

# 数字逻辑设计

高翠芸

School of Computer Science

gaocuiyun@hit.edu.cn

# 目 录

---

- **多级门电路** (Multi-Level Circuits)
- **两级门电路的设计**
- **多输出电路的设计**
- **多级门电路实例**

# 多级门电路

前提：忽略输入端原、反变量的差别.

门的级数——

电路输入与输出之间串联的门的最大数值

## □ 二级电路

*AND-OR* 电路(积之和)

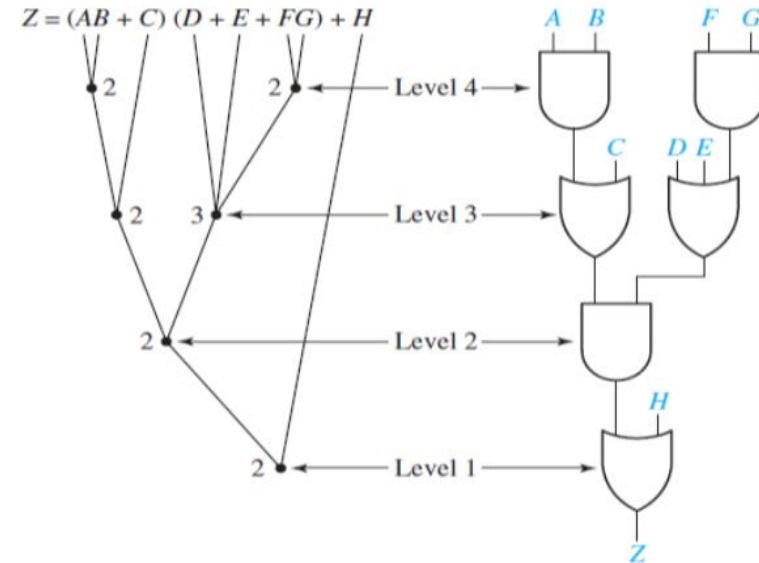
*OR-AND* 电路(和之积)

## □ 三级电路

*OR-AND-OR* 电路

□ 各门没有特定的排列顺序

□ 输出门可以使与门也可以是或门



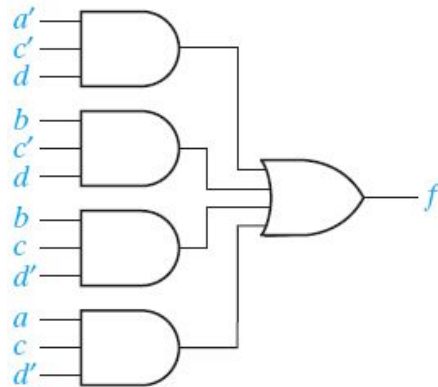
# 多级门电路

## 1. 二级电路

*AND-OR* 电路 (积之和)

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

5个门, 16 个输入端

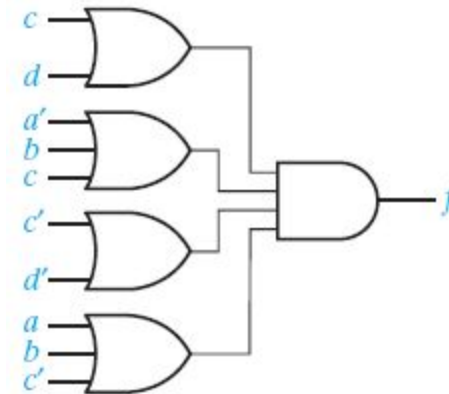


*OR-AND* 电路 (和之积)

$$f = (c + d)(a' + b + c)(c' + d')(a + b + c')$$

5个门, 14 个输入端

		<i>ab</i>			
		00	01	11	10
<i>cd</i>	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	0
	11	0	0	0	0
	10	0	1	1	1



