

2018 年河北区初中毕业生学业考试模拟试卷(一)

数学

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷第 1 页至第 3 页,第 II 卷第 4 页至第 8 页,试卷满分 120 分.考试时间 100 分钟,考试结束后,将试卷、答题纸和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

第 I 卷(选择题共 36 分)

注意事项

1. 答第 I 卷前,考生务必先将自己的姓名、准考证号,用蓝、照色墨水的钢笔(签字笔)或圆珠笔填在“答题卡”上;用 2B 铅笔将考试科目对应的信息点涂黑;在指定位置粘贴考试用条形码。

2. 答案答在试卷上无效.每小题选出答案后,用 2B 铅笔把“答题卡”上对应题目的答案标号的信息点涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号的信息点。

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 计算 $(-6)+2$ 的结果等于()

- A. -8 B. -4 C. 4 D. 8

2. 计算 $\sin 60^\circ$ 的值等于()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

3. 下列图形中,是轴对称图形的是()



A



B



C

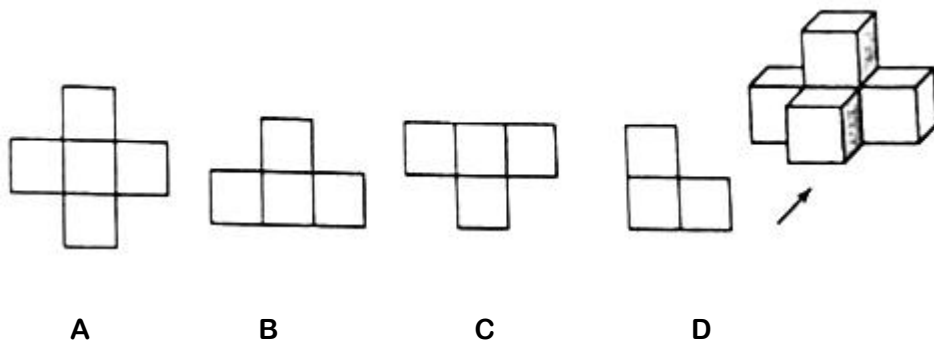


D

4. 据统计,至 2017 年末,天津市常住人口总量为 15568700 人,将 15568700 用科学记数法表示为()

- A. 0.155687×10^8 B. 1.44687×10^7 C. 15.5687×10^6 D. 15568.7×10^3

5. 用 5 个完全相同的小正方体组合成如图所示的立体图形, 它的俯视图为()



6. 估计 $\sqrt{13}$ 的值在()

- A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

(7) 计算

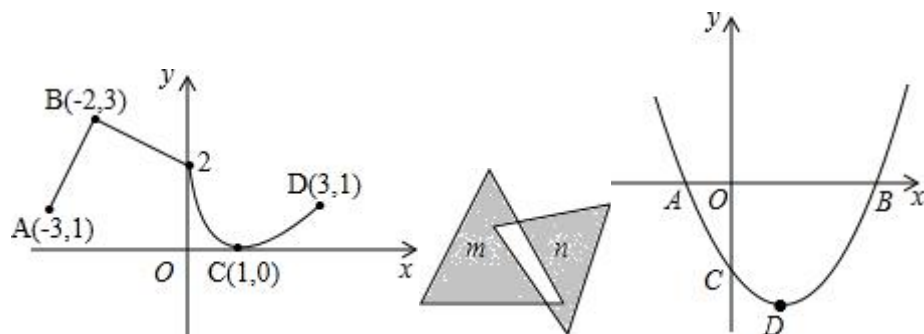
7. 计算 $\frac{1-x}{x-5} + \frac{4}{x-5}$ 的结果为()

- A. $\frac{3-x}{x-5}$ B. $\frac{x-3}{x-5}$ C. 1 D. -1

8. 方程组 $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 的解是()

- A. $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$

9. 如果两个变量 x 、 y 之间的函数关系如图所示, $3 \leq x \leq 3$, 则函数值 y 的取值范围是()



第 9 题

第 11 题

第 12 题

- A. $-3 \leq y \leq 3$ B. $0 \leq y \leq 2$ C. $1 \leq y \leq 3$ D. $0 \leq y \leq 3$

10. 已知反比例函数 $y = \frac{3}{x}$, 当 $-3 \leq x \leq -1$ 时, y 的最小值是 ()

