③ Poissón [redacted]

CLASE 11

ELIPSE VIRTUAL
Asesorías Universitarias

- X es una V.A.D

N° veces que ocurre el evento

- $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ ← PARAMETRO (LAMBDA)

Promedio del evento en un Intervalo de tiempo

→ $\mathbb{R}_X = \{0; 1; 2; 3; \dots; +\infty\}$

$$\boxed{P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x}}{x!}}$$

Función de probabilidad

PROPIEDADES

$$\boxed{E(X) = \lambda} \qquad \boxed{V(X) = \lambda}$$

En R-studio

- $P(X = c) = \text{dpois}(c, \lambda)$
- $P(X \leq c) = \text{ppois}(c, \lambda)$

OBS: $P(\underbrace{X > c}_{A}) = 1 - P(\underbrace{X \leq c}_{A^c})$

Ejercicio 1

Una empresa electrónica observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de estos fallos es ocho,

a) ¿cuál es la probabilidad de que fallen 6 componentes en 100 horas?
b) ¿cuál es la probabilidad de que falle un componente en 25 horas?
c) ¿y de que fallen no más de dos componentes en 50 horas?

$R_X = \{0; 1; 2; \ldots; +\infty\}$

• X: N° de comp. que fallan antes de 100 horas

a) $X \sim Poisson(\lambda = 8)$ en 100 horas

$\therefore P(X=6) = dpois(6,8) = 0{,}122138$

b) Cambia el tiempo → Cambia "λ".

REGLA DE 3.

$8 \to 100$
$\lambda \to 25$ $\Rightarrow \lambda = 2$

$X \sim Poisson(\lambda = 2)$ en 25 horas

$\therefore P(X=1) = dpois(1,2)$
$= 0{,}270671$

c) REGLA DE 3.

$8 \to 100$
$\lambda \to 50$ $\Rightarrow \lambda = 4$

$X \sim Poisson(\lambda = 4)$
en 50 horas

$\therefore P(X \leq 2) = ppois(2,4)$
$= 0{,}238103$

Manualmente

a) X: # de componentes que fallan

$R_X = \{0; 1; 2; \dots; +\infty\}$

$X \sim \text{Poisson}(\lambda = 8)$ en 100 h.

función de prob.

$$\boxed{P(X=x) = \frac{e^{-8} \cdot 8^{x}}{x!}}$$

Piden

$$\therefore P(X=6) = \frac{e^{-8} \cdot 8^{6}}{6!}$$

$$= 0{,}122138$$

b) $X \sim \text{Poisson}(\lambda = 2)$ en 25 h.

función de prob.

$$\boxed{P(X=x) = \frac{e^{-2} \cdot 2^{x}}{x!}}$$

Piden

$$\therefore P(X=1) = \frac{e^{-2} \cdot 2^{1}}{1!}$$

$$= 0{,}270671$$

3. El número de animales atendidos en un consultorio veterinario se modela con una distribución de Poisson con una media de seis por hora.

a) (2 puntos) Calcule la probabilidad de que entre las 9 am y las 12 m. de cierto día se atienda menos de quince animales.

b) (2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran menos de quince minutos entre dos atenciones consecutivas?

variable

X : # animales atendidos...

$\rightarrow R_X = \{0; 1; 2; \ldots; +\infty\}$

$X \sim \text{Poisson}(\lambda = 6)$ en 1 hora

a) $X \sim \text{Poisson}(\lambda = 18)$ en 3 horas

Piden:

$$P(\underset{0;1;2;\ldots;14}{X} < 15) = P(X \leq 14)$$

$$= \text{ppois}(14, 18)$$

$$= 0{,}208077$$

b) Para modelar el tiempo se utiliza una V.A. continua llamada DIST. GAMMA.

Sea la V.A.C.

Y: tiempo que transcurre entre "2" atenciones (en minutos)

$$Y \sim \text{Gamma}\left(\alpha = 2; \lambda = \frac{6}{60}\right)$$

```
pgamma(15,2,0.10)
# P(Y<=15) = 0.4421746
```

DISTRIBUCIONES CONTINUAS

Distribucion Exponencial

X es una V.A.C.

