

中山大学本科生期末考试

考试科目:《离散数学基础》(A卷)

学年学期: 2019学年第二学期
学院/系: 数据科学与计算机学院
考试方式: 闭卷
考试时长: 120分钟
任课老师: 周晓聪、李绿周、乔海燕、周育人、杨跃东

姓名: 徐永恒
学号: 1935234
年级专业: 网络与空间安全
班别: 7

《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:“考试作弊者,不授予学士学位。”

以下为试题区域,共十一道大题,总分100分,考生请在答题纸上作答。

一、(8分)判断命题逻辑公式 $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)$ 是永真式、矛盾式还是偶然式(非永真的可满足式)。

二、(10分)在命题逻辑推理系统中构造论证序列验证从前提 $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$, $(s \vee t) \rightarrow w$ 推出结论 $p \rightarrow w$ 的有效性。

三、(10分)求解下面有关自然语言命题符号化的题目:

(1) 设 $A(x)$ 表示 x 是考生, $B(x)$ 表示 x 提前进入考场, $C(x)$ 表示 x 取得良好成绩, 符号化句子“并非所有提前进入考场的考生都能取得良好成绩”;

(2) 令 $P(x)$ 表示 x 是素数, $G(x, y)$ 表示 x 大于 y , 符号化句子“没有最大的素数”;

(3) 令 $N(x)$ 表示 x 是自然数, $E(x, y)$ 表示 x 等于 y , $S(x, y)$ 表示 y 是 x 的后继, 符号化句子“每个自然数都有惟一的后继”;

(4) 令 $P(x)$ 表示 x 是汽车, $Q(x)$ 表示 x 是火车, $R(x, y)$ 表示 x 比 y 慢, 符号化句子“有些汽车比所有的火车都慢”;

四、(8分)证明一阶逻辑的等值式 $\forall x(\neg F(x) \wedge G(x)) \equiv \neg(\forall x G(x) \rightarrow \exists x F(x))$;

五、(8分)证明对任意集合 A, B , 若 $\wp(A) \cup \wp(B) = \wp(A \cup B)$, 则 $A \subseteq B$ 或 $B \subseteq A$, 这里 $\wp(A)$ 表示 A 的幂集。

六、(10分)设 $f: A \rightarrow B$ 是函数, 且 $B' \subseteq B$, 证明: (1) $f(f^{-1}(B')) \subseteq B'$; (2) 若 f 是满射, 则 $f(f^{-1}(B')) = B'$ 。

七、(10分)足球队有38人, 篮球队有15人, 排球队有20人, 三个队队员共有58人, 其中3人同时参加三个队, 问同时参加两个队的人有几个?

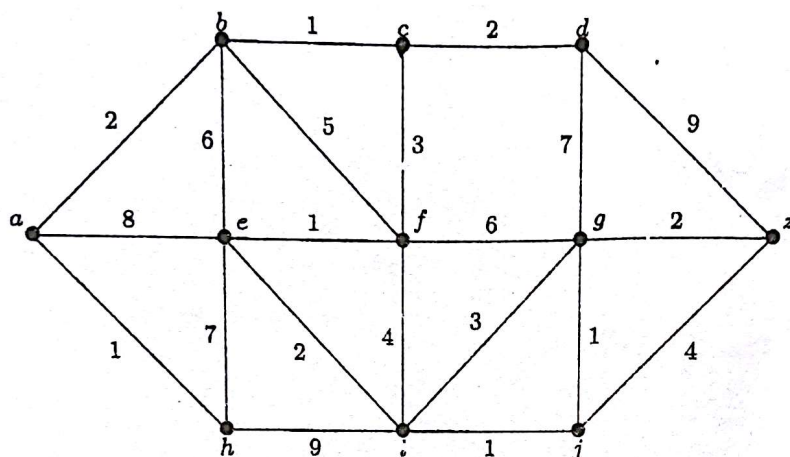
八、(8分)设 R 是 A 上关系, 定义 $\wp(A)$ 上关系 S

$$S = \{(X, Y) \in \wp(A) \times \wp(A) \mid \forall x \in X \exists y \in Y (x R y)\}$$

对于下面每一问，给出证明或反例：(1) 如果 R 是自反的， S 是否也是自反的？(2) 如果 R 是对称的， S 是否也是对称的？(3) 如果 R 是传递的， S 是否也是传递的？

九、(10分) 求不含数字2和数字7，各位数字不同且大于5400的四位数的个数。

十、(10分) 用Dijkstra算法求以下赋权图中顶点 a 到其余各点的最短路径。



十一、(8分) 求下图的最小生成树，注意写出所依据的算法，以及求解的过程：

