

## BÀI 32. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

- **CHƯƠNG 9. ĐẠO HÀM**
- |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

**PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA****1. ĐẠO HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP**

**a) Đạo hàm của hàm số**  $y = x^n \ (n \in \mathbb{N}^*)$

Hàm số  $y = x^n \ (n \in \mathbb{N}^*)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(x^n)' = nx^{n-1}$ .

**b) Đạo hàm của hàm số**  $y = \sqrt{x}$

Hàm số  $y = \sqrt{x}$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

**Ví dụ 1.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x}$  tại các điểm  $x = 4$  và  $x = \frac{1}{4}$ .

**Giải**

Với mọi  $x \in (0; +\infty)$ , ta có  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ . Do đó  $y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$  và  $y'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 1$ .

**2. ĐẠO HÀM CỦA TỔNG, HIỆU, TÍCH, THƯƠNG**

Giả sử các hàm số  $u = u(x), v = v(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $(a; b)$ . Khi đó

$$(u+v)' = u' + v'; \quad (u-v)' = u' - v';$$

$$(uv)' = u'v + uv'; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \ (v = v(x) \neq 0).$$

**Chú ý**

- Quy tắc đạo hàm của tổng, hiệu có thể áp dụng cho tổng, hiệu của hai hay nhiều hàm số.

- Với  $k$  là một hằng số, ta có:  $(ku)' = ku'$ .

- Đạo hàm của hàm số nghịch đảo:  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2} \ (v = v(x) \neq 0)$ .

**Ví dụ 2.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x + 1$

b)  $y = \frac{2x+1}{x-1}$

**Giải**

a) Ta có:  $y' = \frac{1}{3}(x^3)' - (x^2)' + 2(x)' + 1'$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x + 2$$

$$= x^2 - 2x + 2$$

b) Với mọi  $x \neq 1$ , ta có:

$$y' = \frac{(2x+1)'(x-1) - (2x+1)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2(x-1) - (2x+1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2}$$

**Ví dụ 3.** Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

**Giải**

Phương trình chuyển động của vật là  $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ .

Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được cho bởi  $v(t) = h' = v_0 - g t$ .

Vật đạt độ cao cực đại tại thời điểm  $t_1 = \frac{v_0}{g}$ , tại đó vận tốc bằng  $v(t_1) = v_0 - g t_1 = 0$ .

Vật chạm đất tại thời điểm  $t_2$  mà  $h(t_2) = 0$  nên ta có:

$$v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = 0 \text{ (loại)}; t_2 = \frac{2v_0}{g}.$$

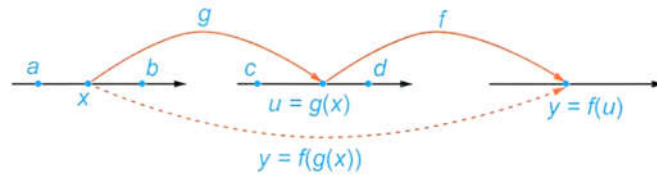
Khi chạm đất, vận tốc của vật là  $v(t_2) = v_0 - g t_2 = -v_0 = -20(m/s)$ .

Dấu âm của  $v(t_2)$  thể hiện độ cao của vật giảm với vận tốc  $20 m/s$  (tức là chiều chuyển động của vật ngược với chiều dương đã chọn).

### 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ HỢP

#### a) Khái niệm hàm số hợp

Giả sử  $u = g(x)$  là hàm số xác định trên khoảng  $(a; b)$ , có tập giá trị chứa trong khoảng  $(c; d)$  và  $y = f(u)$  là hàm số xác định trên khoảng  $(c; d)$ . Hàm số  $y = f(g(x))$  được gọi là hàm số hợp của hàm số  $y = f(u)$  với  $u = g(x)$ .



Hình 9.8

**Ví dụ 4.** Biểu diễn hàm số  $y = (2x+1)^{10}$  dưới dạng hàm số hợp.

**Giải**

Hàm số  $y = (2x+1)^{10}$  là hàm số hợp của hàm số  $y = u^{10}$  với  $u = 2x+1$ .

#### b) Đạo hàm của hàm số hợp

Nếu hàm số  $u = g(x)$  có đạo hàm  $u'_x$  tại  $x$  và hàm số  $y = f(u)$  có đạo hàm  $y'_u$  tại  $u$  thì hàm số hợp  $y = f(g(x))$  có đạo hàm  $y'_x$  tại  $x$  là  $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ .

**Ví dụ 5.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ .

**Giải**

Đặt  $u = x^2 + 1$  thì  $y = \sqrt{u}$  và  $y'_u = \frac{1}{2\sqrt{u}}, u'_x = 2x$ .

Theo công thức đạo hàm của hàm số hợp, ta có:  $y'_x = y'_u \cdot u'_x = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ .

Vậy đạo hàm của hàm số đã cho là  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ .

Trong thực hành, ta thường trình bày ngắn gọn như sau:

$$y' = \left( \sqrt{x^2 + 1} \right)' = \frac{(x^2 + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

## 4. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

a) Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x$ 

- Hàm số  $y = \sin x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(\sin x)' = \cos x$ .
- Đối với hàm số hợp  $y = \sin u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$ .

**Ví dụ 6.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$ .

**Giải**

Ta có:  $y' = \left(2x + \frac{\pi}{8}\right)' \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{8}\right) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$ .

b) Đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$ 

- Hàm số  $y = \cos x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(\cos x)' = -\sin x$ .
- Đối với hàm số hợp  $y = \cos u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$ .

**Ví dụ 7.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

**Giải**

Ta có:  $y' = -\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)' \cdot \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = -4 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

c) Đạo hàm của các hàm số  $y = \tan x$  và  $y = \cot x$ 

- Hàm số  $y = \tan x$  có đạo hàm tại mọi  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$  và  $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .
  - Hàm số  $y = \cot x$  có đạo hàm tại mọi  $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$  và  $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .
  - Đối với các hàm số hợp  $y = \tan u$  và  $y = \cot u$ , với  $u = u(x)$ , ta có
- $$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}; (\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u} \quad (\text{giả thiết } \tan u \text{ và } \cot u \text{ có nghĩa})$$

**Ví dụ 8.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Giải**

Ta có:  $y' = \frac{\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)'}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{2}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$ .

## 5. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGART

## a) Giới hạn liên quan đến hàm số mũ và hàm số lôgarit

**Chú ý:** -  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t = e$  -  $\lim_{t \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t = e$ .

**Nhận xét.** Ta có các giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ .

## b) Đạo hàm của hàm số mũ

- Hàm số  $y = e^x$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(e^x)' = e^x$ .

Đối với hàm số hợp  $y = e^u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(e^u)' = e^u \cdot u'$ .

