

CHUYÊN ĐỀ 15. NGUYÊN HÀM

• Fanpage: Nguyễn Bảo Vương - <https://www.nbv.edu.vn/>

Để đảm bảo quyền lợi cho giáo viên đã mua tài liệu, thì nội dung file pdf này bên mình sẽ cắt giảm đi số lượng câu hỏi so với file thực tế.

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ

1. NGUYÊN HÀM CỦA MỘT HÀM SỐ

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên một khoảng K (hoặc một đoạn, hoặc một nửa khoảng). Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc K .

Chú ý. Trường hợp $K = [a; b]$ thì các đẳng thức $F'(a) = f(a)$ và $F'(b) = f(b)$ được hiểu là đạo hàm bên phải tại điểm $x = a$ và đạo hàm bên trái tại điểm $x = b$ của hàm số $F(x)$, tức là

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{F(x) - F(a)}{x - a} = f(a) \text{ và } \lim_{x \rightarrow b^-} \frac{F(x) - F(b)}{x - b} = f(b).$$

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x$. Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} ?

a) $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2$;

b) $G(x) = \frac{x^3}{3} + x^2$.

Giải

Ta có: $F'(x) = x^2 - 2x, G'(x) = x^2 + 2x$.

Vì $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} .

Hàm số $G(x)$ không là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} vì với $x = 1$, ta có

$$G'(1) = 3 \neq -1 = f(1).$$

Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khi đó:

a) Với mỗi hằng số C , hàm số $F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K ;

b) Nếu hàm số $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x) = F(x) + C$ với mọi $x \in K$.

Như vậy, nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$ (C là hằng số). Ta gọi $F(x) + C (C \in \mathbb{R})$ là họ các nguyên hàm của $f(x)$ trên K , kí hiệu bởi $\int f(x)dx$.

Chú ý

a) Để tìm họ các nguyên hàm (gọi tắt là tìm nguyên hàm) của hàm số $f(x)$ trên K , ta chỉ cần tìm một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ trên K và khi đó

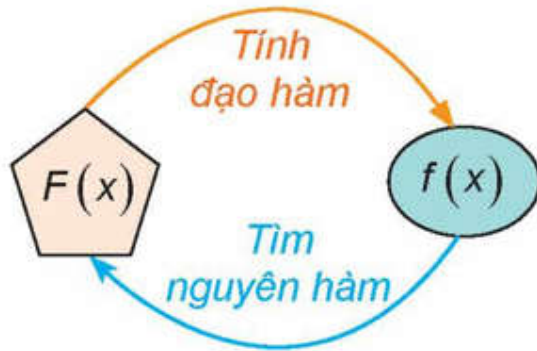
$$\int f(x)dx = F(x) + C, C \text{ là hằng số}$$

b) Người ta chứng minh được rằng, nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K thì $f(x)$ có nguyên hàm trên khoảng đó.

c) Biểu thức $f(x)dx$ gọi là vi phân của nguyên hàm $F(x)$, kí hiệu là $dF(x)$.

Vậy $dF(x) = F'(x)dx = f(x)dx$.

d) Khi tìm nguyên hàm của một hàm số mà không chỉ rõ tập K ,



Hình 4.2. Mối quan hệ giữa đạo hàm và nguyên hàm

Ví dụ 2: Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ trên \mathbb{R} . Từ đó hãy tìm $\int x^2 dx$.

Giải

Vì $\left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{3x^2}{3} = x^2$ nên $F(x) = \frac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} .

Do đó, $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$.

2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA NGUYÊN HÀM

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên K , k là một hằng số khác 0. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx (k \neq 0)$$

Ví dụ 3: Sử dụng kết quả của Ví dụ 2, hãy tìm:

a) $\int 3x^2 dx$

b) $\int -\frac{3}{2}x^2 dx$

Giải

Ta có:

a) $\int 3x^2 dx = 3 \int x^2 dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + C = x^3 + C$.

b) $\int -\frac{3}{2}x^2 dx = -\frac{3}{2} \int x^2 dx = -\frac{3}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + C = -\frac{1}{2}x^3 + C$.

Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K . Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$ trên K .

$$\bullet \int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$$

$$\bullet \int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$$

Ví dụ 4: Sử dụng kết quả của Luyện tập 3 và tính chất cơ bản của nguyên hàm, hãy tìm:

a) $\int (x^2 + x)dx$

b) $\int (4x^3 - 3x^2)dx$

Giải

Ta có:

a) $\int (x^2 + x)dx = \int x^2 dx + \int x dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$.

b) $\int (4x^3 - 3x^2)dx = 4 \int x^3 dx - 3 \int x^2 dx = x^4 - x^3 + C$.

Ví dụ 5: Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 5 + 3t (m/s)$, với t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 30 giây thì máy bay cất cánh rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là bao nhiêu mét?



Giải

Gọi $S(t) (0 \leq t \leq 30)$ là quãng đường máy bay di chuyển được sau t giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà.

Ta có $v(t) = S'(t)$. Do đó, $S(t)$ là một nguyên hàm của hàm số vận tốc $v(t)$. Sử dụng tính chất của nguyên hàm ta được

$$S(t) = \int v(t) dt = \int (5 + 3t) dt = 5 \int dt + 3 \int t dt = 5t + \frac{3}{2} t^2 + C$$

Theo giả thiết, $S(0) = 0$ nên $C = 0$ và ta được $S(t) = \frac{3}{2} t^2 + 5t (m)$.