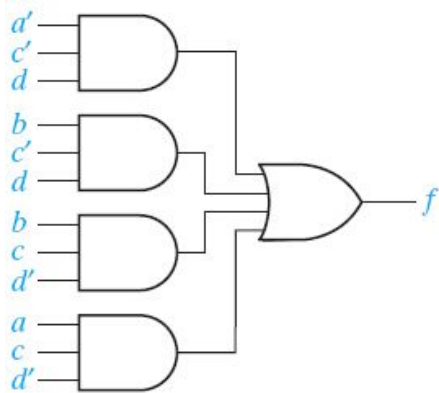
# 多级门电路

## 1. 二级电路

*AND-OR* 电路(积之和)

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

5个门, 16 个输入端

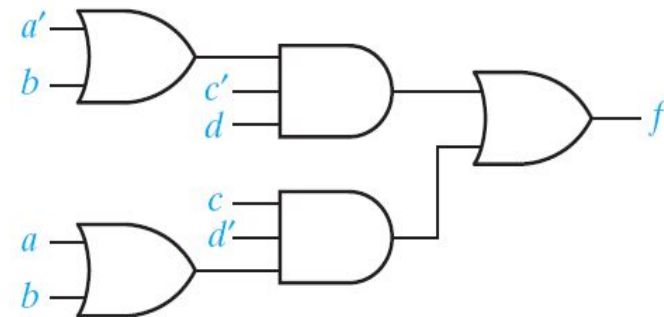


## 2. 三级电路

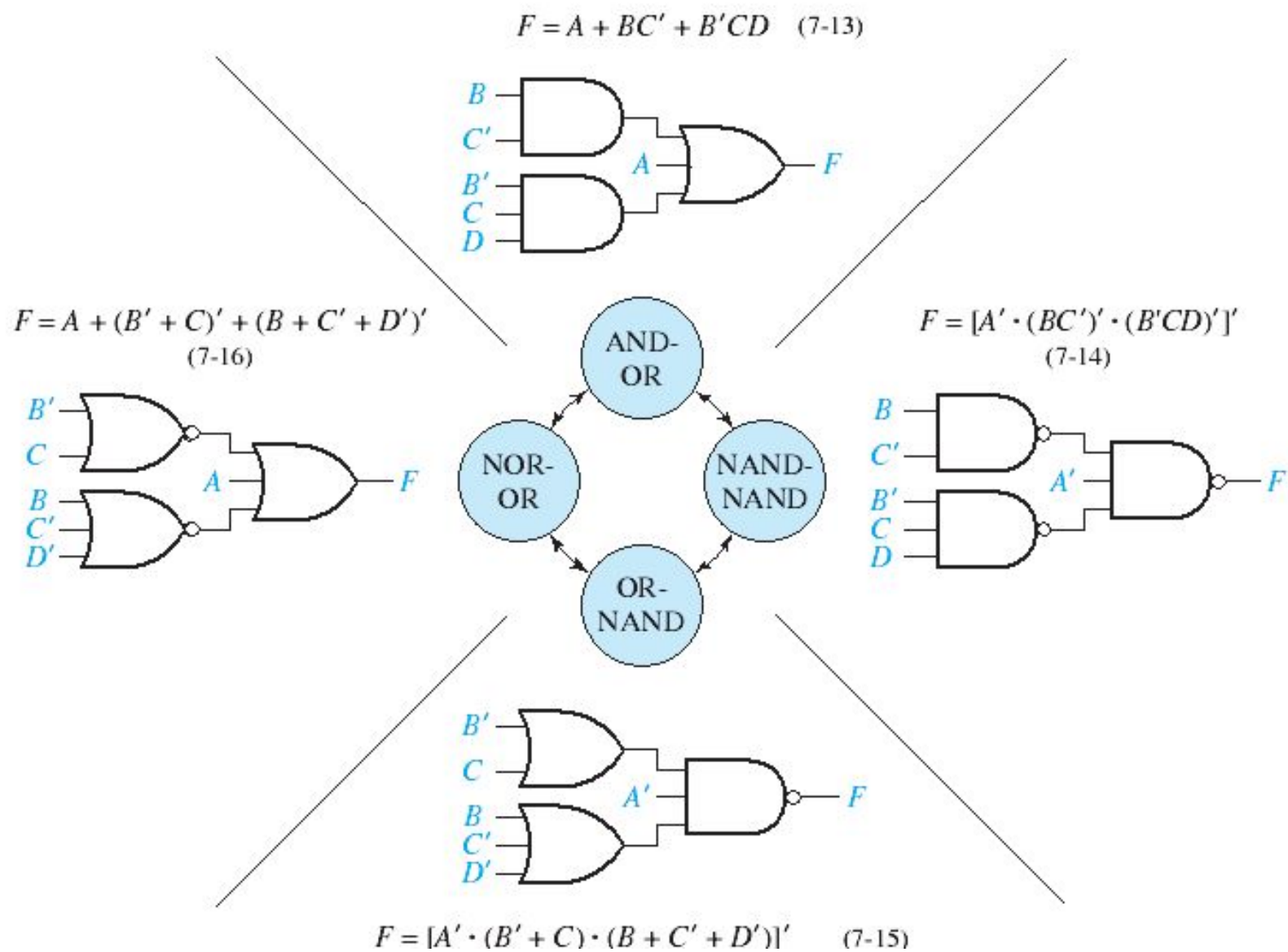
*OR-AND-OR* 电路

$$f = c'd(a' + b) + cd'(a + b)$$

5个门, 12 个输入端

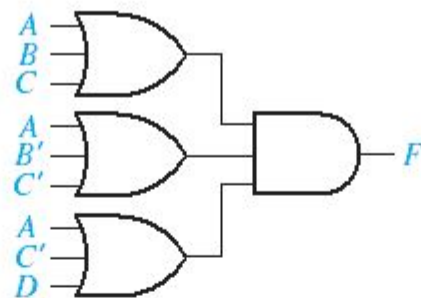


# 二级门电路的8种基本形式——1

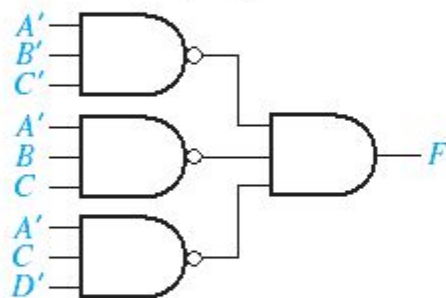


# 二级门电路的8种基本形式——2

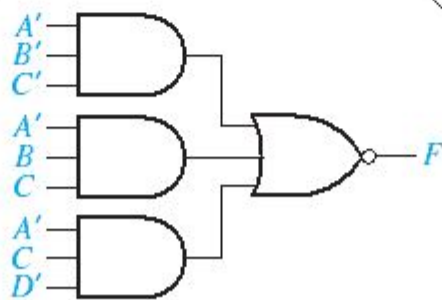
