VARIABLE ALEATORIA CONTINUA   CLASE 9

Si X es una V.A.C.

$$\text{Rango}(X) \begin{cases} \langle a; b\rangle \\ \langle a; +\infty\rangle \\ \langle -\infty; +\infty\rangle \end{cases} \Bigg\} \text{ Conj. NO Numerable}$$

Ejs:

* X: tiempo de duración de un foco.

$\Rightarrow R_X = \langle 0; +\infty\rangle$

* Y: porcentaje de gasto mensual de una tarjeta de credito.

$\Rightarrow R_Y = [0; 100]$

W: nota de un estudiante

$\Rightarrow R_W = [0; 20]$

Función de densidad

$$f(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$$
$$x \mapsto f(x) = f_X$$

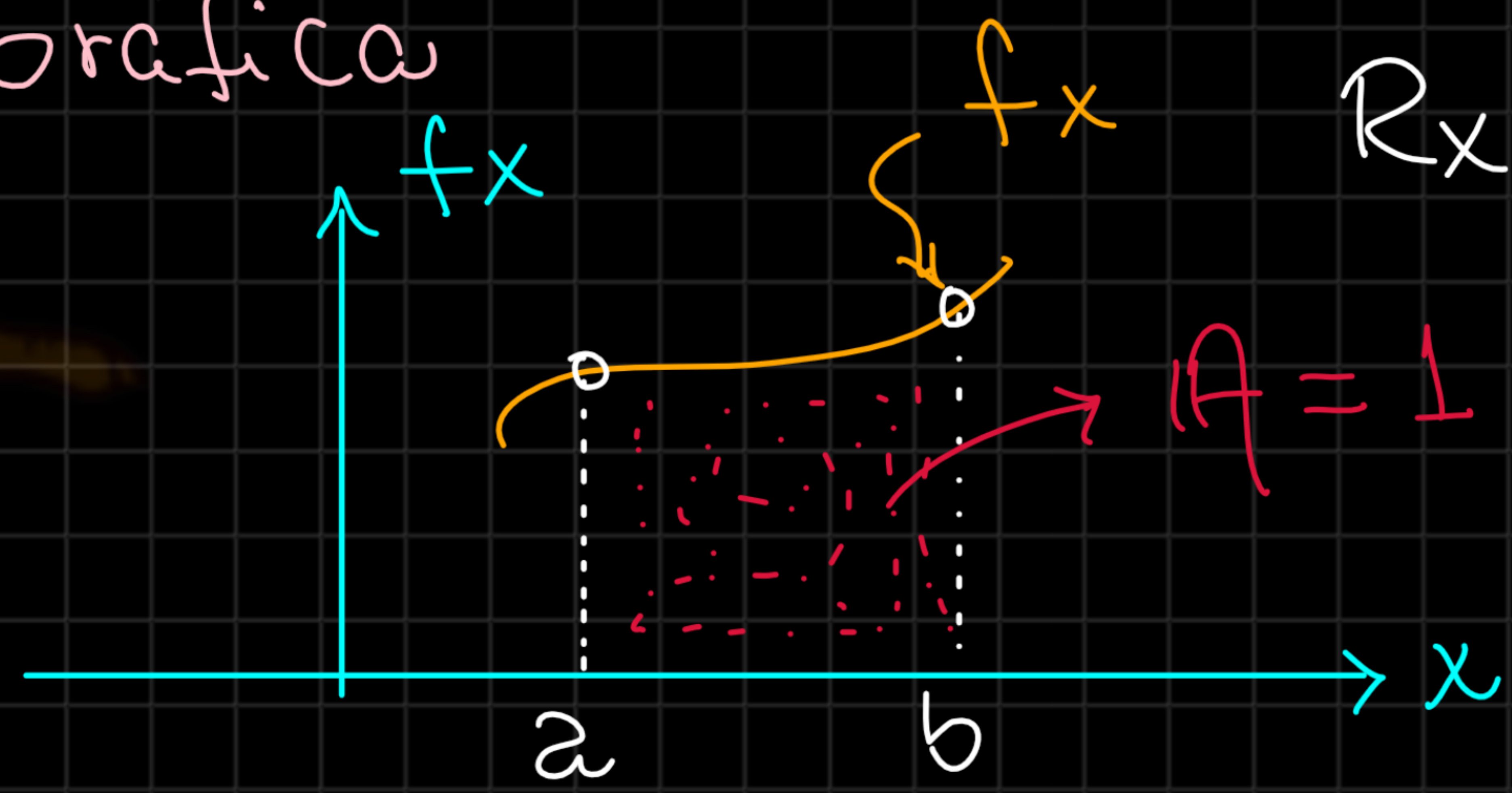
Condiciones

i) $\boxed{f(x) \geq 0 \; ; \; \forall x \in R_X}$

ii) $\boxed{\int_{R_X} f(x)\,dx = 1} \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

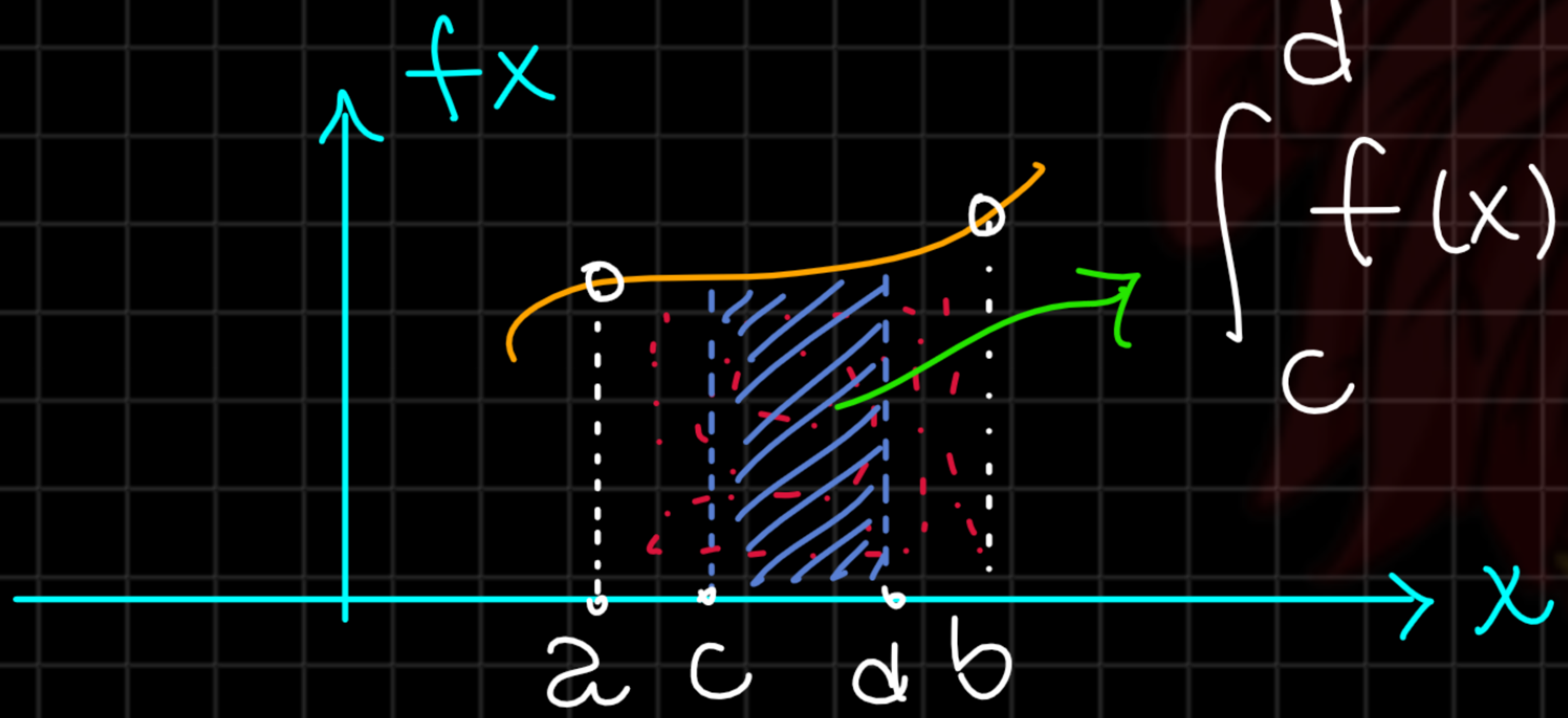
Gráfica

$R_X = \langle a; b\rangle$



Observaciones

- f_x no es una probabilidad
- Para calcular las probabilidades tenemos que integrar $f(x)$