- A. -9 B. -3 C. -1 D. 1

11. 如图, 两个三角形的面积分别是 7 和 3, 对应阴影部分的面积分别是 m 、 n , 则 $m-n$ 等于 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 不能确定

12. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 图象的顶点为 D , 其图象与 x 轴的交点 A 、 B 的横坐标分别为 -1 和 3 , 则下列结论正确的是 ()

- A. $2a-b=0$ B. $a-b+c>0$ C. $3a+2c=0$ D. 当 $a=\frac{1}{2}$, $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形

第 II 卷 (非选择题共 84 分)

注意事项:

第 II 卷共 5 页, 用蓝、黑色墨水的钢笔 (签字笔) 或圆珠笔答在试卷后面的答题纸上, 答案答在试卷上无效。

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 请将答案答在试卷后面的答题纸的相应位置)

13. 计算 $2a(a+3b)$ 的结果等于_____.

14. 分解因式: $x^2 - 9 =$ _____.

15. 在不透明口袋内有形状、大小、质地完全一样的 5 个小球, 其中黑色球 3 个, 白色球 2 个, 随机抽取一个小球是白色球的概率是_____.

16. 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 则这个多边形的边数为_____.

17. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (a^2 - 2a)x + a - 1 = 0$ 有两个实数根且互为相反数, 则 a 的值为_____.

18. 如图, 在由小正方形组成的网格中, 点 A 、 B 均在格点上。

(I) 在图 1 中画出一个直角 $\triangle ABC$, 使得点 C 在格点上且 $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$;

(II) 在图 2 中画出一个 $\triangle ABD$, 使得点 D 在格点上且 $\tan \angle B = \frac{2}{3}$, 请在图 2 所示的网格中, 用

无刻度的直尺, 画出△ABD, 并简要说明理由_____.

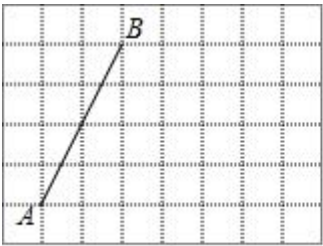


图1

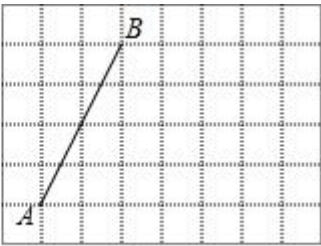


图2

三、解答题(本大题共 7 小题, 共 66 分, 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程, 请将答案答在试卷后面的答题纸的相应位置)

(19) 本小题 8 分

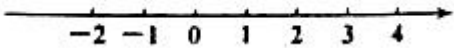
解不等式组
$$\begin{cases} x + 2 \leq 3(1) \\ 3x + 1 \geq x - 3(2) \end{cases}$$

请结合题意填空, 完成本题的解答:

(I) 解不等式 (1), 得_____;

(II) 解不等式 (2), 得_____;

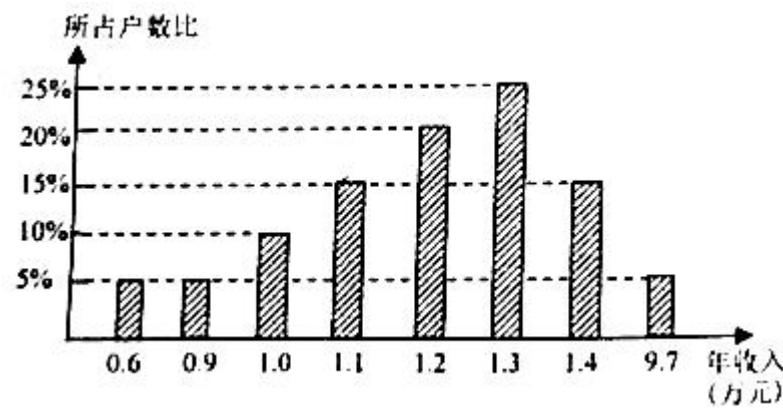
(III) 把不等式 (1) 和 (2) 解集在数轴上表示出来:



(IV) 原不等式组的解集为_____.

20. (本小题 8 分)

某同学进行社会调查, 随机抽查了某个地区的 20 个家庭的收入情况, 并绘制了统计图, 请你根据统计图给出的信息回答:



(I) 在这 20 个家庭中, 收入为 1.1 万元的有_____个;

(II) 求样本中的平均数、众数和中位数。

21. (本小题 10 分)

已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 是 AB 延长线上的一点.