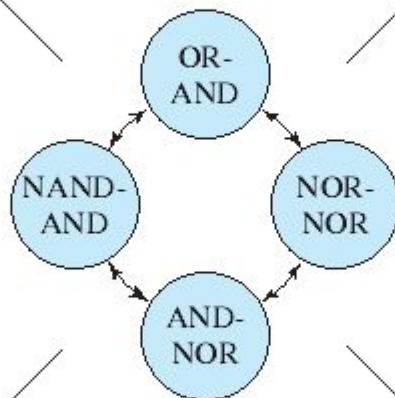
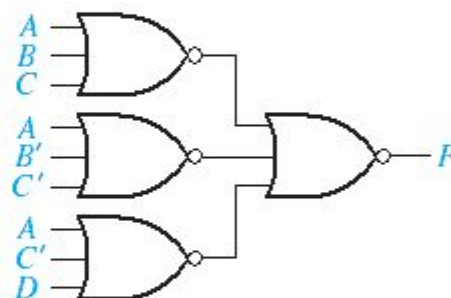
$$F = (A + B + C)(A + B' + C')(A + C' + D) \quad (7-18)$$



$$F = (A'B'C')' \cdot (A'BC)' \cdot (A'CD')' \quad (7-21)$$



$$F = [(A + B + C)' + (A + B' + C')' + (A + C' + D)']' \quad (7-19)$$



$$F = (A'B'C' + A'BC + A'CD')' \quad (7-20)$$

# 多级门电路设计实例

---

□ 设计组合电路, 对输入的2个二进制数  $X=X_1X_2$  和  $Y=Y_1Y_2$  比较, 当  $X>Y$ , 输出  $F=1$ ; 否则,  $F=0$ .



