

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

ESTADÍSTICA PARA INGENIERÍA

Cuarta práctica (tipo a)
(Segundo semestre 2023)

Indicaciones generales:

- Duración: 1h 50 min.
- Materiales o equipos a utilizar: Con apuntes de clase y calculadora.
- No está permitido el uso de ningún material o equipo electrónico adicional al indicado.
- Defina eventos y variables aleatorias. Identifique los modelos con sus parámetros cuando sea necesario. Justifique sus respuestas usando propiedades. Interprete los resultados obtenidos teniendo en cuenta el contexto de cada ejercicio propuesto. Todo lo anterior influirá en la calificación.
- **La presentación, la ortografía y la gramática de los trabajos influirán en la calificación.**

Puntaje total: 20 puntos

Cuestionario:

Pregunta 1 (5.0 puntos)

En una empresa de comercio electrónico, se considera que los pedidos de venta (unitarios) de un cierto modelo de pulsioxímetro siguen un proceso de Poisson en el tiempo, con una media de 20 pedidos cada 30 días.

- a) (1.5 punto) Calcule la probabilidad de que durante una semana los pedidos de venta de pulsioxímetros sea mayor a tres unidades.
- b) (1.5 punto) Si el stock disponible de pulsioxímetros es de 15 unidades, determine la esperanza y la desviación estándar del tiempo que transcurrirá hasta que se agote este stock.
- c) (2.0 puntos) La utilidad por cada pulsioxímetro vendido es de 20 soles y no pueden venderse estos si no quedan en stock. Si al inicio de una semana habían sólo 3 unidades de este producto disponibles en la tienda y no se recibirá nuevas unidades durante la semana, determine el valor esperado de la utilidad por la venta de pulsioxímetros a lo largo de esa semana.

Pregunta 2 (5.0 puntos)

En un aeropuerto, las aeronaves de carga tienen la siguiente distribución de frecuencias según su tamaño:

- 20% de las aeronaves son pequeñas
- 30% de las aeronaves son medianas
- 50% de las aeronaves son grandes

El desempeño del motor de una aeronave de carga es una variable aleatoria continua que se distribuye uniformemente

- entre 10 y 15 km/litro si la aeronave es pequeña,
 - entre 9 y 13 km/litro si la aeronave es mediana,
 - entre 7 y 11 km/litro si la aeronave es grande.
- (2.5 puntos) Calcule la probabilidad de que el motor una aeronave de carga seleccionada al azar de este aeropuerto tenga un desempeño mayor o igual a 10.5 km/litro.
 - (2.5 puntos) Si se conoce que desempeño del motor de una aeronave seleccionada al azar fue menor a los 10.5 km/litro, calcule la probabilidad de que haya sido una aeronave mediana.

Pregunta 3 (5.0 puntos)

La concentración diaria de cierto contaminante en el aire, medida en partes por millón (ppm), en una cierta región se modela mediante una variable aleatoria continua con distribución normal de parámetros $\mu = 25$ y σ^2 . Asuma independencia entre los niveles de contaminación diarios.

- (1.5 puntos) Halle el valor de σ , si la probabilidad de que la concentración del contaminante en un día sea mayor a 35 ppm es 0.1587.
- (2.0 puntos) Si se considera como condición de riesgo que la concentración del contaminante en un día supere las 45 ppm, ¿con qué probabilidad en al menos un día del mes de diciembre se dará esta condición de riesgo?
→ 31 días
- (1.5 puntos) Calcule la probabilidad de que el nivel del contaminante en un día haya sido mayor a 30 ppm, si se conoce que ese día no se tuvo la condición de riesgo descrita en b).

Pregunta 4 (5.0 puntos)

Suponga que el tiempo (en minutos) dedicado al diagnóstico de una laptop, se distribuye normal con media 12 minutos y desviación estándar 4 minutos; mientras que el tiempo (en minutos) dedicado al diagnóstico de una tablet, se distribuye normal con media 15 minutos y desviación estándar de 5. Considere que los tiempos dedicados al diagnóstico de tablets o laptops son independientes entre sí.

- (1.0 punto) Calcule la probabilidad de que el tiempo de diagnóstico de una laptop sea al menos un minuto mayor al tiempo de diagnóstico de una tablet.
- (2.0 puntos) Si se seleccionan al azar 8 laptops y 12 tablets. Determine la probabilidad que la media de los tiempos de diagnóstico de las laptops seleccionadas sea mayor a la media de los tiempos de diagnóstico de las tablets seleccionadas
- (2.0 puntos) Determine la probabilidad de que el tiempo total de diagnóstico de los 20 equipos en b) sea mayor a 5 horas.

