

# 西青区 2018 年初中毕业生学业考试数学调查试卷 (一)

本试卷分为第 I 卷 (选择题)、第 II 卷 (非选择题) 两部分。第 I 卷第 1 页至第 3 页, 第 II 卷第 4 页至第 8 页。试卷满分 120 分。考试时间 100 分钟。

答卷前, 考生务必将自己的姓名、班级、学校、考场号、座位号、准考证号填写在“答题卡”上; 用 2B 铅笔将考试科目对应的信息点涂黑; 在指定位置用 2B 铅笔将准考证号对应的信息点涂黑。答题时, 务必将答案涂写在“答题卡”上, 答案答在试卷上无效。考试结束后, 将本试卷和“答题卡”一并交回。祝各位同学考试顺利!

## 第 I 卷 (选择题 共 36 分)

注意事项:

每题选出答案后, 用 2B 铅笔把“答题卡”上对应题目的答案标号的信息点涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号的信息点。

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

(1) 计算  $2 \times (-3)$  的结果等于

(A) 6

(B) -6

(C) -1

(D) 5

(2)  $\sin 30^\circ$  的值等于

(A)  $\frac{1}{2}$

(B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D)  $\sqrt{3}$

(3) 下列图形中, 既可以看作是中心对称图形又可以看作是轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

(4) 第十三届全运会在天津拉开帷幕，全民以“我要上全运”为主题，举办大型健身赛事活动，参与市民约 4 000 000 人，将 4 000 000 用科学记数法表示为

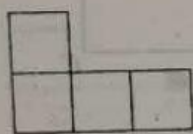
(A)  $4 \times 10^6$

(B)  $40 \times 10^5$

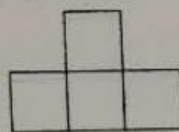
(C)  $400 \times 10^4$

(D)  $4 \times 10^5$

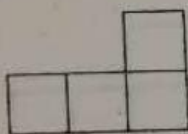
(5) 右图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是



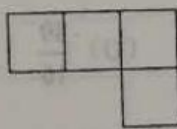
(A)



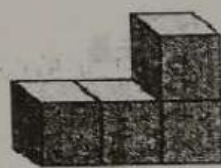
(B)



(C)



(D)



第(5)题

(6) 估计  $\sqrt{20} - 2$  的值在

(A) 1 和 2 之间

(B) 2 和 3 之间

(C) 3 和 4 之间

(D) 4 和 5 之间

(7) 计算  $\frac{1}{a-1} - \frac{a}{a-1}$  的结果为

(A)  $\frac{1+a}{a-1}$

(B)  $-\frac{a}{a-1}$

(C)  $-1$

(D)  $1-a$

(8) 方程  $x(x-2)+x-2=0$  的两个根为

(A)  $x=-1$

(B)  $x=-2$

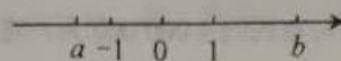
(C)  $x_1=1, x_2=-2$

(D)  $x_1=-1, x_2=2$

(9) 已知实数  $a, b$  在数轴上对应点的位置如图所示, 下列结论错误的是

(A)  $-b < a < -1$

(B)  $1 < -a < b$



第(9)题

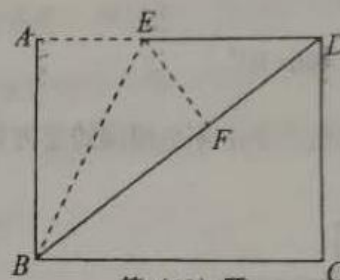
(C)  $-1 < -a < b$

(D)  $-a < 1 < b$

(10) 如图, 在矩形纸片  $ABCD$  中,  $BC=8$ ,  $CD=6$ , 将  $\triangle ABE$

沿  $BE$  折叠, 使点  $A$  恰好落在对角线  $BD$  上点  $F$  处,

则  $DE$  的长是



第(10)题

(A) 3

(B)  $\frac{24}{5}$

(C) 5

(D)  $\frac{89}{16}$

(11) 反比例函数  $y = \frac{3}{x}$  的图象上三个点的坐标为  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$ ,

若  $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ , 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是

(A)  $y_2 < y_1 < y_3$

(B)  $y_1 < y_2 < y_3$

(C)  $y_2 < y_3 < y_1$

(D)  $y_1 < y_3 < y_2$

(12) 已知二次函数  $y = x^2 - 2mx$  ( $m$  为常数), 当  $-1 \leq x \leq 2$  时, 函数值  $y$  的最小值为  $-2$ ,

