

BÀI 14. PHÉP CHIẾU SONG SONG

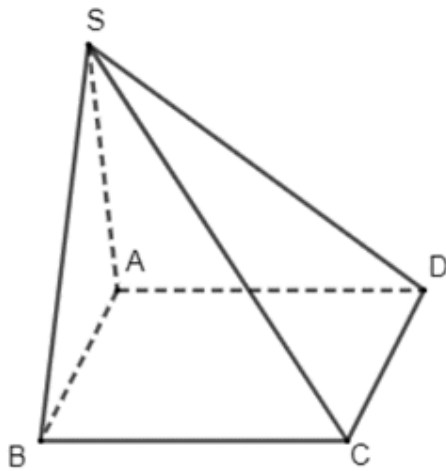
- CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

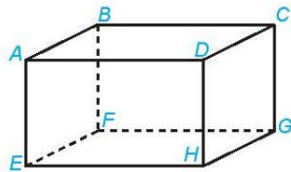
Câu 1. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Vẽ hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

Hình chóp $S.ABCD$ có các mặt bên là các hình tam giác nên hình biểu diễn của nó cũng có các mặt bên là hình tam giác, đáy $ABCD$ là hình bình hành nên hình biểu diễn của đáy $ABCD$ cũng là một hình bình hành. Từ đó ta vẽ được hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ như sau:



Câu 2. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ (H.4.58).



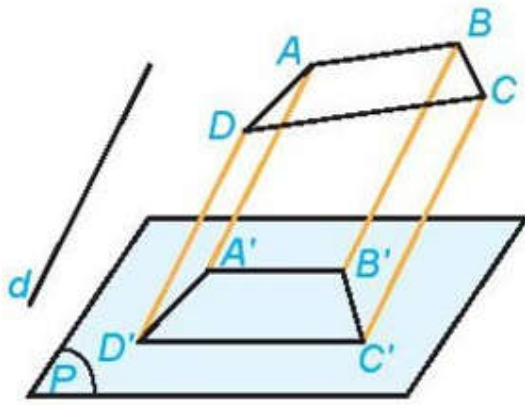
Hình 4.58

Xác định hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(CDHG)$ theo phương BC và theo phương BG .

Lời giải

- +) Vì $ABCD.EFGH$ là hình hộp nên $AD \parallel BC$. Vì D thuộc mặt phẳng $(CDHG)$ nên D là hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(CDHG)$ theo phương BC .
- +) Vì $ABCD.EFGH$ là hình hộp nên các mặt của nó đều là các hình bình hành. Do đó, $ABCD$ và $CDHG$ là các hình bình hành. Từ đó suy ra $AB \parallel CD$, $AB = CD$ và $CD \parallel HG$, $CD = HG$ nên $AB \parallel HG$ và $AB = HG$, suy ra $ABGH$ là hình bình hành nên $AH \parallel BG$. Vì H thuộc mặt phẳng $(CDHG)$ nên H là hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(CDHG)$ theo phương BG .

Câu 3. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Chứng minh rằng hình chiếu song song của một hình thang là một hình thang (H.4.61).



Hình 4.61

Lời giải

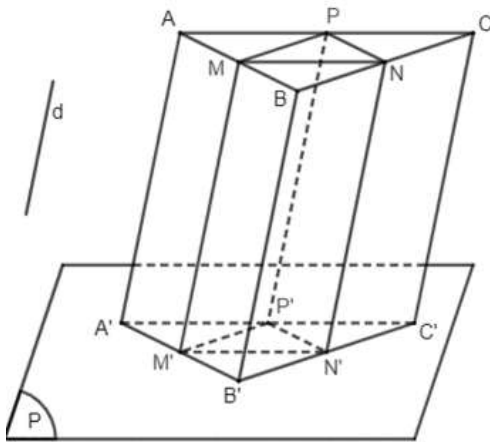
Hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $A'B'C'D'$ là hình chiếu song song của $ABCD$ trên mặt phẳng (P) theo phương d (Hình 4.61).