- Hàm số  $y = a^x (0 < a \neq 1)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $(a^x)' = a^x \ln a$ .

Đối với hàm số hợp  $y = a^u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$ .

**Ví dụ 9.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2^{x^2-x}$ .

**Giải**

Ta có:  $y' = 2^{x^2-x} \cdot (x^2-x)' \cdot \ln 2 = 2^{x^2-x} (2x-1) \ln 2$ .

### c) Đạo hàm của hàm số lôgarit

- Hàm số  $y = \ln x$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ . Đối với hàm số hợp  $y = \ln u$ , với

$u = u(x)$ , ta có:  $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ .

- Hàm số  $y = \log_a x$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ . Đối với hàm số hợp

$y = \log_a u$ , với  $u = u(x)$ , ta có:  $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$ .

**Chú ý.** Với  $x < 0$ , ta có:  $\ln |x| = \ln(-x)$  và  $[\ln(-x)]' = \frac{(-x)'}{-x} = \frac{1}{x}$ . Từ đó ta có:  $(\ln |x|)' = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0$

**Ví dụ 10.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \ln(x^2 + 1)$ .

**Giải**

Vì  $x^2 + 1 > 0$  với mọi  $x$  nên hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$ . Ta có:  $y' = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .

### BẢNG ĐẠO HÀM

$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\sin x)' = \cos x$	$(e^x)' = e^x$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(a^x)' = a^x \ln a$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$	$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$	$(e^u)' = e^u \cdot u'$
$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$	$(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$
	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
	$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$

## PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

### Dạng 1. Tính đạo hàm

**Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$

b)  $y = (\sqrt{x}+1)(x^2+2)$

**Câu 2. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = (2x-3)^{10}$

b)  $y = \sqrt{1-x^2}$ .

**Câu 3. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)$ .

**Câu 4. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)$ .

**Câu 5. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2\tan^2 x + 3\cot\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)$ .

**Câu 6. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = e^{x^2-x}$ ;

b)  $y = 3^{\sin x}$ .

**Câu 7. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(2x-1)$ .

**Câu 8. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ ;

b)  $y = x^2 - 4\sqrt{x} + 3$ .

**Câu 9. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{2x-1}{x+2}$

b)  $y = \frac{2x}{x^2+1}$

**Câu 10. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x\sin^2 x$ ;

b)  $y = \cos^2 x + \sin 2x$ ;

c)  $y = \sin 3x - 3\sin x$ ;

d)  $y = \tan x + \cot x$ .

**Câu 11. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = 2^{3x-x^2}$

b)  $y = \log_3(4x+1)$ .

**Câu 12. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Cho hàm số  $f(x) = 2\sin^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ . Chứng minh rằng

$$|f'(x)| \leq 6 \text{ với mọi } x.$$

**Câu 13.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = (\sqrt{x}+2)(x^2+1)$

b)  $y = \frac{x-1}{x^2+1}$

**Câu 14.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 15.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^2 e^{-2x}$  và tìm  $x$  để  $y' = 0$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = x + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  và  $g(x) = x \ln|2-x|$ . Tính  $\frac{f'(0)}{g'(0)}$ .

**Câu 17.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = (x+1)^2(x^2-1)$

b)  $y = \left(x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^3$

**Câu 18.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 2}$

b)  $y = \frac{1-x^2}{x^2+1}$

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$  và  $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + x^2$ . Tính  $f'(0) - g'(1)$ .

**Câu 20.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 3 \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x) = \cos^2 x + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} + x\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$ . Tính đạo hàm  $f'(x)$  và chứng tỏ  $f'(x) = 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = 4 \sin^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ . Chứng minh rằng  $|f'(x)| \leq 8$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Tìm  $x$  để  $f'(x) = 8$ .

**Câu 23.** Biết  $y$  là hàm số của  $x$  thỏa mãn phương trình  $xy = 1 + \ln y$ . Tính  $y'(0)$ .

**Câu 24.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}$  với  $x > 0$ ;

b)  $y = (1+x-2x^2)\left(2-x^2+\frac{x^3}{3}\right)$

**Câu 25.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = (\sin x + 2 \cos x)(\sin x - 2 \cos x + 1)$ ;

b)  $y = \frac{\tan x - 1}{\cot x + 2}$ .

**Câu 26.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$

b)  $y = (3 \ln x + 2)(2 \log_3 x - 5)$ .

**Câu 27.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \sqrt{2 + \sin 3x}$ ;

b)  $y = \ln^2(3x + 2)$ ;

c)  $y = \frac{1}{e^{3x} - 1}$

d)  $y = \tan(\cot x)$ .

**Câu 28.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{-3x^2}{2} + \frac{2}{x} + \frac{x^3}{3}$

b)  $y = (x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 + 9)$ ;

c)  $y = \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x + 1}$

d)  $y = \frac{1 - 2x}{x + 1}$

e)  $y = xe^{2x+1}$ ;

g)  $y = (2x + 3)3^{2x+1}$ ;

h)  $y = x \ln^2 x$ ;

i)  $y = \log_2(x^2 + 1)$ .

**Câu 29.** Cho hàm số

$$f(x) = 3x^3 - 4\sqrt{x}$$

Tính  $f(4); f'(4); f(a^2); f'(a^2)$  ( $a$  là hằng số khác 0).

**Câu 30.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = (1 + x^2)^{20}$ ;

b)  $y = \frac{2 + x}{\sqrt{1 - x}}$

**Câu 31.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{x}{\sin x - \cos x}$ ;

b)  $y = \frac{\sin x}{x}$ ;

c)  $y = \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x$

d)  $y = \cos(2 \sin x)$ .

**Câu 32.** Tính đạo hàm của mỗi hàm số sau tại điểm  $x_0 = 1$  :

a)  $f(x) = x^6$

b)  $g(x) = (2x - 1)(x + 1)$ ;

c)  $h(x) = \frac{1 - x}{3x + 5}$

d)  $k(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

e)  $m(x) = 2^{3x+1}$

g)  $n(x) = \log_3(2x+1)$ .

**Câu 33.** Tính đạo hàm của mỗi hàm số sau tại điểm  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ .

a)  $f(x) = 2 \sin x$

b)  $g(x) = \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x$ . Giải bất phương trình  $f'(x) < 0$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm tại mọi điểm thuộc tập xác định, hàm số  $g(x)$  được xác định bởi  $g(x) = -3 - 2f(x)$ . Biết  $f'(5) = 1$ . Tính  $g'(5)$ .

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm tại mọi điểm thuộc tập xác định và  $f'(5) = 1$ . Tính đạo hàm của hàm số  $g(x) = f(1+2x)$  tại  $x = 2$ .

