



**1INF27** 

# Algoritmia y Estructura de Datos

2024

**Profesores:** 

Cueva, R. | Allasi, D. | Roncal, A. | Huamán, F.

0581

0582

0583

0584



# Capítulo 1 FUERZA BRUTA







#### Lo hemos hecho antes:

• Cuando vamos de viaje y queremos meter la ropa en la maleta.









#### Lo hemos hecho antes:

- Cuando vamos de viaje y queremos meter la ropa en la maleta.
- Al no recordar nuestra contraseña y tratar de adivinarla.



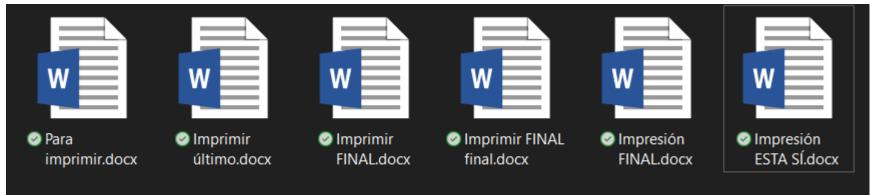






#### Lo hemos hecho antes:

- Cuando vamos de viaje y queremos meter la ropa en la maleta.
- Al no recordar nuestra contraseña y tratar de adivinarla.
- Al buscar un archivo en nuestra computadora (y entrar carpeta por carpeta)







#### Lo hemos hecho antes:

- Cuando vamos de viaje y queremos meter la ropa en la maleta.
- Al no recordar nuestra contraseña y tratar de adivinarla.
- Al buscar un archivo en nuestra computadora (y entrar carpeta por carpeta)
- En TP?





- Método directo para resolver un problema.
- Método fácil de aplicar, que no implica mucho razonamiento por parte del diseñador.
- Consiste en aplicar pasos básicos basándose en la definición del problema.
- Es la estrategia por defecto que se nos ocurriría a la mayoría para resolver un problema.





# Aplicación de la Estrategia

Ordenación





Iteración 2

#### Ordenación - Selección

Definir una secuencia de pasos para ordenar la secuencia.

89 45 68 90 29 34 17

89 45 68 90 29 34 17

17 | 45 68 90 29 34 89

17 | 45 68 90 **29** 34 89

17 29 | 68 90 45 34 89

17 29 | 68 90 45 <mark>34</mark> 89

17 29 34 | 90 45 68 89

17 29 34 45 | 90 68 89

17 29 34 45 68 | 90 89

17 29 34 45 68 89 | 90

17 29 34 45 68 89 90 **I** 

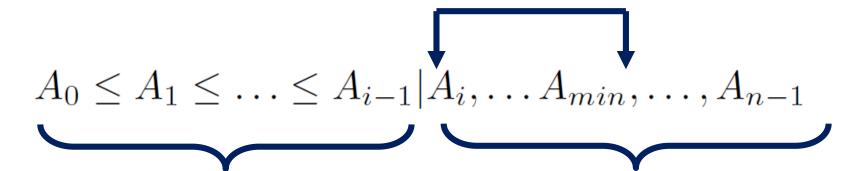
Iteración I

- ■Encontrar el menor elemento e intercambiarlo por el primer elemento
  - Primer elemento ya está ordenado
- ■Encontrar el menor elemento de los n-1 elementos restantes e intercambiarlo por el segundo elemento
  - ■Segundo elemento ya está ordenado
- Repetir proceso con todos los elementos que todavía no están en posición final (ordenados).





■ En el i-ésimo paso  $(0 \le i \le n-2)$ , se busca el elemento más pequeño de la lista [i..n-1] y se intercambia con el elemento de la posición i



En sus posiciones finales, ya ordenados

Los últimos n-i elementos, aún no ordenados





```
Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

min ← j
```

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

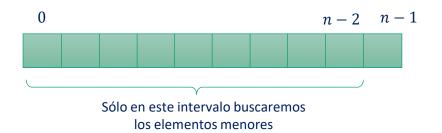
Si A[j] < A[min] entonces

min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]







**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

min ← j

Fin Si

**Fin Para** 

intercambiar A[i] y A[min]







**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

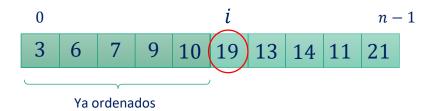
Si A[j] < A[min] entonces min ← j

Fin Si

**Fin Para** 

intercambiar A[i] y A[min]

**Fin Para** 



Asumimos que el *i*-ésimo elemento es el mínimo





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

```
min \leftarrow i

Para j \leftarrow i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

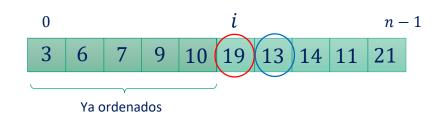
min \leftarrow j
```