Vì $ABCD$ là hình thang có $AB \parallel CD$, do đó hình chiếu của AB là $A'B'$ song song với hình chiếu của CD là $C'D'$.

Tứ giác $A'B'C'D'$ có $A'B' \parallel C'D'$ nên nó là hình thang.

Câu 4. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Một phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Chứng minh rằng phép chiếu đó biến đường trung bình của tam giác ABC thành đường trung bình của tam giác $A'B'C'$.

Lời giải



Tam giác $A'B'C'$ là hình chiếu của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương d .

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, AC . Khi đó MN, NP, MP là các đường trung bình của tam giác ABC .

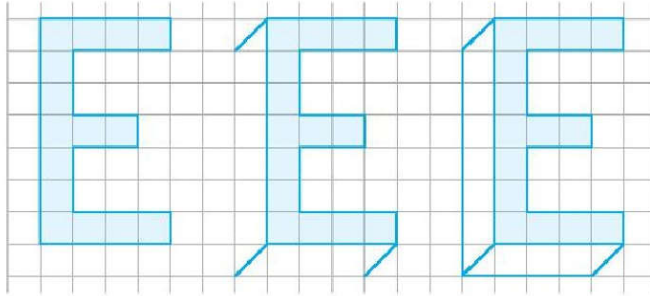
Gọi M', N', P' lần lượt là hình chiếu của M, N, P trên mặt phẳng (P) theo phương d .

Vì M là trung điểm của AB nên A, M, B thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{AM}{MB} = 1$. Do vậy

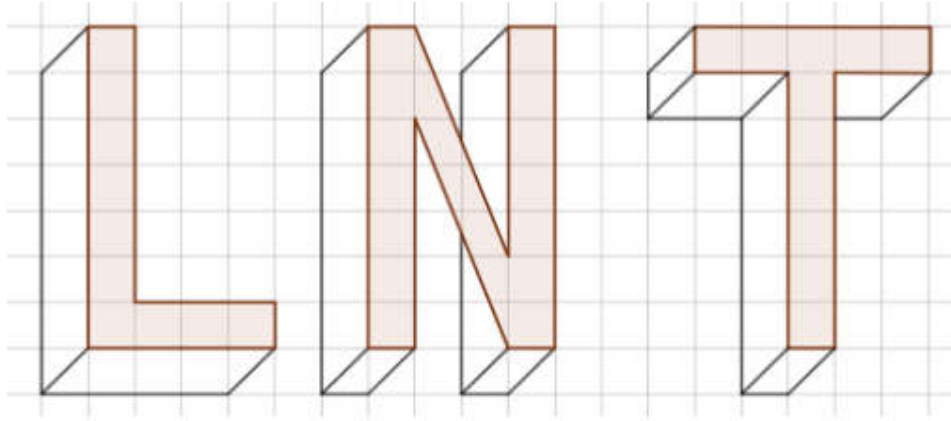
A', M', B' thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{A'M'}{M'B'} = 1$, tức là M' là trung điểm của $A'B'$. Chứng minh

tương tự ta có N' là trung điểm của $B'C'$ và P' là trung điểm của $A'C'$. Vậy $M'N', N'P', M'P'$ là các đường trung bình của tam giác $A'B'C'$.

Câu 5. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Phép chiếu song song có thể được sử dụng để vẽ dạng nổi (hay dạng 3D) của chữ cái như trong hình dưới đây. Theo phương pháp đó hãy vẽ dạng nổi của một số chữ cái quen thuộc như L, N, T,...



Lời giải



Câu 6. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Những mệnh đề nào trong các mệnh đề sau đây là đúng?

- a) Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- b) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
- c) Phép chiếu song song biến tam giác đều thành tam giác cân.
- d) Phép chiếu song song biến hình vuông thành hình bình hành.

