中山大学本科生期末考试

考试科目：《概率与数理统计》（A 卷）

学年学期：2019 学年第 2 学期　　姓　　名：______________

学 院/系：物理学院　　学　　号：______________

考试方式：开卷　　年级专业：______________

考试时长：120 分钟　　班　　别：______________

任课老师：何春山、凌家杰

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

------------以下为试题区域，共四道大题，总分 100 分,考生请在答题纸上作答------------

一、选择题（每题只有唯一答案；共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1．当事件 A 和 B 同时发生时，事件 C 必发生，则____。

A． $P(C)\le P(A)+P(\mathrm{B})-1$　　B． $P(C)\ge P(A)+P(\mathrm{B})-1$

C． $P(C)=P(AB)$　　D． $P(C)=P(A\cup B)$

2．某地 1987 年全国高校统考物理成绩 X 服从正态分布 $N(42,36)$，若考生得 48 分，则大约有____%的考生名列该考生之后。

A． 84　　B．56

C． 72　　D．66

3．已知离散型随机变量 X 的可能取值为-2，0，2，$\sqrt{5}$，相应的概率依次为 $\frac{1}{a},\frac{3}{2a},\frac{5}{4a},\frac{7}{8a}$，则 $P(|X|\le 2\,|\,X\ge 0)$为____。

A． $\frac{21}{29}$　　B． $\frac{22}{29}$　　C． $\frac{2}{3}$　　D． $\frac{1}{3}$

4．设随机变量 $X_1,X_2,X_3\cdots,X_9$ 相互独立同分布，$E(X_i)=1,D(X_i)=1,i=1,\cdots,9$。令

$S_9=\sum_{i=1}^{9}X_i$，则对任意$\varepsilon>0$，从切比雪夫不等式直接可得____。

A. $P\{|S_9-1|\le\varepsilon\}\ge 1-\frac{1}{\varepsilon^2}$ B. $P\{|S_9-9|\le\varepsilon\}\ge 1-\frac{9}{\varepsilon^2}$

C. $P\{|S_9-9|\le\varepsilon\}\ge 1-\frac{1}{\varepsilon^2}$ D. $P\{|\frac{1}{9}S_9-1|\le\varepsilon\}\ge 1-\frac{1}{\varepsilon^2}$

5. 设$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$X_1,X_2,X_3\cdots,X_n$为其样本，$\overline{X}$是样本均值，记

$$S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2,\qquad S_2^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$$

$$S_3^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2,\qquad S_4^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$$

则服从自由度为n-1的t分布的随机变量是_____。

A. $t=\frac{\overline{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n-1}}$ B. $t=\frac{\overline{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n-1}}$

C. $t=\frac{\overline{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n}}$ D. $t=\frac{\overline{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n}}$

6. 设$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\sigma^2$为已知，若样本容量$n$和置信度$1-\alpha$均不变，则对于不同的样本观测值，$\mu$的置信区间长度______。

A．变长； B． 变短； C. 保持不变； D. 不能确定.

二、填空题（共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

1. 一批电子元件共有 100 个，次品率为 0.05. 连续两次不放回地从中任取一个，则第二次才取到正品的概率为___________. (用分数表示)

2. 设连续随机变量 X 的密度函数为$f(x)$，则随机变量$Y=3e^X$的概率密度函数

   $f_Y(y)=$___________.

3. 设$\overline{X}$为总体$X\sim N(3,4)$中抽取的样本(X_1,X_2,X_3,X_4)的均值，则

   $P(-1<\overline{X}<5)=$___________.

4. 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & |y|<x, 0<x<1;\\ 0, & \text{其 他}\end{cases}$$

则条件概率密度函数为：当___________时 ，$f_{Y|X}(y|x)=$___________.

5. 设 $X\sim t(n),\ (n>1)$，则随机变量 $Y=\dfrac{1}{X^2}$ 服从的分布为___________. （需写出自由度）

6. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=0.3\Phi(x)+0.7\Phi(\dfrac{x-1}{2})$，其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则 $E(X)=$ ___________.

7. 设随机变量 X 在区间［-1，2］上服从均匀分布；随机变量

$$Y=\begin{cases}1, & X>0,\\ 0, & X=0,\\ -1, & X<0,\end{cases}$$

则方差 $D(Y)$＝___________. （用分数表示）

8. 设 $X\sim N(\mu,1)$，容量 $n=16$，均值 $\bar{X}=5.2$，则未知参数 μ 的置信度 0.95 的置信区间为___________.

三、分析计算题（共 5 小题，每小题 10 分，共 50 分）

1．一个工厂有甲、乙、丙三个车间生产同一种产品，这三个车间的产量分别占总产量的 25%，35%，40%。如果甲、乙、丙每个车间成品中的次品分别占其产量的 5%，4%，2%，问从全厂生产出的产品中抽出一个是次品的条件下，它恰好是甲车间生产出来的概率是多少？

2．设随机变量 $X\sim U(0,\pi)$，求 $Y=\sin X$ 的概率密度函数。

3．设随机变量 X,Y 的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}C(x+y), & 0\le y\le x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

（1）求 C；　　　　（2）求 X,Y 的边缘分布；

（3）讨论 X 与 Y 的独立性；　　（4）计算 $P(X+Y\le 1)$。

4. 设 X_1，X_2，$\cdots$，X_n 为总体 X 的一个样本，记 N 为样本值 x_1，x_2，$\cdots$，x_n 中小于 1 的个数。总体 X 的密度函数为：

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1\\ 1-\theta, & 1\le x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases},$$

$0<\theta<1$，求参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量。

5．用老的铸造法铸造的零件的强度平均值是 0.528 N/mm²，标准差是 0.016 N/mm²。为了降低成本，改变了铸造方法，现抽取了 9 个样品，测其强度（N/mm²）为

0.519，0.530，0.527，0.541，0.532，0.523，0.525， 0.511，0.541

假设强度服从正态分布，试判断是否没有改变强度的均值和标准差。(检验水平为 $\alpha=0.05$)

==

附表： 标准正态分布数值表 χ^2 分布数值表 t 分布数值表

标准正态分布数值表	χ^2 分布数值表	t 分布数值表
$\Phi(1.0)=0.8413$	$\chi^2_{0.025}(8)=17.534$	$t_{0.025}(8)=2.306$
$\Phi(1.96)=0.975$	$\chi^2_{0.975}(8)=2.180$	$t_{0.05}(8)=1.8595$
$\Phi(2.0)=0.9772$	$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$	$t_{0.025}(9)=2.2622$
$\Phi(2.5)=0.9938$	$\chi^2_{0.95}(8)=2.733$	$t_{0.05}(9)=1.8331$