$\mathbb{R}_X = \langle 0; +\infty \rangle$

Función de densidad

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\beta} \cdot e^{-\frac{1}{\beta}x}}$$

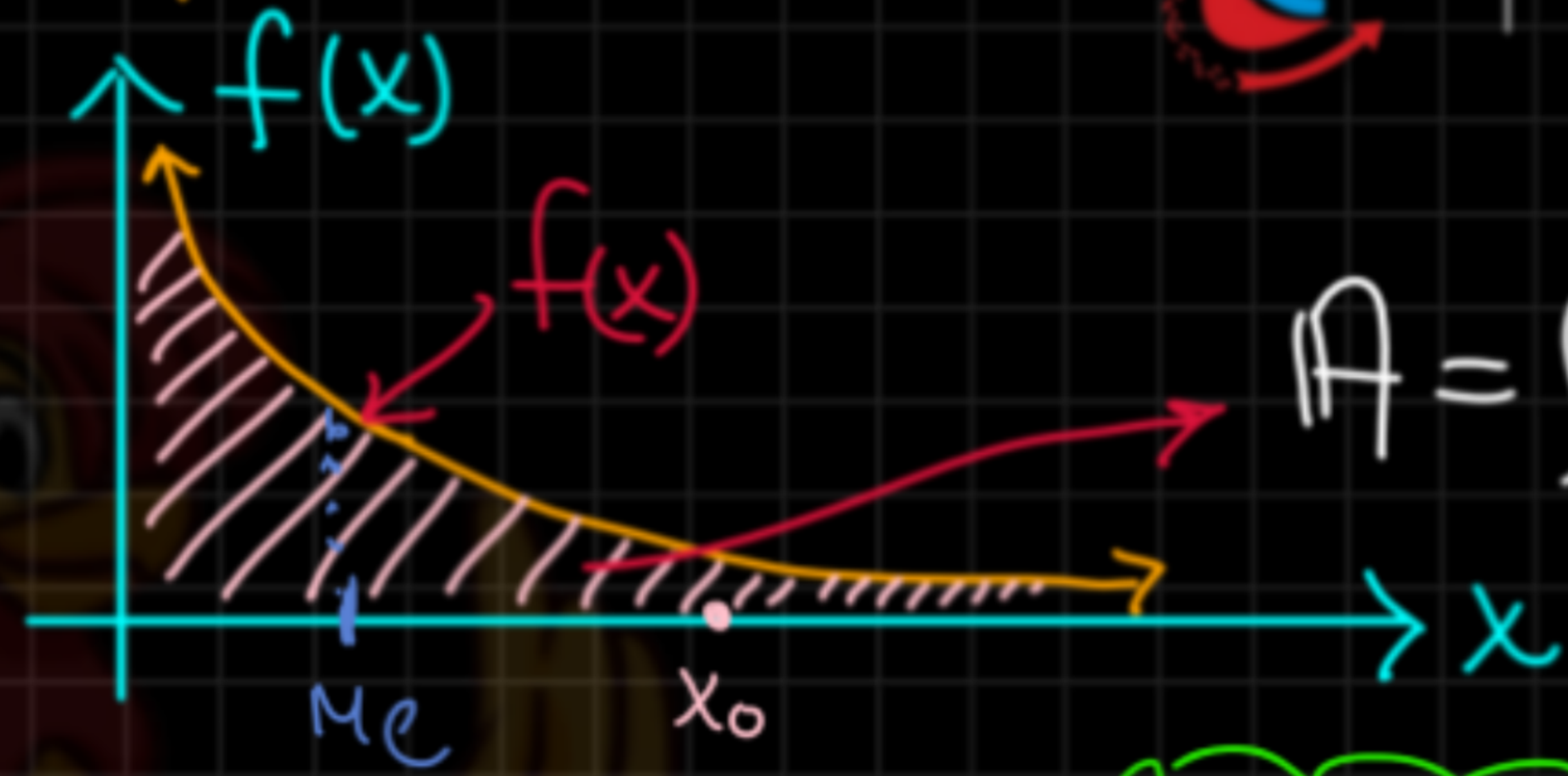
$$\lambda = \frac{1}{\beta}$$

NOTACIÓN $X \sim Exp\left(\frac{1}{\beta}\right)$

Función de distribución Acumulada

$$\boxed{F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = 1 - e^{-\frac{1}{\beta}x}}$$

Grafica



$$A = \int_{\mathbb{R}_X} f(x)\,dx = 1$$

Propiedades

$$Me = \beta \cdot \ln 2$$

$$\boxed{E(X) = \beta} \qquad \boxed{V(X) = \beta^2}$$

En R-studio

- $P(X \leq x) = $ pexp $(x, 1/\beta)$
- $P(X \leq c) = p \rightarrow c = $ qexp $(p, 1/\beta)$