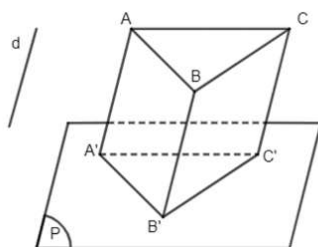
Lời giải

- a) Mệnh đề a) là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề b) là mệnh đề sai vì phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- c) Mệnh đề c) là mệnh đề sai vì phép chiếu song song biến tam giác đều thành một tam giác bất kì.
- d) Mệnh đề d) là mệnh đề đúng.

Câu 7. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Nếu tam giác $A'B'C'$ là hình chiếu của tam giác ABC qua một phép chiếu song song thì tam giác ABC có phải là hình chiếu của tam giác $A'B'C'$ qua một phép chiếu song song hay không? Giải thích vì sao.

Lời giải

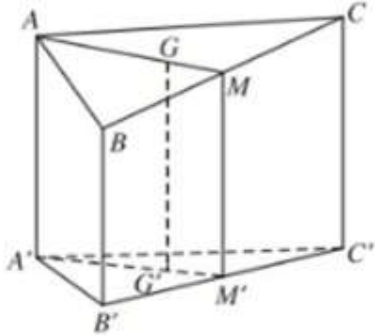
Nếu tam giác $A'B'C'$ là hình chiếu của tam giác ABC qua một phép chiếu song song thì tam giác ABC cũng là hình chiếu của tam giác $A'B'C'$ qua một phép chiếu song song.



Giả sử tam giác $A'B'C'$ là hình chiếu của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) theo phương chiếu d . Khi đó AA', BB', CC' đôi một song song với nhau và đều song song với phương chiếu d . Do vậy, tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $A'B'C'$ trên mặt phẳng (ABC) theo phương d .

Câu 8. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Chứng minh rằng phép chiếu đó biến trọng tâm của tam giác ABC thành trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Lời giải



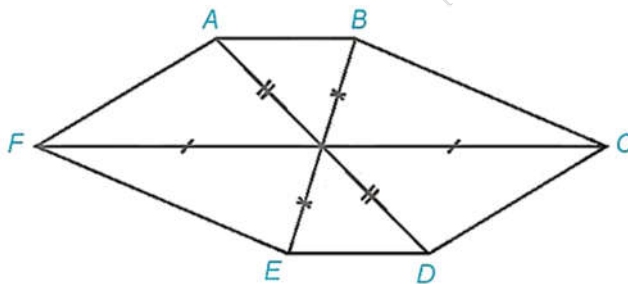
Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và G' là hình chiếu song song của nó. Gọi M là trung điểm của BC thì A, G, M thẳng hàng theo thứ tự đó. Gọi M' là hình chiếu của M . Khi đó, theo tính chất của phép chiếu song song ta có:

$$A', G', M' \text{ thẳng hàng theo thứ tự đó và } \frac{A'G'}{A'M'} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \quad (1).$$

$$B', M', C' \text{ thẳng hàng theo thứ tự đó và } \frac{B'M'}{M'C'} = \frac{BM}{MC} = 1 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

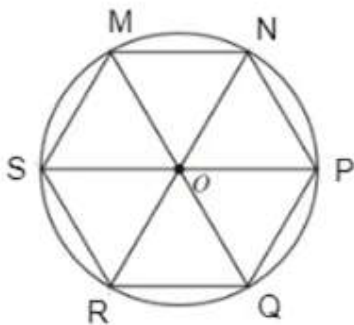
Câu 9. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Hình 4.65 có thể là hình biểu diễn của một hình lục giác đều hay không? Vì sao?



Hình 4.65

Lời giải

+) Xét hình lục giác đều $MNPQRS$ có tâm O .