Máy bay rời đường băng khi $t = 30$ (giây) nên $S = S(30) = \frac{3}{2} \cdot 30^2 + 5 \cdot 30 = 1500 (m)$.

Vậy quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi nó rời đường băng là $S = 1500 m$.

3. NGUYÊN HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

a) Nguyên hàm của hàm số lũy thừa

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1).$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

Ví dụ 6: Tìm:

a) $\int \sqrt{x} dx (x > 0)$

b) $\int \frac{1}{x^3} dx$;

c) $\int \left(2x^2 + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$.

Giải

a) $\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$.

b) $\int \frac{1}{x^3} dx = \int x^{-3} dx = \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + C = -\frac{1}{2} x^{-2} + C = -\frac{1}{2x^2} + C$.

c) $\int \left(2x^2 + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx = \int 2x^2 dx + \int \frac{3}{\sqrt{x}} dx = 2 \int x^2 dx + 3 \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{3} x^3 + 6\sqrt{x} + C$.

b) Nguyên hàm của hàm số lượng giác

$$\bullet \int \cos x \, dx = \sin x + C; \quad \bullet \int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$\bullet \int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C; \quad \bullet \int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\cot x + C$$

Ví dụ 7: Tìm:

a) $\int (\cos x + \sin x) dx;$

b) $\int \left(2 \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$

Giải

a) $\int (\cos x + \sin x) dx = \int \cos x \, dx + \int \sin x \, dx = \sin x - \cos x + C.$

b) $\int \left(2 \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = 2 \int \cos x \, dx - \int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = 2 \sin x - \tan x + C.$

c) Nguyên hàm của hàm số mũ

$$\bullet \int e^x \, dx = e^x + C.$$

$$\bullet \int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1).$$

Ví dụ 8: Tìm:

a) $\int 2^x \, dx;$

b) $\int \frac{1}{3^x} \, dx;$

c) $\int (2e^x - 5^x) \, dx.$

Giải

a) $\int 2^x \, dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

b) $\int \frac{1}{3^x} \, dx = \int \left(\frac{1}{3} \right)^x \, dx = \frac{\left(\frac{1}{3} \right)^x}{\ln \frac{1}{3}} + C = -\frac{1}{3^x \ln 3} + C.$

c) $\int (2e^x - 5^x) \, dx = 2 \int e^x \, dx - \int 5^x \, dx = 2e^x - \frac{5^x}{\ln 5} + C.$

Ta tổng kết lại bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp như sau.

$\int 0 \, dx = C$	$\int 1 \, dx = x + C$
$\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x + C$
$\int e^x \, dx = e^x + C$	$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1)$
$\int \cos x \, dx = \sin x + C$	$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C$

Dựa vào bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp và tính chất cơ bản của nguyên hàm, ta có thể tìm được nguyên hàm của nhiều hàm số khác.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN**Dạng 1. Tìm nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp****Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với C là hằng số tùy ý)**

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$
$\int \sin x dx = -\cos x + C.$	$\int \cos x dx = \sin x + C.$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$	$\int e^x dx = e^x + C.$

Một số nguyên tắc tính cơ bản

- Tích của đa thức hoặc lũy thừa \xrightarrow{PP} khai triển.
- Tích các hàm mũ \xrightarrow{PP} khai triển theo công thức mũ.
- Bậc chẵn của sin và cosin \Rightarrow Hạ bậc: $\sin^2 a = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2a$, $\cos^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a$.
- Chứa tích các căn thức của $x \xrightarrow{PP}$ chuyển về lũy thừa.

Câu 1. Tìm:

1) $\int x^5 dx$;	2) $\int x^{\sqrt{2}} dx$	3) $\int x^{-1} dx$.	4) $\int x^6 dx$
5) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.	6) $\int \frac{1}{x^2} dx$;	7) $\int x^{\frac{1}{2}} dx$	8) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.
9) $\int \frac{1}{x^3} dx$;	10) $\int \sqrt{x} dx (x > 0)$;	11) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx (x > 0)$.	12) $\int \frac{(x+2)^2}{x^4} dx$
13) $\int \sqrt{x} (7x^2 + 6) dx$	14) $\int (3x+4)\sqrt[3]{x} dx$	15) $\int \frac{(2x+3)^2}{\sqrt{x}} dx$	16) $\int (2x^2 - 4x^5 + 6) dx$
17) $\int (x+3)(-2-x) dx$	18) $\int \frac{x^6 - 7x^3}{x} dx, (x > 0)$	19) $\int x^{\sqrt{2}} dx$;	20) $\int \frac{4}{x^3} dx$;
21) $\int \frac{-2}{3} \sqrt{\frac{3}{x^4}} dx$;	22) $\int \left(x^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{2} x^{-2} \right) dx$	23) $\int \frac{1}{-x} dx$;	24) $\int \frac{4}{11x} dx$;
25) $\int \frac{x^3 - 1}{x} dx$.	26) $\int x^{\frac{1}{3}} dx$	27) $\int \sqrt{\frac{1}{x^7}} dx$;	28) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^{\frac{4}{5}}}} dx$
29) $\int \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 dx$	30) $\int \frac{(x-3)(x+1)}{x} dx$	31) $\int \left(3x^2 - \frac{4}{x} \right) (2x+5) dx$	