**Câu 37.** Tính đạo hàm của mỗi hàm số sau tại điểm  $x_0 = 2$ :

a)  $f(x) = e^{x^2+2x}$

b)  $g(x) = \frac{3^x}{2^x}$

c)  $h(x) = 2^x \cdot 3^{x+2}$

d)  $k(x) = \log_3(x^2 - x)$ .

**Câu 38.** Tìm đạo hàm của mỗi hàm số sau:

a)  $f(x) = 2 \cos(\sqrt{x})$ ;

b)  $g(x) = \tan(x^2)$ ;

c)  $h(x) = \cos^2(3x) - \sin^2(3x)$

d)  $k(x) = \sin^2 x + e^x \cdot \sqrt{x}$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x) = 2^{3x-6}$ . Giải phương trình  $f'(x) = 3 \ln 2$ .

**Câu 40.** Giải bất phương trình  $f'(x) < 0$ , biết:

a)  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$ ;

b)  $f(x) = -\log_5(x+1)$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm tại mọi điểm thuộc tập xác định, hàm số  $g(x)$  được xác định bởi  $g(x) = [f(x)]^2 + 2xf(x)$ . Biết  $f'(0) = f(0) = 1$ . Tính  $g'(0)$ .

## Dạng 2. Ứng dụng

**Câu 42. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Một vật chuyển động có phương trình

$s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$  (m), với  $t$  là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc của vật khi  $t = 5$  giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



**Câu 43. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Ta đã biết, độ  $pH$  của một dung dịch được xác định bởi  $pH = -\log[H^+]$ , ở đó  $[H^+]$  là nồng độ (mol/lít) của ion hydrogen. Tính tốc độ thay đổi của  $pH$  đối với nồng độ  $[H^+]$ .

**Câu 44. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Một vật chuyển động rơi tự do có phương trình  $h(t) = 100 - 4,9t^2$ , ở đó độ cao  $h$  so với mặt đất tính bằng mét và thời gian  $t$  tính bằng giây. Tính vận tốc của vật:

- a) Tại thời điểm  $t = 5$  giây;
- b) Khi vật chạm đất.

**Câu 45. (SGK - KNTT 11 - Tập 2)** Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi  $s(t) = 12 + 0,5\sin(4\pi t)$ , trong đó  $s$  tính bằng centimét và  $t$  tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau  $t$  giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu?

**Câu 46.** Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là  $v_0$  (m/s) (bỏ qua sức cản của không khí) thì độ cao  $h$  của vật (tính bằng mét) sau  $t$  giây được cho bởi công thức  $h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$  ( $g$  là gia tốc trọng trường). Tìm vận tốc của vật khi chạm đất.

**Câu 47.** Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi công thức  $s(t) = 10 + \sqrt{2}\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ , trong đó  $s$  tính bằng centimét và  $t$  tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau  $t$  giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Câu 48.** Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s(t) = -2t^2 + 15t + 3$ , trong đó  $s$  tính bằng mét và  $t$  là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm  $t = 2$ .

**Câu 49.** Nếu số lượng sản phẩm sản xuất được của một nhà máy là  $x$  (đơn vị: trăm sản phẩm) thì lợi nhuận sinh ra là  $P(x) = -200x^2 + 12800x - 74000$  (nghìn đồng). Tính tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 1200 sản phẩm.

**Câu 50.** Nếu số lượng sản phẩm sản xuất được của một nhà máy là  $x$  (đơn vị: trăm sản phẩm) thì lợi nhuận sinh ra là  $P(x) = 200(x - 2)(17 - x)$  (nghìn đồng). Tính tốc độ thay đổi lợi nhuận của nhà máy đó khi sản xuất 3000 sản phẩm.

**Câu 51.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ , viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng -5.

**Câu 52.** Cho hàm số  $y = x^3 + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x - 1$ .

**Câu 53.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 4t + 1$ , trong đó  $t > 0, t$  tính bằng giây,  $s(t)$  tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t = 3$ (s).

**Câu 54.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = 6 \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$ , trong đó  $t > 0, t$  tính bằng giây,  $s(t)$  tính bằng centimét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{6}(s)$ .

**Câu 55.** Một viên đạn được bắn lên cao theo phương thẳng đứng có phương trình chuyển động  $s(t) = 2 + 196t - 4,9t^2$ , trong đó  $t \geq 0, t$  (s) là thời gian chuyển động,  $s(m)$  là độ cao so với mặt đất.

- Sau bao lâu kể từ khi bắn thì viên đạn đạt được độ cao  $1962m$  ?
- Tính vận tốc tức thời của viên đạn khi viên đạn đạt được độ cao  $1962m$  .
- Tại thời điểm viên đạn đạt vận tốc tức thời bằng  $98m/s$  thì viên đạn đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

**Câu 56.** Năm 2001, dân số Việt Nam khoảng 78690000 người. Nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm luôn là 1,7% thì ước tính số dân Việt Nam sau  $x$  năm kể từ năm 2001 được tính theo hàm số sau:

$f(x) = 7,869e^{0,017x}$  (chục triệu người). Tốc độ gia tăng dân số (chục triệu người/năm) sau  $x$  năm kể từ năm 2001 được xác định bởi hàm số  $f'(x)$ .

- Tìm hàm số thể hiện tốc độ gia tăng dân số sau  $x$  năm kể từ năm 2001 .
- Tính tốc độ gia tăng dân số Việt Nam theo đơn vị chục triệu người/năm vào năm 2023 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười), nêu ý nghĩa của kết quả đó.

**Câu 57.** Trong thuyết động học phân tử chất khí, với một khối khí lí tưởng, các đại lượng áp suất  $p(Pa)$ , thể tích  $V(m^3)$ , nhiệt độ  $T(K)$ , số mol  $n(mol)$  liên hệ với nhau theo phương trình:

$pV = nRT$ , trong đó  $R = 8,31(J/mol.K)$  là hằng số.

(Nguồn: James Stewart, Calculus)

Một bóng thám không chứa 8 mol khí hydrogen ở trạng thái lí tưởng có áp suất không đổi  $p = 10^5 Pa$ . Tính tốc độ thay đổi thể tích theo nhiệt độ của khối khí trong bóng thám không.

**Câu 58.** Cho hàm số  $y = x^2 + 3x$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có:

- Hoành độ bằng -1;
- Tung độ bằng 4.

**Câu 59.** Cho hàm số  $y = \frac{x-3}{x+2}$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến  $d$  của đồ thị (C) trong mỗi trường hợp sau:

- $d$  song song với đường thẳng  $y = 5x - 2$ ;
- $d$  vuông góc với đường thẳng  $y = -20x + 1$ .

**Câu 60.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 2$ , trong đó  $t > 0, t$  tính bằng giây,  $s(t)$  tính bằng mét. Tính vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t = 5(s)$ .