(I) 如图 1, 过 P 作 $\odot O$ 的切线 PC, 切点为 C. 作 $AD \perp PC$ 于点 D, 求证: $\angle PAC = \angle DAC$;

(II) 如图 2, 过 P 作 $\odot O$ 的割线, 交点为 M、N, 作 $AD \perp PN$ 于点 D, 求证: $\angle PAM = \angle DAN$.

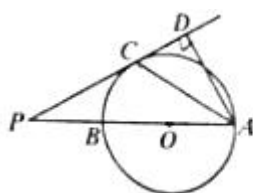


图 1

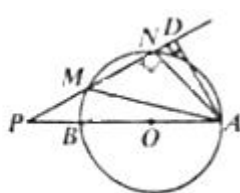
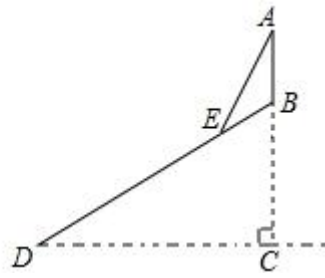


图 2

22. (本小题 10 分)

如图, 某数学兴趣小组测量位于某山顶的一座雕像 AB 高度, 已知山坡面与水平面的夹角为 30° , 山高 BC 为 285 米, 组员从山脚 D 处沿山坡向着雕像方向前进 540 米后到达 E 点, 在点 E 处测得雕像顶端 A 的仰角为 60° , 求雕像 AB 的高度。



23. (本小题 10 分)

某公司计划组装 A、B 两种型号的健身器材共 40 套,用于公司职工的锻炼。组装一套 A 型健身器材甲种部件 7 个和乙种部件 4 个,组装一套 B 型健身器材甲种部件 3 个和乙种部件 6 个. 公司现有甲种部件 228 个,乙种部件 194 个,设组装 A 型器材的套数为 x (x 为正整数)。

(I) 根据题意,填写下表

	组装 A 型器材的套数为 x	组装 B 型器材的套数为 $(40-x)$
需用甲种部件	$7x$	
需用乙种部件		

(II) 公司在组装 A、B 两种型号的健身器材时, 共有多少种组装方案?

(III) 组装一套 A 型健身器材需费用 50 元, 组装一套 B 型健身器材需费用 68 元, 求总组装费用最少的组装方案, 最少总组装费用是多少?

24. (本小题 10 分)

在平面直角坐标系中, 已知点 $A(2, 0)$, 点 $B(0, 2\sqrt{3})$, 点 $O(0, 0)$. $\triangle AOB$ 绕着 O 顺时针旋转, 得 $\triangle A'OB'$, 点 A、B 旋转后的对应点为 A' 、 B' , 记旋转角为 α .

(I) 如图 1, 若 $\alpha = 30^\circ$, 求点 B' 的坐标;

(II) 如图 2, 若 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, 设直线 AA' 和直线 BB' 交于点 P , 求证: $AA' \perp BB'$;

(III) 若 $0^\circ < \alpha < 360^\circ$, 求 (II) 中的点 P 纵坐标的最小值 (直接写出结果即可).

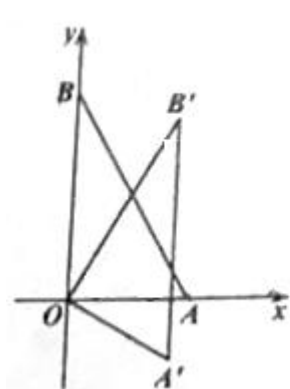


图 1

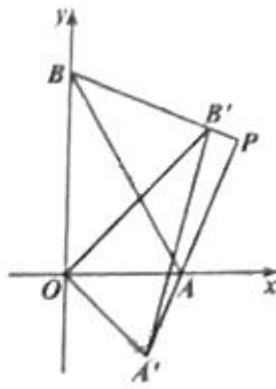


图 2

25. (本小题 10 分)

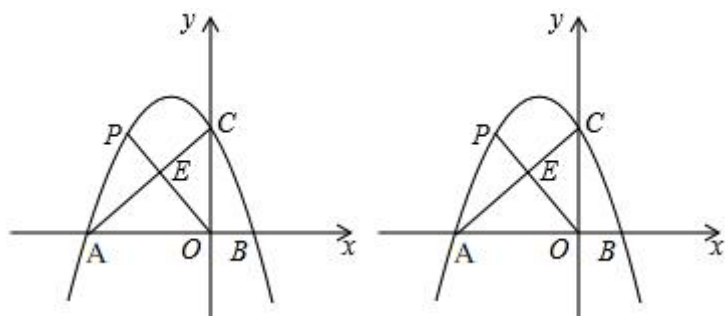
如图, 抛物线 $y = ax^2 - 2x + 3$ 与 x 轴交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 左边), 与 y 轴交于 C 点, $B(1, 0)$.