# 目 录

---

- 多级门电路(Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

# 二级门电路的设计

任何逻辑都可以用二级门电路实现

$$F(X,Y,Z) = \sum_{XYZ} (1,6,7) = \prod_{XYZ} (0,2,3,4,5)$$

$$F'(X,Y,Z) = \sum_{XYZ} (0,2,3,4,5) = \prod_{XYZ} (1,6,7)$$

**NAND and NOR gates:**

**相比与门、或门——速度更快；价格便宜；使用的器件更少**

# 二级门电路的设计方法

## 1. 使用单一逻辑门(与非门)设计最简二级电路

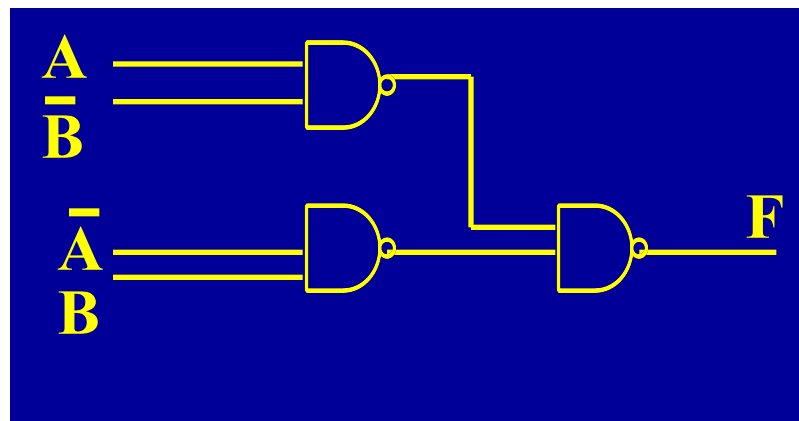
给定: 最简与或式

Method 1:  $(F')'$

$$F = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$\overline{\overline{\bar{A}B + A\bar{B}}}$$

$$= \overline{\bar{A}B} \cdot \overline{A\bar{B}}$$

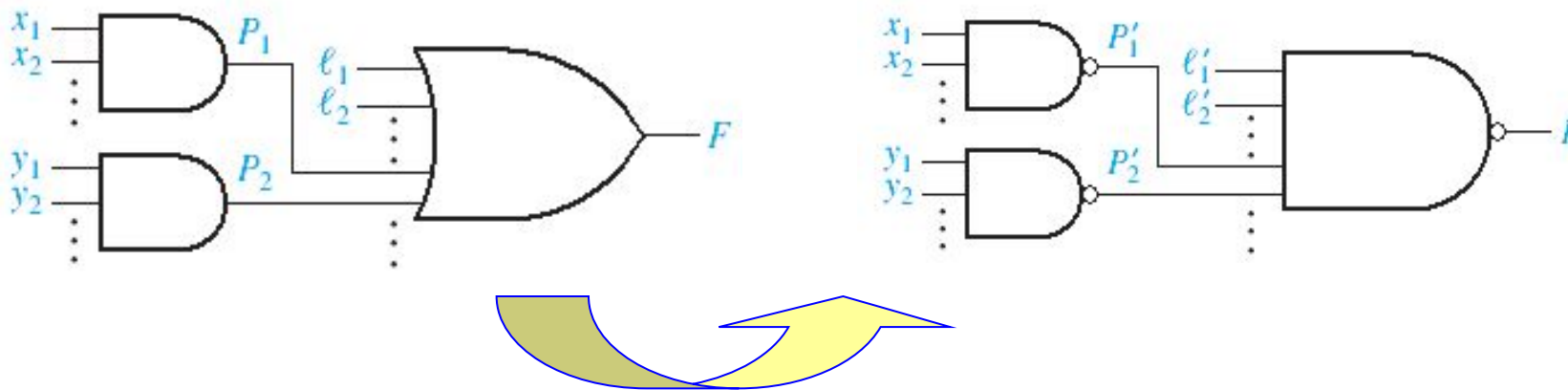


# 二级门电路设计

给定: 最简与或式

Method 2:

