

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = e^x + \sin x (\forall x \in \mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $(0; 2)$. Biết $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng
a) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = e^x + \sin x$.	✓
b) Phương trình $f(x) - e^x = 0$ có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.	✗
c) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = e^x + \sin x + 2x + C$.	✗
d) Nếu $F(0) = 0$ thì $F\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} + \pi$.	✗

$$f'(x) = e^x + \sin x$$

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$F(x) = \int f(x) dx$$

$$A(0, 2) \in f(x)$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (e^x + \sin x) dx = \int e^x dx + \int \sin x dx = e^x + (-\cos x) + C$$

$$\Rightarrow f(x) = e^x - \cos x + C \quad A(0, 2) \in f(x) \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow e^0 - \cos 0 + C = 2$$

$$\Rightarrow 1 - 1 + C = 2 \Rightarrow C = 2$$

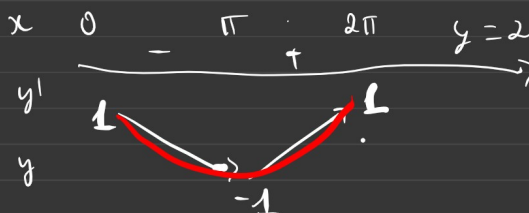
$$\Rightarrow f(x) = e^x - \cos x + 2$$

$$f(x) - e^x = 0 \Rightarrow e^x - \cos x - e^x + 2 = 0 \Rightarrow -\cos x + 2 = 0 \Rightarrow \cos x = 2 \Rightarrow \text{SS không giao đ' của 2 h/s}$$

$$\text{Xét } h(x) = \cos x \Rightarrow \text{vẽ BBT của } h(x) \text{ xét trên } (0, 2\pi)$$

$$h'(x) = -\sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi \Rightarrow \text{BBT}$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$



$$F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x - \cos x + 2) dx = \int e^x dx + \int -\cos x dx + \int 2 dx$$

$$F(x) = e^x - \sin x + 2x + C$$

$$d, F(0) = 0 \Rightarrow e^0 - \sin 0 + 2 \cdot 0 + C = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 0 + 0 + C = 0 \Rightarrow C = -1 \Rightarrow F(x) = e^x - \sin x + 2x - 1$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} - \sin \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \frac{\pi}{2} - 1 = e^{\frac{\pi}{2}} - 1 + \pi - 1 = e^{\frac{\pi}{2}} + \pi - 2$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} - \cos \frac{\pi}{2} + 2 = e^{\frac{\pi}{2}} - 0 + 2 = e^{\frac{\pi}{2}} + 2$$

$$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} + \pi - 1 + e^{\frac{\pi}{2}} + 2 = 2e^{\frac{\pi}{2}} + \pi$$

Câu 34. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \rightarrow \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow 65 \cdot \frac{1000}{3600} \text{ m/s} \approx 18,05$ trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phải nhớ một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một <u>nguyên hàm</u> của hàm số $v(t)$.	✓	
b)	$s(t) = -5t^2 + 20t + C$		✓
c)	Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là <u>20</u> giây.		✓
d)	Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.	✓	

$$\text{km/h} = 3,6 \cdot \text{m/s} \Rightarrow \text{m/s} = \frac{\text{km/h}}{3,6} \Rightarrow v = \frac{65}{3,6} \text{ m/s} \approx 18,05 \text{ m/s}$$

$$v(t) = -10t + 20$$

$$c) \Rightarrow \text{ô tô dừng} \Leftrightarrow v = 0 \Rightarrow -10t + 20 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s(t) = \int v(t) dt \\ v(t) = \int a(t) dt \end{array} \right.$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

$$d) \text{ là đường đi được: } 18,05 \text{ m}$$

$$s(t) = \int v(t) dt = -5t^2 + 20t + C$$

$$s(0) = 0 + C = C$$

$$\Rightarrow s(2) - s(0) = 20 + C - C = 20 \text{ m}$$

$$s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 + C = 20 + C$$

$$\Rightarrow s = 20 + 18,05 = 38,05 < 50 \text{ m}$$

Câu 35. Vào năm 2014 dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử, dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1,2698e^{0,014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014. $S(t)$ tính bằng triệu người/năm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a) ✓	$S(t)$ là <u>một</u> nguyên hàm của $S'(t)$.	✓	
b)	$S(t) = 90,7e^{0,014t} + 90,7 + C$		✓
c)	Theo công thức trên, <u>tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034</u> làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng <u>1,7 triệu người/năm</u> .	✓	
d)	Theo công thức trên, <u>dân số nước ta năm 2034</u> làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người.	✓	✗

$$S(t) = \int S'(t) dt = \int 1,2698 \cdot e^{0,014t} dt$$

$$= 1,2698 \int e^{0,014t} dt$$

$$\int e^{ax+b} = \frac{e^{ax+b}}{a}$$

$$= 1,2698 \cdot \frac{e^{0,014t}}{0,014} + C$$

$$= 90,7 \cdot e^{0,014t} + C$$

$$\begin{cases} S(t) = 90,7 \cdot e^{0,014t} + C : \text{dân số} \\ S'(t) = 1,2658 \cdot e^{0,014t} : \text{tốc độ gia tăng} \end{cases}$$

$$t = 20 \text{ năm} \Rightarrow 20 \text{ năm dân số gia tăng} = S'(20) = 1,2658 \cdot e^{0,014 \cdot 20} = 1,7$$

$$\Rightarrow \text{dân số sau 20 năm} = S(20) = 90,7 \cdot e^{0,014 \cdot 20} + C = 120 + C = 120$$

$$t = 0 \Rightarrow \text{dân số năm 2014} = S(0) = 90,7 \cdot e^{0,014 \cdot 0} + C = 90,7 \cdot 1 + C = 90,7 + C = 90,7$$

Câu 4. Giả sử $\int (0,1)^x dx = -\frac{1}{\ln a} \cdot b^x + C$. Với a, b là các hằng số dương. Giá trị của biểu thức $\frac{a}{b}$ bằng

bao nhiêu?

Trả lời:

$$\Rightarrow C = 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\log_a(b)^x = C \log_a b$$

$$\int (0,1)^x dx = \frac{(0,1)^x}{\ln 0,1} + C$$

$$\text{NY: } 0,1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$$

$$= \frac{(10^{-1})^x}{\ln(10^{-1})} = \frac{(10^{-1})^x}{-\ln(10)} = -\frac{1}{\ln(10)} \cdot (10^{-1})^x \Rightarrow a = 10$$

$$b = 10^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{10^{-1}} = 100$$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 4x^3 - m + 1$, $f(2) = 1$ và có đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Tìm được $f(x) = ax^4 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x) dx = \int (4x^3 - m + 1) dx = \int 4x^3 dx - \int m dx + \int 1 dx \\ &= x^4 - mx + x + C \end{aligned}$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 2^4 - m \cdot 2 + 2 + C = 1 \Rightarrow 16 - 2m + 2 + 3 = 1 \Rightarrow m = 10$$

$$f(0) = 3 \Rightarrow 0^4 - m \cdot 0 + 0 + C = 3 \Rightarrow C = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - 10x + x + 3$$

$$\begin{aligned} &= x^4 - 9x + 3 = 1 \cdot x^4 + (-9)x + 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -9 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -5 \\ &= ax^4 + bx + c \end{aligned}$$

