

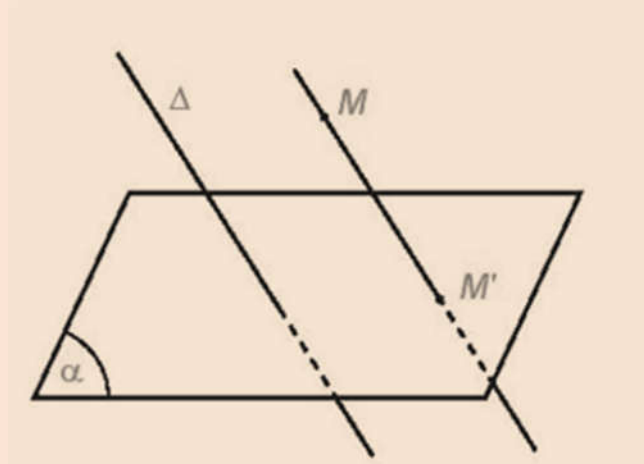
BÀI 14. PHÉP CHIẾU SONG SONG

- CHƯƠNG 4. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. PHÉP CHIẾU SONG SONG

Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α) . Với mỗi điểm M trong không gian ta xác định điểm M' như sau:



- Nếu M thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và Δ .
 - Nếu M không thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và đường thẳng qua M song song với Δ .
- Điểm M' được gọi là hình chiếu song song của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ .
 Phép đặt tương ứng mỗi điểm M với hình chiếu M' của nó được gọi là phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ .

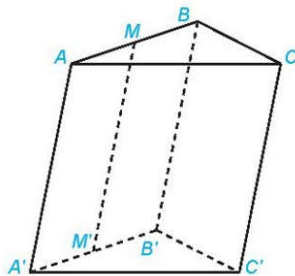
Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng chiếu, phương Δ được gọi là phương chiếu.

Chú ý. Nếu một đường thẳng song song với phương chiếu thì hình chiếu của đường thẳng đó là một điểm. Kể từ đây, nếu không nói gì thêm ta chỉ xét các phép chiếu mà phương chiếu không song song với mặt phẳng chiếu.

Ví dụ 1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$.

- Xác định hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC' .
- Gọi M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB . Xác định hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC' .

Giải (H.4.57)



Hình 4.57

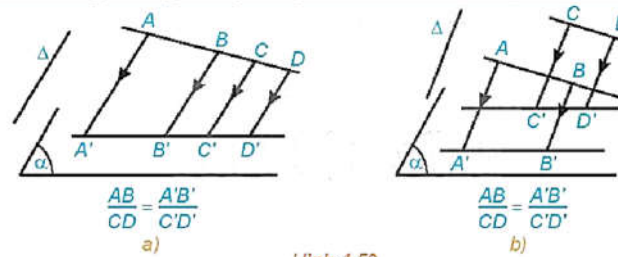
- Vì $ABC \cdot A'B'C'$ là hình lăng trụ nên $AA' \parallel BB' \parallel CC'$. Vì A' thuộc mặt phẳng $(A'B'C')$ nên A' là hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC' .

b) Trong mặt phẳng $(ABB'A')$ vẽ $MM' \parallel AA'$ với M' thuộc $A'B'$ thì $MM' \parallel CC'$. Vì M' thuộc mặt phẳng $(A'B'C')$ nên M' là hình chiếu của M trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương CC' .

2. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIẾU SONG SONG

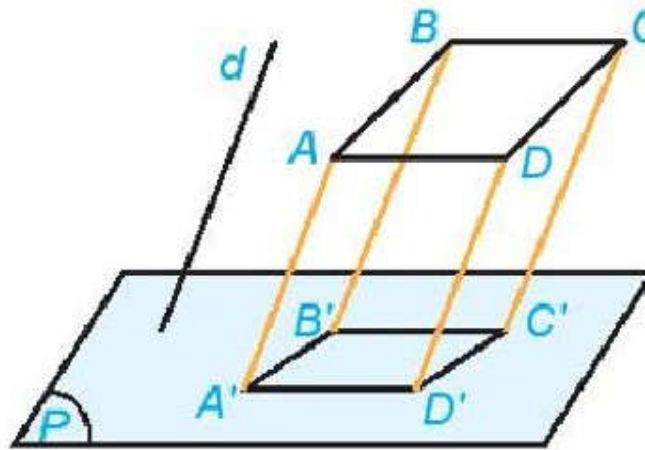
Ta có các tính chất sau của phép chiếu song song:

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.



Hình 4.59

Ví dụ 2. Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi $A'B'C'D'$ là hình chiếu của $ABCD$ trên mặt phẳng (P) theo phương d (H.4.60).



Hình 4.60

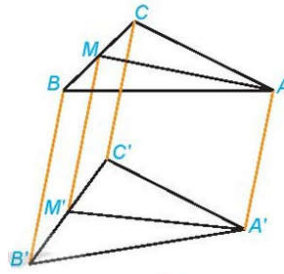
Chứng minh rằng tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Giải

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên AB song song với CD , do đó hình chiếu của AB là $A'B'$ song song với hình chiếu của CD là $C'D'$. Tương tự $A'D'$ song song với $B'C'$.