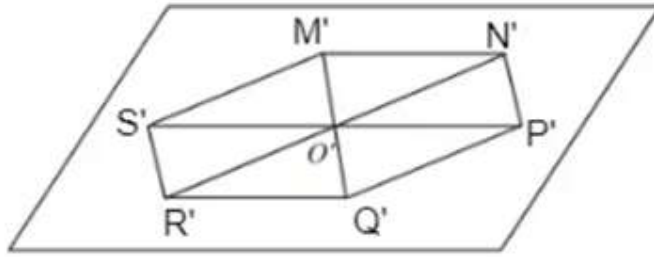


Ta nhận thấy:

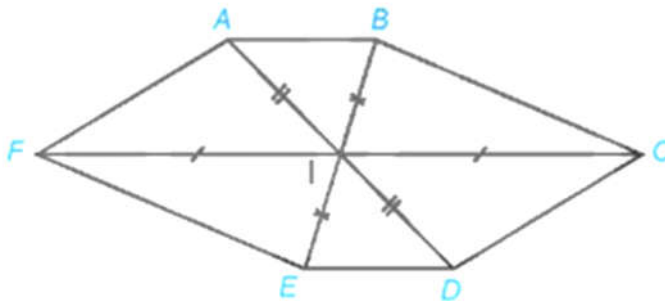
- Tứ giác $OSMN$ là hình thoi;
- Các điểm P, Q, R lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm S, M, N qua tâm O .

Từ đó suy ra các vẽ hình biểu diễn của hình lục giác đều $MNPQRS$ như sau:

- Vẽ hình bình hành $O'S'M'N'$ biểu diễn cho hình thoi $OSMN$;
- Lấy các điểm P', Q', R' lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm S', M', N' qua O' , ta được hình biểu diễn $M'N'Q'R'S'$ của hình lục giác đều $MNPQRS$.



+) Gọi I là giao điểm các đường chéo AD , BE và CF trong hình lục giác $ABCDEF$ ở Hình 4.65.



Khi đó nếu $ABCDEF$ là hình biểu diễn của hình lục giác đều thì phải thỏa mãn hai điều kiện:

- Tứ giác $IFAB$ là hình bình hành (1);
- D, E, F lần lượt là các điểm đối xứng của các điểm A, B, C qua I (2).

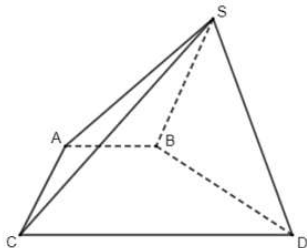
Từ hình vẽ ta thấy điều kiện (2) thỏa mãn nhưng điều kiện (1) không thỏa mãn. Vậy Hình 4.65 không thể là hình biểu diễn của một hình lục giác đều.

Câu 10. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Vẽ hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, AB song song với CD và $AB = 2cm$, $CD = 6cm$.

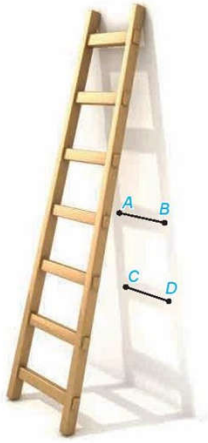
Lời giải

Vì $B = 2cm, D = 6cm$ nên $D = 3B$.

Hình chóp $S.ABCD$ có các mặt bên là hình tam giác nên hình biểu diễn của nó cũng có các mặt bên là hình tam giác, đáy $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB, CD (do $AB \parallel CD$) và $CD = 3AB$ nên hình biểu diễn của $ABCD$ là một hình thang có độ dài một đáy gấp ba lần độ dài của đáy còn lại. Từ đó, ta vẽ được hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ như sau:



Câu 11. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Trong hình bên, AB và CD là bóng của hai thanh chắn của một chiếc thang dưới ánh mặt trời.



