$

B. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + C.$

C. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C.$

D. $F(x) = x^2 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C.$

Câu 49. (Chuyên Hạ Long - 2018) Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S = a + b + c$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Câu 50. (Chuyên Bắc Ninh 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln|1 + 3 \cos x| + C.$

B. $\int f(x) dx = \ln|1 + 3 \cos x| + C.$

C. $\int f(x) dx = 3 \ln|1 + 3 \cos x| + C.$

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \ln|1 + 3 \cos x| + C.$

Câu 51. (Sở Thanh Hóa 2019) Tìm các hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2}$.

A. $f(x) = \frac{\sin x}{(2 + \sin x)^2} + C.$

B. $f(x) = \frac{1}{(2 + \cos x)} + C.$

C. $f(x) = -\frac{1}{2 + \sin x} + C.$

D. $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \sin x} + C.$

Câu 52. (THPT Quang Trung Đồng Đa Hà Nội 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x} \text{ và } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2. \text{ Tính } F(0).$$

A. $F(0) = -\frac{1}{3}\ln 2 + 2$. B. $F(0) = -\frac{2}{3}\ln 2 + 2$. C. $F(0) = -\frac{2}{3}\ln 2 - 2$. D. $F(0) = -\frac{1}{3}\ln 2 - 2$.

Câu 53. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019) Biết $\int f(x)dx = 3x\cos(2x-5) + C$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f(3x)dx = 3x\cos(6x-5) + C$ B. $\int f(3x)dx = 9x\cos(6x-5) + C$
C. $\int f(3x)dx = 9x\cos(2x-5) + C$ D. $\int f(3x)dx = 3x\cos(2x-5) + C$

Câu 54. (Chuyên Hạ Long - 2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^5 x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x - \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C$.
B. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\cos x| + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x + \frac{1}{2}\tan^2 x + \ln|\cos x| + C$.
D. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\tan^4 x - \frac{1}{2}\tan^2 x - \ln|\cos x| + C$.

Câu 55. (Hồng Bàng - Hải Phòng - 2018) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x \text{ và } F(0) = \pi. \text{ Tính } F\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$.

Câu 56. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{e}\right) = 2$ và $F(e) = \ln 2$.

Giá trị của biểu thức $F\left(\frac{1}{e^2}\right) + F(e^2)$ bằng

A. $3\ln 2 + 2$. B. $\ln 2 + 2$. C. $\ln 2 + 1$. D. $2\ln 2 + 1$.

Câu 57. (Chuyên Nguyễn Huệ-HN 2019) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thỏa mãn $F(2) = 0$. Khi đó phương trình $F(x) = x$ có nghiệm là:

A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 1 - \sqrt{3}$.

Câu 58. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x^2}$. Biết $F(3) = 6$, giá trị của $F(8)$ là

A. $\frac{217}{8}$. B. 27. C. $\frac{215}{24}$. D. $\frac{215}{8}$.

Câu 59. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ là

A. $(4x^2 + 2x + 1)\sqrt{2x-3} + C$. B. $(4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$.
C. $(3x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$. D. $(4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3} + C$.

Dạng 3. Nguyên hàm của hàm số hữu tỉ

1. Công thức thường áp dụng

$$\bullet \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C. \bullet \int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C.$$

$$\bullet \ln a + \ln b = \ln(ab). \bullet \ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b}.$$

$$\bullet \ln a^n = n \ln a. \bullet \ln 1 = 0.$$

2. Phương pháp tính nguyên hàm, tích phân của hàm số hữu tỷ $I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$.

- Nếu bậc của tử số $P(x) \geq$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ Chia đa thức.
- Nếu bậc của tử số $P(x) <$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ phân tích mẫu $Q(x)$ thành tích số, rồi sử dụng phương pháp che để đưa về công thức nguyên hàm số 01.
- Nếu mẫu không phân tích được thành tích số \xrightarrow{PP} thêm bớt để đổi biến hoặc lượng giác hóa bằng cách đặt $X = a \tan t$, nếu mẫu đưa được về dạng $X^2 + a^2$.

Câu 60. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $x+3\ln(x-1)+C$. B. $x-3\ln(x-1)+C$.

C. $x-\frac{3}{(x-1)^2}+C$. D. $x+\frac{3}{(x-1)^2}+C$.

Câu 61. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $3\ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C$

B. $3\ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C$

C. $3\ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C$

D. $3\ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C$.

Câu 62. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$.

