HAW LANDSHUT — WS 2023/2024
FAKULTÄT FÜR INFORMATIK — Blatt 6
Eisenreich/Hartmann/Sagraloff/Schröter — 07.12.23

Übungen zur Vorlesung „Mathematik I"

Aufgabe 1. Lineare Gleichungssysteme, Gauß Formulieren Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme in Matrixschreibweise und lösen Sie sie mit elementaren Zeilenoperationen!

(a)
$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 &= -1 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 2 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= -6 \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 &= -5 \\ 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_4 &= 0 \\ x_2 - x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 2. Determinante Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrizen:

(a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

(b) $B = \begin{pmatrix} 1+\cos\alpha & 1+\sin\alpha & 1 \\ 1-\sin\alpha & 1+\cos\alpha & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 19 & 1 & -2 & 4 & -1 \\ 20 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 21 & 3 & 1 & -2 & 2 \\ 22 & 4 & -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

(d) Für welche $a, b \in \mathbb{Q}$ sind die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$$

linear unabhängig in $\mathbb{Q}^3$?

Aufgabe 3. Eigenwerte *Eigenwerte und Eigenvektoren spielen in der Informatik eine wichtige Rolle: Wenn Sie zum Beispiel Informationen in einem Vektor komprimieren wollen, ohne allzuviele Informationen dabei zu verlieren, berechnet man zunächst die Eigenwerte der sogenannten "Datenmatrix": also einer Matrix, in deren Zeilen man die Daten schreibt. Dann projiziert man auf einen Unterraum, der nur von den Eigenvektoren der größten Eigenwerte aufgespannt wird - so bewahrt man die meisten Informationen, die in den Daten stecken.* Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenräume der folgenden Matrizen:

(a) $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

(b) $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$