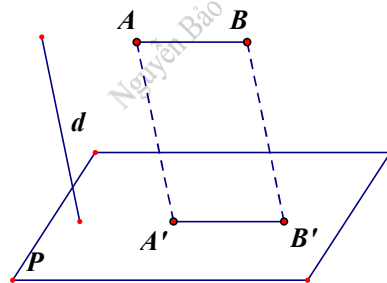
Hãy giải thích tại sao AB song song với CD .

Lời giải

AB và CD là bóng của hai thanh chắn của một chiếc thang dưới ánh mặt trời. Khi đó AB và CD là hình chiếu song song của hai thanh chắn của một chiếc thang lên tường (do mặt trời chiếu xuống tường các tia sáng song song). Mà hai thanh chắn của một chiếc thang thì song song với nhau, do đó theo tính chất của phép chiếu song song ta suy ra AB song song với CD .

Câu 12. Cho đoạn thẳng AB song song (P) . Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu song song của A và B trên (P) theo phương của đường thẳng d cho trước. Chứng minh rằng $A'B' = AB$. Hỏi rằng nếu ngược lại thì có đúng không?

Lời giải



Ta có $AB \parallel (P)$ và $A'B' = (ABB'A') \cap (P)$. Do đó $A'B' \parallel AB$. Ta có $AA' \parallel BB' \parallel d$.

Vậy $ABB'A'$ là hình bình hành. Suy ra $A'B' = AB$.

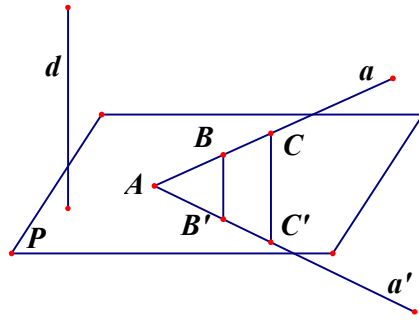
Phản ngược lại là sai:

Giả sử lấy điểm C trên BB' sao cho $AC = AB$ thì hình chiếu của AC vẫn là $A'B'$ và $A'B' = AC$. Nhưng AC không song song (P) .

Câu 13. Cho đường thẳng a cắt mặt phẳng (P) tại A . Gọi a' là hình chiếu song song của a lên (P) theo phương d cho trước.

- Chứng minh a' qua A ?
- Lấy hai điểm B và C trên a và gọi B', C' lần lượt là hình chiếu song song của B và C trên (P) theo phương d . Chọn d sao cho $B'C' = BC$.

Lời giải



- Ta có điểm $A \in a$ và $A \in (P)$, do đó hình chiếu song song của A trên (P) theo phương d nào đó cũng là điểm A . Mà hình chiếu song song của đường thẳng a trên (P) là a' . Vậy $A \in a'$.
- Nếu $B'C' = BC$ thì tứ giác $BCC'B'$ là hình thang cân cạnh đáy bằng BB' và CC' . Do đó $AB' = AB$. Lấy điểm B' trên (P) sao cho AB' và chọn phương d song song với BB' .

Câu 14. Gọi S là một điểm nằm ngoài mặt phẳng (P) chứa tam giác ABC . G là trọng tâm của tam giác SAB .

- Tìm ảnh của G trong phép chiếu song song trên mặt phẳng (P) theo phương SC .
- Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Tìm ảnh của MN và của tam giác MNE trong phép chiếu song song trên mặt phẳng (P) theo phương SC .
- Tìm ảnh của tam giác MNE trong phép chiếu song song trên (P) theo phương trung tuyến SI của tam giác SAB .

Lời giải

- Dựa vào tỉ số trọng tâm tam giác suy ra:
Ảnh của G trong phép chiếu song song trên mặt phẳng (P) theo phương SC là trọng tâm của tam giác ABC .
- Gọi $M'N'$ lần lượt là trung điểm của CA và CB . Suy ra ảnh của MN và của tam giác MNE trong phép chiếu song song trên mặt phẳng (P) theo phương SC lần lượt là $M'N'$ và tam giác $M'N'C$.
- Từ M, N, E và các đường thẳng song song với SI cắt AB tại H, K cắt CI tại F . Suy ra H, K, F lần lượt là trung điểm của AI, BI, CI .