Câu 2. Tìm:

1) $\int \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} dx$;	2) $\int \left(1 + 3 \sin^2 \frac{x}{2} \right) dx$	3) $\int \frac{2 \cos^3 x + 3}{\cos^2 x} dx$	4) $\int (5 \sin x - 6 \cos x) dx$;
--	--	--	--------------------------------------

5) $\int \sin^2 2x dx + \int \cos^2 2x dx$	6) $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$	7) $\int \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$	8) $\int \cos^4 \frac{x}{2} dx - \int \sin^4 \frac{x}{2} dx$
9) $\int \tan^2 x dx$	10) $\int (-\cos x) dx$	11) $\int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx$	12) $\int (3 \sin x - 4 \cos x) dx$;
13) $\int (7 + 5 \cot^2 x) dx$	14) $\int 2 \sin x dx$	15) $\int (\cos x + x^3) dx$	16) $\int \left(\frac{-x^4}{2} - 3 \cos x \right) dx$
17) $\int \left(2 \cos x + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$	18) $\int (3\sqrt{x} - 4 \sin x) dx$	19) $\int \left(x + \sin^2 \frac{x}{2} \right) dx$	20) $\int (2 \tan x + \cot x)^2 dx$
21) $\int 3 \cos x dx$	22) $\int (\sin x + \cos x) dx$	23) $\int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$	24) $\int (1 + \tan^2 x) dx$.
25) $\int 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx$			

Câu 3. Tìm:

1) $\int e^{4x+1} dx$	2) $\int 2^{4x+3} dx$	3) $\int \frac{1}{7^{x+1}} dx$	4) $\int (e^x + x^e) dx$
5) $\int 4^x dx$	6) $\int e^{3x} dx$	7) $\int 2^x \cdot 3^x dx$	8) $\int e^{5x} dx$
9) $\int \frac{1}{2024^x} dx$	10) $\int (2^x + x^2) dx$	11) $\int (2^x \cdot 3^{2x+1}) dx$	12) $\int \frac{3^x + 4^x + 1}{5^x} dx$
13) $\int (5^x + 1)(5^x - 1) dx$	14) $\int e^{-0,5x} dx$	15) $\int 2^{x-1} \cdot 5^{2x+1} dx$	16) $\int \left(2e^x + \frac{1}{3^x} \right) dx$
17) $\int (x^2 + 2^x) dx$	18) $\int (2^x + 3^x)^2 dx$	19) $\int (e^x - e^{-x})^2 dx$	

Câu 4. Tìm:

1) $\int \frac{2 \sin x}{3} dx$	2) $\int \frac{3^{x-1}}{2} dx$.	3) $\int 2^x \ln 2 dx$;	4) $\int 2x \cos(x^2) dx$
5) $\int \cos^2 \left(\frac{x}{2} \right) dx$	6) $\int \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 3} dx$ trên $(0; +\infty)$.	7) $f(x) = 3 \cos x - \frac{4}{x}$	8) $g(x) = (2x + 1)^3$.
9) $\int 6x^3 dx$	10) $\int 4^{x+1} dx$	11) $\int 6(1 + \cot^2 x) dx$.	12) $\int (3x^2 - \cos x) dx$;
13) $\int \left(3 \sin x - \frac{2}{\sqrt{x^3}} \right) dx$;	14) $\int \left(\frac{2}{\cos^2 x} - 5^x \right) dx$.	15) $\int t(t^2 - 2) dt$;	16) $\int \frac{2t+1}{t} dt$.
17) $\int 2x(1 + 3x^3) dx$	18) $\int \frac{x^4 + x + 1}{x^3} dx$	19) $\int (x + 2)(x^2 - 2x + 4) dx$	20) $\int \frac{3x^2 - 1}{x^3} dx$
21) $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx$	22) $\int \frac{\sin^3 x - 2}{\sin^2 x} dx$		

Dạng 2. Nguyên hàm có điều kiện

Câu 5. Tìm hàm số $y = f(x)$, biết $f'(x) = 3\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} (x > 0)$ và $f(1) = 1$.

Câu 6. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 2x - 6e^{-2x}$ và $f(0) = -2$.

Câu 7. Tìm hàm số $f(x)$, biết rằng:

a) $f'(x) = 2x^3 - 4x + 1, f(1) = 0$;

b) $f'(x) = 5 \cos x - \sin x, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

Câu 8. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $(1; 2)$ và có hệ số góc của tiếp tuyến tại mỗi điểm $(x; f(x))$ là $\frac{1-x}{x^2}$ với $x > 0$. Tìm hàm số $f(x)$.

Câu 9. Tìm đạo hàm của hàm số $F(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 4} - x)$. Từ đó, tìm $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$.

Câu 10. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 3x^2$, biết $F(0) = 1$.

NỘI DUNG TIẾP THEO BỊ CẮT**Dạng 3. Ứng dụng****1. BÀI TOÁN VỀ VẬN TỐC****Phương pháp giải**

- Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường: $s(t) = \int v(t) dt$.

- Rút ra kết luận bài toán.

Ví dụ 1. Vận tốc của một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng tại thời điểm t là $v(t) = 160 - 9,8t (m/s)$ (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên). Tính quãng đường đi được của viên đạn kể từ khi bắn lên cho đến thời điểm t ?