Fin Si

**Fin Para** 

intercambiar A[i] y A[min]

**Fin Para** 



Iteramos desde el i+1- ésimo elemento haciendo la comparación por el mínimo





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

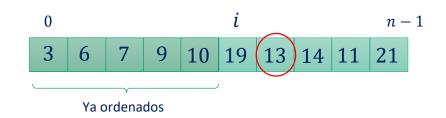
min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

**Fin Para** 



Si encontramos un elemento menor, actualizamos el índice





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

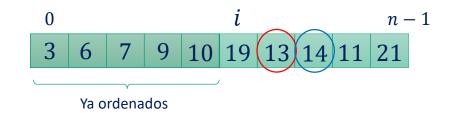
Si A[j] < A[min] entonces ← min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

**Fin Para** 



Seguimos buscando un mínimo





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

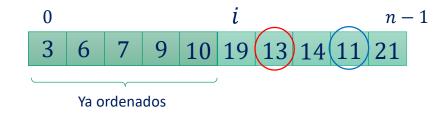
Si A[j] < A[min] entonces ← min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

**Fin Para** 



Seguimos buscando un mínimo





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces ◆

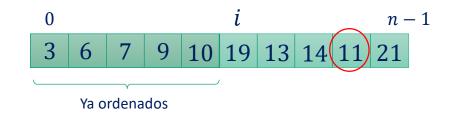
min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

**Fin Para** 



Seguimos buscando un mínimo, Hasta terminar el arreglo





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

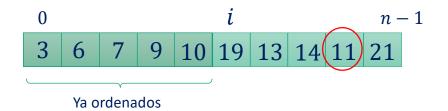
Si A[j] < A[min] entonces

min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]







**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

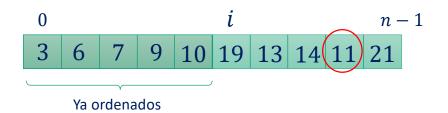
Si A[j] < A[min] entonces min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

**Fin Para** 



Intercambiamos los valores





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

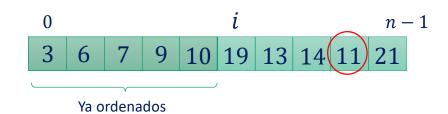
min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

**Fin Para** 



Al término de la i-ésima iteración, se intercambian el mínimo elemento con el elemento en la posición i.





• Iteración 1:

89 45 68 90 29 34 17

"Se van comparando progresivamente los elementos en pares, haciendo que cumplan con el orden requerido"





• Iteración 1:

89 45 68 90 29 34 17

89 ↔? 45 68 90 29 34 17

Se comparan los dos primeros elementos

Si no cumplen con el orden, se intercambian





#### • Iteración 1:

89 45 68 90 29 34 17

**89** ↔? **45** 68 90 29 34 17

45 89 ↔? 68 90 29 34 17

Se vuelven a comparar los elementos de la misma forma





#### • Iteración 1:

Al finalizar la *i*-ésima iteración El último elemento está ordenado

89	45	68	90	29	3	4 1	7	
89	$\leftrightarrow$	? 4	5 6	8 9	0	29	34	17
45	89	$\leftrightarrow$	? 6	8 9	0	29	34	17
45	68	89	$\leftrightarrow$	? 9	0	29	34	17
45	68	89	90	$\leftrightarrow$	?	29	34	17
45	68	89	29	90	<del>(</del>	→?	34	17
45	68	89	29	34	9	0 ←	→?	17
45	68	89	29	34	17	7	9	0





- Comparar elementos adyacentes e intercambiarlos si están fuera de orden.
- El mayor elemento se va como una "burbuja" hasta su posición final.
- Si se repite este procedimiento para la secuencia [0..n-2], al final el segundo mayor elemento se irá como una "burbuja" hasta su posición final.
- Después de n-1 iteraciones, la secuencia está ordenada.





