

# VARIABLE ALEATORIA CLASE 8

Es una función que tiene como dominio es  $\Omega$  y Rango los IR.

NOTACIÓN:  $X; Y; Z; W; \dots$

Ej:

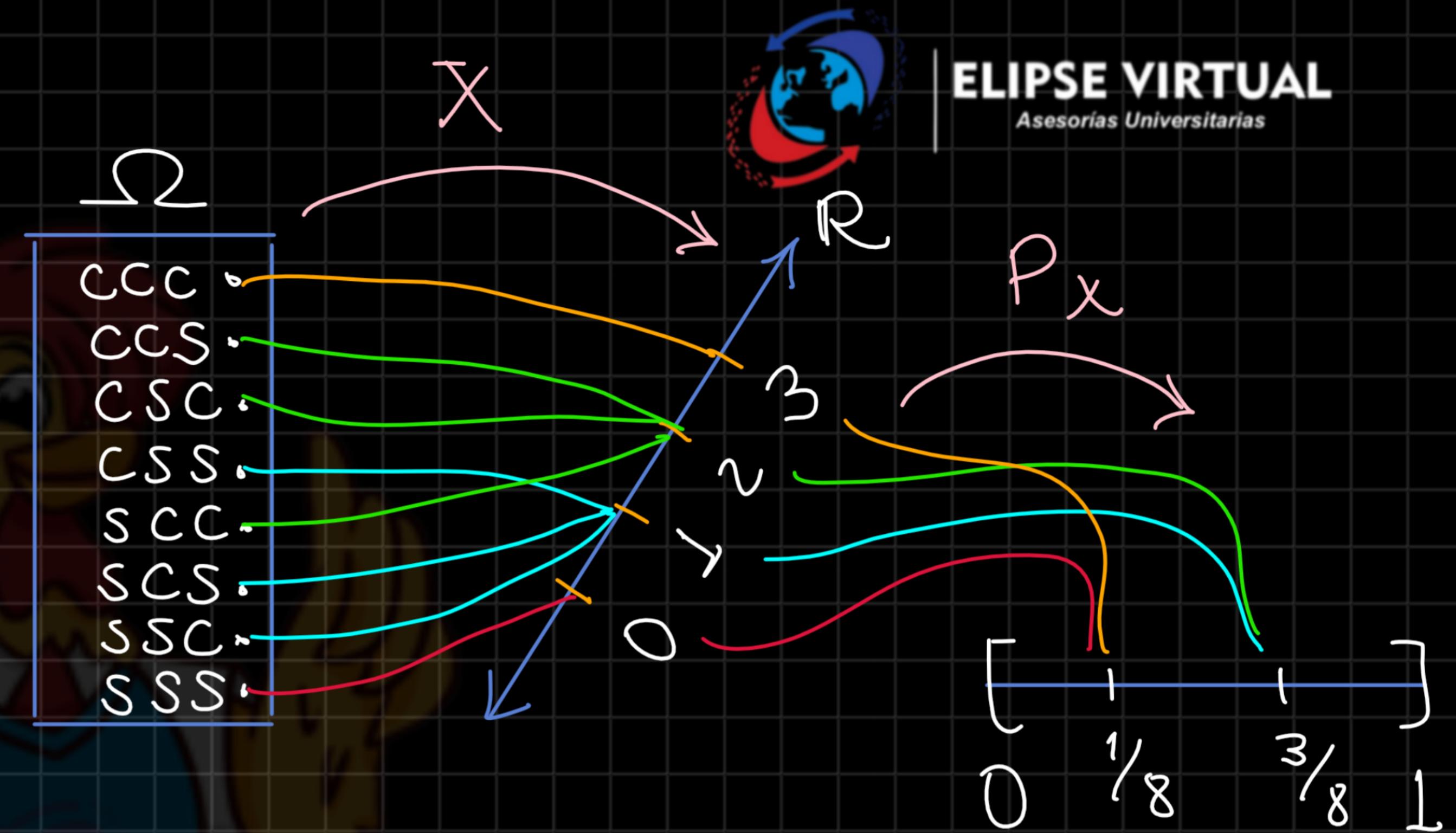
E: lanzar una moneda 3 veces

$$\Omega = \{(C,C,C); (C,C,S); (C,S,C); (C,S,S); (S,C,C); (S,C,S); (S,S,C); (S,S,S)\}$$

Se define la variable aleatoria

$\bar{X} : \# \text{ caras}$

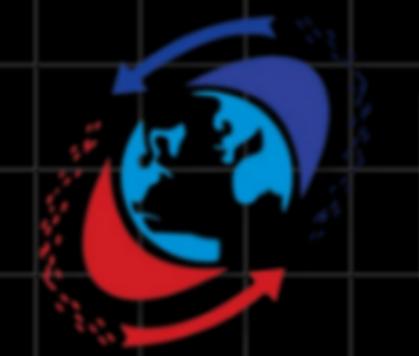
$$\text{Rango } X = \{0; 1; 2; 3\}$$



DISTRIBUCIÓN de probabilidad  
Es el conjunto de pares ordenados de la forma  $(x_i; p_i)$ .

Ej:

$x_i$	0	1	2	3
$p_i$	$1/8$	$3/8$	$3/8$	$1/8$



# 1) VARIABLE ALEATORIA DISCRETA (V.A.D.)

Sea  $X$  una V.A.D.

$$\text{Rango}(X) = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_n; \dots\}$$

Conj. Numerable

Ej:

\*  $X$ : # de artículos defectuosos en una muestra de 3.

$$\Rightarrow \text{Rango}(X) = \{0; 1; 2; 3\}$$

\*  $Y$ : # de lanzamientos de un dado hasta obtener 6.

$$\Rightarrow \text{Rango } Y = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$$

Función de probabilidad

$$f: \mathbb{R} \rightarrow [0; 1]$$

$$x_i \mapsto f(x_i) = P(X=x_i) = P(x_i) = p_i$$

Propiedades

i)  $f(x_i) \geq 0; \forall x_i \in R_x$

ii)  $\sum_{x_i \in R_x} f(x_i) = 1$

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_n$	$\dots$
$p_i$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\dots$	$p_n$	$\dots$