Bài giải

Quãng đường đi được của viên đạn là $s(t) = \int v(t) dt = \int (160 - 9,8t) dt = 160t - 9,8 \frac{t^2}{2} + C$.

2. BÀI TOÁN VỀ GIA TỐC**Phương pháp giải**

- Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường: $v(t) = \int a(t) dt$.

- Rút ra kết luận bài toán.

Ví dụ 2. Một viên đạn được bắn lên trời (phương thẳng đứng) với vận tốc là $72 m/s$ bắt đầu từ $2 m$. Hãy xác định chiều cao của viên đạn sau thời gian $5s$ kể từ lúc bắn.

Bài giải

Ta có vận tốc của viên đạn tại thời điểm t là $v(t) = \int -9,8 dt = -9,8t + C_1$.

Do $v(0) = 72$ nên $v(0) = -9,8 \cdot 0 + C_1 = 72 \Leftrightarrow C_1 = 72 \Rightarrow v(t) = -9,8t + 72$.

Độ cao của viên đạn tại thời điểm t là

$$s(t) = \int v(t) dt = \int (-9,8t + 72) dt = -4,9t^2 + 72t + C_2.$$

Vì $s(0) = 2$ nên $s(0) = -4,9 \cdot 0^2 + 72 \cdot 0 + C_2 = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2 \Rightarrow s(t) = -4,9t^2 + 72t + 2$

Vậy sau khoảng thời gian $5s$ kể từ lúc bắn, viên đạn ở độ cao

$$s(5) = -4,9 \cdot 5^2 + 72 \cdot 5 + 2 = 239,5(m).$$

3. BÀI TOÁN VỀ KINH TẾ**Phương pháp giải**

- Nếu biết $f(x)$ là hàm giá trị biên, thì hàm mục tiêu sẽ là $\int f(x) dx = F(x) + C$.

- Rút ra kết luận bài toán.

Ví dụ 3. Một công ti cho biết hàm chi phí biên của việc sản xuất sản phẩm A là $MC = 3x^2 + 2x + 3$. Hỏi hàm tổng chi phí của việc sản xuất sản phẩm A là gì?

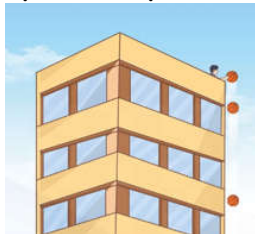
Bài giải

Hàm tổng chi phí là $TC(x) = \int (MC)dx = \int (3x^2 + 2x + 3)dx = x^3 + x^2 + 3x + C_0$.

Khi $x=0$ thì $TC(x) = C_0$. Giá trị này gọi là định phí của công ti (FC nghĩa là fix cost) không phụ thuộc vào sản lượng sản xuất. Do đó ta có $TC(x) = x^3 + x^2 + 3x + FC$.

Câu 19. Vận tốc của một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng tại thời điểm t là $v(t) = 180 - 9,8t(m/s)$ (coi $t=0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên). Tính quãng đường đi được của viên đạn kể từ khi bắn lên cho đến thời điểm t .

Câu 20. Khi được thả từ độ cao $20m$, một vật rơi với gia tốc không đổi $a = 10m/s^2$. Sau khi rơi được t giây thì vật có tốc độ bao nhiêu và đi được quãng đường bao nhiêu?



Câu 21. Một ô tô đang chạy với tốc độ $19m/s$ thì hãm phanh và chuyển động chậm dần với tốc độ $v(t) = 19 - 2t(m/s)$. Kể từ khi hãm phanh, quãng đường ô tô đi được sau 1 giây, 2 giây, 3 giây là bao nhiêu?

Câu 22. Một quả bóng được ném lên từ độ cao $24,5m$ với vận tốc được tính bởi công thức $v(t) = -9,8t + 19,6(m/s)$.

- Viết công thức tính độ cao của quả bóng theo thời gian t .
- Sau bao nhiêu lâu kể từ khi ném lên thì quả bóng chạm đất?

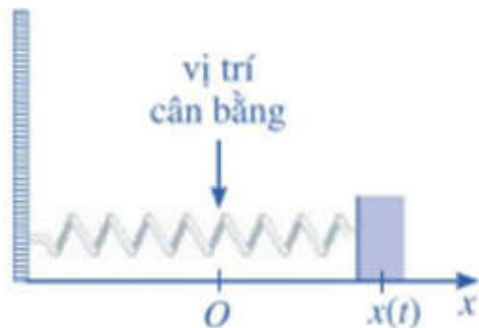
Câu 23. Một vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng trưởng trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức $h'(t) = 1,5t + 5$, trong đó $h(t)(cm)$ là chiều cao của cây khi kết thúc t (năm). Cây con khi được trồng cao $12cm$.

- Tìm công thức chỉ chiều cao của cây sau t năm.
- Khi được bán, cây cao bao nhiêu centimet?

Câu 24. Tại một lễ hội dân gian, tốc độ thay đổi lượng khách tham dự được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 20t^3 - 300t^2 + 1000t$ trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 15$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau một giờ, 500 người đã có mặt tại lễ hội.