第二象限内有一点 P 在抛物线上运动, OP 交线段 AC 于点 E.

(I) 求抛物线的解析式及点 A、C 的坐标;

(II) 设 $\triangle PAC$ 的面积为 S . 当 S 最大时, 求点 P 的坐标及 S 的最大值;

(III) 是否存在点 P, 使点 E 是 OP 的中点. 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由。



备用图

2018 年河北区初中毕业生学业考试模拟试卷（一）

数学答案

第 I 卷（选择题 共 36 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	B	B	C	B	D	A	D	B	A	D

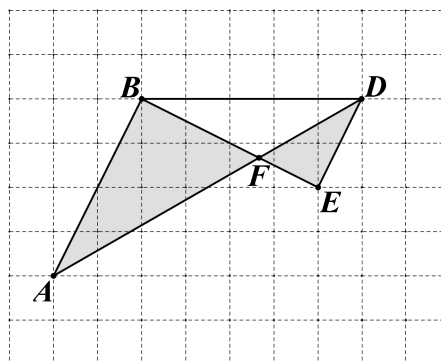
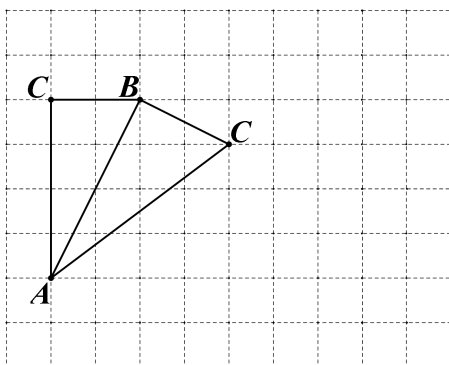
第 II 卷（非选择题 共 84 分）

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

(13) $2a^2 + 6ab$; (14) $(x+3)(x-3)$; (15) $\frac{2}{5}$; (16) 6; (17) 0;

(18) (I) 如图，选取点 C ，连接 AC 、 BC ，点 C 即为所求。

(II) 如图，选取点 D ，连接 AD 、 BD ，点 D 即为所求。理由：如图， $DE \parallel AB$ 且 $DE = \frac{1}{2}AB$ ， $\therefore \frac{BF}{EF} = \frac{AB}{DE} = \frac{1}{2}$ ， $\therefore BF = \frac{2}{3}BE$ 。 $\because BE = AB$ ， $BE \perp AB$ ， $\therefore \tan \angle BAD = \frac{BF}{AB} = \frac{2}{3}$ 。

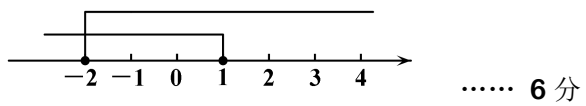


三、解答题：（本大题共 7 小题，共 66 分）

(19) 本小题 8 分

解：解不等式①，得 $x \leq 1$ 2 分

解不等式②，得 $x \geq -2$ 4 分



原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$ 8 分

(20) 本小题 8 分

解: (I) 在这 20 个家庭中, 收入为 1.1 万元的有 3 个. 2 分

$$(II) \frac{0.6 \times 1 + 0.9 \times 1 + 1.0 \times 2 + 1.1 \times 3 + 1.2 \times 4 + 1.3 \times 5 + 1.4 \times 3 + 9.7 \times 1}{20} = 1.6,$$

所以平均数为 1.6. 4 分

因为 1.3 出现了 $20 \times 25\% = 5$ 次, 次数最多,

所以众数是 1.3. 6 分

因为从小到大排列后, 中间的两个数都是 1.2,

所以中位数是 1.2. 8 分

(21) 本小题 10 分

证明: (I) 如图, 连 OC ,

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ 1 分

$\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OC \perp PC$ 2 分

$\because AD \perp PC$,

$\therefore AD \parallel OC$.

