

BÀI 27. THỂ TÍCH

- **CHƯƠNG 7. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN**
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

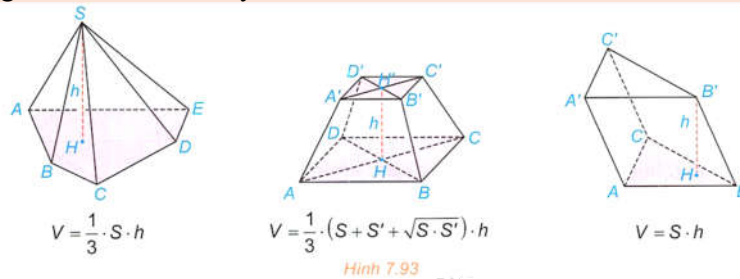
PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

Phần không gian được giới hạn bởi hình chóp, hình chóp cắt đều, hình lăng trụ, hình hộp tương ứng được gọi là khối chóp, khối chóp cắt đều, khối lăng trụ, khối hộp. Đỉnh, mặt, cạnh, đường cao của các khối hình đó lần lượt là đỉnh, mặt, cạnh, đường cao của hình chóp, hình chóp cắt đều, hình lăng trụ, hình hộp tương ứng.

- Thể tích của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$.

- Thể tích của khối chóp cắt đều có diện tích đáy lớn S , diện tích đáy bé S' và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \cdot (S + S' + \sqrt{S \cdot S'}) \cdot h$

- Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = S \cdot h$.



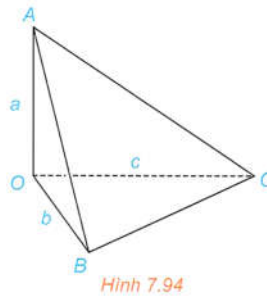
Hình 7.93

Nhận xét

- Thể tích của khối tứ diện bằng một phần ba tích của diện tích một mặt và chiều cao của khối tứ diện ứng với mặt đó.
- Thể tích của khối hộp bằng tích của diện tích một mặt và chiều cao của khối hộp ứng với mặt đó.

Ví dụ 1. Cho khối tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Tính thể tích của khối tứ diện.

Giải. (H.7.94)



Hình 7.94

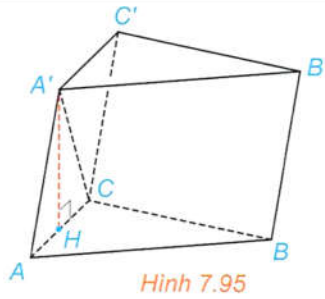
Tam giác vuông OBC có diện tích là $S_{OBC} = \frac{1}{2}bc$.

OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) nên tứ diện $OABC$ có chiều cao ứng với đỉnh A bằng OA .

Vậy thể tích của khối tứ diện là $V_{OABC} = \frac{1}{3}S_{OBC} \cdot AO = \frac{1}{6}abc$.

Ví dụ 2. Cho khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là các tam giác đều cạnh a , mặt $(ACC'A')$ vuông góc với hai mặt đáy, tam giác $A'AC$ cân tại A và $AA' = b(a < 2b)$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

Giải. (H.7.95)



Hình 7.95

Gọi $A'H$ là đường cao của tam giác cân $A'AC$. Khi đó, H là trung điểm của AC .
Do $(ACC'A') \perp (ABC)$ và $A'H \perp AC$ nên $A'H \perp (ABC)$.

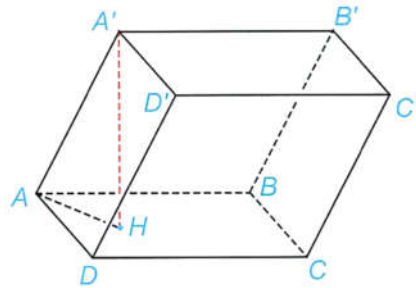
Vậy khối lăng trụ có chiều cao là $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$.

Tam giác đều ABC có diện tích là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy khối lăng trụ có thể tích là $V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a^2\sqrt{3(4b^2 - a^2)}}{8}$.

Ví dụ 3. Cho khối hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 8\text{ cm}$, $AD = 5\text{ cm}$, $AA' = 6\text{ cm}$, $\widehat{BAD} = 30^\circ$, góc giữa AA' và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích của khối hộp.

Giải. (H.7.97)



Hình 7.97

Hình bình hành $ABCD$ có diện tích là $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2\left(\frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD}\right) = 20(\text{ cm}^2)$.

Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABCD)$. Khi đó, $\widehat{AA'H}$ bằng góc giữa AA' và $(ABCD)$ nên $\widehat{AA'H} = 45^\circ$. Trong tam giác vuông $A'AH$, ta có $A'H = AA' \cdot \sin \widehat{AA'H} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}(\text{ cm})$.

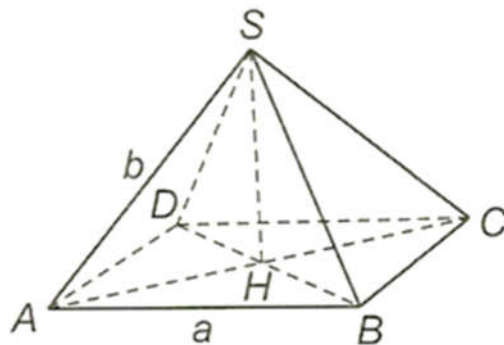
Khối hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có chiều cao tương ứng với mặt $ABCD$ bằng $A'H = 3\sqrt{2}\text{ cm}$.
Do đó, thể tích của khối hộp là $V = S_{ABCD} \cdot A'H = 60\sqrt{2}(\text{ cm}^3)$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Tính thể tích

Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng b .
Tính thể tích của khối chóp.

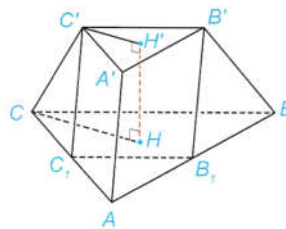
Lời giải



Hình 7.32

$$SH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}} \Rightarrow V = \frac{1}{3}a^2 \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}.$$

Câu 2. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho khối chóp cụt đều $ABC \cdot A'B'C'$ có đường cao $HH' = h$, hai mặt đáy $ABC, A'B'C'$ có cạnh tương ứng bằng $2a, a$.



Hình 7.96

- a) Tính thể tích của khối chóp cụt.
 b) Gọi B_1, C_1 tương ứng là trung điểm của AB, AC . Chứng minh rằng $AB_1C_1 \cdot A'B'C'$ là một hình lăng trụ.
 Tính thể tích khối lăng trụ $AB_1C_1 \cdot A'B'C'$.

Lời giải

a) Diện tích đáy trên là $S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Diện tích đáy dưới là $S_2 = a^2\sqrt{3}$.