- Viết công thức của hàm số $B(t)$ biểu diễn số lượng khách tham dự lễ hội với $0 \leq t \leq 15$.
- Sau 3 giờ sẽ có bao nhiêu khách tham dự lễ hội?
- Số lượng khách tham dự lễ hội lớn nhất là bao nhiêu?
- Tại thời điểm nào thì tốc độ thay đổi lượng khách tham dự lễ hội là lớn nhất?

Câu 25. Một con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như Hình, có vận tốc tức thời cho bởi $v(t) = 4\cos t$, trong đó t tính bằng giây và $v(t)$ tính bằng centimet/giây. Tại thời điểm $t=0$, con lắc đó ở vị trí cân bằng.



Phương trình chuyển động của con lắc đó được xác định bằng cách nào?

NỘI DUNG TIẾP THEO BỊ CẮT

Dạng 4. Sử dụng tính chất đạo hàm của hàm hợp để tìm nguyên hàm hàm ẩn**Dạng 1.** Bài toán tích phân liên quan đến đẳng thức $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x)$ **Phương pháp:**Dễ dàng thấy rằng $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = [u(x)f(x)]'$ Do đó $u(x)f'(x) + u'(x)f(x) = h(x) \Leftrightarrow [u(x)f(x)]' = h(x)$ Suy ra $u(x)f(x) = \int h(x)dx$ Từ đây ta dễ dàng tính được $f(x)$ **Dạng 2.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức $f'(x) + p(x) \cdot f(x) = 0$ **Phương pháp:**Chia hai vế với $f(x)$ ta được $\frac{f'(x)}{f(x)} + p(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = -p(x)$ Suy ra $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = -\int p(x)dx \Leftrightarrow \ln |f(x)| = -\int p(x)dx$ Từ đây ta dễ dàng tính được $f(x)$ **Dạng 3.** Bài toán tích phân liên quan đến biểu thức $f'(x) + f(x) = h(x)$ **Phương pháp:**Nhân hai vế với e^x ta được $e^x \cdot f'(x) + e^x \cdot f(x) = e^x \cdot h(x) \Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = e^x \cdot h(x)$ Suy ra $e^x \cdot f(x) = \int e^x \cdot h(x)dx$ Từ đây ta dễ dàng tính được $f(x)$ **Câu 33.** (THPT Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính $f(4)$?**Câu 34.** (Cần Thơ 2018) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 3$. Tính giá trị của $[f(1)]^2$ **Câu 35.** (Chuyên Lê Hồng Phong - 2018) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $(x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^x$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Tính $f(2)$.**Câu 36.** (Liên Trường - Nghệ An - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = -2\ln 2$ và $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Giá trị $f(2) = a + b\ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a^2 + b^2$.**Câu 37.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Tính $f(1)$.**Câu 38.** (Chuyên Đại học Vinh - 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tìm tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ **Câu 39.** (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $xf'(x) + (x+1)f(x) = e^{-x}$ với mọi x . Tính $f'(0)$.**Câu 40.** Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0; 4\pi)$?**NỘI DUNG TIẾP THEO BỊ CẮT**

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHÓM CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH

- Câu 1.** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu
- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.
- Câu 2.** (Mã 101 - 2020 Lần 1) $\int x^2 dx$ bằng
- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$.
- Câu 3.** Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của $f(x) = \sqrt[3]{x}$ trên $(0; +\infty)$?
- A. $F_1(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1$. B. $F_3(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3$.
C. $F_4(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4$. D. $F_2(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2$.
- Câu 4.** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là
- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.
- Câu 5.** (Mã 104 - 2020 Lần 2) $\int 4x^3 dx$ bằng
- A. $4x^4 + C$. B. $\frac{1}{4}x^4 + C$. C. $12x^2 + C$. D. $x^4 + C$.
- Câu 6.** (Mã 103 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là
- A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ B. $x^4 + x^2 + C$ C. $x^5 + x^3 + C$. D. $4x^3 + 2x + C$
- Câu 7.** (Mã 104 - 2019) Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là
- A. $x^2 + C$. B. $2x^2 + C$. C. $2x^2 + 4x + C$. D. $x^2 + 4x + C$.
- Câu 8.** (Mã 102 - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là
- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.
- Câu 9.** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là
- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.
- Câu 10.** (Mã 101-2021-Lần 1) Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f(x) dx = 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x^2 + 4x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 + 4x + C$.
- Câu 11.** (Mã 101-2021-Lần 2) Cho hàm số $f(x) = 4 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f(x) dx = -\sin x + C$. B. $\int f(x) dx = 4x + \sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = 4x - \sin x + C$. D. $\int f(x) dx = 4x + \cos x + C$.
- Câu 12.** (Mã 101-2021-Lần 1) Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?
- A. $\int f(x) dx = e^{x-2} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.
- Câu 13.** (Mã 105 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

