El monto en soles de los ahorros de los clientes de una financiera se asume que sigue una distribución exponencial con media 4,000 soles. La financiera cataloga a sus clientes con ahorros superiores a los S/. 5,000 como preferenciales. dado que

β

- a) Calcule la probabilidad que un cliente sea preferencial.
- b) Si se conoce que un cliente es preferencial, calcule la probabilidad que su monto de ahorro sea menor a 6,000 soles.
- c) Si a Ud. le asignan al azar a 6 clientes ¿Cuál es la probabilidad de que le toquen al menos 2 clientes preferenciales?
- d) Calcule la mediana del monto en soles de los ahorros de los clientes de la financiera.

X : Monto de ahorro en S/.

$$X \sim Exp\left(\tfrac{1}{\beta} = \tfrac{1}{4000}\right)$$

F.D : $f(x) = \dfrac{1}{4000} \cdot e^{-\frac{x}{4000}}$

F.D.A : $\boxed{F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{4000}}}$

OBS: $F(x_0) = P(X \leq x_0)$

a) $P(X > 5000) = 1 - P(X \leq 5000)$

$= 1 - F(5000)$

$= 1 - \text{pexp}(5000, 1/4000)$

$= 0{,}286505$

b) $P(X < 6000 / X > 5000) =$

$$= \frac{P(X < 6000 \cap X > 5000)}{P(X > 5000)}$$

$$= \frac{P(5000 < X < 6000)}{P(X > 5000)}$$

OBS: $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$

Reemplazamos:

$$= \frac{F(6000) - F(5000)}{1 - F(5000)} = \frac{pexp(6000, 1/4000) - pexp(5000, 1/4000)}{1 - pexp(5000, 1/4000)} = 0{,}221199$$

c) Y : N° clientes preferenciales $\rightarrow R_Y = \{0; 1; 2; 3; \ldots; 6\}$

V.A.D

$$Y \sim B(n = 6 \,;\, p = P(X > 5000) = 0{,}286505)$$

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y < 2) = 1 - P(Y \leq 1)$$

$$= 1 - pbinom(1, 6, 0.286505) = 0{,}550207$$

d) $P(X \leq Me) = 0{,}50 \rightarrow F(Me) = 0{,}50 \rightarrow 1 - e^{-\frac{Me}{4000}} = 0{,}50$

$$\rightarrow 0{,}50 = e^{-\frac{Me}{4000}} \rightarrow Me = 4000 . \ln 2 = 2772{,}59$$

8. El tiempo de vida útil, en meses, de un producto es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad exponencial de media 10. $\leftarrow \beta$

a) Calcule la probabilidad de que el producto dure más de 30 meses.

b) Cada unidad del producto se vende a \$1000 con una garantía de duración de 6 meses que consiste en cambiar por otro nuevo (una sola vez). Si el costo de producción por unidad del producto es de \$660, ¿cuánto es la utilidad esperada por unidad?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 1 de 10 unidades del producto dure al menos 12 meses? $X \geq 12$

variable

X: tiempo de vida útil ... en meses

$X \sim Exp\left(1/\beta = 1/10 \right)$

DATO: $E(x) = 10 \rightarrow \beta = 10$

F.D. $f(x) = \frac{1}{10} \cdot e^{-\frac{x}{10}}$

FA. $\boxed{F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{10}}}$

a) Piden: $P(X > 30)$

$= 1 - P(X \leq 30)$

$= 1 - F(30)$

$= 1 - \left(1 - e^{-\frac{30}{10}}\right)$

$= 0{,}049787$

En R-studio

- $P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30)$

$= 1 - pexp(30, 1/10)$

$= 0{,}049787$

b) variable

Y : utilidad de la empresa (V.A.D.)

X	Y	P_Y
$X<6$	-320	P_1
$X\geq 6$	340	P_2

↳ Dist. de prob de Y.

Calculamos

- $P_1 = P(X \leq 6) = \text{pexp}(6, 1/10) = 0{,}451188$
- $P_2 = P(X > 6) = 1 - P_1 = 0{,}548812$

Piden:

$$E(Y) = \sum_{i=1}^{2} y_i \cdot p_i = -320 \cdot 0{,}451188 + 340 \cdot 0{,}548812$$

$$\therefore E(Y) = 42{,}21568$$

c) $\circ\ p = P(X \geq 12) = 1 - P(X < 12)$

$$\rightarrow p = 1 - \text{pexp}(12, 1/10) = 0{,}3011942$$

variable

W: # de artículos que duran al menos 12 meses $\rightarrow R_W = \{0; 1; 2; \ldots; 10\}$

$$W \sim B(n = 10\ ;\ p = 0{,}3011942)$$

Piden: $P(W \geq 1) = 1 - P(W < 1)$

$$= 1 - P(W = 0)$$

$$= 1 - \text{dbinom}(0, 10, 0.301194)$$

$$= 0{,}9722307$$