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ 4 分

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ 5 分

(II) 如图, 连 BM ,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 6 分

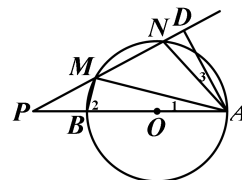
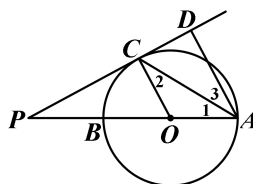
$\because AD \perp PN$,

$\therefore \angle AND + \angle 3 = 90^\circ$ 7 分

$\because ABMN$ 是 $\odot O$ 的内接四边形,

$\therefore \angle AND = \angle 2$ 9 分

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ 10 分



(22) 本小题 10 分

解: 如图, 过点 E 作 $EF \perp AC$ 于 F , $EG \perp CD$ 于 G ,

在 $Rt\triangle DEG$ 中, $\because DE = 540$, $\angle D = 30^\circ$,

$$\therefore EG = DE \sin D = 540 \times \frac{1}{2} = 270. \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\because BC = 285$, $CF = EG$,

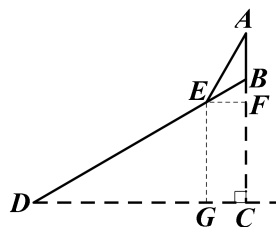
$$\therefore BF = BC - CF = 15. \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

在 $Rt\triangle BEF$ 中, $\tan \angle BEF = \frac{BF}{EF}$, $\angle BEF = 30^\circ$,

$$\therefore EF = \sqrt{3}BF = 15\sqrt{3}. \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

在 $Rt\triangle AEF$ 中, $\angle AEF = 60^\circ$, 设 $AB = x$,

$$\therefore \tan \angle AEF = \frac{AF}{EF},$$



$$\therefore AF = EF \times \tan \angle AEF. \quad \cdots \cdots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore x + 15 = 15\sqrt{3} \times \sqrt{3}.$$

$$\therefore x = 30.$$

答：雕像 AB 的高度为 30 米. $\cdots \cdots 10 \text{ 分}$

(23) 本小题 10 分

解：(I) 根据题意，填写下表：

	组装 A 型器材的套数为 x	组装 B 型器材的套数为 $(40-x)$
需用甲种部件	$7x$	$3(40-x)$
需用乙种部件	$4x$	$6(40-x)$

$\cdots \cdots 2 \text{ 分}$

$$(II) \text{ 依据题意得 } \begin{cases} 7x + 3(40-x) \leq 228, \\ 4x + 6(40-x) \leq 194. \end{cases} \quad \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } 23 \leq x \leq 27. \quad \cdots \cdots 5 \text{ 分}$$

由于 x 为正整数，

所以 x 取 23, 24, 25, 26, 27.

故组装 A 、 B 两种型号的健身器材共有 5 种组装方案. $\cdots \cdots 6 \text{ 分}$

$$(III) \text{ 总的组装费用为 } y = 50x + 68(40-x) = -18x + 2720. \quad \cdots \cdots 8 \text{ 分}$$

$$\because k = -18 < 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

所以，当 $x = 27$ 时，总的组装费用最少，此时的组装方案为：

组装 A 型器材 27 套，组装 B 型器材 13 套. $\cdots \cdots 9 \text{ 分}$

最少组装费用是 2234 元. $\cdots \cdots 10 \text{ 分}$

(24) 本小题 10 分

(I) 解：如图 1，设 $A'B'$ 与 x 轴交于点 H ，

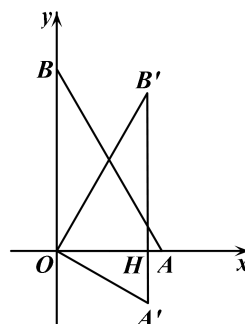
$$\because OA = 2, OB = 2\sqrt{3}, \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle B' = 30^\circ. \quad \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

$$\because \angle BOB' = \alpha = 30^\circ,$$

$$\therefore A'B' \parallel OB. \quad \cdots \cdots 2 \text{ 分}$$

$$\because OB' = OB = 2\sqrt{3},$$



$$\therefore OH = \sqrt{3}, B'H = 3.$$

\therefore 点 B' 的坐标为 $(\sqrt{3}, 3)$ 4 分

(II) 证明: $\because \angle BOB' = \angle AOA' = \alpha, OB = OB', OA = OA',$

$$\therefore \angle OBB' = \angle OA'A = \frac{180^\circ - \alpha}{2}. \quad \text{..... 6 分}$$