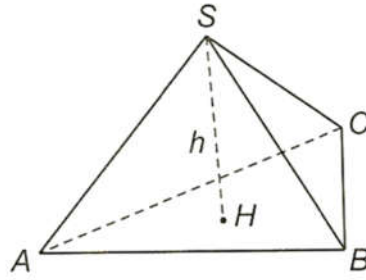
Thể tích của khối chóp cụt đều là $V = \frac{1}{3}h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1S_2}) = \frac{7\sqrt{3}}{12}a^2h$.

b) $AA'C'C_1$ là hình bình hành $\Rightarrow C'C_1 // AA', B'B_1 // AA' \Rightarrow AB_1C_1 \cdot A'B'C'$ là hình lăng trụ.

Thể tích của khối lăng trụ là: $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}h$.

Câu 3. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho khối chóp đều $S.ABC$, đáy có cạnh bằng a , cạnh bên bằng b . Tính thể tích của khối chóp đó. Từ đó suy ra thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng a .

Lời giải



Hình 7.33

Thể tích: $V = \frac{a^2}{12} \sqrt{3b^2 - a^2}$. Khi $a = b \Rightarrow V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Câu 4. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $AA' = 5\text{ cm}$, $AB = 6\text{ cm}$, $BC = 2\text{ cm}$, $\widehat{ABC} = 150^\circ$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

Lời giải

Diện tích mặt đáy: $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 \cdot \sin 150^\circ = 3 (\text{cm}^2)$.

Do đó $V = 15\text{ cm}^3$.

Câu 5. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho khối chóp đều $S.ABCD$, đáy có cạnh 6 cm . Tính thể tích của khối chóp đó trong các trường hợp sau:

- Cạnh bên tạo với mặt đáy một góc bằng 60° ;
- Mặt bên tạo với mặt đáy một góc bằng 45° .

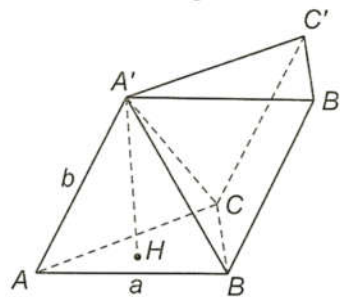
Lời giải

a) $h = OA \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{6} \Rightarrow V = 36\sqrt{6} \text{ cm}^3$.

b) $SO = h = OM = 3\text{ cm} \Rightarrow V = 36\text{ cm}^3$.

Câu 6. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là các tam giác đều cạnh a , $A'A = A'B = A'C = b$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

Lời giải



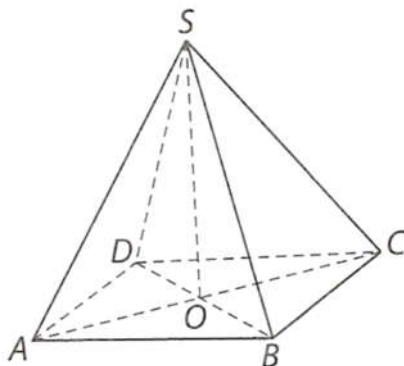
Hình 7.34

$$h = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}, S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}.$$

Câu 7. Cho khối chóp đều $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải

(H.7.17)



Hình 7.17

Gọi O là giao điểm của AC và BD thì $SO \perp (ABCD)$ và góc giữa SA và $(ABCD)$ bằng góc SAO bằng 60° .

Xét tam giác SAO vuông tại O , có $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

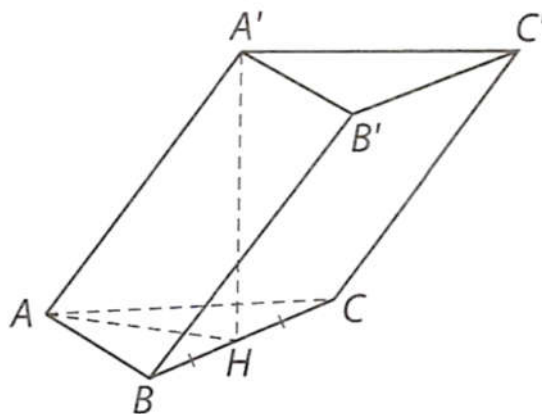
Khi đó $SO = AO \cdot \tan \widehat{SAO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Do đó, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh $AA' = a$ và hình chiếu vuông góc H của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$.

Lời giải

(H.7.18)



Hình 7.18

Ta có $A'H$ là đường cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, tam giác ABC đều có đường cao AH nên ta tính được $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AA' = a$ và tam giác $A'AH$ vuông tại H nên theo định lý Pythagore ta tính được $A'H = \frac{a}{2}$.

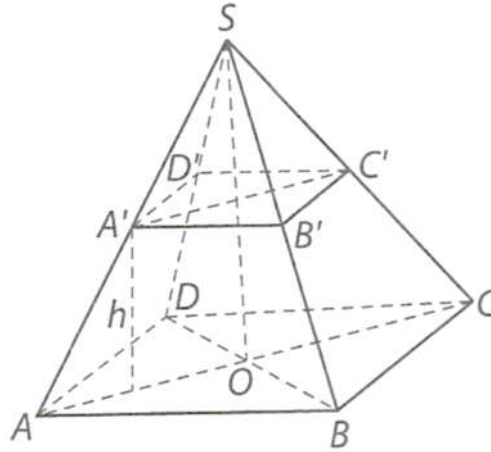
Tam giác ABC đều có cạnh bằng a nên diện tích tam giác ABC bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 9. Cho hình chóp cắt đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy lớn $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, đáy nhỏ $A'B'C'D'$ là hình vuông cạnh bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, các cạnh bên bằng nhau và bằng a . Tính theo a thể tích khối chóp cắt $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

Lời giải

(H.7.19)



Hình 7.19

Gọi O là giao điểm của AC và BD , S là giao điểm của AA' và CC' . Vì $A'B' = \frac{1}{2}AB$ nên A' là trung điểm của SA . Từ đó, suy ra $SA = SC = 2a$.

Vì $ABCD$ là hình vuông và $AB = a\sqrt{2}$ nên $AC = 2a$.

Do đó, tam giác SAC đều, có đường cao SO .