$$\int_c^d f(x)\,dx$$

$$P(c \leq X \leq d) = \int_c^d f(x)\,dx$$

- $P(X=c)=0$

Función de Distribución Acumulada

$$\boxed{F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt}$$

Obs:
- $P(X \leq c) = F(c)$
- $P(c \leq X \leq d) = P(X \leq d) - P(X \leq c)$

$$= F(d) - F(c)$$

PROPIEDADES

- $\boxed{E(x) = \int_{Rx} f(x) \cdot x\,dx}$ ← Esperanza (Media)
- $\boxed{E(x^2) = \int_{Rx} f(x) \cdot x^2\,dx}$
- $\boxed{V(x) = E(x^2) - (E(x))^2}$ ← Varianza.

3. Suponga que la demanda diaria (en kilogramos) de azúcar en un supermercado es una variable aleatoria X con función de densidad de probabilidad:

$$f(x)=\begin{cases} kx; & 0 \le x \le 500 \\ k(1000-x); & 500 \le x \le 1000 \end{cases}$$

a) Determine el valor de la constante k.

b) Calcule la probabilidad de que en un día cualquiera el supermercado venda entre 250 y 750 kilogramos.

X: demanda diaria de azucar en Kg.

a) PROPIEDAD $\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1}$

$$\to \int_0^{500} k.x\,dx + \int_{500}^{1000} k(1000-x)\,dx = 1$$

$$\to k.\frac{x^2}{2}\Big|_0^{500} + k.\left(1000.x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{500}^{1000} = 1$$

$$\to k.125000 + k.125000 = 1$$

$$\to k = \frac{1}{250000}$$

b) $P(250 \leq X \leq 750) =$

$$= \int_{250}^{750} fx\,dx$$

$$= \int_{250}^{500} fx\,dx + \int_{500}^{750} fx\,dx$$

$$= \int_{250}^{500} k.x\,dx + \int_{500}^{750} k.(1000-x)\,dx$$

$$= 0{,}375 + 0{,}375$$

$$= 0{,}750$$

6. La proporción de su presupuesto anual que una compañía dedica al mantenimiento de sus máquinas es una variable aleatoria "X" con función de densidad:

$$f(x) = c.(x + 1); \text{ si: } 0 < x < 1$$

a) Halle el valor de la constante "c"
b) Encuentre la distribución acumulada y la mediana de la variable "X".
c) Si la proporción del presupuesto anual dedicado al mantenimiento de sus máquinas es de al menos 0,20, ¿qué probabilidad hay de que esta proporción no supere el 0,80?

dado que $X \geq 0{,}20$

ELIPSE VIRTUAL
Asesorías Universitarias

- X: proporción del presupuesto anual ...
- $R_X = \langle 0; 1 \rangle$

a) PROPIEDAD $\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1}$

$$\to \int_0^1 c(x+1)\,dx = 1$$

$$\to c\int_0^1 (x+1)\,dx = c.\left(\frac{x^2}{2} + x\right)\Big|_0^1 = 1$$

$$\to c.1{,}5 = 1 \to c = \frac{2}{3}$$

b) Función de distribución Acumulada

$$\boxed{F_{(x)} = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt}$$

$$\to F(x) = \int_0^x \frac{2}{3}(t+1)\,dt$$

$$\to F(x) = \frac{2}{3}\cdot\left(\frac{t^2}{2} + t\right)\Big|_0^x$$

$$\to F(x) = \frac{2}{3}\left(\frac{x^2}{2} + x\right)$$

NOTA: $\boxed{F(c) = P(X \leq c)}$