- A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ B. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$
 C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$ D. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$
- Câu 14. (Mã 101 2018)** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là
 A. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ B. $3x^2 + 1 + C$ C. $x^3 + x + C$ D. $x^4 + x^2 + C$
- Câu 15. (Mã 103 - 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là
 A. $x^2 + 3x + C$. B. $2x^2 + 3x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x^2 + C$.
- Câu 16. (Đề Tham Khảo 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.
 A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.
 C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.
- Câu 17. (Đề Tham Khảo 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là
 A. $e^x + 1 + C$ B. $e^x + x^2 + C$ C. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ D. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$
- Câu 18. (Mã 101 - 2019)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là
 A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 5x + C$. C. $2x^2 + 5x + C$. D. $2x^2 + C$.
- Câu 19. (Mã 104 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.
 A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$
 C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$ D. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$
- Câu 20. (Đề Tham Khảo 2018)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là
 A. $x^3 + C$ B. $\frac{x^3}{3} + x + C$ C. $6x + C$ D. $x^3 + x + C$
- Câu 21. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.
 A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$. B. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.
 C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.
- Câu 22. (Chuyên KHTN 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là
 A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.
- Câu 23. (Chuyên Bắc Ninh 2019)** Nếu $\int f(x) dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng
 A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$. B. $f(x) = 12x^2 + 2x + C$.
 C. $f(x) = 12x^2 + 2x$. D. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}$.
- Câu 24. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$ là
 A. $\ln x - \cos x + C$. B. $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C$. C. $\ln|x| + \cos x + C$. D. $\ln|x| - \cos x + C$.

Câu 25. (THPT Đông Sơn Thanh Hóa 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2019$ là

- A. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + C$.
 B. $\frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2019x + C$.
 C. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2019x + C$.
 D. $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2019x + C$.

Câu 26. (Sở Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $f(x) = 2^x + x + 1$. Tìm $\int f(x) dx$.

- A. $\int f(x) dx = 2^x + x^2 + x + C$.
 B. $\int f(x) dx = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$.
 D. $\int f(x) dx = \frac{1}{x+1} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C$.

Câu 27. (Quảng Ninh 2019) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$.

- A. $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C$.
 B. $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C$.
 D. $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C$.

Câu 28. (Chuyên Hạ Long 2019) Tìm nguyên $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$?

- A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + C$.
 B. $F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C$.
 C. $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C$.
 D. $F(x) = x^3 + 6x^2 + 11x^2 + 6x + C$.

Câu 29. (Mã 101-2022) Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.
 B. $\int f(x) dx = e^x + C$.
 C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$.
 D. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$.

Câu 30. (Mã 103 - 2022) Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.
 B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.
 C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.
 D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

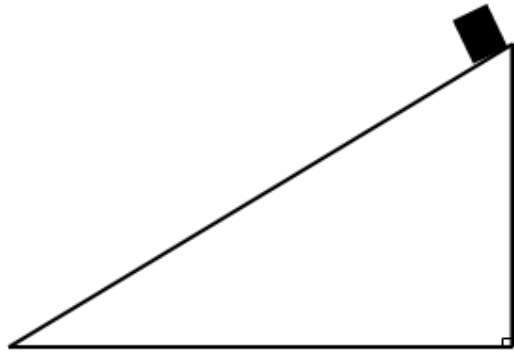
Câu 31. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$
 B. $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.
 C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0)$.
 D. $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

NỘI DUNG TIẾP THEO BỊ CẮT

NHÓM CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ GIỎI

- Câu 53.** Một chiếc xe đua đang chạy 180 km/h. Tay đua nhấn ga để về đích kể từ đó xe chạy với gia tốc $a(t) = 2t + 1$ (m/s^2). Hỏi rằng 5 s sau khi nhấn ga thì xe chạy với vận tốc bao nhiêu km/h.
A. 200. B. 243. C. 288. D. 300.
- Câu 54.** Một xe buýt bắt đầu đi từ một nhà chờ xe buýt A với vận tốc $v(t) = 10 + 3t^2$ (m/s) (khi bắt đầu chuyển động từ A thì $t = 0$) đến nhà chờ xe buýt B cách đó 175m. Hỏi thời gian xe đi từ A đến B là bao nhiêu giây?
A. 7. B. 8. C. 9. D. 5.
- Câu 55.** Một vận chuyển động không vận tốc đầu xuất phát từ đỉnh mặt phẳng nằm nghiêng (như hình vẽ). Biết gia tốc của chuyển động là 5m/s^2 và sau 1,2s thì vật đến chân của mặt ván. Độ dài của mặt ván là



- A. 3,6m. B. 3,2m. C. 3m. D. 2,8m.
- Câu 56.** (Sở Hà Tĩnh 2022) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \sin^2 x$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. Giá trị biểu thức $S = F(-\pi) + 2F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng
A. $S = \frac{3}{4} - \frac{\pi}{4}$. B. $S = \frac{3}{4} - \frac{3\pi}{4}$. C. $S = \frac{1}{4} + \frac{3\pi}{8}$. D. $S = \frac{3}{2} - \frac{3\pi}{8}$.
- Câu 57.** (Sở Nam Định 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 8x^3 + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng
A. $\frac{32}{5} + \cos 1$. B. $\frac{32}{5} - \cos 1$. C. $\frac{32}{5} - \sin 1$. D. $\frac{32}{5} + \sin 1$.
- Câu 58.** (Mã 103 2018) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng
A. $-\frac{391}{400}$ B. $-\frac{1}{40}$ C. $-\frac{41}{400}$ D. $-\frac{1}{10}$
- Câu 59.** (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2020) Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $(f'(x))^2 = f(x) \cdot e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Khi đó $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?
A. (12;13). B. (9;10). C. (11;12). D. (13;14).

NỘI DUNG TIẾP THEO BỊ CẮT

PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên K . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.		
b)	$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.		
c)	$\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.		
d)	$\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$.		