B. $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$.

C. $2\ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$.

D. $2\ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$.

Câu 63. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+3}{x^2+3x+2}$ là

A. $\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$.

B. $2\ln|x+1| + \ln|x+2| + C$.

C. $2\ln|x+1| - \ln|x+2| + C$.

D. $-\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$.

Câu 64. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số

$$f(x) = ax + \frac{b}{x^2} (x \neq 0), \text{ biết rằng } F(-1) = 1, F(1) = 4, f(1) = 0$$

$$\text{A. } F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}.$$

$$\text{B. } F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}.$$

$$\text{C. } F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}.$$

$$\text{D. } F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}.$$

Câu 65. Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\text{A. } a+2b=8.$$

$$\text{B. } a+b=8.$$

$$\text{C. } 2a-b=8.$$

$$\text{D. } a-b=8.$$

Câu 66. Cho biết $\int \frac{1}{x^3-x} dx = a \ln|(x-1)(x+1)| + b \ln|x| + C$. Tính giá trị biểu thức: $P = 2a + b$.

$$\text{A. } 0.$$

$$\text{B. } -1.$$

$$\text{C. } \frac{1}{2}.$$

$$\text{D. } 1.$$

Câu 67. Cho biết $\int \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = a \ln|x+2| + b \ln|x+3| + C$. Tính giá trị biểu thức: $P = a^2 + ab + b^2$.

$$\text{A. } 12.$$

$$\text{B. } 13.$$

$$\text{C. } 14.$$

$$\text{D. } 15.$$

Câu 68. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

$$\text{A. } -\frac{3}{2}.$$

$$\text{B. } 0.$$

$$\text{C. } 5.$$

$$\text{D. } \frac{3}{2}.$$

Câu 69. (Mã 102 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

$$\text{A. } 3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + c.$$

$$\text{B. } 3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + c.$$

$$\text{C. } 3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + c.$$

$$\text{D. } 3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + c.$$

Câu 70. (Mã 103 - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là

$$\text{A. } 2\ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C.$$

$$\text{B. } 2\ln(x+2) + \frac{1}{x+2} + C.$$

$$\text{C. } 2\ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + C.$$

$$\text{D. } 2\ln(x+2) - \frac{3}{x+2} + C.$$

Câu 71. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức

$S = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019)$ bằng

$$\text{A. } \frac{2019}{2020}.$$

$$\text{B. } \frac{2019 \cdot 2021}{2020}.$$

$$\text{C. } 2018 \frac{1}{2020}.$$

$$\text{D. } -\frac{2019}{2020}.$$

Câu 72. Giả sử $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số).

Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

$$\text{A. } -1.$$

$$\text{B. } 1.$$

$$\text{C. } 3.$$

$$\text{D. } -3.$$

Câu 73. (Nam Trực - Nam Định - 2018) Cho $I = \int \frac{1}{x^3(1+x^2)} dx = \frac{-a}{x^2} - b \ln|x| + 2c \ln(1+x^2) + C$. Khi

đó $S = a + b + c$ bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. 2.

Câu 74. (Trường VINSCHOOL - 2020) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn

$f'(x) = \frac{1}{x^2-1}$. Biết $f(3) + f(-3) = 4$ và $f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-5) + f(0) + f(2)$ bằng

- A. $5 - \frac{1}{2} \ln 2$. B. $6 - \frac{1}{2} \ln 2$. C. $5 + \frac{1}{2} \ln 2$. D. $6 + \frac{1}{2} \ln 2$.

Câu 75. (Quảng Xương - Thanh Hóa - 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa

mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2+x-2}$, $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(-1) - f(4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{1}{3}$. B. $\ln 80 + 1$. C. $\frac{1}{3} \ln \frac{4}{5} + \ln 2 + 1$. D. $\frac{1}{3} \ln \frac{8}{5} + 1$.

Câu 76. (Chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$, $f(2) = 2018$. Tính $S = (f(3) - 2018)(f(-1) - 2017)$.

- A. $S = 1$. B. $S = 1 + \ln^2 2$. C. $S = 2 \ln 2$. D. $S = \ln^2 2$.

Câu 77. (Sở Phú Thọ - 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{x^2-1}$,

$f(-2) + f(2) = 0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Tính $f(-3) + f(0) + f(4)$ được kết quả

- A. $\ln \frac{6}{5} + 1$. B. $\ln \frac{6}{5} - 1$. C. $\ln \frac{4}{5} + 1$. D. $\ln \frac{4}{5} - 1$.

Câu 78. (Liên trường Hà Tĩnh - 2022) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ thỏa mãn

$f'(x) = \frac{1}{x^2-x-2}$; $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(1) - f(4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \ln 2$.
B. $1 + \ln 50$.
C. $\frac{1}{3} - \ln 2$.
D. $1 + \frac{1}{3} \ln \frac{8}{5}$.