**Câu 61.** Một mạch dao động điện từ LC có lượng điện tích dịch chuyển qua tiết diện thẳng của dây xác định bởi hàm số  $Q(t) = 10^{-5} \sin\left(2000t + \frac{\pi}{3}\right)$ , trong đó  $t > 0, t$  tính bằng giây,  $Q$  tính bằng

Coulomb. Tính cường độ dòng điện tức thời  $I(A)$  trong mạch tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{1500}(s)$ , biết

$I(t) = Q'(t)$ .

**Câu 62.** Năm 2010, dân số ở một tỉnh D là 1038229 người. Tính đến năm 2015, dân số của tỉnh đó là 1153600 người. Cho biết dân số của tỉnh D được ước tính theo công thức  $S(N) = Ae^{Nr}$  (trong đó  $A$  là dân số của năm lấy làm mốc,  $S$  là dân số sau  $N$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hàng năm được làm tròn đến hàng phần nghìn). Tốc độ gia tăng dân số (người/năm) vào thời điểm sau  $N$  năm kể từ năm 2010 được xác định bởi hàm số  $S'(N)$ . Tính tốc độ gia tăng dân số của tỉnh D vào năm 2023 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị người/năm), biết tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi.

**Câu 63.** Một tài xế đang lái xe ô tô, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài 20,4 m (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động theo phương trình

$s(t) = 20t - \frac{5}{2}t^2$ , trong đó  $s(m)$  là độ dài quãng đường đi được sau khi phanh,  $t(s)$  là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh ( $0 \leq t \leq 4$ ).

a) Tính vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh. Hãy cho biết xe ô tô trên có chạy quá tốc độ hay không, biết tốc độ giới hạn cho phép là  $70 \text{ km/h}$ .

b) Tính vận tốc tức thời của ô tô ngay khi xảy ra va chạm?

**Câu 64.** Trong kinh tế học, xét mô hình doanh thu  $y$  (đồng) được tính theo số sản phẩm sản xuất ra  $x$  (chiếc) theo công thức  $y = f(x)$ .

Xét giá trị ban đầu  $x = x_0$ . Đặt  $Mf(x_0) = f(x_0 + 1) - f(x_0)$  và gọi giá trị đó là giá trị  $y$ -cận biên của  $x$  tại  $x = x_0$ . Giá trị  $Mf(x_0)$  phản ánh lượng doanh thu tăng thêm khi sản xuất thêm một đơn vị sản phẩm tại mốc sản phẩm  $x_0$ .

Xem hàm doanh thu  $y = f(x)$  như là hàm biến số thực  $x$ .

Khi đó  $Mf(x_0) = f(x_0 + 1) - f(x_0) \approx f'(x_0)$ . Như vậy, đạo hàm  $f'(x_0)$  cho chúng ta biết (xấp xỉ) lượng doanh thu tăng thêm khi sản xuất thêm một đơn vị sản phẩm tại mốc sản phẩm  $x_0$ .

Tính doanh thu tăng thêm khi sản xuất thêm một đơn vị sản phẩm nếu hàm doanh thu là

$$y = 10x - \frac{x^2}{100} \text{ tại mốc sản phẩm } x_0 = 10000.$$

## PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

### 1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{4}{x-1}$ . Khi đó  $y'(-1)$  bằng

A. -1.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

**Câu 2.** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+7}{x+4}$  tại  $x = 2$  ta được:

A.  $f'(2) = \frac{1}{36}$ .

B.  $f'(2) = \frac{11}{6}$ .

C.  $f'(2) = \frac{3}{2}$ .

D.  $f'(2) = \frac{5}{12}$ .

**Câu 3.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x(x+1)(x+2)(x+3)$  tại điểm  $x_0 = 0$  là:

A.  $y'(0) = 5$ .

B.  $y'(0) = 6$ .

C.  $y'(0) = 0$ .

D.  $y'(0) = -6$ .

**Câu 4.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{x} + x$  tại điểm  $x_0 = 4$  là:

A.  $y'(4) = \frac{9}{2}$ .

B.  $y'(4) = 6$ .

C.  $y'(4) = \frac{3}{2}$ .

D.  $y'(4) = \frac{5}{4}$ .

**Câu 5.** Đạo hàm của hàm số  $y = 5 \sin x - 3 \cos x$  tại  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  là:

- A.  $y' \left( \frac{\pi}{2} \right) = 3$ .      B.  $y' \left( \frac{\pi}{2} \right) = 5$ .      C.  $y' \left( \frac{\pi}{2} \right) = -3$ .      D.  $y' \left( \frac{\pi}{2} \right) = -5$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$ . Tính  $y'(3)$

- A.  $\frac{5}{2}$ .      B.  $-\frac{3}{4}$ .      C.  $-\frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+4}}$ . Tính giá trị biểu thức  $f'(0)$ .

- A.  $-3$ .      B.  $-2$ .      C.  $\frac{3}{2}$ .      D.  $3$ .

**Câu 8.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^3 + 2x + 1$ .

- A.  $y' = 3x^2 + 2x$ .      B.  $y' = 3x^2 + 2$ .      C.  $y' = 3x^2 + 2x + 1$ .      D.  $y' = x^2 + 2$ .

**Câu 9.** Khẳng định nào sau đây **sai**

- A.  $y = x \Rightarrow y' = 1$ .      B.  $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2$ .  
C.  $y = x^5 \Rightarrow y' = 5x$ .      D.  $y = x^4 \Rightarrow y' = 4x^3$ .

**Câu 10.** Hàm số  $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 2018$  có đạo hàm là

- A.  $y' = 3x^2 - 4x + 2018$ .      B.  $y' = 3x^2 - 2x - 4$ .  
C.  $y' = 3x^2 - 4x - 4$ .      D.  $y' = x^2 - 4x - 4$ .

**Câu 11.** Đạo hàm của hàm số  $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1-m^2)x + m^3 - m^2$  (với  $m$  là tham số) bằng

- A.  $3x^2 - 6mx - 3 + 3m^2$ .      B.  $-x^2 + 3mx - 1 - 3m$ .  
C.  $-3x^2 + 6mx + 1 - m^2$ .      D.  $-3x^2 + 6mx + 3 - 3m^2$ .

**Câu 12.** Đạo hàm của hàm số  $y = x^4 - 4x^2 - 3$  là

- A.  $y' = -4x^3 + 8x$ .      B.  $y' = 4x^2 - 8x$ .      C.  $y' = 4x^3 - 8x$ .      D.  $y' = -4x^2 + 8x$

**Câu 13.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x^4}{2} + \frac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + a^2$  ( $a$  là hằng số) bằng.