Từ đó, ta tính được $SO = a\sqrt{3}$. Vì A' là trung điểm của SA và $SO \perp (ABCD)$ nên chiều cao h

của hình chóp cắt $ABCD \cdot A'B'C'D'$ bằng $\frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích đáy lớn và đáy nhỏ của hình chóp

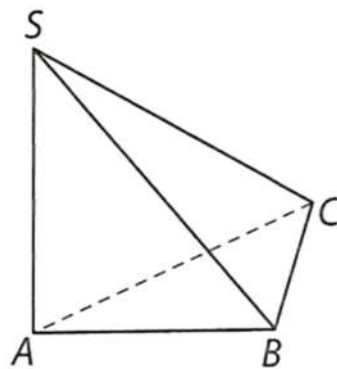
cắt $ABCD \cdot A'B'C'D'$ lần lượt là $2a^2$; $\frac{a^2}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp cắt $ABCD \cdot A'B'C'D'$ bằng

$$\frac{1}{3} \cdot \left(2a^2 + \frac{a^2}{2} + \sqrt{2a^2 \cdot \frac{a^2}{2}} \right) \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{7a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{SBA} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải

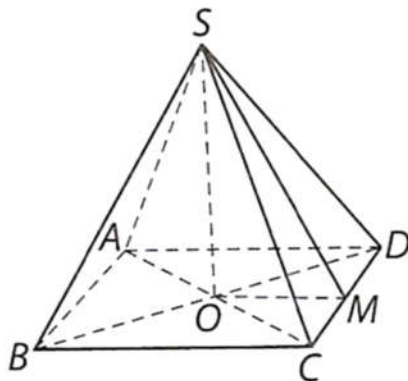


Hình 7.52

Ta có: $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 11. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Hình 7.53

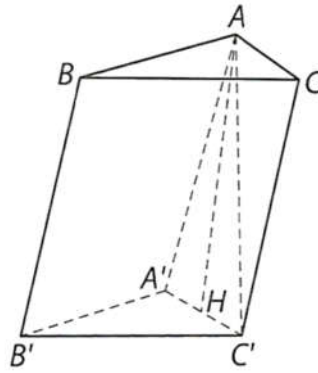
Gọi O là giao điểm của AC và BD , ta có SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Kẻ OM vuông góc với CD tại M thì SM cũng vuông góc với CD nên góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng góc giữa hai đường thẳng SM và OM , mà $(SM, OM) = \widehat{SMO} = 60^\circ$.

Ta có: $OM = \frac{a}{2}$; $SO = OM \cdot \tan \widehat{SMO} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'B'C'$ và $AA'C'$ là hai tam giác đều cạnh a . Biết $(ACC'A') \perp (A'B'C')$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải



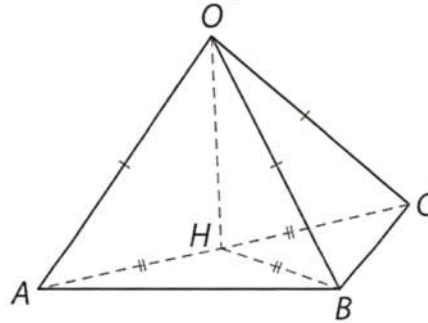
Hình 7.54

Kẻ $AH \perp A'C'$ tại H thì $AH \perp (A'B'C')$.

Ta có: $S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{A'B'C'} \cdot AH = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 13. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$ và $\widehat{AOB} = 90^\circ$; $\widehat{BOC} = 60^\circ$; $\widehat{COA} = 120^\circ$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $OABC$.

Lời giải



Hình 7.55

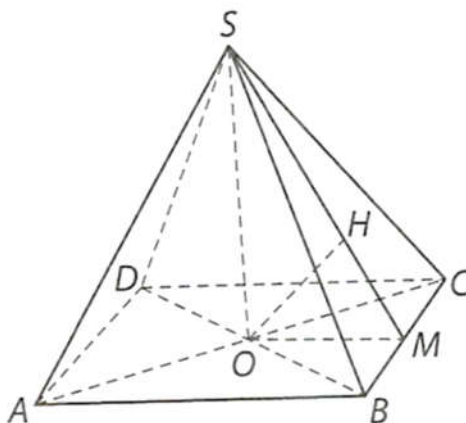
Ta có: $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$, $CA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B . Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Vì $OA = OB = OC$ nên $HA = HB = HC$, hay H là trung điểm của AC . Xét tam giác OAH vuông tại H , theo định lý Pythagore ta tính được: $OH = \frac{a}{2}$.

Do đó $V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot OH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , biết $SO \perp (ABCD)$,

$AC = 2a\sqrt{3}$, $BD = 2a$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Hình 7.56

Kẻ OM vuông góc với BC tại M , OH vuông góc với SM tại H , ta chứng minh được $OH \perp (SBC)$.
Vì O là trung điểm của AC nên

$$d(A, (SBC)) = 2 \cdot d(O, (SBC)) = 2 \cdot OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \text{ suy ra } OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

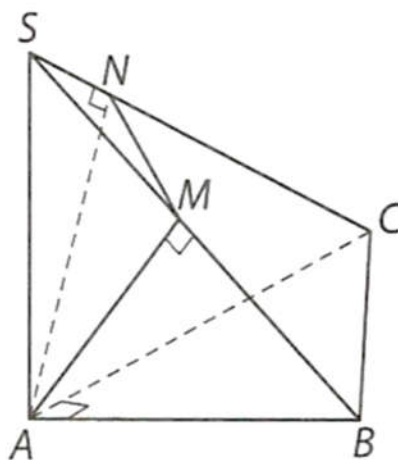
Tam giác OBC vuông tại O , có $OB = a$, $OC = a\sqrt{3}$ và đường cao OM nên $OM = \frac{OB \cdot OC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác SOM vuông tại O , đường cao OH nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2}$, suy ra $SO = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ và đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Kẻ AM vuông góc với SB tại M , AN vuông góc với SC tại N . Tính theo a thể tích khối chóp $S.AMN$.

Lời giải



Hình 7.57

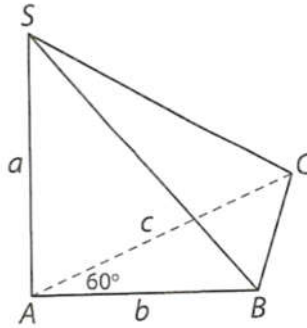
Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$, tam giác SAB vuông cân tại A nên $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}$; tam giác SAC vuông tại A ,

$$\text{đường cao } AN \text{ nên } \frac{SN}{SC} = \frac{SN \cdot SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{1}{4}.$$

Do đó $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{8}$, suy ra $V_{S.AMN} = \frac{1}{8} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{8} \cdot \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{48}$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$, biết diện tích các tam giác ABC, SAB và SAC lần lượt là $3\sqrt{3}; 9; 12$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

Lời giải



Hình 7.58

Đặt $SA = a, AB = b, AC = c$. Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot bc \cdot \sin 60^\circ \cdot a = \frac{abc\sqrt{3}}{12}$.

