



El monto en soles de los ahorros de los clientes de una financiera se asume que sigue una distribución exponencial con media 4,000 soles. La financiera cataloga a sus clientes con ahorros superiores a los S/. 5,000 como preferenciales.

dado que

- ① Calcule la probabilidad que un cliente sea preferencial.
- ② Si se conoce que un cliente es preferencial, calcule la probabilidad que su monto de ahorro sea menor a 6,000 soles.
- ③ Si a Ud. le asignan al azar a 6 clientes ¿Cuál es la probabilidad de que le toquen al menos 2 clientes preferenciales?
- ④ Calcule la mediana del monto en soles de los ahorros de los clientes de la financiera.

X : Monto de ahorro en S/.

$$X \sim \text{Exp}(\lambda = 1/4000)$$

$$\text{F.D.: } f(x) = \frac{1}{4000} \cdot e^{-\frac{x}{4000}}$$



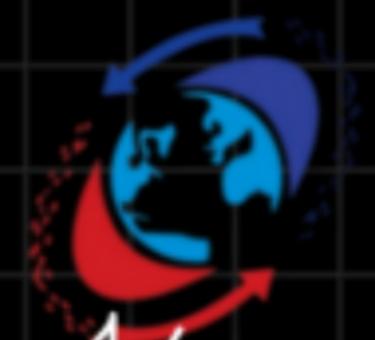
$$\text{F.D.A.: } F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{4000}}$$

$$\text{OBS: } F(x_0) = P(X \leq x_0)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X > 5000) &= 1 - P(X \leq 5000) \\ &= 1 - F(5000) \\ &= 1 - \text{pexp}(5000, 1/4000) \\ &= 0,286505 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X < 6000 \mid X > 5000) &= \frac{P(X < 6000 \cap X > 5000)}{P(X > 5000)} \\ &= \frac{P(5000 < X < 6000)}{P(X > 5000)} \end{aligned}$$

$$\text{OBS: } P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$



Reemplazamos:

$$= \frac{F(6000) - F(5000)}{1 - F(5000)} = \frac{p\exp(-6000/4000) - p\exp(-5000/4000)}{1 - p\exp(-5000/4000)} = 0,221199$$

c) Y : N° clientes preferenciales $\rightarrow RY = \{0, 1, 2, 3, \dots, 6\}$
V.A.D $Y \sim B(n=6; p = P(X > 5000) = 0,286505)$

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y < 2) = 1 - P(Y \leq 1)$$

$$= 1 - p\text{binom}(1, 6, 0.286505) = 0,550207$$



d) $P(X \leq M_C) = 0,50 \rightarrow F(M_C) = 0,50 \rightarrow 1 - e^{-\frac{M_C}{4000}} = 0,50$

$$\rightarrow 0,50 = e^{-\frac{M_C}{4000}} \rightarrow M_C = 4000 \cdot \ln 2 = 2772,59$$

8. El tiempo de vida útil, en meses, de un producto es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad exponencial de media 10. $\leftarrow \beta$
- Calcule la probabilidad de que el producto dure más de 30 meses.
 - Cada unidad del producto se vende a \$1000 con una garantía de duración de 6 meses que consiste en cambiar por otro nuevo (una sola vez). Si el costo de producción por unidad del producto es de \$660, ¿cuánto es la utilidad esperada por unidad? $x \geq 12$
 - ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 1 de 10 unidades del producto dure al menos 12 meses?

Variable

X : tiempo de vida útil ... en meses

$$X \sim \text{Exp}(\lambda/\beta = 1/10)$$

DATO: $E(X) = 10 \rightarrow \beta = 10$

F.D. $f(x) = \frac{1}{10} \cdot e^{-\frac{x}{10}}$

FA. $F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{10}}$



a) Piden: $P(X > 30)$

$$= 1 - P(X \leq 30)$$

$$= 1 - F(30)$$

$$= 1 - (1 - e^{-\frac{30}{10}})$$

$$= 0,049787$$

En R-studio

• $P(X > 30) = 1 - P(X \leq 30)$

$$= 1 - \text{pexp}(30, 1/10)$$

$$= 0,049787$$



b) variable
 y : utilidad de la empresa (V.A.D.)

X	y	P_y
$X < 6$	-320	P_1
$X > 6$	340	P_2

Calculamos

• $P_1 = P(X < 6) = P(\exp(6, 1/10)) = 0,451188$

• $P_2 = P(X > 6) = 1 - P_1 = 0,548812$

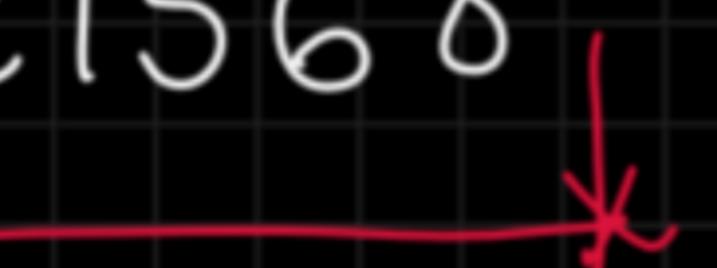
↳ DIST. de prob
 de y .

Piden:

$$E(y) = \sum_{i=1}^2 y_i \cdot P_i = -320 \cdot 0,451188 + 340 \cdot 0,548812$$



∴ $E(y) = 42,21568$



c) $P = P(X \geq 12) = 1 - P(X < 12)$



$$\Rightarrow P = 1 - P \exp(12, 1/10) = 0,3011942$$

variable

W : # de artículos que duran al menos 12 meses $\rightarrow R_W = \{0; 1; 2; \dots; 10\}$

$$W \sim B(n=10; p=0,3011942)$$

Piden: $P(W \geq 1) = 1 - P(W < 1)$

$$= 1 - P(W=0)$$

$$= 1 - d \text{ binom}(0, 10, 0.301194)$$

$$= 0,9722307$$