1. 找出F的最简积之和式.
2. 画出二级与或电路(**AND-OR**).
3. 用**与非门替换**所有逻辑门.
4. 将连接输出门的所有**单个变量取反**



# 二级门电路设计

## 2. 使用单一逻辑门(或非门)设计最简二级电路

给定: 最简与或式

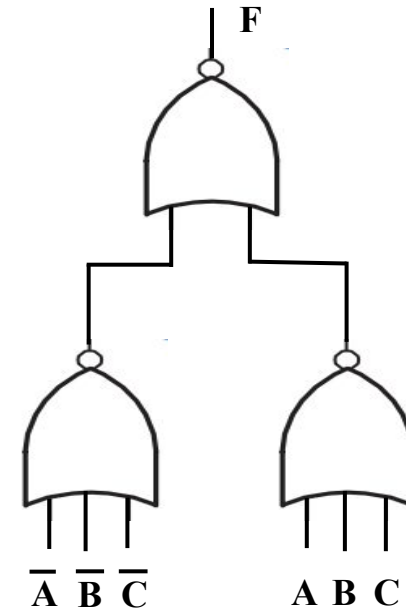
Method 1:  $(F^D)^D$

$$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$$

$$\begin{aligned} F^D &= (A + \bar{B}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + C) \\ &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC \end{aligned}$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}} \cdot \overline{\overline{ABC}}$$

$$F = (F^D)^D = \overline{(A + B + C)} + \overline{(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})}$$



# 二级门电路设计

---

给定: 最简与或式

Method 2:

1. 找出F的最简和之积式.
2. 画出二级或与电路(OR-AND ).
3. 用或非门替换所有逻辑门.
4. 将连接输出门的所有单个变量取反

# 二级门电路设计

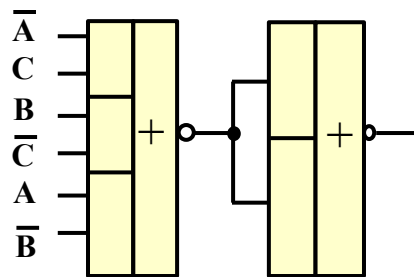
## 3. 使用单一逻辑门(与或非门)设计最简二级电路

给定: 最简与或式

● Method :  $(F')'$

$$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$$

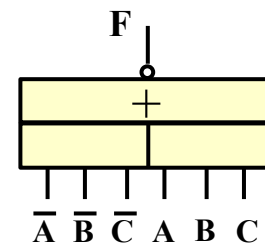
$$\overline{\overline{F}} = \overline{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}$$



$$\bar{F} = \overline{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$F = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC}$$