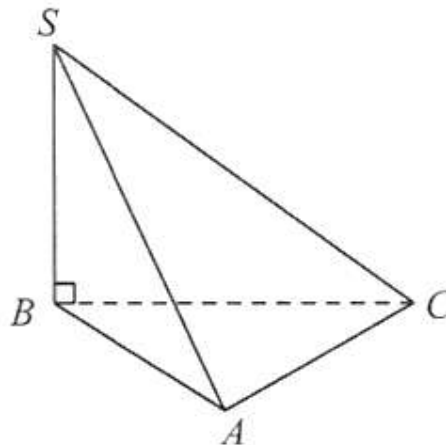
Theo đề bài, ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$, suy ra $bc = 12$. $S_{SAB} = \frac{ab}{2} = 9$, suy ra

$ab = 18; S_{SAC} = \frac{ac}{2} = 12$, suy ra $ac = 24$. Do đó $(abc)^2 = 12 \cdot 18 \cdot 24 = 72^2$, hay $abc = 72$. Vậy

$V_{S.ABC} = 6\sqrt{3}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Hình 9

Diện tích tam giác đều ABC :

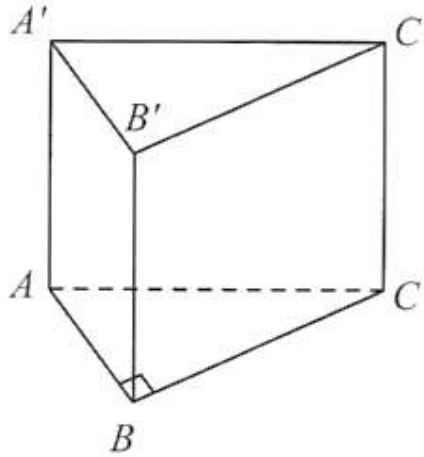
$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SB = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

Câu 18. Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

Lời giải



Hình 10

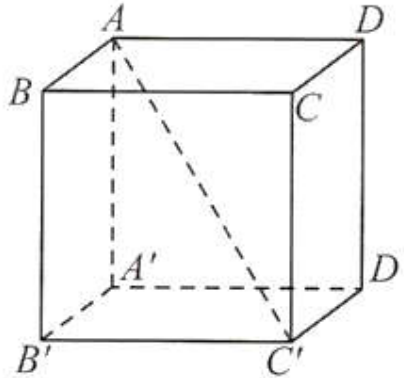
Chiều cao khối lăng trụ đứng là cạnh bên nên $h = BB' = a$. Tam giác ABC vuông cân tại B có $AC = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = S_{\triangle ABC} \cdot h = \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{2}.$$

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AC' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

Lời giải



Hình 11

Đường chéo của một hình lập phương là $d = a\sqrt{3}$ với a là độ dài cạnh hình lập phương. Dễ thấy rằng hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có AC' là đường chéo và cạnh là AB .

$$\text{Do đó: } AC' = AB\sqrt{3} \Rightarrow AB = \frac{AC'}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a.$$

Vậy thể tích khối lập phương là $V = a^3$.

Câu 20. Tính thể tích của khối chóp cụt tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$ có chiều cao bằng $3a$, $AB = 4a$, $A'B' = a$.

Lời giải

$$\text{Diện tích tam giác đều } ABC : S = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(4a)^2 \sqrt{3}}{4} = 4a^2 \sqrt{3}.$$

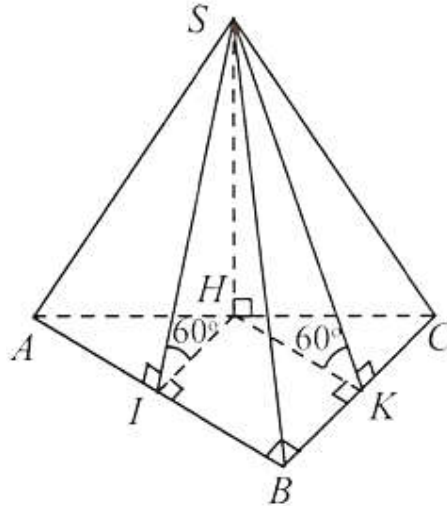
$$\text{Diện tích tam giác đều } A'B'C' : S' = \frac{A'B'^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối chóp cụt:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \left(4a^2 \sqrt{3} + \sqrt{4a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}} \right) = \frac{21a^3 \sqrt{3}}{4} \cdot 67$$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy (ABC) . Các mặt bên $(SAB), (SBC)$ tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Hình 5

Ta có: $(SAC) \perp (ABC)$ và $(SAC) \cap (ABC) = AC$.

Trong mặt phẳng (SAC) , vẽ $SH \perp AC (H \in AC)$ thì $SH \perp (ABC)$.

Gọi I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên cạnh AB và BC thì $((SAB), (ABC)) = \widehat{SIH}$, $((SBC), (ABC)) = \widehat{SKH}$.

Mà $\widehat{SIH} = \widehat{SKH} = 60^\circ$ nên $HI = HK$.

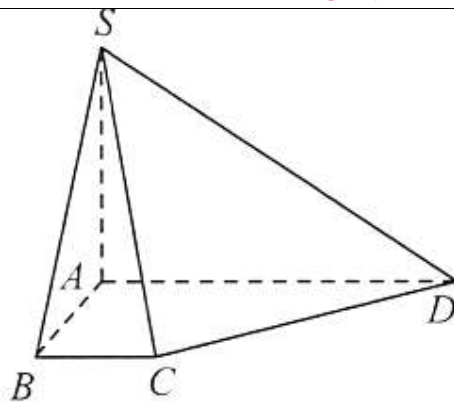
Suy ra tứ giác $BIHK$ là hình vuông nên H là trung điểm cạnh AC .

Khi đó tứ giác $BIHK$ là hình vuông cạnh $\frac{a}{2}$ và $SH = HI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB = a, AD = 3a, BC = a$. Tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a .

Lời giải



Hình 6

Ta có: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AB \cdot (AD + BC) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (3a + a) = 2a^2$.

Lại có $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a = \frac{3a^2}{2}$.

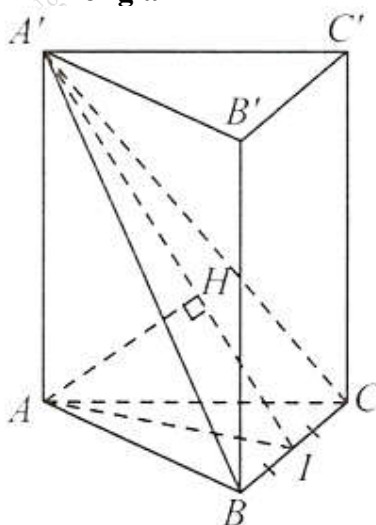
Suy ra $S_{\triangle BCD} = S_{ABCD} - S_{\triangle ABD} = \frac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{S.BCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 23. Cho hình lăng trụ đều $ABC \cdot A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a .

Biết $d(A, (A'BC)) = \frac{a\sqrt{57}}{12}$. Tính $V_{ABC \cdot A'B'C'}$.

Lời giải



Hình 7

Gọi I là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A' trên $A'I$.

Ta có: $BC \perp AI$ và $BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp (A'AI) \Rightarrow (A'BC) \perp (A'AI)$.