Dạng 4. Nguyên hàm từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Khi đó:

$$\int u dv = uv - \int v du (*)$$

Để tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx$ bằng phương pháp từng phần ta làm như sau:

Bước 1: Chọn u, v sao cho $f(x)dx = u dv$ (chú ý: $dv = v'(x)dx$).

Tính $v = \int dv$ và $du = u' \cdot dx$.

Bước 2: Thay vào công thức (*) và tính $\int v du$.

Cần phải lựa chọn u và dv hợp lí sao cho ta dễ dàng tìm được v và tích phân $\int v du$ dễ tính hơn

$\int u dv$. Ta thường gặp các dạng sau

Dạng 1: $I = \int P(x) \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức

Với dạng này, ta đặt $u = P(x)$, $dv = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$.

Dạng 2: $I = \int (x) e^{ax+b} dx$

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = e^{ax+b} dx \end{cases}$, trong đó $P(x)$ là đa thức

Dạng 3: $I = \int P(x) \ln(mx+n) dx$

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \ln(mx+n) \\ dv = P(x) dx \end{cases}$.

Dạng 4: $I = \int \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} e^x dx$

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} \\ dv = e^x dx \end{cases}$ để tính $\int v du$ ta đặt $\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} \\ dv = e^x dx \end{cases}$.

Câu 79. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) \cdot f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$. B. $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. C. $\frac{x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. D. $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$.

Câu 80. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$. B. $\frac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}} + C$. D. $\frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$.

Câu 81. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) f'(x)$

- A. $\frac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$. B. $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$. D. $\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C$.

Câu 82. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1)f'(x)$ là

- A. $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}} + C$. B. $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C$. C. $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}} + C$. D. $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}} + C$.

Câu 83. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là:

- A. $-\sin 2x + \cos 2x + C$. B. $-2\sin 2x + \cos 2x + C$.
C. $-2\sin 2x - \cos 2x + C$. D. $2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Câu 84. (Đề Tham Khảo 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là:

- A. $2x^2 \ln x + 3x^2$. B. $2x^2 \ln x + x^2$.
C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

Câu 85. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$ là

- A. $F(x) = x \cos x + \sin x + C$. B. $F(x) = x \cos x - \sin x + C$.
C. $F(x) = -x \cos x - \sin x + C$. D. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$.

Câu 86. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{2x}$ là :

- A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$ B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}(x-2) + C$
C. $F(x) = 2e^{2x}(x-2) + C$ D. $F(x) = 2e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$

Câu 87. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-1)e^x$ là

- A. $(2x-3)e^x + C$. B. $(2x+3)e^x + C$.
C. $(2x+1)e^x + C$. D. $(2x-1)e^x + C$.

Câu 88. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{2x}$?

- A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}(x-2) + C$.
C. $F(x) = 2e^{2x}(x-2) + C$. D. $F(x) = 2e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$.

Câu 89. (Chuyên Sơn La 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(1 + \sin x)$ là

- A. $\frac{x^2}{2} - x \sin x + \cos x + C$. B. $\frac{x^2}{2} - x \cos x + \sin x + C$.
C. $\frac{x^2}{2} - x \cos x - \sin x + C$. D. $\frac{x^2}{2} - x \sin x - \cos x + C$.

Câu 90. (Chuyên Thái Bình - Lần 3 - 2020) Giả sử $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2e^x$. Tính tích $P = abc$.

- A. -4 . B. 1 . C. -5 . D. -3 .

Câu 91. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(1 + e^x)$ là

- A. $(2x-1)e^x + x^2$. B. $(2x+1)e^x + x^2$. C. $(2x+2)e^x + x^2$. D. $(2x-2)e^x + x^2$.

Câu 92. Họ nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$ là kết quả nào sau đây?

A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{2}x^2 + C.$

B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x^2 + C.$

C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x + C.$

Câu 93. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \cdot \ln x.$

A. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} + C.$

B. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C.$

C. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C.$

D. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C.$

Câu 94. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

A. $-x \cot x + \ln(\sin x) + C.$

B. $x \cot x - \ln|\sin x| + C.$

C. $x \cot x + \ln|\sin x| + C.$

D. $-x \cot x - \ln(\sin x) + C.$

Câu 95. (Sở Phú Thọ 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3x(x + \cos x)$ là

A. $x^3 + 3(x \sin x + \cos x) + C$

B. $x^3 - 3(x \sin x + \cos x) + C$

C. $x^3 + 3(x \sin x - \cos x) + C$

D. $x^3 - 3(x \sin x - \cos x) + C$

Câu 96. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + xe^x$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + (x+1)e^x + C.$