Câu 2. Cho K là một khoảng trên \mathbb{R} ; $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K ; $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên K . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Nếu $F(x) = G(x)$ thì $f(x) = g(x)$.		
b)	Nếu $f(x) = g(x)$ thì $F(x) = G(x)$.		
c)	$\int f(x) dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}$.		
d)	$\int f'(x) dx = F(x) + C, C \in \mathbb{R}$.		

Câu 3. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.		
b)	$kF(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$ (với k là một hằng số thực khác 0).		
c)	$F(x) - G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) - g(x)$.		
d)	$F(x) \cdot G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot g(x)$.		

Câu 4. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$.		
b)	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x \neq 0$.		
c)	$\int e^x dx = e^x + C$.		
d)	$\int \sin x dx = \cos x + C$.		

Câu 5. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\int \sin x dx = \cos x + C$.		
b)	$\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$.		
c)	$\int e^x dx = e^x + C$.		
d)	$\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.		

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \cot x, x \neq k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----

a)	$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$		
b)	$(\sin x)' = -\cos x$		
c)	$(\ln \sin x)' = f(x)$		
d)	$\int f(x)dx = \ln \sin x + C$		

Câu 7. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\int \cos x dx = \sin x + C$		
b)	$\int \frac{2}{x} dx = \ln x^2 + C$		
c)	$\int \frac{x+1}{x} dx = x + \ln x + C$		
d)	Nếu $\int f(x)dx = \cos x + \ln x + C$ thì $f(x) = \sin x + \frac{1}{x}$		

Câu 8. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\int f(x)dx = f'(x) + C$		
b)	$\int f'(x)dx = f(x) + C$		
c)	$\int f'(x)dx = f(x)$		
d)	$\int f''(x)dx = f'(x) + C$		

Câu 9. Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của một vật chuyển động theo thời gian t (giây), $a(t)$ là phương trình gia tốc của vật đó chuyển động theo thời gian t (giây). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\int a(t)dt = v(t) + C$		
b)	$\int v(t)dt = a(t) + C$		
c)	$\int v'(t)dt = a(t) + C$		
d)	$\int v'(t)dt = v(t) + C$		

Câu 10. Giả sử $s(t)$ là phương trình quãng đường chuyển động của một vật theo thời gian t (giây) và $v(t)$ là phương trình vận tốc của chuyển động đó theo thời gian t (giây). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\int s(t)dt = v(t) + C$		
b)	$\int v(t)dt = s(t) + C$		
c)	$\int s'(t)dt = v(t) + C$		
d)	$\int s'(t)dt = s(t) + C$		

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x^2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\int f(x)dx = \int 4x^3 dx - \int 3x^2 dx$		
b)	$f'(x) = 12x^2 - 6x$		
c)	$f'(x) = x^4 - x^3$		

d)	$\int f(x)dx = x^4 + x^3 + C.$		
----	--------------------------------	--	--

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\int f(x)dx = \int \sin x dx + \int \cos x dx.$		
b)	$f'(x) = \cos x - \sin x.$		
c)	$f'(x) + f(x) = \cos x.$		
d)	$\int f(x)dx = -\cos x + \sin x + C.$		

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = (x+2)(x+1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$f(x) = x^2 + 3x + 2.$		
b)	$f'(x) = 2x + 3.$		
c)	$\int f(x)dx = \int (x+2)dx \cdot \int (x+1)dx.$		
d)	$\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$		

Câu 14. Cho hàm số $F(x) = x^3 - 2x + 1, x \in \mathbb{R}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Nếu hàm số $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(-1) = 3$ thì $G(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}.$		
b)	Nếu hàm số $H(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $H(1) = -3$ thì $H(x) = F(x) - 3, x \in \mathbb{R}.$		
c)	Nếu hàm số $K(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $K(0) = 0$ thì $K(x) = F(x) + 1, x \in \mathbb{R}.$		
d)	Nếu hàm số $M(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $M(2) = 4$ thì $M(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}.$		

Câu 15. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\int (2^x + e^x)dx = 2^x + e^x + C.$		
b)	$\int (3 \cos x - 2^x)dx = 3 \sin x - 2^x \ln 2 + C.$		
c)	$\int \cos^2 \frac{x}{2} dx = x + \sin x + C.$		
d)	$\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C.$		

Câu 16. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Nếu $\int f(x)dx = e^{2x} + C$ thì $f(x) = e^{2x}.$		
b)	$\int \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} dx = -\cos x + C.$		
c)	$\int \frac{x^2 - x + 2}{x^2} dx = x - \ln x + \frac{2}{x} + C.$		
d)	$\int (2 + \cot^2 x) dx = x - \cot x + C.$		

NỘI DUNG TIẾP THEO BỊ CẮT

PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Trả lời:

Câu 2. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ và $F(2) = 2$. Tính $F(3)$.

Trả lời:

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên \mathbb{R} thỏa mãn $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$, $f(0) = 4$ và $f(1) = 1$. Tính $f(3)$.

Trả lời:

Câu 4. Giả sử $\int (0,1)^x dx = -\frac{1}{\ln a} \cdot b^x + C$. Với a, b là các hằng số dương. Giá trị của biểu thức $\frac{a}{b}$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 5. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 1)$ và $F(-1) = \frac{1}{6}$. Tính $F\left(-\frac{1}{2}\right)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 4x^3 - m + 1$, $f(2) = 1$ và có đồ thị của hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Tìm được $f(x) = ax^4 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

Trả lời:

Câu 7. Một viên đạn được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 30 m/s . Gia tốc trọng trường là $9,8 \text{ m/s}^2$. Tìm vận tốc của viên đạn ở thời điểm 2 giây.