- A.  $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}} + 2a$ .      B.  $2x^3 + 5x^2 + \frac{1}{2\sqrt{2x}}$ .  
C.  $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$ .      D.  $2x^3 + 5x^2 - \sqrt{2}$ .

**Câu 14.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng  $\frac{1}{\sqrt{2x}}$ ?

- A.  $f(x) = 2\sqrt{x}$ .      B.  $f(x) = \sqrt{x}$ .      C.  $f(x) = \sqrt{2x}$ .      D.  $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2x}}$ .

**Câu 15.** Cho các hàm số  $u = u(x), v = v(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $J$  và  $v(x) \neq 0$  với  $\forall x \in J$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$ .      B.  $\left[ \frac{1}{v(x)} \right]' = \frac{v'(x)}{v^2(x)}$ .

$$\text{C. } [u(x) \cdot v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x). \quad \text{D. } \left[ \frac{u(x)}{v(x)} \right]' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - v'(x) \cdot u(x)}{v^2(x)}.$$

**Câu 16.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x^2 - \frac{1}{x}$ .

$$\text{A. } y' = 2x - \frac{1}{x^2}. \quad \text{B. } y' = x - \frac{1}{x^2}. \quad \text{C. } y' = x + \frac{1}{x^2}. \quad \text{D. } y' = 2x + \frac{1}{x^2}.$$

**Câu 17.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x}{x-1}$

$$\text{A. } y' = \frac{2}{(x-1)^2}. \quad \text{B. } y' = \frac{2}{(x-1)}. \quad \text{C. } y' = \frac{-2}{(x-1)^2}. \quad \text{D. } y' = \frac{-2}{(x-1)}.$$

**Câu 18.** Hàm số  $y = \frac{1}{x^2 + 5}$  có đạo hàm bằng:

$$\text{A. } y' = \frac{1}{(x^2 + 5)^2}. \quad \text{B. } y' = \frac{2x}{(x^2 + 5)^2}. \quad \text{C. } y' = \frac{-1}{(x^2 + 5)^2}. \quad \text{D. } y' = \frac{-2x}{(x^2 + 5)^2}.$$

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2017$ . Bất phương trình  $y' < 0$  có tập nghiệm là:

$$\text{A. } S = (-1; 1). \quad \text{B. } S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty). \\ \text{C. } (1; +\infty). \quad \text{D. } (-\infty; -1).$$

**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$ . Tìm  $x$  để  $f'(x) > 0$ ?

$$\text{A. } -1 < x < 0. \quad \text{B. } x < 0. \quad \text{C. } x > 0. \quad \text{D. } x < -1.$$

**Câu 21.** Cho hàm số  $u(x)$  có đạo hàm tại  $x$  là  $u'$ . Khi đó đạo hàm của hàm số  $y = \sin^2 u$  tại  $x$  là

$$\text{A. } y' = \sin 2u. \quad \text{B. } y' = u' \sin 2u. \quad \text{C. } y' = 2 \sin 2u. \quad \text{D. } y' = 2u' \sin 2u.$$

**Câu 22.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin 2x - \cos x$

$$\text{A. } y' = 2 \cos x + \sin x. \quad \text{B. } y' = \cos 2x + \sin x. \\ \text{C. } y' = 2 \cos 2x + \sin x. \quad \text{D. } y' = 2 \cos x - \sin x.$$

**Câu 23.** Đạo hàm của hàm số  $y = 4 \sin 2x + 7 \cos 3x + 9$  là

$$\text{A. } 8 \cos 2x - 21 \sin 3x + 9. \quad \text{B. } 8 \cos 2x - 21 \sin 3x. \\ \text{C. } 4 \cos 2x - 7 \sin 3x. \quad \text{D. } 4 \cos 2x + 7 \sin 3x.$$

**Câu 24.** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x + 3$  là:

$$\text{A. } f'(x) = \sin x - \cos x. \quad \text{B. } f'(x) = \cos x + \sin x + 3. \\ \text{C. } f'(x) = \cos x - \sin x. \quad \text{D. } f'(x) = -\sin x - \cos x.$$

**Câu 25.** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos 2x + 1$  là

$$\text{A. } y' = -\sin 2x. \quad \text{B. } y' = 2 \sin 2x. \quad \text{C. } y' = -2 \sin 2x + 1. \quad \text{D. } y' = -2 \sin 2x.$$

**Câu 26.** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos(2x + 1)$  là:

$$\text{A. } y' = 2 \sin(2x + 1) \quad \text{B. } y' = -2 \sin(2x + 1) \quad \text{C. } y' = -\sin(2x + 1) \quad \text{D. } y' = \sin(2x + 1).$$

**Câu 27.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 x$  là:

- A.  $f'(x) = 2 \sin x$ .      B.  $f'(x) = 2 \cos x$ .  
C.  $f'(x) = -\sin(2x)$ .      D.  $f'(x) = \sin(2x)$ .

**Câu 28.** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$ .

- A.  $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$ .      B.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .      C.  $y' = \cot x$ .      D.  $y' = -\cot x$ .

**Câu 29.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = x \sin x$

- A.  $y = \sin x - x \cos x$ .      B.  $y = x \sin x - \cos x$ .      C.  $y = \sin x + x \cos x$ .      D.  $y = x \sin x + \cos x$ .

**Câu 30.** Tập xác định của hàm số  $y = 8^x$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      B.  $\mathbb{R}$ .      C.  $[0; +\infty)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 31.** Tập xác định của hàm số  $y = 6^x$  là

- A.  $[0; +\infty)$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 32.** Tập xác định của hàm số  $y = 7^x$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      B.  $[0; +\infty)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 33.** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \log x$ .

- A.  $y' = \frac{\ln 10}{x}$       B.  $y' = \frac{1}{x \ln 10}$       C.  $y' = \frac{1}{10 \ln x}$       D.  $y' = \frac{1}{x}$

**Câu 34.** Hàm số  $y = 2^{x^2-x}$  có đạo hàm là

- A.  $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$ .      B.  $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$ .  
C.  $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}$ .      D.  $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$ .

**Câu 35.** Hàm số  $y = 3^{x^2-x}$  có đạo hàm là

- A.  $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$ .      B.  $(x^2-x) \cdot 3^{x^2-x-1}$ .      C.  $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$ .      D.  $3^{x^2-x} \cdot \ln 3$ .