# 正逻辑与负逻辑

---

- **客观：只要电路组成一定，其输入与输出的电位关系就唯一被确定下来**
- **主观：输入与输出的高低电位被赋予什么逻辑值是人为规定的**



例:某电路

真值表

A	B	F
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

与门

真值表

A	B	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

或门

正逻辑

负逻辑

# 正逻辑与负逻辑

---

对于同一电路

- 可以采用正逻辑，也可以采用负逻辑
- 它不会影响电路结构，但是会影响电路逻辑功能。

正逻辑

与

或

与非

或非

异或

同或

负逻辑

与

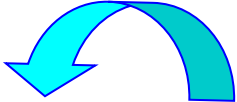
或

与非

或非

异或

同或



A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0


与非门

正混合逻辑

输入: H=1  
L=0  
输出: H=0  
L=1

负混合逻辑

输入: H=0  
L=1  
输出: H=1  
L=0



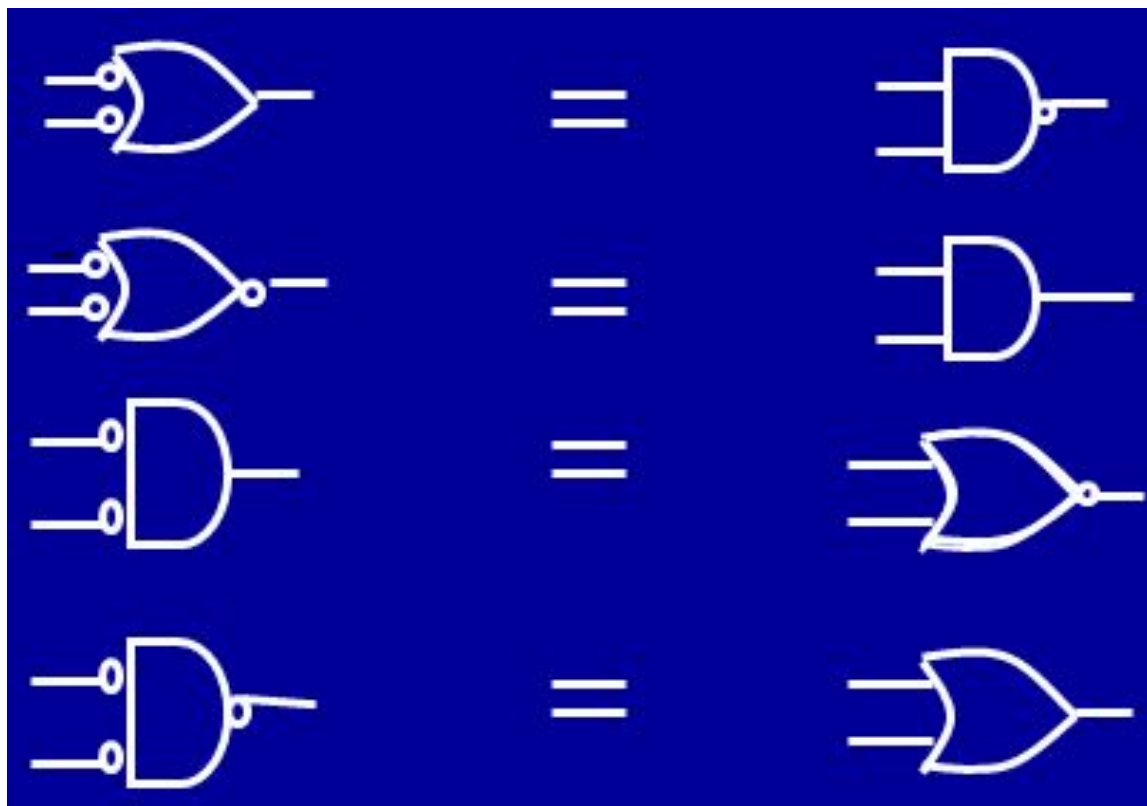
A	B	F
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