Profesores del curso:

Cristian Bayes / Luis Valdivieso / Ana Valdivia / María Villalobos / Miluska Osorio

FACULTAD
DE CIENCIAS
E INGENIERÍA

Código del Alumno

2 0 2 0

1 2 1 6

Nombre y Apellidos del Alumno

Iván Aráoz Andrade

PRÁCTICA N° 4 DE

EST 216

Estadística para Ingeniería

Clave del curso

Nombre del curso

Firma del alumno

Iván Aráoz

No llenar por el alumno

Nota

17

Aula

A303

Horario

H 508

Fecha

07/11/23

Nombre y Apellidos del pre docente

Jorge Díaz

Nombre y Apellidos del profesor

Miluska Osorio

Firma del pre docente

[Firma]

ADVERTENCIAS ANTES DE INICIAR LA PRÁCTICA :

- La presentación, la ortografía y la gramática de los trabajos influirán en la calificación.
- Utilice las zonas señaladas del cuadernillo para presentar su trabajo en limpio.
- Todo el material de desarrollo de la práctica debe ser incluido en este cuadernillo.
- Solo podrá utilizar el material indicado expresamente en el tema de evaluación.
- Prohibido uso de celulares y calculadoras con cámara fotográfica.

ATENCIÓN A LAS INDICACIONES DE LA ÚLTIMA PÁGINA

Presente aquí su trabajo

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

$$20 \rightarrow 30 \text{ días}$$

$$X \rightarrow 7 \text{ días}$$

$$X = \frac{20.7}{30}$$

$$20 \rightarrow 30$$

$$X \rightarrow 1$$

$$X = \frac{20}{30}$$

$$3 \rightarrow 7$$

1)

a) X : pedidos de venta (unitarios) de un cierto modelo de pulsioxímetro en una semana.

$$X \sim \text{Poisson} \left(\frac{14}{3} \right) \rightarrow 4,6667$$

Piden:

$$P(X > 3) = ?$$

$$f(x) = \frac{e^{-\left(\frac{14}{3}\right)} \left(\frac{14}{3}\right)^x}{x!}$$

$$1 - P(X \leq 3)$$

$$1 - (P(0) + P(1) + P(2) + P(3))$$

$$1 - (0,3150)$$

$$0,6850 //$$

b) Y : tiempo transcurrido hasta agotar el stock (en días)

$$Y \sim \text{Exp} \left(\frac{3}{2} \right) \cdot 15$$

$$E(Y) = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)} \cdot 15 = 10 \text{ días} //$$

$$D.E.(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2}} = \frac{2}{3} = 0,6667 //$$

c) Z : utilidad por la venta de pulsioxímetros a lo largo de la semana.

$$Z \sim \text{Exp} \left(\frac{13}{14} \right) \cdot 3$$

$$E(Z) = \frac{14}{3} \cdot 3 = 14 \Rightarrow 3(20) = 60 //$$

$$Z = U(X) - g(X)$$

$$g(X) = \begin{cases} X & X \leq 3 \\ X^2 & X > 3 \end{cases}$$

$$E(g(X)) = \sum g(x) f(x)$$

Presente aquí su trabajo

2)

a) Definimos: \nearrow km/litro

D : desempeño aeromave \rightarrow piden: $P(D \geq 10,5)$

A_1 : pequeña
 A_2 : mediana
 A_3 : grande \rightarrow aeromave (eventos disjuntos)

$$P(A_1) = 0,2$$

$$P(A_2) = 0,3$$

$$P(A_3) = 0,5$$

Por probabilidad total:

$$P(D \geq 10,5) = P\left(\frac{D \geq 10,5}{A_1}\right) P(A_1) + P\left(\frac{D \geq 10,5}{A_2}\right) P(A_2) + P\left(\frac{D \geq 10,5}{A_3}\right) P(A_3)$$

Como se distribuyen uniformemente:

$$* P\left(\frac{D \geq 10,5}{A_1}\right) = \int_{10,5}^{15} \frac{1}{15-10} dx = 0,9$$

$$* P\left(\frac{D \geq 10,5}{A_2}\right) = \int_{10,5}^{13} \frac{1}{13-9} dx = 0,625$$

$$* P\left(\frac{D \geq 10,5}{A_3}\right) = \int_{10,5}^{11} \frac{1}{11-7} dx = 0,125$$

$$\Rightarrow P(D \geq 10,5) = 0,9 \cdot 0,2 + 0,625 \cdot 0,3 + 0,125 \cdot 0,5 = 0,43$$

$$b) \text{ Piden: } P\left(\frac{A_2}{D < 10,5}\right) = \frac{P(A_2) \cdot P\left(\frac{D < 10,5}{A_2}\right)}{P(D < 10,5)}$$

$$* P(D < 10,5) = 1 - P(D \geq 10,5) = 1 - 0,43 = 0,57$$

$$* P\left(\frac{D < 10,5}{A_2}\right) = \int_9^{10,5} \frac{1}{13-9} dx = 0,375$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{A_2}{D < 10,5}\right) = \frac{0,3 \cdot 0,375}{0,57} = 0,1974$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)