**Câu 36.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 13^x$

- A.  $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$       B.  $y' = x \cdot 13^{x-1}$       C.  $y' = 13^x \ln 13$       D.  $y' = 13^x$

**Câu 37.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(2x+1)$ .

- A.  $y' = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$       B.  $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$       C.  $y' = \frac{2}{2x+1}$       D.  $y' = \frac{1}{2x+1}$

**Câu 38.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x+1}{4^x}$

- A.  $y' = \frac{1-2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$       B.  $y' = \frac{1+2(x+1) \ln 2}{2^{2x}}$   
C.  $y' = \frac{1-2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$       D.  $y' = \frac{1+2(x+1) \ln 2}{2^{x^2}}$

**Câu 39.** Hàm số  $f(x) = \log_2(x^2-2x)$  có đạo hàm

- A.  $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2-2x}$       B.  $f'(x) = \frac{1}{(x^2-2x) \ln 2}$   
C.  $f'(x) = \frac{(2x-2) \ln 2}{x^2-2x}$       D.  $f'(x) = \frac{2x-2}{(x^2-2x) \ln 2}$

**Câu 40.** Hàm số  $y = 2^{x^2-3x}$  có đạo hàm là

- A.  $(2x-3)2^{x^2-3x} \ln 2$ .    B.  $2^{x^2-3x} \ln 2$ .  
C.  $(2x-3)2^{x^2-3x}$ .    D.  $(x^2-3x)2^{x^2-3x+1}$ .

**Câu 41.** Hàm số  $y = 3^{x^2-3x}$  có đạo hàm là

- A.  $(2x-3).3^{x^2-3x}$ .    B.  $3^{x^2-3x} \ln 3$ .  
C.  $(x^2-3x).3^{x^2-3x-1}$ .    D.  $(2x-3).3^{x^2-3x} \ln 3$ .

**Câu 42.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \ln(1+\sqrt{x+1})$ .

- A.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$     B.  $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$   
C.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$     D.  $y' = \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$

**Câu 43.** Đạo hàm của hàm số  $y = e^{1-2x}$  là

- A.  $y' = 2e^{1-2x}$     B.  $y' = -2e^{1-2x}$     C.  $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$     D.  $y' = e^{1-2x}$

**Câu 44.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(x^2+x+1)$  là:

- A.  $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2+x+1}$     B.  $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 3}$     C.  $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$     D.  $y' = \frac{1}{(x^2+x+1)\ln 3}$

**Câu 45.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = e^{x^2+x}$ .

- A.  $(2x+1)e^x$     B.  $(2x+1)e^{x^2+x}$     C.  $(2x+1)e^{2x+1}$     D.  $(x^2+x)e^{2x+1}$

**Câu 46.** Cho hàm số  $f(x) = \log_2(x^2+1)$ , tính  $f'(1)$

- A.  $f'(1) = 1$ .    B.  $f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}$ .    C.  $f'(1) = \frac{1}{2}$ .    D.  $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$ .

**Câu 47.** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = \ln(1+e^{2x})$ .

- A.  $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ .    B.  $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ .    C.  $y' = \frac{1}{e^{2x}+1}$ .    D.  $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$ .

**Câu 48.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1-x}{2^x}$

- A.  $y' = \frac{2-x}{2^x}$ .    B.  $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{(2^x)^2}$ .  
C.  $y' = \frac{x-2}{2^x}$ .    D.  $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$ .

**Câu 49.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_9(x^2+1)$ .

- A.  $y' = \frac{1}{(x^2+1)\ln 9}$ .    B.  $y' = \frac{x}{(x^2+1)\ln 3}$ .    C.  $y' = \frac{2x \ln 9}{x^2+1}$ .    D.  $y' = \frac{2 \ln 3}{x^2+1}$ .

**Câu 50.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = e^x \cdot \sin 2x$

- A.  $e^x(\sin 2x - \cos 2x)$ .    B.  $e^x \cdot \cos 2x$ .  
C.  $e^x(\sin 2x + \cos 2x)$ .    D.  $e^x(\sin 2x + 2 \cos 2x)$ .

- Câu 51.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x+1}{4^x}$  là
- A.  $\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$       B.  $\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$       C.  $\frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$       D.  $\frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$
- Câu 52.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$  với  $x > 0$ . Khi đó  $-\frac{y'}{y^2}$  bằng
- A.  $\frac{x}{x+1}$ .      B.  $1 + \frac{1}{x}$ .      C.  $\frac{x}{1+x+\ln x}$ .      D.  $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$ .
- Câu 53.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2^x \ln x - \frac{1}{e^x}$ .
- A.  $y' = 2^x \left( \frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$ .      B.  $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + e^{-x}$ .
- C.  $y' = 2^x \frac{1}{x} \ln 2 + \frac{1}{e^x}$ .      D.  $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} - e^x$ .
- Câu 54.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \log_2 |x^2 - 2x|$  là
- A.  $\frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$       B.  $\frac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$       C.  $\frac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$       D.  $\frac{2x-2}{|x^2-2x|\ln 2}$
- Câu 55.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$  là:
- A.  $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ .      B.  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$
- C.  $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ .      D.  $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ .
- Câu 56.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log_2 x$  là:
- A.  $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ .      B.  $y' = \frac{\ln 2}{x}$ .      C.  $y' = \frac{1}{x}$ .      D.  $y' = \frac{1}{2x}$ .
- Câu 57.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log_3 x$  là
- A.  $y' = \frac{1}{x}$ .      B.  $y' = \frac{1}{x \ln 3}$ .      C.  $y' = \frac{\ln 3}{x}$ .      D.  $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$ .
- Câu 58.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2 (x-1)$  là:
- A.  $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$ .      B.  $y' = \frac{1}{\ln 2}$ .      C.  $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$ .      D.  $y' = \frac{1}{x-1}$ .
- Câu 59.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_3 (x+1)$  là
- A.  $y' = -\frac{1}{\ln 3}$ .      B.  $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$ .      C.  $y' = \frac{1}{(x+1)}$ .      D.  $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$ .

## 2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

- Câu 60.** Cho  $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 3$ . Tính  $f'(1) + f'(-1) + 4f'(0)$   
Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. 4.      B. 7.      C. 6.      D. 5.
- Câu 61.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - 5)\sqrt{x}$ .
- A.  $y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$ .      B.  $y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$ .



$$\text{C. } y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}. \quad \text{D. } y' = 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

**Câu 62.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$  là:

$$\text{A. } \frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}. \quad \text{B. } \frac{1+3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}. \quad \text{C. } \frac{1-3x}{x^2+1}. \quad \text{D. } \frac{2x^2-x-1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}.$$

**Câu 63.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2+3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $S = f(1) + 4f'(1)$ .

$$\text{A. } S = 4. \quad \text{B. } S = 2. \quad \text{C. } S = 6. \quad \text{D. } S = 8.$$

**Câu 64.** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x^2+5x-4}$ . Đạo hàm  $y'$  của hàm số là

$$\text{A. } y' = \frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}. \quad \text{B. } y' = \frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}. \\ \text{C. } y' = \frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}. \quad \text{D. } y' = \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}.$$