或非门

**正逻辑——高电平有效**

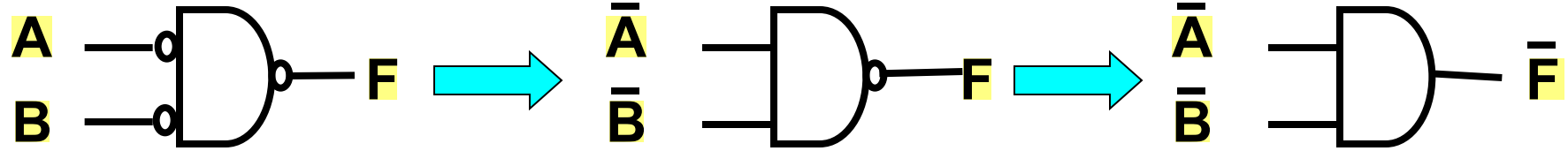
**负逻辑——低电平有效**

- **逻辑符号——用带小圆圈的门符号表示**

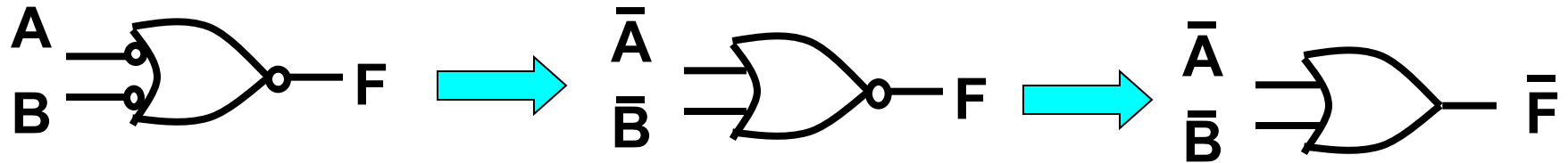


# 正、负逻辑的变换定理

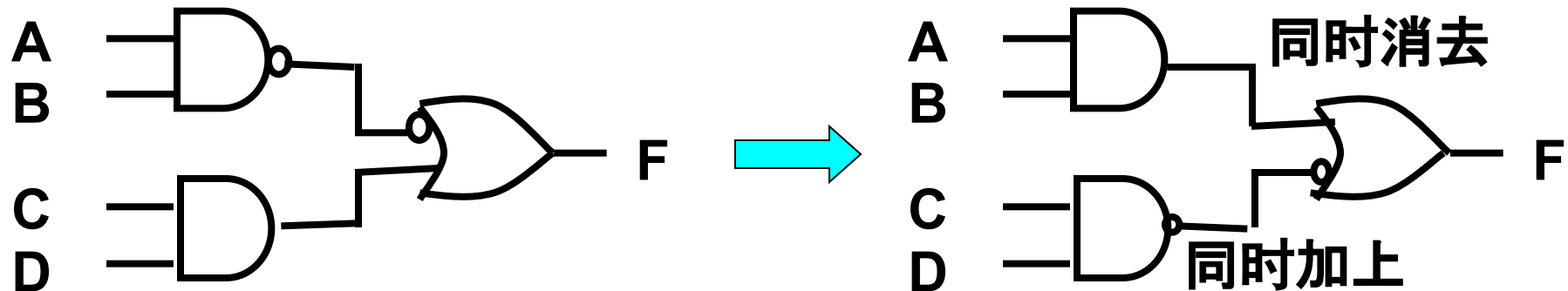
## 定理1:



## 定理2:



## 定理3:



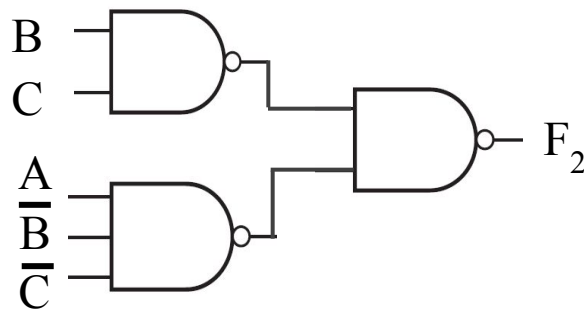
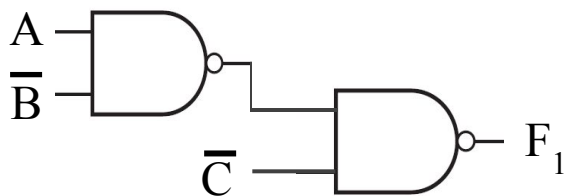
# 目 录

---

- 多级门电路(Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

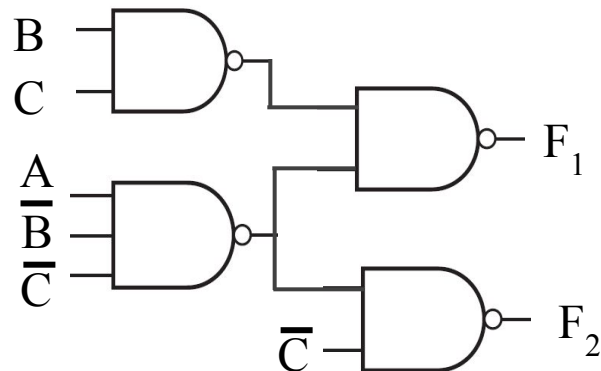
# 多输出电路的设计—代数法

利用与非门设计二级电路:  $F_1 = C + A\bar{B}$ ,  $F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$