Mặt khác: $(A'AI) \cap (A'BC) = A'I$ và $A'H \perp A'I$.

$$\text{Nên } d(A, (A'BC)) = AH = \frac{a\sqrt{57}}{12}.$$

$$\Delta ABC \text{ đều cạnh } a \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

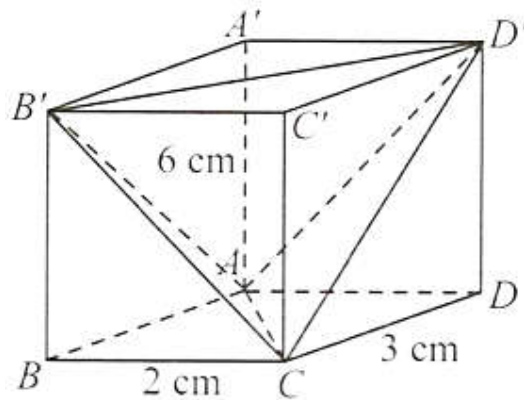
Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A , ta có:

$$\frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AI^2} = \frac{144}{57a^2} - \frac{4}{3a^2} = \frac{68}{57a^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{57}}{2\sqrt{17}}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{57}}{2\sqrt{17}} = \frac{a^3\sqrt{171}}{8\sqrt{17}}.$$

Câu 24. Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là 2 cm , 3 cm và 6 cm . Tính thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$.

Lời giải



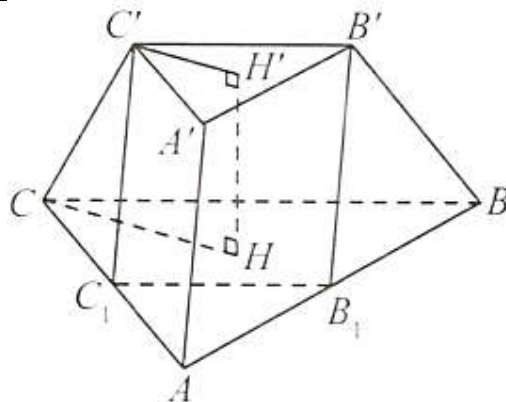
Hình 8

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } V_{ABCD.A'B'C'D'} &= V_{BAB'C} + V_{DADC'} + V_{A'B'AD'} + V_{C'B'CD'} + V_{ACB'D'} \\ &= 4V_{BAB'C} + V_{ACB'D'} \\ \Rightarrow V_{ACB'D'} &= V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4V_{BAB'C} \\ &= V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4 \cdot \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} \\ &= \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 12 (\text{cm}^3). \end{aligned}$$

Câu 25. Cho hình chóp cắt tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có đường cao $HH' = 2a$. Cho biết $AB = 2a$, $A'B' = a$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của AB, AC . Tính thể tích của:

- Khối chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$;
- Khối lăng trụ $AB_1C_1.A'B'C'$.

Lời giải



Hình 9

a) Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}h(S + \sqrt{SS'} + S')$,

với $S = a^2\sqrt{3}, S' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, h = 2a$,

$$\begin{aligned} \text{ta có: } V &= \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \left(a^2\sqrt{3} + \sqrt{a^2\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \right) \\ &= \frac{7a^3\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

b) Áp dụng công thức $V' = S' \cdot h'$ với $S' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, h' = 2a$,

$$\text{Ta có } V' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Dạng 2. Ứng dụng

Câu 26. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cắt đều (H.7.98). Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng $30\text{cm}, 60\text{cm}$, cạnh bên của sọt dài 50cm . Tính thể tích của sọt.



Hình 7.98

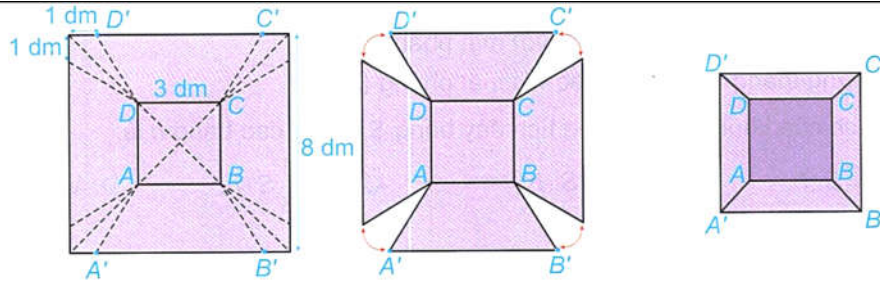
Lời giải

Diện tích mặt đáy lớn là $S_1 = 60^2 \text{ (cm}^2\text{)}$, diện tích mặt đáy nhỏ là $S_2 = 30^2 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Chiều cao là $h = \sqrt{50^2 - \frac{30^2}{2}} = 5\sqrt{82} \text{ (cm)}$. Do đó $V = \frac{1}{3}h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1S_2}) \approx 95082 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 27. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh 8dm , bác Hùng cắt bỏ bốn phần như nhau ở bốn góc, sau đó bác hàn các mép lại để được một chiếc thùng (không có nắp) như Hình 7.99.

- Giải thích vì sao chiếc thùng có dạng hình chóp cắt.
- Tính cạnh bên của thùng.
- Hỏi thùng có thể chứa được nhiều nhất bao nhiêu lít nước?



Hình 7.99

Lời giải

a) Vì $AB \parallel A'B' \Rightarrow AB \parallel (A'B'C'D')$, $AD \parallel A'D' \Rightarrow AD \parallel (A'B'C'D')$. Do đó $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.

b) Cạnh bên của hình chóp cắt bằng $\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{34}}{2} (dm)$.

c) Xét mặt chứa đường chéo của hình vuông, nó là hình thang cân có chiều cao bằng chiều cao của hình chóp cắt và tính ra được $h = \sqrt{\frac{34}{4} - \frac{18}{4}} = 2 (dm)$.

Thể tích cần tìm là $V = 42$ lít.

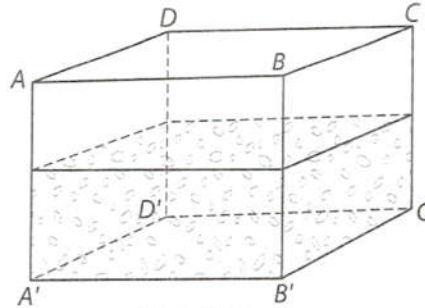
Câu 28. Một thùng nước có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$, $AB = 5m$, $AA' = 3m$, $AD = 4m$.

Đáy bể là hình chữ nhật $A'B'C'D'$ được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang.

- Giải tích vì sao khi nước trong bể phẳng lặng, thì phần nước đó ứng với một khối hộp chữ nhật.
- Tính mức nước trong bể (khoảng cách từ mặt nước đến đáy bể) khi thể tích phần nước trong bể là $40m^3$.