Trả lời:

Câu 8. Biết hàm số $F(x) = \frac{2x^2 - 3x + 6}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2}$ (với a, b, c là các số thực). Khi đó giá trị $a + b - c$ bằng?

Trả lời:

Câu 9. Biết hàm số $F(x) = a \sin x + b \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x - \cos x$. Khi đó giá trị của $a + 2b$ bằng?

Trả lời:

Câu 10. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + 3x^2$ và $F(1) = \frac{2}{\ln 2}$. Giá trị của $F(2)$ (làm tròn đến hàng phần mười) bằng?

Trả lời:

Câu 11. Giả sử $\int \frac{1}{\sqrt[n]{x^5}} dx = ax^{\frac{m}{n}} + C$ với a là hằng số thực, n là số nguyên dương, m là số nguyên và ước số chung lớn nhất của m và n bằng 1. Giá trị của biểu thức $S = a + m + n$ là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 12. Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 3 m. Trong các năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \frac{\sqrt{2}}{x}$ (tính theo mét/năm). Chiều cao của cây đó sau 5 năm (làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu mét?

Trả lời:

Câu 13. Một ô tô đang chạy với vận tốc $17,5 \text{ m/s}$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động với vận tốc $v(t) = \frac{35}{2} - \frac{7}{2}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét?

Trả lời:

Câu 14. Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản thường bơi từ biển ngược dòng vào sông và đến thượng nguồn các dòng sông để đẻ trứng. Giả sử cá bơi ngược dòng sông với vận tốc là $v(t) = -\frac{2t}{5} + 4 \text{ (km/h)}$. Nếu coi thời điểm ban đầu $t = 0$ là lúc cá bắt đầu bơi vào dòng sông thì khoảng cách xa nhất mà con cá có thể bơi được là bao nhiêu?

Trả lời:

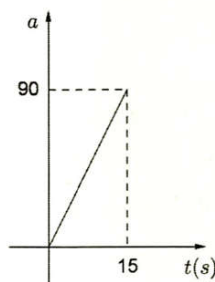
Câu 15. Một viên đạn được bắn lên trời với vận tốc là 80 m/s bắt đầu từ 2 m . Hãy xác định chiều cao của viên đạn sau thời gian 5 s kể từ lúc bắn (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Trả lời:

Câu 16. Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9,81t + 29,43 \text{ (m/s)}$. Gọi $h(t) \text{ (m)}$ là độ cao của vật tại thời điểm $t \text{ (s)}$. Sau bao lâu kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?

Trả lời:

Câu 17. Một máy bay đang chuyển động thẳng đều trên mặt đất với vận tốc $v = 3 \text{ (m/s)}$ thì bắt đầu tăng tốc với độ biến thiên vận tốc là hàm số $a(t)$ có đồ thị hàm số là đường thẳng như hình vẽ.



Sau 15s tăng tốc thì máy bay đạt đến vận tốc đủ lớn để phóng khỏi mặt đất. Hãy tính vận tốc khi máy bay bắt đầu rời khỏi mặt đất.

Trả lời:

Câu 18. Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau x tháng kể từ bây giờ, dân số của thành phố A sẽ tăng với tốc độ $v(x) = 10 + 2\sqrt{2x+1}$ (người/tháng). Dân số của thành phố sẽ tăng thêm bao nhiêu trong 4 tháng tới.

Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị. Cho biết $\int (ax + b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax + b)^{n+1}}{n+1} + C$

Trả lời:

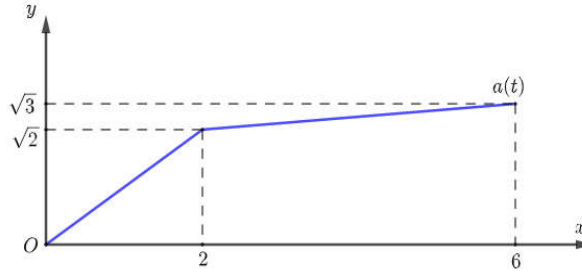
Câu 19. Sản phẩm A có hàm lợi nhuận biên theo sản lượng là $M\pi = -100Q + 1000$

Biết rằng, nếu chỉ bán được 100 sản phẩm thì công ti lỗ 50000 đơn vị tiền tệ (1 đơn vị tiền tệ là 1000 đồng). Ta tìm được hàm lợi nhuận theo Q là một hàm số bậc hai có dạng $\pi(Q) = aQ^2 + bQ + c$, tính

$$7000a + \frac{b}{1000} + c?$$

Trả lời:

Câu 20. (ĐH Sư Phạm-ĐGNL-2020) Một vật chuyển động với hàm số gia tốc là $a(t)$. Biết rằng đồ thị hàm số $a(t)$ trên đoạn $[0; 6]$ được cho như hình dưới đây và vận tốc tại thời điểm $t = 0$ là $v(0) = 1 (m/s)$.



Tại thời điểm $t = 6$ giây, vận tốc của vật là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Trả lời:

NỘI DUNG TIẾP THEO BỊ CẮT