**Câu 65.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x^2-3x+7}{x^2+2x+3}$ .

$$\text{A. } y' = \frac{-7x^2+2x+23}{(x^2+2x+3)^2}. \quad \text{B. } y' = \frac{7x^2-2x-23}{(x^2+2x+3)^2} \\ \text{C. } y' = \frac{7x^2-2x-23}{(x^2+2x+3)} \quad \text{D. } y' = \frac{8x^3+3x^2+14x+5}{(x^2+2x+3)^2}$$

**Câu 66.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x+a}{x-b}$  ( $a, b \in \mathbb{R}; b \neq 1$ ). Ta có  $f'(1)$  bằng:

$$\text{A. } \frac{-a+2b}{(b-1)^2}. \quad \text{B. } \frac{a-2b}{(b-1)^2}. \quad \text{C. } \frac{a+2b}{(b-1)^2}. \quad \text{D. } \frac{-a-2b}{(b-1)^2}.$$

**Câu 67.** Cho  $f(x) = \sqrt{1-4x} + \frac{1-x}{x-3}$ . Tính  $f'(x)$ .

$$\text{A. } \frac{2}{\sqrt{1-4x}} - \frac{2}{x-3}. \quad \text{B. } \frac{2}{\sqrt{1-4x}} - \frac{2}{(x-3)^2}. \\ \text{C. } \frac{1}{2\sqrt{1-4x}} + 1 \quad \text{D. } \frac{-2}{\sqrt{1-4x}} + \frac{2}{(x-3)^2}.$$

**Câu 68.** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$  là

$$\text{A. } y' = \frac{8x^2+4x-1}{2\sqrt{x^2+x}}. \quad \text{B. } y' = \frac{8x^2+4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}. \quad \text{C. } y' = \frac{4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}. \quad \text{D. } y' = \frac{6x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+x}}.$$

**Câu 69.** Đạo hàm của hàm số  $y = (-x^2+3x+7)^7$  là

$$\text{A. } y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6. \quad \text{B. } y' = 7(-x^2+3x+7)^6. \\ \text{C. } y' = (-2x+3)(-x^2+3x+7)^6. \quad \text{D. } y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6.$$

**Câu 70.** Đạo hàm của hàm số  $y = \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^3$  bằng

- A.  $y' = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$ . B.  $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$ .  
C.  $y' = 6\left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$ . D.  $y' = 6\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

**Câu 71.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$  là

- A.  $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$ . B.  $y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$ .  
C.  $y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{8}{3}}$ . D.  $y' = \frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$ .

**Câu 72.** Đạo hàm của hàm số  $y = (x^3 - 2x^2)^2$  bằng:

- A.  $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$ . B.  $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$ . C.  $6x^5 + 16x^3$ . D.  $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$ .

**Câu 73.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2-3x^2}$  bằng biểu thức nào sau đây?

- A.  $\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$ . B.  $\frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}$ . C.  $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}$ . D.  $\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$ .

**Câu 74.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $y' \geq 0$  là

- A.  $[-1; 5]$ . B.  $\emptyset$ .  
C.  $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$ . D.  $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$ .

**Câu 75.** Cho hàm số  $y = x^3 + mx^2 + 3x - 5$  với  $m$  là tham số. Tìm tập hợp  $M$  tất cả các giá trị của  $m$  để  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt:

- A.  $M = (-3; 3)$ . B.  $M = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ .  
C.  $M = \mathbb{R}$ . D.  $M = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ .

**Câu 76.** Cho hàm số  $y = (m-1)x^3 - 3(m+2)x^2 - 6(m+2)x + 1$ . Tập giá trị của  $m$  để  $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  là

- A.  $[3; +\infty)$ . B.  $\emptyset$ . C.  $[4\sqrt{2}; +\infty)$ . D.  $[1; +\infty)$ .

**Câu 77.** Cho hàm số  $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$ ,  $m$  là tham số. Số các giá trị nguyên  $m$  để  $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  là

- A. 5. B. Có vô số giá trị nguyên  $m$ .  
C. 3. D. 4

**Câu 78.** Cho hàm số  $f(x) = -x^3 + 3mx^2 - 12x + 3$  với  $m$  là tham số thực. Số giá trị nguyên của  $m$  để  $f'(x) \leq 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$  là

- A. 1. B. 5. C. 4. D. 3.

**Câu 79.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{mx^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + (3-m)x - 2$ . Tìm  $m$  để  $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .

- A.  $0 \leq m \leq \frac{12}{5}$ . B.  $0 < m < \frac{12}{5}$ . C.  $0 \leq m < \frac{12}{5}$ . D.  $0 < m \leq \frac{12}{5}$ .

**Câu 80.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9}$ . Tập hợp các giá trị của  $x$  để  $f'(x) < 0$  là

- A.  $\left(\frac{7}{5}; +\infty\right)$ . B.  $\left(-\infty; \frac{7}{5}\right)$ . C.  $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$ . D.  $\left(1; \frac{7}{5}\right)$ .

**Câu 81.** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ . Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $f'(x) \geq f(x)$  có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

**Câu 82.** Cho  $\left(\frac{3-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' = \frac{ax-b}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}, \forall x > \frac{1}{4}$ . Tính  $\frac{a}{b}$ .

- A. -16. B. -4. C. -1. D. 4.

**Câu 83.** Cho hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 1}$ . Nghiệm của phương trình  $y' \cdot y = 2x + 1$  là:

- A.  $x = 2$ . B.  $x = 1$ . C. Vô nghiệm. D.  $x = -1$ .

**Câu 84.** Cho  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ ,  $y' = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$ . Khi đó giá trị  $a.b$  là:

- A. -4. B. -1. C. 0. D. 1.

**Câu 85.** Cho hàm số  $y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3}$ . Tập nghiệm của phương trình  $y' = 0$  là

- A.  $\{-1; 3\}$ . B.  $\{1; 3\}$ . C.  $\{-3; 1\}$ . D.  $\{-3; -1\}$ .

**Câu 86.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + \frac{b}{x}$  có  $f'(1) = 1, f'(-2) = -2$ . Khi đó  $f'(\sqrt{2})$  bằng:

- A.  $\frac{12}{5}$ . B.  $-\frac{2}{5}$ . C. 2. D.  $-\frac{12}{5}$ .

**Câu 87.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2}{x+5m}$  có đạo hàm dương trên khoảng  $(-\infty; -10)$ ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

**Câu 88.** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos \sqrt{x^2 + 1}$  là

- A.  $y' = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$ . B.  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$ .  
C.  $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$ . D.  $y' = -\frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$ .

**Câu 89.** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan x - \cot x$  là

- A.  $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$ . B.  $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$ . C.  $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$ . D.  $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$ .