Lời giải

(H.7.20)



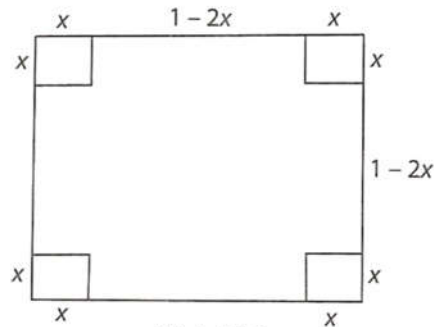
Hình 7.20

a) Vì mặt phẳng chứa bề mặt nước song song với mặt đáy nên phần nước trong bể là khối hình lăng trụ đứng, có đáy $A'B'C'D'$ là hình chữ nhật nên phần nước trong bể là khối hộp chữ nhật.

b) Mức nước trong bể là $h = \frac{40}{4 \cdot 5} = 2 (m)$.

Câu 29. Người ta cắt bỏ bốn hình vuông cùng kích thước ở bốn góc của một tấm tôn hình vuông có cạnh $1m$ để gò lại thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Hỏi cạnh của các hình vuông cần bỏ đi có độ dài bằng bao nhiêu để thùng hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất?

Lời giải



Hình 7.59

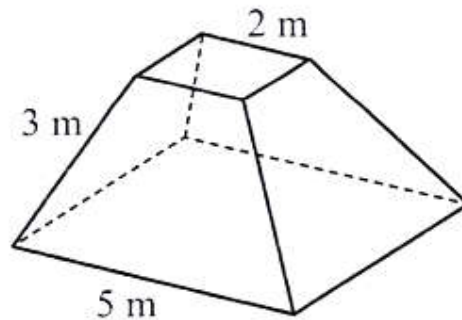
Gọi $x(m)$ là chiều dài cạnh hình vuông nhỏ tại mỗi góc của tấm tôn được cắt bỏ đi (với $0 < x < \frac{1}{2}$). Thể tích hình hộp chữ nhật nhận được là

$$V = (1-2x)^2 \cdot x = \frac{1}{4} \cdot (1-2x) \cdot (1-2x) \cdot 4x \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1-2x+1-2x+4x}{3} \right)^3 = \frac{2}{27}$$

Dấu "=" xảy ra khi $1-2x = 4x \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

Vậy để thể tích chiếc thùng là lớn nhất thì các cạnh của hình vuông được cắt bỏ đi là $\frac{1}{6}m$.

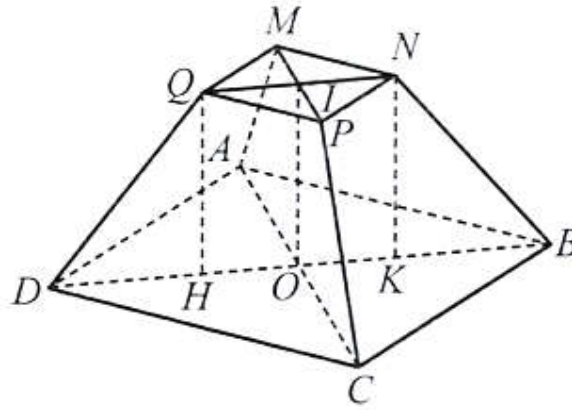
Câu 30. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình 46). Cạnh đáy dưới dài $5m$, cạnh đáy trên dài $2m$, cạnh bên dài $3m$. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng $/m^3$. Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn).



Hình 46

Lời giải

(Hình 47)



Hình 47

Giả sử chân tháp là khối chóp cắt tứ giác đều $ABCD.MNPQ$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh $5m$, $MNPQ$ là hình vuông cạnh $2m$, $AM = BN = CP = DQ = 3m$.

Vì DQ, NB cắt nhau nên D, Q, N, B đồng phẳng. Mà $(ABCD) \parallel (MNPQ)$ nên $NQ \parallel BD$.

Gọi I là giao điểm của MP và NQ , O là giao điểm của AC và BD . Khi đó $IO \perp (MNPQ), IO \perp (ABCD)$.

Xét hình thang $QNBD$, gọi H là hình chiếu của Q trên BD , K là hình chiếu của N trên BD . Vì $IO \perp BD, QH \perp BD, NK \perp BD$ trong $(QNBD)$ nên $IO \parallel QH \parallel NK$.

Suy ra $QH \perp (MNPQ), QH \perp (ABCD)$ nên QH bằng chiều cao của khối chóp cắt đều.

Ngoài ra, ta có $QH = NK = IO$ và $QD = NB$. Suy ra $\triangle QHD = \triangle NKB$ nên ta có $HD = BK$.

Bên cạnh đó, $QNKH$ là hình chữ nhật nên $QN = HK$. Từ đó ta có:

$$\begin{aligned} HD &= \frac{BD - HK}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + AB^2} - \sqrt{MN^2 + MQ^2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{5^2 + 5^2} - \sqrt{2^2 + 2^2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (m). \end{aligned}$$

Xét tam giác QHD vuông tại H có:

$$QH = \sqrt{QD^2 - HD^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (m).$$

Diện tích của hai đáy là: $S_{ABCD} = AB^2 = 5^2 = 25 (m^2)$,

$$S_{MNPQ} = MN^2 = 2^2 = 4 (m^2).$$

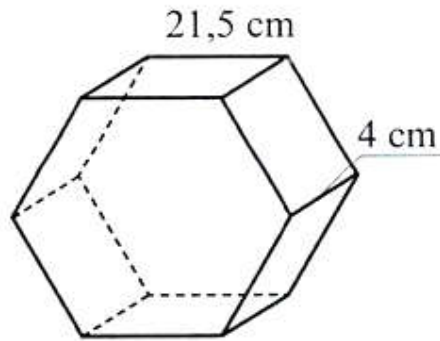
Suy ra thể tích của khối chóp cắt đều là:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} QH (S_{ABCD} + \sqrt{S_{ABCD} \cdot S_{MNPQ}} + S_{MNPQ}) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} (25 + \sqrt{25 \cdot 4} + 4) = \frac{39\sqrt{2}}{2} (m^3). \end{aligned}$$

Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

$$1470000 \cdot \frac{39\sqrt{2}}{2} \approx 40538000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 31. Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều (Hình 48) với chiều cao là $4cm$ và cạnh lục giác dài $21,5cm$. Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimet khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 48

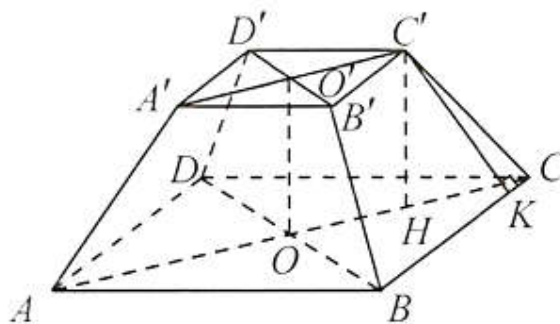
Lời giải

Chia hình lục giác đều trên hai mặt đáy thành 6 hình tam giác đều cạnh $21,5\text{ cm}$. Khi đó diện tích đáy của viên gạch bằng: $6 \cdot \frac{(21,5)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{5547\sqrt{3}}{8} (\text{cm}^2)$. Thể tích bê tông cần dùng bằng thể tích viên gạch, tức là: $4 \cdot \frac{5547\sqrt{3}}{8} \approx 4803,8 (\text{cm}^3)$.