■ El i-ésimo paso  $(0 \le i \le n-2)$  se puede representar de la siguiente manera

$$A_0, \dots, A_j \Leftrightarrow^? A_{j+1}, \dots, A_{n-i-1} | A_{n-i} \le \dots \le A_{n-1}$$

Los primeros n-i elementos, aún no ordenados

En sus posiciones finales, ya ordenados





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Intuición: Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Intuición: Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema



Cuando i = 0, intervalo de comparación [0, n - 2]





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

**Intuición:** Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema



Cuando i = 0, intervalo de comparación [0, n - 2]

Cuando i = 1, intervalo de comparación [0, n - 3]





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

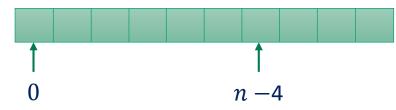
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

**Intuición:** Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema



Cuando i = 0, intervalo de comparación [0, n - 2]

Cuando i = 1, intervalo de comparación [0, n - 3]

Cuando i = 2, intervalo de comparación [0, n - 4]





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

**Fin Para** 

**Intuición:** Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema



Cuando i = 0, intervalo de comparación [0, n - 2]

Cuando i = 1, intervalo de comparación [0, n - 3]

Cuando i = 2, intervalo de comparación [0, n - 4]

Para cualquier i, intervalo de comparación [0, n-2-i]





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

**Fin Para** 

Ejemplo en iteración 5



Comparar elementos, como no guarda orden, se intercambian





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ejemplo en iteración 5



Comparar elementos, como no guarda orden, se intercambian





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

**Fin Para** 

Ejemplo en iteración 5



Comparar elementos, como guardan orden, no pasa nada





# Ordenación - Burbuja

**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

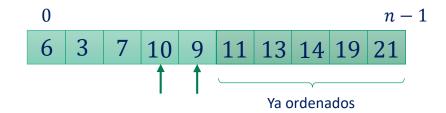
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ejemplo en iteración 5



Comparar elementos, como no guardan orden, se intercambian





# Ordenación - Burbuja

**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] desordenado

**Postcondición**: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

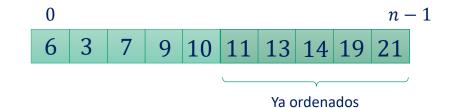
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ejemplo en iteración 5



Termina la iteración y ahora tenemos un elemento más ordenado





# Aplicación de la Estrategia

Más ejemplos



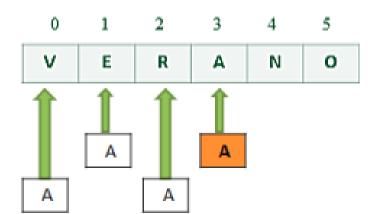


- Dado un conjunto de valores, encontrar un elemento dado.
- Existen varios algoritmos
  - Algunos más rápidos requieren memoria adicional
  - Algunos muy rápidos requieren que los elementos estén ordenados
- Con el uso de estructuras de datos (última parte de nuestro curso), podemos tener algoritmos rápidos para hacer búsquedas.





- Comparar el elemento buscado con cada elemento de la colección.
- Posibles resultados:
  - Se encuentra la clave (búsqueda con éxito)
  - No existen más elementos para comparar (búsqueda con fracaso)



INDICE=3





**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] y una llave de búsqueda K

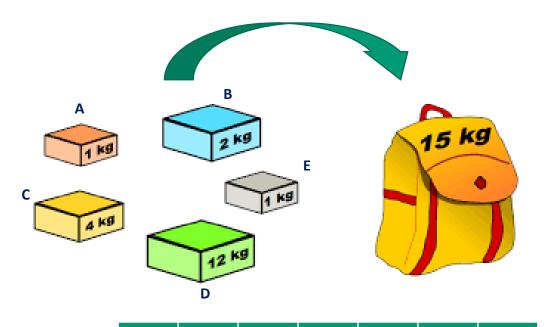
**Postcondición**: El índice del primer elemento de A que coincide con la llave K o -1 si la llave no se encuentra





# **Problemas de** asignación

### Problema de la mochila



Cromosoma 1	
Cromosoma 2	
Cromosoma 2	

Dec	Total	Е	D	С	В	Α
26	15	0	1	0	1	1
31	20	1	1	1	1	1
19	14	1	1	0	0	1











Gen

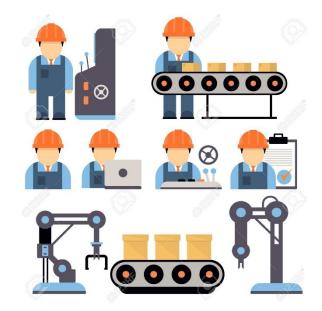








Problemas de asignación









**Precondición**: Arreglo A[0..n-1] y una llave de búsqueda K

**Postcondición**: El índice del primer elemento de A que coincide con la llave K o -1 si la llave no se encuentra





#### Procesamiento de Cadenas

- String: Secuencia de caracteres que pertenecen a un alfabeto
  - Text Strings:
     letras + números + caracteres especiales

ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZÀ abcdefghijklmnopqr stuvwxyzàåéîõøü& 1234567890(\$£€.,!?)