Ảnh của tam giác MNE trong phép chiếu song song trên (P) theo phương trung tuyến SI là tam giác HKE .

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

- A. Chéo nhau. B. Đồng qui. C. Song song. D. Thẳng hàng.

Lời giải.

Chọn A.

Do hai đường thẳng qua phép chiếu song song ảnh của chúng sẽ cùng thuộc một mặt phẳng.

Suy ra tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Lời giải.

Chọn B.

Tính chất của phép chiếu song song.

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc *trùng nhau*. Suy ra B sai: Chúng có thể trùng nhau.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song đường thẳng CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M' . Trong đó M là trung điểm của BC . Chọn mệnh đề **đúng**?

- A. M' là trung điểm của $A'B'$.
- B. M' là trung điểm của $B'C'$.
- C. M' là trung điểm của $A'C'$.
- D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có phép chiếu song song đường thẳng CC' , biến C thành C' , biến B thành B' .

Do M là trung điểm của BC suy ra M' là trung điểm của $B'C'$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành ?

- A. A' .
- B. B' .
- C. C' .
- D. I' .

Lời giải.

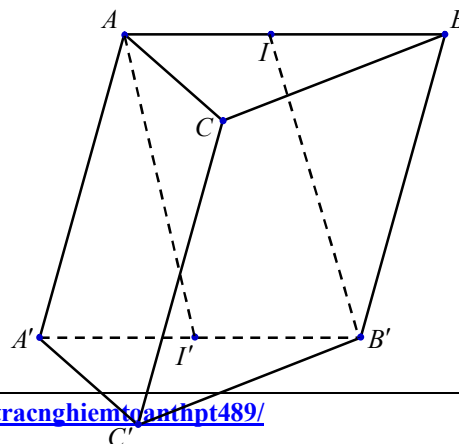
Chọn B.

Ta có $\left. \begin{array}{l} AI // B'I' \\ AI = B'I' \end{array} \right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng

AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I

thành điểm B' .



Câu 5. Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) // (P)$.
B. $(\alpha) \equiv (P)$.
C. $(\alpha) // l$ hoặc $(\alpha) \supset l$.
D. A, B, C đều sai.

Lời giải.

Chọn C.

- Phương án A: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là một tam giác trên mặt phẳng (P) .
- Phương án B: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là tam giác ABC .
- Phương án C: Khi phương chiếu l song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (α) . Thì hình chiếu của tam giác là đoạn thẳng trên mặt phẳng (P) . Nếu giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (P) là một trong ba cạnh của tam giác ABC .

Câu 6. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của một hình chóp cắt có thể là một hình tam giác.
B. Hình chiếu song song của một hình chóp cắt có thể là một đoạn thẳng.
C. Hình chiếu song song của một hình chóp cắt có thể là một hình chóp cắt.
D. Hình chiếu song song của một hình chóp cắt có thể là một điểm.

Lời giải.

Chọn A.

Qua phép chiếu song song chỉ có thể biến hình chóp cắt thành một đa giác.

- Loại B - chỉ là một đoạn thẳng.
- Loại C - phép chiếu song song không thể là một khối đa diện.
- Loại D - chỉ là một điểm.
- Chọn A - hình chiếu là một đa giác.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.

D. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

Lời giải.

Chọn C.

- Phương án A: Đúng vì khi đó hình chiếu của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
- Phương án B: Đúng vì mặt phẳng chiếu chứa đường thẳng đã cho.
- Phương án C: Sai vì hình chiếu của chúng chỉ có thể song song hoặc cắt nhau.
- Phương án D: Đúng - tính chất phép chiếu song song.

Câu 8. Qua phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành.

