

# Implementation of the isogeny-based key-exchange protocol CRS

Hugo Nartz, Clément Jacquot

February 16, 2022

Définitions et premier résultat

Algorithme des fractions continues

# Fraction rationnelle

- ▶  $n \in \mathbb{N}$
- ▶  $X_0, X_1, \dots, X_n$  des variables
- ▶  $F_0 = X_0$
- ▶  $F_{n+1}(X_0, \dots, X_{n+1}) = F_n(X_0, \dots, X_n + \frac{1}{X_{n+1}})$
- ▶ Notation:  $F_n = [X_0, \dots, X_n]$

# Réduite et quotients



# Proposition

- ▶ Il existe deux suites  $(P_n)$  et  $(Q_n)$  de polynomes tels que:
- ▶  $P_n$  et  $Q_n$  ne dépendent que de  $X_0, \dots, X_n$
- ▶  $P_0 = X_0, P_1 = X_0X_1 + 1$  et  $Q_0 = 1, Q_1 = X_1$
- ▶  $\forall n \geq 2 : P_n = X_nP_{n-1} + P_{n-2}$  et  $Q_n = X_nQ_{n-1} + Q_{n-2}$

# Théorème

- ▶  $\forall n \geq 0$
- ▶  $F_n = [X_0, \dots, X_n] = \frac{P_n}{Q_n}$

# Algorithme

- ▶  $\theta \in \mathbb{R}$
- ▶  $a_0 = [\theta]$
- ▶ Si  $\theta \in \mathbb{Z}$  alors  $\theta = a_0$  fin
- ▶ Sinon  $\theta - a_0 \in ]0, 1[$  et il existe  $\theta_1$  tel que  $\theta = a_0 + \frac{1}{\theta_1}$ , on réitère le processus pour  $\theta = \theta_1$  et  $a_1 = [\theta_1]$
- ▶ L'algorithme termine si et seulement si il existe  $n$  tel que  $\theta_n = [a_n]$