• Bit Strings: 0's y 1's

#### 100000100010111111001111111110110011...0

• Gene Sequence: modelado como cadena de caracteres del alfabeto {A, C, G, T}

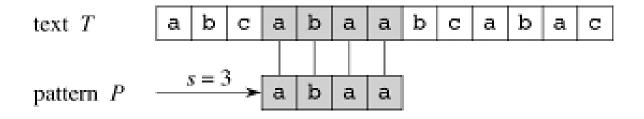






### Procesamiento de Cadenas

■ Dado una cadena de caracteres de tamaño n llamada texto, y una cadena de caracteres de tamaño m llamada patrón (m < n), se busca una subcadena de caracteres dentro del texto que coincida con el patrón







# **Procesamiento de Cadenas**







# **String Matching Estrategia**

- Se alinea el patrón con los primeros m caracteres del texto. Se verifica carácter a carácter la ocurrencia del patrón en el texto.
  - Si todos los caracteres del patrón coinciden, el algoritmo termina.
  - Si algún carácter no coincide, el patrón no está en la primera posición del texto.
    - Se desplaza el patrón un carácter a la derecha y se repite el proceso.





# **String Matching Estrategia**

 Problema se reduce a buscar la posición i del carácter más a la izquierda de la primera ocurrencia del patrón en el texto.

$$t_i = p_0, \dots, t_{i+j} = p_j, \dots, t_{i+m-1} = p_{m-1}$$





# String Matching - Pseudocódigo

**Precondición**: Arreglo T[0..n-1] de n caracteres que representa el texto, y un arreglo P[0..m-1] de m caracteres que representa el patron

**Postcondición**: El índice del primer caracter de T en donde existe un coincidencia del patrón, o -1 si el patrón no se encuentra

```
Para i=0 hasta n-m hacer

j←0
Mientras (j<m) y (P[j]=T[i+j]) hacer

j ← j+1
Fin Mientras
Si j=m entonces
retornar i
Fin Si
Fin Para
retornar -1
```





#### **Closest Pair**

- Problema: Hallar el par de puntos más cercanos en un conjunto de n puntos.
- Asumimos que:
  - Puntos están en dos dimensiones
  - Puntos especificados por coordenadas cartesianas (x, y)
  - La distancia entre dos puntos  $p_i(x_i, y_i)$  y  $p_j(x_i, y_j)$  se calcula como

$$d(p_i, p_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}.$$





### **Closest Pair**

- Calcular la distancia entre cada par de puntos y escoger el par con la menor distancia.
- Como la distancia es simétrica, no calculamos la distancia entre un par de puntos más de una vez
  - Se consideran sólo pares de puntos  $(p_i, p_i)$  en donde i sea menor que j.





# **Closest Pair Estrategia**

```
Precondición: Un conjunto P de n puntos (n>=2): P_1 = (x_1, y_1), ..., P_n = (x_n, y_n)
```

Postcondición: Los índices i1 e i2 del par más cercanos

```
\begin{array}{l} \text{dmenor} \leftarrow \text{INF} \\ \textbf{Para} \ i = 1 \ \textbf{hasta} \ n - 1 \ \textbf{hacer} \\ \textbf{Para} \ j = i + 1 \ \textbf{hasta} \ n \ \textbf{hacer} \\ d \leftarrow (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \\ \textbf{Si} \ d < \text{dmenor} \ \textbf{entonces} \\ dmenor \leftarrow d \\ i1 \leftarrow i \\ i2 \leftarrow j \\ \textbf{Fin Si} \end{array}
```

**Fin Para** 

**Fin Para** retornar i1, i2





### **FUERZA BRUTA - Resumen**

- Estrategia útil cuando el problema tiene pocos datos.
- Fácil de aplicar en casi todos los problemas, no necesariamente con las soluciones más eficientes.
- Diseñar un mejor algoritmo sólo vale la pena si los problemas a resolver tienen instancias con muchos datos.





### **FUERZA BRUTA - Resumen**

- Ventajas:
  - Amplia aplicabilidad
  - Simplicidad
  - Permite resolver problemas importantes como ordenamientos, manejo de cadenas, búsquedas, matrices, etc.
  - Se pueden utilizar como base para desarrollar algoritmos mas eficientes
- Desventajas:
  - No son eficientes
  - Son extremadamente lentos, se incrementa con mayor cantidad de datos





# **FUERZA BRUTA - Bibliografía**

- LEVITIN, A. Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. 3ra edición. USA: Pearson, 2012. ISBN 0-13-231681-1.
  - Cap3: Brute Force and Exhaustive Search
    - 3.1 Selection Sort and Bubble Sort
    - 3.2 Sequential Search and Brute-Force String Matching
    - 3.3 Closest Pair [...] Problems by Brute Force
- Diapositivas basadas en dispositivas del Prof. Fernando Alva.