A. Ba đường thẳng đôi một song song với nhau.

B. Một đường thẳng.

C. Thành hai đường thẳng song song.

D. Cả ba trường hợp trên.

Lời giải.

Chọn D.

Tính chất phép chiếu song song.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình bình hành.

B. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông.

C. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.

D. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.

Lời giải.

Chọn B.

Qua phép chiếu song song đường thẳng AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ sẽ biến A' thành A , biến B' thành B , biến C' thành C , biến D' thành D . Nên hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là hình vuông.

Câu 10. Hình chiếu của hình vuông không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình vuông.

B. Hình bình hành.

C. Hình thang.

D. Hình thoi.

Lời giải.

Chọn C.

Tính chất của phép chiếu song song.

- Câu 11.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai:
- A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.
 - B. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.
 - C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.
 - D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Lời giải.

Chọn A.

Khi mặt phẳng chiếu song song với đường thẳng đã cho thì đường thẳng đó song song với hình chiếu của nó.

- Câu 12.** Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là:
- A. Điểm A .
 - B. Trùng với phương chiếu.
 - C. Đường thẳng đi qua A .
 - D. Đường thẳng đi qua A hoặc chính A .

Lời giải.

Chọn D.

- Nếu phương chiếu song song hoặc trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là điểm A .
- Nếu phương chiếu không song song hoặc không trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là đường thẳng đi qua điểm A .

- Câu 13.** Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là:

- A. Giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC .
- B. Giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC .
- C. Giao điểm của hai đường đường cao của tam giác ABC .
- D. Giao điểm của hai đường phân giác của tam giác ABC .

Lời giải.

Chọn B.

Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao của ba đường trung trực.

- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?
- A. S .
 - B. Trung điểm của SD .
 - C. A .
 - D. D .

Lời giải.

Chọn B.

Giả sử N là ảnh của M theo phép chiếu song song đường thẳng AB lên mặt phẳng (SAD) .

Suy ra $MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel CD$. Do M là trung điểm của $SC \Rightarrow N$ là trung điểm của SD .

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?

- A. S . B. Trung điểm của BC .
C. B . D. C .

Lời giải.

Chọn C.

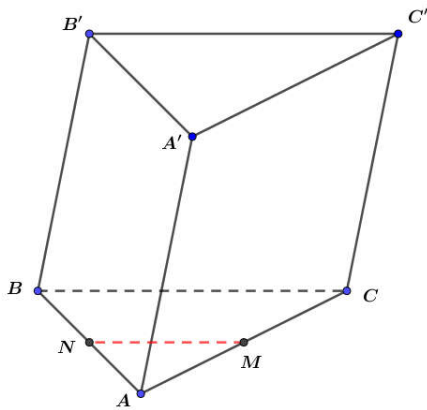
Do $AB \cap (SBC) = \{A\}$ suy ra hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm B .

Câu 16. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là

- A. Trung điểm BC . B. Trung điểm AB . C. Điểm A . D. Điểm B .

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm của AB . Ta có: $MN \parallel CB$.

Vậy hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là điểm N .

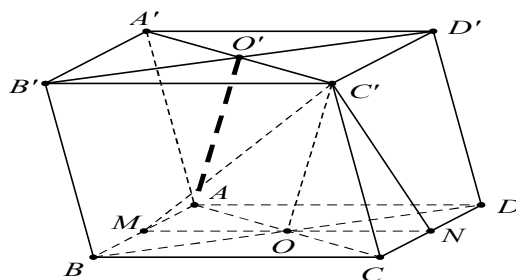
2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 17. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là

- A. Đoạn thẳng MN . B. Điểm O . C. Tam giác CMN . D. Đoạn thẳng BD .

Lời giải

Chọn A



Ta có: $O'C' = AO$ và $O'C' \parallel AO$ nên tứ giác $O'C'OA$ là hình bình hành $\Rightarrow O'A \parallel C'O$.