Observaciones  $R_X = \{X_1, X_2, X_3, \dots\}$

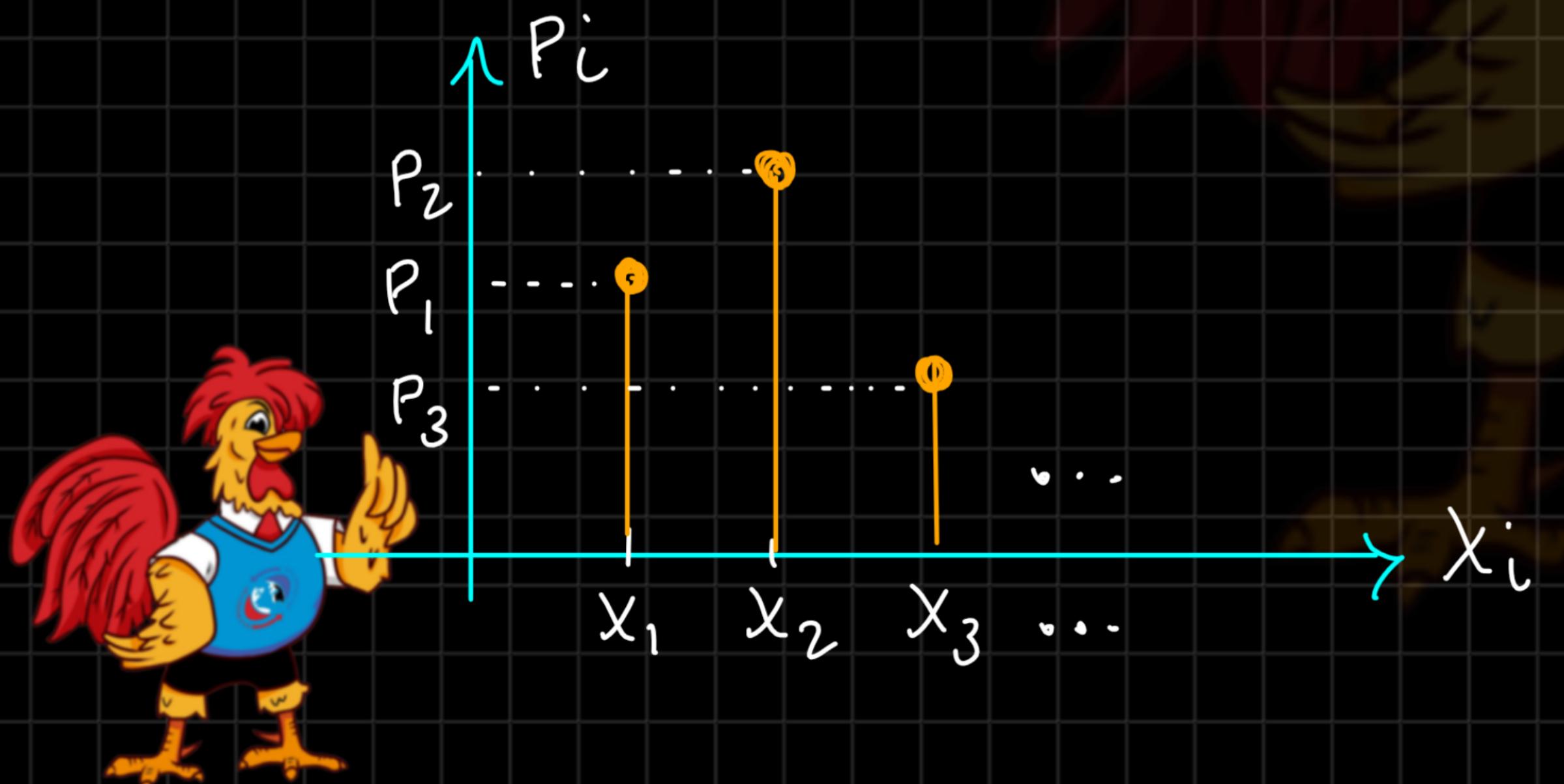
- $P(X=x_2) = P_2$

- $P(X \leq x_2) = P(X=x_1) + P(X=x_2)$

$$= P_1 + P_2$$

Gráfica

Función de probabilidad.



## Función de DISTRIBUCIÓN ACUMULADA

$$F(x_i) = P(X \leq x_i)$$

$$\Leftrightarrow F(x_1) = P(X \leq x_1) = P_1$$

$$F(x_2) = P(X \leq x_2) = P_1 + P_2$$

$$F(x_3) = P(X \leq x_3) = P_1 + P_2 + P_3$$

⋮

$$F(x) = \begin{cases} 0; & x < x_1 \\ P_1; & x_1 \leq x < x_2 \\ P_1 + P_2; & x_2 \leq x < x_3 \\ P_1 + P_2 + P_3; & x_3 \leq x < x_4 \\ \vdots \end{cases}$$

1. En una compañía aseguradora, el número "Y" de multas de tránsito que recibe al año un cliente cuyo carro está asegurado en la empresa, se modela con la siguiente distribución de probabilidades:

$$P_i = f_{Y_i} \rightarrow$$

Y	0	1	2	3
P[Y = y]	0,6	K	0,1	0,05

Al costo básico de renovación de la póliza se le aplica un recargo de  $(100Y^2 + 20)$  dólares.