Presente aquí su trabajo

3)

a) X : concentración diaria de cierto contaminante en el aire (en ppm) en una cierta región.

$$X \sim N(25, \sigma^2)$$

$$P(X > 35) = 0,1587$$

$$P\left(Z > \frac{35-25}{\sigma}\right) = 0,1587$$

$$P\left(Z > \frac{10}{\sigma}\right) = 0,1587$$

$$1 - P\left(Z \leq \frac{10}{\sigma}\right) = 0,1587$$

$$1 - 0,1587 = P\left(Z \leq \frac{10}{\sigma}\right)$$

$$0,8413 = P\left(Z \leq \frac{10}{\sigma}\right)$$

$$\frac{10}{\sigma} = 1,0 \quad \sigma = 10$$

b) $P(X > 45) = 1 - P(X \leq 45)$ $X \sim N(25, 10^2)$

$$1 - P\left(Z \leq \frac{45-25}{10}\right)$$

$$1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

↑ probabilidad de riesgo en un día

Y : número de días del mes de diciembre con riesgo.

$$Y \sim B(31; 0,0228)$$

↪ 31 días (diciembre)

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y < 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - 0,4892 = 0,5108$$

Presente aquí su trabajo

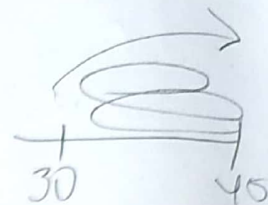
$$c) P\left(\frac{x > 30}{x \leq 45}\right) = \frac{P(30 < x \leq 45)}{P(x \leq 45)}$$

$$P(x \leq 45) = 1 - P(x > 45) = 1 - 0,0228 = 0,9772$$

$$\begin{aligned} P(30 < x \leq 45) &= P(x \leq 45) - P(x < 30) \\ &= 0,9772 - P(z < 0,5) \\ &= 0,9772 - 0,6915 \\ &= 0,2857 \end{aligned}$$

$$P\left(\frac{x > 30}{x \leq 45}\right) = \frac{0,2857}{0,9772} = 0,2924$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)



Presente aquí su trabajo

4)

a) X : tiempo (en minutos) dedicado al diagnóstico de una laptop.

Y : tiempo (en minutos) dedicado al diagnóstico de una tablet.

$$X \sim N(12; 4^2)$$

$$Y \sim N(15; 5^2)$$

Me piden: $P(X+1 \geq Y)$

$$P(\underbrace{X-Y}_{W} \geq -1)$$

$$W = X - Y$$

$$X \sim N(12; 4^2)$$

$$Y \sim N(15; 5^2)$$

$$\mu_W = -3 \quad \sigma_W^2 = 1^2 \cdot 4^2 + (-1)^2 \cdot 5^2 = 41$$

$$W \sim N(-3; 41)$$

$$P(Z \geq 0,3123) = 1 - P(Z \leq 0,3123) = 1 - 0,6217 = 0,3783$$

b) a: tiempo para los 8 laptops
b: tiempo para las 12 tablets

$$a \sim N(96; 128)$$

$$b \sim N(180; 300)$$

Piden: $P(a > b)$
 $P(\underbrace{a-b}_{W} > 0)$

$$W = a - b \quad \mu_W = -84 \quad \sigma_W^2 = 1^2 \cdot 128 + (-1)^2 \cdot 300 = 428$$

$$W \sim N(-84; 428)$$

$$P(Z > 4,06) = 1 - P(Z \leq 4,06)$$

$$= 1 - 1 = 0$$

imposible

Presente aquí su trabajo

c)

I: tiempo total de diagnóstico (20 equipos)
en minutos

$$a \sim N(96; 128)$$

$$b \sim N(180; 300)$$

$$I = a + b$$

$$I \sim N(276; 428)$$

Prden: $P(I > 300)$ \rightarrow 5 horas

$$P(Z > 1,16)$$

$$1 - P(Z \leq 1,16)$$

$$1 - 0,8770$$

$$0,123$$

Zona exclusiva para
cálculos y desarrollos
(borrador)