Tứ giác $A'B'C'D'$ có $A'B' \parallel C'D'$ và $A'D' \parallel B'C'$ nên nó là hình bình hành.

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC . Một phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$, biến M thành M' . Chứng minh rằng $A'M'$ là đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$ (H.4.62).



Hình 4.62

Giải

Vì M là trung điểm của BC nên B, M, C thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{BM}{MC} = 1$. Do vậy

B', M', C' thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{B'M'}{M'C'} = 1$, tức là M' là trung điểm của $B'C'$. Vậy AM'

là đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$.

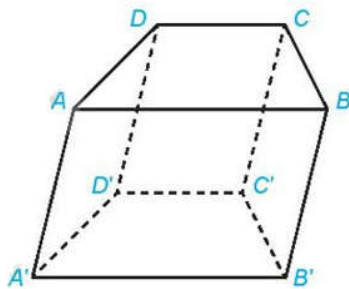
3. HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN

Hình biểu diễn của một hình trong không gian là hình chiếu song song của hình đó trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

Ví dụ 4. Vẽ hình biểu diễn của hình lăng trụ $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình thang, AB song song với CD và $AB = 2CD$

Giải

Hình lăng trụ $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các mặt bên là hình bình hành nên hình biểu diễn của nó cũng có các mặt bên là hình bình hành. Hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD và $AB = 2CD$ nên hình biểu diễn của $ABCD$ là một hình thang có độ dài một đáy gấp hai lần độ dài của đáy còn lại. Từ đó, ta vẽ được hình biểu diễn của hình lăng trụ $ABCD \cdot A'B'C'D'$ như Hình 4.64.

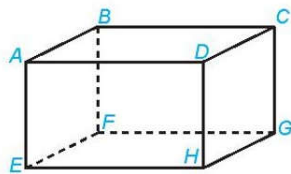


Hình 4.64

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Câu 1. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Vẽ hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

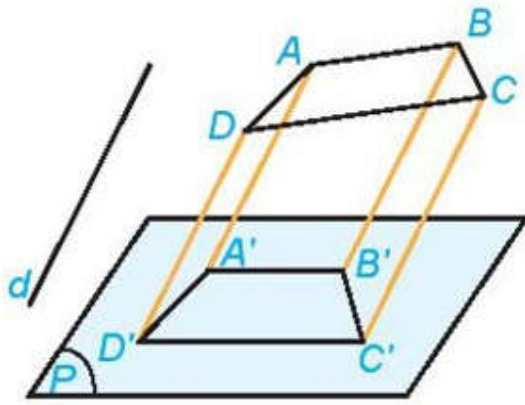
Câu 2. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ (H.4.58).



Hình 4.58

Xác định hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng $(CDHG)$ theo phương BC và theo phương BG .

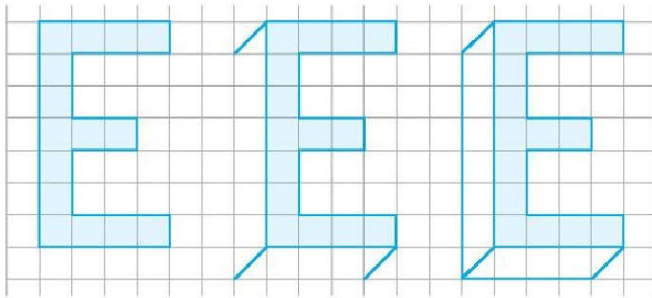
Câu 3. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Chứng minh rằng hình chiếu song song của một hình thang là một hình thang (H.4.61).



Hình 4.61

Câu 4. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Một phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Chứng minh rằng phép chiếu đó biến đường trung bình của tam giác ABC thành đường trung bình của tam giác $A'B'C'$.

Câu 5. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Phép chiếu song song có thể được sử dụng để vẽ dạng nổi (hay dạng 3D) của chữ cái như trong hình dưới đây. Theo phương pháp đó hãy vẽ dạng nổi của một số chữ cái quen thuộc như L, N, T,...



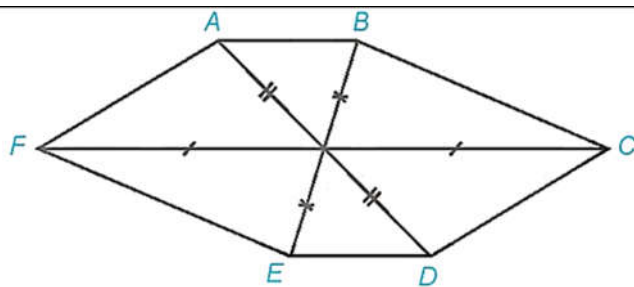
Câu 6. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Những mệnh đề nào trong các mệnh đề sau đây là đúng?