B. $\frac{1}{5}x^5 + (x-1)e^x + C.$

C. $\frac{1}{5}x^5 + xe^x + C.$

D. $4x^3 + (x+1)e^x + C.$

Câu 97. Cho hai hàm số $F(x), G(x)$ xác định và có đạo hàm lần lượt là $f(x), g(x)$ trên \mathbb{R} . Biết rằng

$F(x) \cdot G(x) = x^2 \ln(x^2 + 1)$ và $F(x) \cdot g(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$. Họ nguyên hàm của $f(x) \cdot G(x)$ là

A. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + 2x^2 + C.$

B. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - 2x^2 + C.$

C. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C.$

D. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + x^2 + C.$

Câu 98. (Sở Bắc Ninh 2019) Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int xe^x dx = e^x + xe^x + C.$

B. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + e^x + C.$

C. $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C.$

D. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + C.$

Câu 99. (Sở Bắc Giang 2019) Cho hai hàm số $F(x), G(x)$ xác định và có đạo hàm lần lượt là $f(x), g(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $F(x) \cdot G(x) = x^2 \ln(x^2 + 1)$ và $F(x) \cdot g(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$. Tìm họ nguyên hàm của $f(x) \cdot G(x)$.

A. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + 2x^2 + C.$

B. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - 2x^2 + C.$

C. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C.$

D. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + x^2 + C.$

Câu 100. Cho biết $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x^2 + a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x) = x \cos ax$.

- A. $x \sin x - \cos x + C$ B. $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$
 C. $x \sin x + \cos x + C$ D. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

Câu 101. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{(2x^2 + x) \ln x + 1}{x}$ là

- A. $(x^2 + x + 1) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$. B. $(x^2 + x - 1) \ln x + \frac{x^2}{2} - x + C$.
 C. $(x^2 + x + 1) \ln x - \frac{x^2}{2} - x + C$. D. $(x^2 + x - 1) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$.

Câu 102. (Mã 104 2017) Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

- A. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$ B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$
 C. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$ D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$

Câu 103. (Mã 105 2017) Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$

- A. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$ B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$
 C. $\int f'(x) \ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$ D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$

Câu 104. (Mã 110 2017) Cho $F(x) = (x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

- A. $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C$ B. $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C$
 C. $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2}e^x + C$ D. $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C$

Câu 105. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = xe^x$ và $f(0) = 2$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = 3$. B. $f(1) = e$. C. $f(1) = 5 - e$. D. $f(1) = 8 - 2e$.

Câu 106. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

- A. $(x-2)e^x + e^x + C$ B. $(x+2)e^x + e^x + C$ C. $(x-1)e^x + C$ D. $(x+1)e^x + C$

Câu 107. (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x, f(0) = 0$ và $\int f(x) dx = (ax+b)e^x + c$ với a, b, c là các hằng số. Khi đó:

A. $a + b = 2$.

B. $a + b = 3$.

C. $a + b = 1$.

D. $a + b = 0$.

Câu 108. (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2018) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{-x}$. Tính $F(x)$ biết $F(0) = 1$.

A. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 2$.

B. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 1$.

C. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 2$.

D. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1$.

Câu 109. (Sở Quảng Nam - 2018) Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab ?

A. $ab = \frac{1}{8}$.

B. $ab = \frac{1}{4}$.

C. $ab = -\frac{1}{8}$.

D. $ab = -\frac{1}{4}$.

Câu 110. (Chuyên ĐH Vinh - 2018) Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2) + F(1) = 0$. Giá trị của $F(-1) + F(2)$ bằng

A. $\frac{10}{3} \ln 2 - \frac{5}{6} \ln 5$.

B. 0.

C. $\frac{7}{3} \ln 2$.

D. $\frac{2}{3} \ln 2 + \frac{3}{6} \ln 5$.

Câu 111. (THCS&THPT Nguyễn Khuyến - Bình Dương - 2018) Gọi $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln(x-1)$. Cho biết $g(2) = 1$ và $g(3) = a \ln b$ trong đó a, b là các số nguyên dương phân biệt. Hãy tính giá trị của $T = 3a^2 - b^2$

A. $T = 8$.

B. $T = -17$.

C. $T = 2$.

D. $T = -13$.

Câu 112. (Sở Quảng Nam - 2018) Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab ?

A. $ab = \frac{1}{8}$.

B. $ab = \frac{1}{4}$.

C. $ab = -\frac{1}{8}$.

D. $ab = -\frac{1}{4}$.

Câu 113. (Sở Hậu Giang 2022) Biết $\int (ax^2 + bx + 5)e^x dx = (3x^2 - 8x + 13)e^x + C$, với a, b là các số nguyên. Tìm $S = a + b$.

A. $S = 1$.

B. $S = 4$.

C. $S = 5$.

D. $S = 9$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

☞ Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>