- Determine el valor de "K"
- calcule el valor esperado y la varianza del número de multas
- calcule el valor esperado del recargo así como su coeficiente de variación.

• Y: # multas de tránsito ... empresa

$$\rightarrow \mathbb{R}_Y = \{0; 1; 2; 3\}$$

a) Propiedad:  $\sum_{Y_i \in \mathbb{R}_Y} P_i = 1$

$$\rightarrow 0,6 + K + 0,1 + 0,05 = 1$$

$$\rightarrow K = 0,25$$

b) Esperanza Matemática

$$\{ E(X) = \sum_{X \in \mathbb{R}_X} X_i \cdot P_i \}$$

## Varianza

$$\{ V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 \}$$

donde:  $\{ E(X^2) = \sum_{X \in \mathbb{R}_X} X_i^2 \cdot P_i \}$

\*  $E(Y) = 0 \cdot 0,6 + 1 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,05$

$$\rightarrow E(Y) = 0,60$$

\*  $E(Y^2) = 0^2 \cdot 0,6 + 1^2 \cdot 0,25 + 2^2 \cdot 0,1 + 3^2 \cdot 0,05$

$$\rightarrow E(Y^2) = 1,1$$

$$\rightarrow V(Y) = 1,1 - (0,60)^2 = 0,74$$