- a) Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- b) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
- c) Phép chiếu song song biến tam giác đều thành tam giác cân.
- d) Phép chiếu song song biến hình vuông thành hình bình hành.

Câu 7. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Nếu tam giác $A'B'C'$ là hình chiếu của tam giác ABC qua một phép chiếu song song thì tam giác ABC có phải là hình chiếu của tam giác $A'B'C'$ qua một phép chiếu song song hay không? Giải thích vì sao.

Câu 8. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Phép chiếu song song biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Chứng minh rằng phép chiếu đó biến trọng tâm của tam giác ABC thành trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

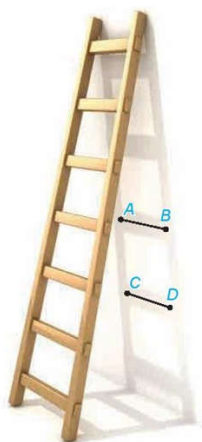
Câu 9. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Hình 4.65 có thể là hình biểu diễn của một hình lục giác đều hay không? Vì sao?



Hình 4.65

Câu 10. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Vẽ hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, AB song song với CD và $AB = 2\text{ cm}$, $CD = 6\text{ cm}$.

Câu 11. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Trong hình bên, AB và CD là bóng của hai thanh chắn của một chiếc thang dưới ánh mặt trời.



Hãy giải thích tại sao AB song song với CD .

Câu 12. Cho đoạn thẳng AB song song (P) . Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu song song của A và B trên (P) theo phương của đường thẳng d cho trước. Chứng minh rằng $A'B' = AB$. Hỏi rằng nếu ngược lại thì có đúng không?

Câu 13. Cho đường thẳng a cắt mặt phẳng (P) tại A . Gọi a' là hình chiếu song song của a lên (P) theo phương d cho trước.

- Chứng minh a' qua A ?
- Lấy hai điểm B và C trên a và gọi B', C' lần lượt là hình chiếu song song của B và C trên (P) theo phương d . Chọn d sao cho $B'C' = BC$.

Câu 14. Gọi S là một điểm nằm ngoài mặt phẳng (P) chứa tam giác ABC . G là trọng tâm của tam giác SAB .

- Tìm ảnh của G trong phép chiếu song song trên mặt phẳng (P) theo phương SC .
- Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Tìm ảnh của MN và của tam giác MNE trong phép chiếu song song trên mặt phẳng (P) theo phương SC .
- Tìm ảnh của tam giác MNE trong phép chiếu song song trên (P) theo phương trung tuyến SI của tam giác SAB .

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

A. Chéo nhau.

B. Đồng qui.

C. Song song.

D. Thẳng hàng.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.

D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song đường thẳng CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M' . Trong đó M là trung điểm của BC . Chọn mệnh đề **đúng**?

A. M' là trung điểm của $A'B'$.

B. M' là trung điểm của $B'C'$.

C. M' là trung điểm của $A'C'$.

D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành ?

A. A' .

B. B' .

C. C' .

D. I' .

Câu 5. Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l . Biết hình chiếu (theo phương l) của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(\alpha) \parallel (P)$.

B. $(\alpha) \equiv (P)$.

C. $(\alpha) \parallel l$ hoặc $(\alpha) \supset l$.

D. A, B, C đều sai.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.

B. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.

C. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.

D. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.

C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.

D. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

Câu 8. Qua phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành.

A. Ba đường thẳng đôi một song song với nhau.

B. Một đường thẳng.

- C. Thành hai đường thẳng song song.
- D. Cả ba trường hợp trên.
- Câu 9.** Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình bình hành.
- B. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông.
- C. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.
- D. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.
- Câu 10.** Hình chiếu của hình vuông không thể là hình nào trong các hình sau?
- A. Hình vuông. B. Hình bình hành. C. Hình thang. D. Hình thoi.
- Câu 11.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai:
- A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.
- B. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.
- C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.
- D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
- Câu 12.** Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là:
- A. Điểm A . B. Trùng với phương chiếu.
- C. Đường thẳng đi qua A . D. Đường thẳng đi qua A hoặc chính A .
- Câu 13.** Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là:
- A. Giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC .
- B. Giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC .
- C. Giao điểm của hai đường đường cao của tam giác ABC .
- D. Giao điểm của hai đường phân giác của tam giác ABC .
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?
- A. S . B. Trung điểm của SD .
- C. A . D. D .
- Câu 15.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?

A. S .

B. Trung điểm của BC .

C. B .

D. C .

Câu 16. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là

A. Trung điểm BC .

B. Trung điểm AB .

C. Điểm A .

D. Điểm B .

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 17. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác CMN là

A. Đoạn thẳng MN .

B. Điểm O .

C. Tam giác CMN .

D. Đoạn thẳng BD .

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Câu 19. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC' .

a) Xác định đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\frac{IM}{IJ}$.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5glEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>