关键：寻找共享项，追求整体最简

$$\begin{aligned} F_1 &= C + A\bar{B} \\ &= C + A\bar{B}(C + \bar{C}) \\ &= \textcolor{red}{C} + A\bar{B}\textcolor{red}{C} + A\bar{B}\bar{C} \\ &= C + A\bar{B}\bar{C} \end{aligned}$$



# 多输出电路的设计—卡诺图法

$F_1$

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	1	0

$$F_1 = C + A\bar{B}\bar{C}$$

$F_2$

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	0	1	0

$$F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$$

关键：寻找**共享项**，追求整体最简



# 多输出电路的设计—卡诺图法

$F_1$

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	1	0
0	1	0	0	0
1	1	1	0	0

$$F_1 = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C$$

$F_1$

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	1	0
0	1	0	0	0
1	1	1	0	0

$F_2$

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	1	0
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0

$$F_2 = AB + BC$$

$F_2$

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	1	0
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0

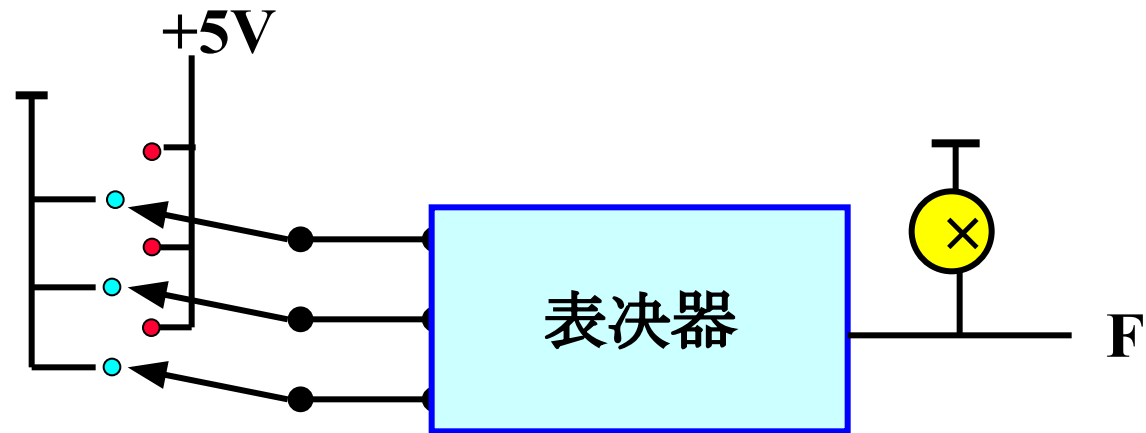
# 目 录

---

- 多级门电路(Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

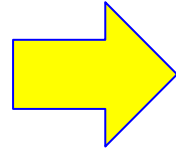
# 三人表决器设计

- 少数服从多数  
真值表



# 举重比赛裁判电路设计

- 一个主裁判，两个副裁判
- 比赛结果用红、绿两只灯显示



- 两灯都亮：成功
- 只有红灯亮：需讨论
- 其他：未成功

## 规则

1. 红绿两只灯都亮：
  - 三个裁判均按下自己的按钮；
  - 两个裁判（其中有一个是主裁判）按下自己的按钮；
2. 只红灯亮：
  - 两个裁判（均是副裁判）；
  - 只一个主裁判按下自己的按钮；
3. 其它情况，红绿灯都灭



# 操作码生成器

---

- 用**与或非门**设计一个操作码形成器，当按下×、+、-各个操作键时，要求分别产生乘法、加法、减法的操作码01、10和11

$$Y = X * X$$

---

**X is 2-bit binary, Design a circuit to realize  $Y=X^2$**

# 小 结

---

- 多级门电路(Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例