Do đó hình chiếu của điểm O' qua phép chiếu song song theo phương $O'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O .

Mặt khác điểm M và N thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ nên hình chiếu của M và N qua phép chiếu song song theo phương $O'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ lần lượt là điểm M và N .

Vậy qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là đoạn thẳng MN .

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Lời giải

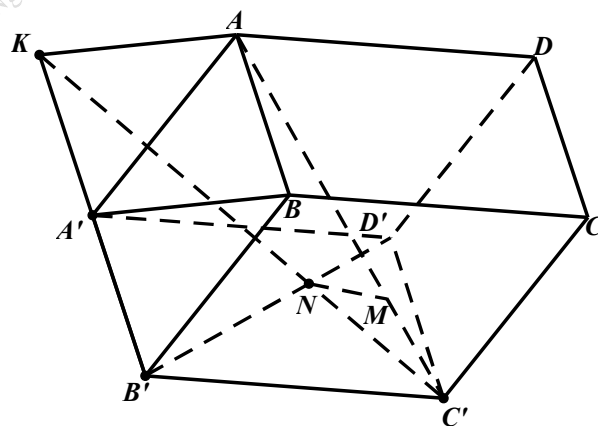
Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu BA' . Ta có N là ảnh của M hay M chính là giao điểm của $B'D'$ và ảnh AC' qua phép chiếu này. Do đó ta xác định M, N như sau:

Trên $A'B'$ kéo dài lấy điểm K sao cho $A'K = B'A'$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK \parallel BA'$ suy ra K là ảnh của A trên AC' qua phép chiếu song song.

Gọi $N = B'D' \cap KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M . Ta có M, N là các điểm cần xác định.

Theo định lý Thales, ta có

$$\frac{MA}{MC'} = \frac{NK}{NC'} = \frac{KB'}{C'D'} = 2.$$



Câu 19. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC' .

a) Xác định đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\frac{IM}{IJ}$.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

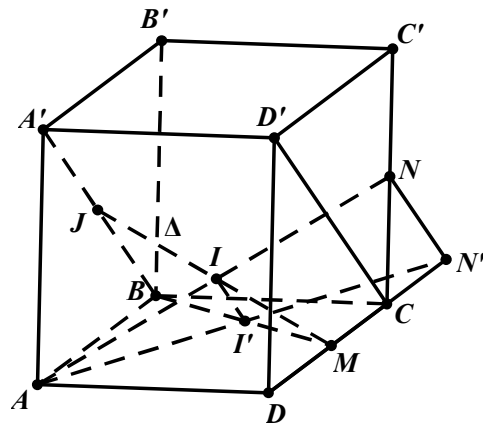
Lời giải

a) Giả sử đã dựng được đường thẳng Δ cắt cả AN và BA' . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và BA' .

Xét phép chiếu song song lên $(ABCD)$ theo phương chiếu $A'B$. Khi đó ba điểm J, I, M lần lượt có hình chiếu là B, I', M . Do J, I, M thẳng hàng nên B, I', M cũng thẳng hàng. Gọi N' là hình chiếu của N thì AN' là hình chiếu của AN . Vì

$$I \in AN \Rightarrow I' \in AN' \Rightarrow I' = BM \cap AN'.$$

Từ phân tích trên suy ra cách dựng:



- Lấy $I' = AN' \cap BM$.
- Trong (ANN') dựng $II' \parallel NN'$ (đã có $NN' \parallel CD'$) cắt AN tại I .
- Vẽ đường thẳng MI , đó chính là đường thẳng cần dựng.
 - a) Ta có $MC = CN'$ suy ra $MN' = CD = AB$. Do đó I' là trung điểm của BM . Mặt khác $II' \parallel JB$ nên II' là đường trung bình của tam giác MBJ , suy ra $IM = IJ \Rightarrow \frac{IM}{IJ} = 1$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ☞ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ☞ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ☞ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

☞ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

☞ Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>