Câu 32. Tính thể tích một cái sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều, đáy lớn có cạnh bằng 80 cm , đáy nhỏ có cạnh bằng 40 cm và cạnh bên bằng 80 cm .



Hình 12

Lời giải

Hình 10

Ta có: $OC = 40\sqrt{2}$, $O'C' = 20\sqrt{2}$, suy ra $CH = 20\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông $C'CH$, ta có:

$$C'H = \sqrt{CC'^2 - CH^2} = 20\sqrt{14}. \text{ Nên } OO' = C'H = 20\sqrt{14}.$$

Thể tích của cái sọt đựng đồ là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 20\sqrt{14} \cdot (6400 + \sqrt{6400 \cdot 1600} + 1600) \approx 279377,08 \text{ cm}^3.$$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 2. B. 15. C. 10. D. 30.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 15. B. 10. C. 2. D. 30.

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 11. B. 10. C. 15. D. 30.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 30. B. 10. C. 15. D. 11.

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 42. B. 126. C. 14. D. 56.

Câu 6. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = \frac{4}{3} Bh$. C. $V = 6 Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Câu 8. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 9. Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước 3;4;5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

- A. 10. B. 20. C. 12. D. 60.

Câu 10. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = a^3$ B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $V = 3\sqrt{3}a^3$ D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Câu 11. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a^3}{6}$

C. $\frac{a^3}{2}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 13. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 10. B. 30. C. 90. D. 15.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $V = \sqrt{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 15. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 32$

B. $V = 192$

C. $V = 40$

D. $V = 24$

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $\sqrt{2}a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $a\sqrt{3}$

D. $2a\sqrt{3}$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a}{4}$

B. $\frac{a^3}{2}$

C. $\frac{a^3}{4}$

D. $\frac{3a^3}{4}$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD = 10$, $AB = 10$, $BC = 24$. Tính thể tích của tứ diện $ABCD$.

A. $V = 1200$

B. $V = 960$

C. $V = 400$

D. $V = \frac{1300}{3}$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$

B. $V = \frac{a^3}{2}$

C. $V = \frac{2a^3}{3}$

D. $V = 2a^3$

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AC = 2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. $\frac{2a^3}{3}$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $4a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

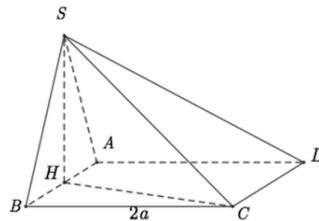
Câu 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 2a^3$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ D. $V = \frac{2a^3}{3}$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp. Biết rằng $AB = a\sqrt{3}$; $AC = a$.

A. $\frac{a^3}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$. Gọi α là góc giữa SC và mặt đáy, tính $\tan \alpha$.



A. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}$ D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 30. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ C. a^3 D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 31. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$

B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$

C. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$

D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$

Câu 32. Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3}{12}$

C. $\frac{a^3}{36}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 33. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

B. $\frac{8a^3}{3}$

C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 34. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Câu 35. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4\sqrt{5}a^3$

B. $4\sqrt{3}a^3$

C. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

A. $V = 9a^3$

B. $V = 2a^3$

C. $V = 3a^3$

D. $V = 6a^3$

Câu 37. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối $SBCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 38. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là a , các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, đáy là hình thang vuông tại A và D , có $AB = 2CD$, $AD = CD = a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $12a^3$

B. $6a^3$

C. $2a^3$

D. $4a^3$

Câu 40. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AA' = 2a$; $AB = 3a$; $AC = 4a$ và $AB \perp AC$.

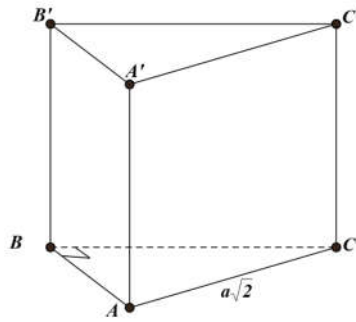
A. $12a^3$

B. $4a^3$

C. $24a^3$

D. $8a^3$

Câu 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ

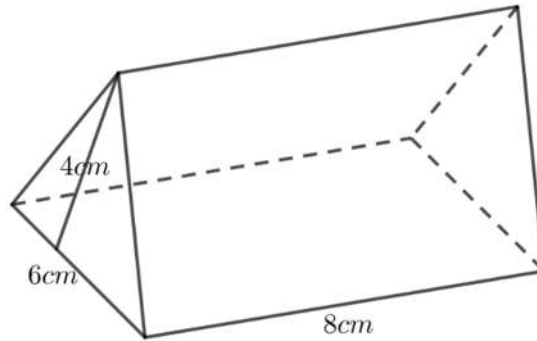


- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh $AC' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $4a^3$. B. $3a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Câu 43. Cho khối đa diện (kích thước như hình vẽ bên) được tạo bởi ba hình chữ nhật và hai tam giác bằng nhau.



Tính thể tích khối đa diện đã cho.

- A. $48cm^3$. B. $192cm^3$. C. $32cm^3$. D. $96cm^3$.

Câu 44. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Biết $\widehat{ASC} = 90^\circ$, tính thể tích V của khối chóp đó.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 45. Cho hình chóp cắt tam giác, trong đó 2 mặt đáy là 2 tam giác đều có cạnh lần lượt là $4cm$ và $2cm$, chiều cao hình chóp là $6cm$. Yêu cầu hãy tính thể tích của hình chóp cắt đó.

- A. $14\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

Câu 46. Tính thể tích của hình chóp cắt đều có đáy lớn là hình vuông, cạnh $6cm$, đáy nhỏ là hình vuông cạnh $3cm$ và chiều cao của hình chóp cắt là $4cm$.

- A. 84 B. 32 C. 12 D. 96

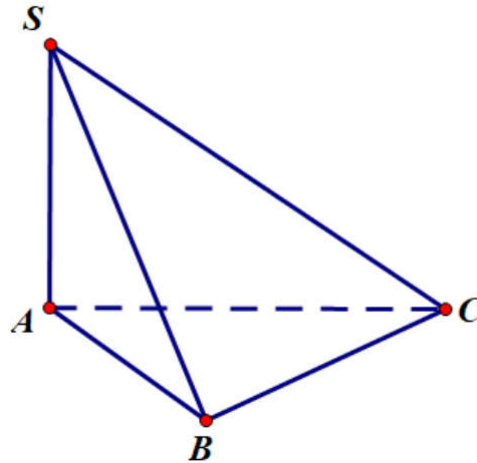
2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 47. Cho một chậu nước hình chóp cắt đều (hình vẽ) có chiều cao bằng $3dm$, đáy là lục giác đều, độ dài cạnh đáy lớn bằng $2dm$ và độ dài cạnh đáy nhỏ bằng $1dm$. Tính thể tích của chậu nước

- A. $\frac{21\sqrt{3}}{2}dm^3$.