**Câu 90.** Biết hàm số  $y = 5 \sin 2x - 4 \cos 5x$  có đạo hàm là  $y' = a \sin 5x + b \cos 2x$ . Giá trị của  $a - b$  bằng

- A. -30. B. 10. C. -1. D. -9.

**Câu 91.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\cos 2x}$ .

- A.  $y' = \frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$ . B.  $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ . C.  $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ . D.  $y' = \frac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$ .

**Câu 92.** Với  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , hàm số  $y = 2\sqrt{\sin x} - 2\sqrt{\cos x}$  có đạo hàm là?

A.  $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$ .

B.  $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$ .

C.  $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} - \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$ .

D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} - \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$ .

**Câu 93.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4x\right)$  là:

A.  $-4\cos 4x$ .

B.  $4\cos 4x$ .

C.  $4\sin 4x$ .

D.  $-4\sin 4x$ .

**Câu 94.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin 2x - 2\cos x + 1$ .

A.  $y' = -2\cos 2x + 2\sin x$ .

B.  $y' = 2\cos 2x + 2\sin x$ .

C.  $y' = 2\cos 2x - 2\sin x$ .

D.  $y' = -\cos 2x - 2\sin x$ .

**Câu 95.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{\cos 2x}$ .

A.  $y' = \frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$ .

B.  $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ .

C.  $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ .

D.  $y' = \frac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$ .

**Câu 96.** Biết hàm số  $y = 5\sin 2x - 4\cos 5x$  có đạo hàm là  $y' = a\sin 5x + b\cos 2x$ . Giá trị của  $a - b$  bằng:

A.  $-30$ .

B.  $10$ .

C.  $-1$ .

D.  $-9$ .

**Câu 97.** Cho hàm số  $f(x) = a\cos x + 2\sin x - 3x + 1$ . Tìm  $a$  để phương trình  $f'(x) = 0$  có nghiệm.

A.  $|a| < \sqrt{5}$ .

B.  $|a| \geq \sqrt{5}$ .

C.  $|a| > 5$ .

D.  $|a| < 5$ .

**Câu 98.** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos 3x$  là

A.  $y = \sin 3x$ .

B.  $y = -3\sin 3x$ .

C.  $y = 3\sin 3x$ .

D.  $y = -\sin 3x$ .

**Câu 99.** Cho  $f(x) = \sin^3 ax$ ,  $a > 0$ . Tính  $f'(\pi)$

A.  $f'(\pi) = 3\sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$ .

B.  $f'(\pi) = 0$ .

C.  $f'(\pi) = 3a\sin^2(a\pi)$ .

D.  $f'(\pi) = 3a \cdot \sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$ .

**Câu 100.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x$ . Tính  $f'(x)$ .

A.  $f'(x) = 2\sin 2x$ .

B.  $f'(x) = \cos 2x$ .

C.  $f'(x) = 2\cos 2x$ .

D.  $f'(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$ .

**Câu 101.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \frac{\cos 4x}{2} + 3\sin 4x$ .

A.  $y' = 12\cos 4x - 2\sin 4x$ .

B.  $y' = 12\cos 4x + 2\sin 4x$ .

C.  $y' = -12\cos 4x + 2\sin 4x$ .

D.  $y' = 3\cos 4x - \frac{1}{2}\sin 4x$ .

**Câu 102.** Tính đạo hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 2x - \cos 3x$ .

A.  $f'(x) = 2\sin 4x - 3\sin 3x$ .

B.  $f'(x) = 2\sin 4x + 3\sin 3x$ .

C.  $f'(x) = \sin 4x + 3\sin 3x$ .

D.  $f'(x) = 2\sin 2x + 3\sin 3x$ .

**Câu 103.** Cho  $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x$ . Khi đó  $f'(x)$  bằng

A.  $1 - \sin 2x$ .

B.  $-1 + 2\sin 2x$ .

C.  $-1 + \sin x \cdot \cos x$ .

D.  $1 + 2\sin 2x$ .

**Câu 104.** Tính  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$  biết  $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

- A.  $-2$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $0$ .                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 105.** Cho hàm số  $y = \cos 3x \cdot \sin 2x$ . Tính  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $-1$ .                      D.  $1$ .

**Câu 106.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$ .

- A.  $1$ .                      B.  $0$ .                      C.  $2$ .                      D.  $3$ .

**Câu 107.** Với  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , hàm số  $y = 2\sqrt{\sin x} - 2\sqrt{\cos x}$  có đạo hàm là?

- A.  $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$ .  
C.  $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} - \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$ .                      D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} - \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$ .

**Câu 108.** Cho hàm số  $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ . Tính  $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$ .

- A.  $S = \frac{4035}{2018}$                       B.  $S = \frac{2017}{2018}$                       C.  $S = \frac{2016}{2017}$                       D.  $S = 2017$

**Câu 109.** Cho hàm số  $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$ . Tính tổng  $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$ .

- A.  $\ln 2018$ .                      B.  $1$ .                      C.  $2018$ .                      D.  $\frac{2018}{2019}$ .

**Câu 110.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_{2019}|x|$ ,  $\forall x \neq 0$ .

- A.  $y' = \frac{1}{|x| \ln 2019}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{|x|}$ .                      C.  $y' = \frac{1}{x \ln 2019}$ .                      D.  $y' = x \ln 2019$ .

**Câu 111.** Cho hàm số  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$ . Tổng  $f'(1) + f'(3) + f'(5) + \dots + f'(2021)$  bằng

- A.  $\frac{4035}{2021}$ .                      B.  $\frac{2021}{2022}$ .                      C.  $2021$ .                      D.  $\frac{2022}{2023}$ .

**Câu 112.** Phương trình  $f'(x) = 0$  với  $f(x) = \ln\left(x^4 - 4x^3 + 4x^2 - \frac{1}{2}\right)$  có bao nhiêu nghiệm?

- A.  $0$  nghiệm.                      B.  $1$  nghiệm.                      C.  $2$  nghiệm.                      D.  $3$  nghiệm.

**Câu 113.** Cho hàm số  $f(x) = \ln \frac{x+1}{x+4}$ . Tính giá trị của biểu thức

$$P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019).$$

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{2024}{2023}$ .                      C.  $\frac{2022}{2023}$ .                      D.  $\frac{2020}{2023}$ .

**Câu 114.** Cho hàm số  $y = f(x) = (2m-1)e^x + 3$ . Giá trị của  $m$  để  $f'(-\ln 3) = \frac{5}{3}$  là

- A.  $m = \frac{7}{9}$ .                      B.  $m = \frac{2}{9}$ .                      C.  $m = 3$ .                      D.  $m = -\frac{3}{2}$ .

Nguyễn Bảo Vương