$\because \angle BOA' = 90^\circ + \alpha$, 四边形 $OBPA'$ 的内角和为 360° ,

$\therefore \angle BPA' = 90^\circ$, 即 $AA' \perp BB'$ 8 分

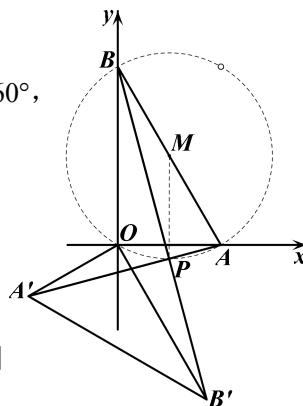
(III) 解: $\sqrt{3} - 2$ 10 分

【说明: 如图, 作 AB 的中点 $M(1, \sqrt{3})$, 连 MP .

因为 $\angle APB = 90^\circ$,

所以点 P 的轨迹是以点 M 为圆心,

以 $MP = \frac{1}{2}AB = 2$ 为半径的圆, 除去点 $(2, 2\sqrt{3})$. 】



(25) 本小题 10 分

解: (I) 将点 $B(1, 0)$ 代入 $y = ax^2 - 2x + 3$,

解得 $a = -1$ 1 分

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$, $A(-3, 0)$, $C(0, 3)$ 3 分

(II) 如图, 过点 P 作 $PD \parallel OC$, 交 AC 于点 D ,

设点 P 的坐标为 $(m, -m^2 - 2m + 3)$,

由 $A(-3, 0)$, $C(0, 3)$ 可得

直线 AC 的解析式为 $y = x + 3$ 4 分

\therefore 点 D 的坐标为 $(m, m + 3)$.

$\therefore PD = -m^2 - 3m$ 5 分

$\therefore S = \frac{1}{2} PD \cdot AO$,

$\therefore S = -\frac{3}{2}(m + \frac{3}{2})^2 + \frac{27}{8}$ 6 分

\therefore 当 $m = -\frac{3}{2}$ 时, 点 P 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$, S 的最大值为 $\frac{27}{8}$ 7 分

(III) 方法一: 如图, 过点 E 作 $EF \perp OA$ 于点 F ,

若点 E 是 OP 的中点,

则点 E 的坐标为 $(\frac{m}{2}, \frac{-m^2 - 2m + 3}{2})$ 8 分

此时, $OF = -\frac{m}{2}$, $AF = 3 + \frac{m}{2}$, $EF = \frac{-m^2 - 2m + 3}{2}$.

由 $OA = OC$, 得 $AF = EF$.

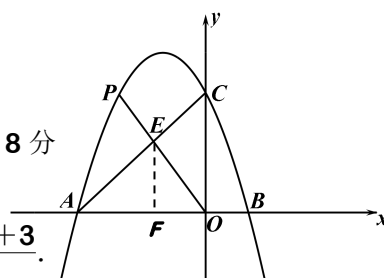
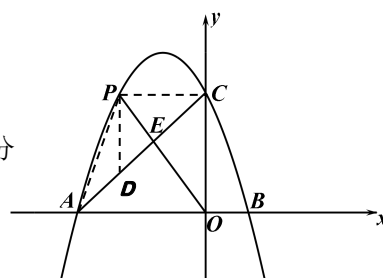
$\therefore 3 + \frac{m}{2} = \frac{-m^2 - 2m + 3}{2}$, 化简得 $m^2 + 3m + 3 = 0$ 9 分

因为此方程无解,

所以不存在点 P , 使点 E 是 OP 的中点. 10 分

方法二: 设点 E 的坐标为 $(t, t + 3)$,

若点 E 是 OP 的中点,



则点 P 的坐标为 $(2t, 2t+6)$ 8 分

\because 点 P 在抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 上,

$\therefore 2t+6 = -(2t)^2 - 2(2t) + 3$, 化简得 $4t^2 + 6t + 3 = 0$ 9 分

因为此方程无解,

所以不存在点 P , 使点 E 是 OP 的中点. 10 分