- B. $\frac{21\sqrt{2}}{4}dm^3$.
- C. $\frac{21}{2}dm^3$.
- D. $\frac{21\sqrt{6}}{4}dm^3$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



- A. $\frac{a^3}{8}$.
- B. $\frac{3a^3}{8}$.
- C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.
- D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

- A. $\frac{a^3}{3}$
- B. a^3
- C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$
- D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 50. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$
- B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$
- C. $V = a^3$
- D. $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{2a^3}{3}$
- B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$
- D. $\sqrt{2}a^3$

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a$, $SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$
- B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$
- C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$
- D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$

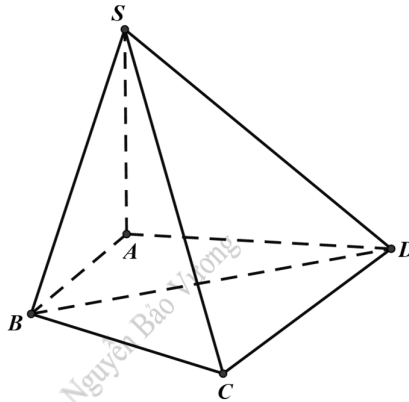
Câu 53. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ C. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = 5\sqrt{3}$, $BC = 3\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$, $SA = 9$ và SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $66\sqrt{3}$, tính cotang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy.



A. $\frac{20\sqrt{273}}{819}$ B. $\frac{\sqrt{91}}{9}$ C. $\frac{3\sqrt{273}}{20}$ D. $\frac{9\sqrt{91}}{9}$

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{8a^3}{9}$ B. $\frac{8a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ D. $\frac{4a^3}{9}$

Câu 57. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng $SC = a\sqrt{3}$.

A. $V_{S.ABCD} = a^3$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 58. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB' và G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (MNG) cắt CA, CB lần lượt tại E, F . Thể tích của khối đa diện có sáu đỉnh A, B, M, N, E, F bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{27}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{27}$ C. $\frac{2a^3}{27}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{7}$

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 61. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{4}{3}a$

B. $h = \frac{3}{2}a$

C. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$

D. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

Câu 62. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{3}{4}a$

B. $h = \frac{2}{3}a$

C. $h = \frac{4}{3}a$

D. $h = \frac{8}{3}a$

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{21}$

B. 21

C. $7\sqrt{3}$

D. 7

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a .

A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$

B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$

C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB = a$; $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mp $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC) .

A. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$

B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$

C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$

D. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$

Câu 66. Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có thể tích bằng 24. Gọi M, N và P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh $A'B', B'C'$ và BC sao cho M là trung điểm của $A'B'$, $B'N = \frac{3}{4}B'C'$ và $BP = \frac{1}{4}BC$. Đường thẳng NP

cắt đường thẳng BB' tại E và đường thẳng EM cắt đường thẳng AB tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $AQPCAMNC'$ bằng

- A. $\frac{59}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{49}{3}$ D. $\frac{29}{3}$

Câu 67. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 68. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$

Câu 69. Nếu một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và có diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

- A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $4\sqrt{2}$

Câu 70. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a , biết BD vuông góc với AE .

- A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{54}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{27}$ D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{27}$

Câu 71. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 72. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ độ dài cạnh đáy là a . Biết rằng mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC , cắt cạnh SB tại B' với $\frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 73. Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện. Khối đa diện có thể tích nhỏ hơn bằng

- A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$ B. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{4}$ C. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{24}$ D. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{32}$

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

- A. $V = 7a^3$ B. $V = 14a^3$ C. $V = \frac{28}{3}a^3$ D. $V = \frac{7}{2}a^3$

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH}$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh $3a$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, góc giữa (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. D. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{8}$.

Câu 77. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích tứ diện $SGCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{36}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\widehat{SAC} = \widehat{SAB} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 4. B. 5. C. $5\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. D. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

Câu 80. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $2\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $2\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

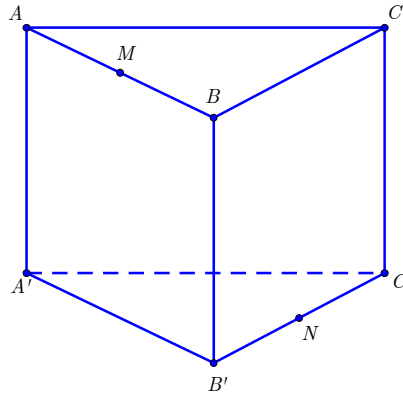
Câu 81. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$, khoảng cách giữa SA và BC là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC , tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 83. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P .



0

Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ là.

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Câu 84. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 85. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$, $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 86. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông tại A . Cho $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 87. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 88. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ACB} = 30^\circ$, biết góc giữa $B'C$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{2\sqrt{5}}$. Cho khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = a^3\sqrt{6}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 89. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 90. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $16a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 91. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3a^3}{8}$ B. $V = \frac{9a^3}{8}$ C. $V = \frac{a^3}{8}$ D. $V = \frac{3a^3}{4}$

Câu 92. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $8\sqrt{3}$. B. 8. C. $3\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{2}$.

Câu 93. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 94. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 6. B. 18. C. $6\sqrt{3}$. D. $18\sqrt{3}$.

Câu 95. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 12. B. 18. C. $18\sqrt{3}$. D. $12\sqrt{3}$.

Câu 96. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , các cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ B. $\frac{3a^3}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3}{8}$

Câu 97. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 98. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AC = 2\sqrt{2}$, biết góc giữa AC' và (ABC) bằng 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{8}{3}$ B. $V = \frac{16}{3}$ C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ D. $8\sqrt{3}$

Câu 99. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Tính thể tích khối lăng trụ

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{13}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

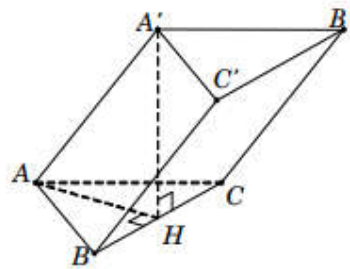
Câu 100. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{27}{4}$ C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

Câu 101. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng $2a$. Biết $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $4\sqrt{2}a^3$. B. $2\sqrt{2}a^3$. C. $8a^3$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 102. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Góc tạo bởi cạnh bên $A'A$ với đáy bằng 45° (hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



- A. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$. B. $V = 1$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$. D. $V = 3$.

Câu 103. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết AA' hợp với đáy (ABC) một góc 60° , thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 104. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương**  <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương**  <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)**  <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

 https://www.youtube.com/channel/UCO4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

 Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>