则  $m$  的值是

(A)  $\frac{3}{2}$

(B)  $\sqrt{2}$

(C)  $\frac{3}{2}$  或  $\sqrt{2}$

(D)  $-\frac{3}{2}$  或  $\sqrt{2}$



## 第II卷（非选择题 共84分）

注意事项：用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案直接写在“答题纸”上。

二、填空题：本大题共6小题，每小题3分，共18分。

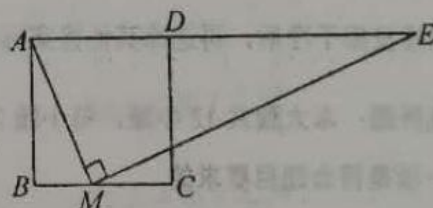
(13) 计算  $3x^2 \cdot 5x^3$  的结果等于\_\_\_\_\_。

(14) 计算  $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})$  的结果等于\_\_\_\_\_。

(15) 在一个不透明的袋子中装有除颜色外完全相同的3个红球，3个黄球，2个绿球，任意摸出一球，摸到红球的概率是\_\_\_\_\_。

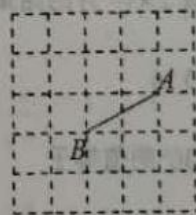
(16) 已知一次函数  $y = kx - 5$  ( $k$  为常数,  $k \neq 0$ ) 的图象经过第二、三、四象限，写出一个符合条件的  $k$  的值为\_\_\_\_\_。

(17) 如图，正方形  $ABCD$  中， $M$  为  $BC$  上一点，  
 $ME \perp AM$ ，垂足为  $M$ ， $ME$  交  $AD$  的延长线于点  $E$ 。



若  $AB=12$ ， $BM=5$ ，则  $DE$  的长为\_\_\_\_\_。第(17)题

(18) 如图，在  $5 \times 5$  的正方形网格中有一条线段  $AB$ ，点  $A$  与点  $B$  均在格点上。



第(18)题

(I)  $AB$  的长等于\_\_\_\_\_；

(II) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，且不能用直尺中的

直角，画出线段  $AB$  的垂直平分线，并简要说明画图的方法（不要求证明）。

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

三、解答题：本大题共 7 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(19) (本小题 8 分)

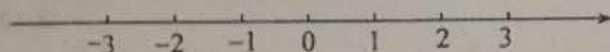
$$\text{解不等式组} \begin{cases} 2x \geq -9 - x, & \text{①} \\ 5x - 1 > 3(x + 1). & \text{②} \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答。

(I) 解不等式①，得\_\_\_\_\_；

(II) 解不等式②，得\_\_\_\_\_；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：



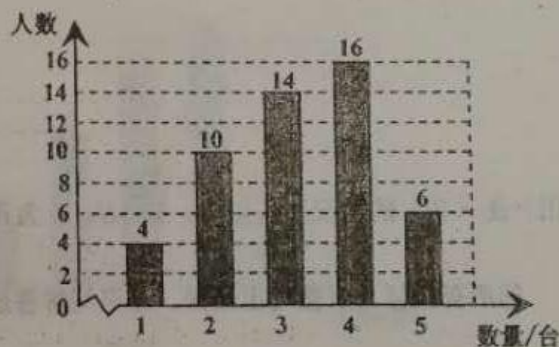
(IV) 原不等式组的解集为\_\_\_\_\_。

(20) (本小题 8 分)

随着移动计算技术和无线网络的快速发展，移动学习方式越来越引起人们的关注。某校计划将这种学习方式应用到教育教学，从全校 1500 名学生中随机抽取了部分学生，对其家庭中拥有的移动设备的情况进行调查，并绘制出如下的统计图①和图②，根据相关信息，解答下列问题：



图①



图②

第(20)题

(I) 本次接受随机抽样调查的学生人数为\_\_\_\_\_，图①中  $m$  的值为\_\_\_\_\_；

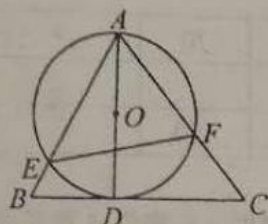
(II) 求本次调查获取的样本数据的众数、中位数和平均数；

(III) 根据样本数据，估计该校 1500 名学生家庭中拥有 3 台移动设备的学生人数。

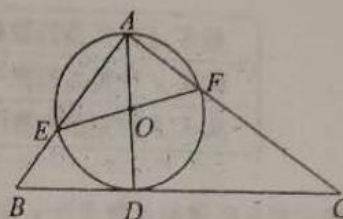
(21) (本小题 10 分)

已知在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  是  $BC$  边上一点, 以  $AD$  为直径的  $\odot O$  与  $BC$  相切于点  $D$ , 与  $AB$ 、 $AC$  分别交于点  $E$ 、 $F$ .

(I) 如图①, 若  $\angle AEF=52^\circ$ , 求  $\angle C$  的度数;



图①



图②

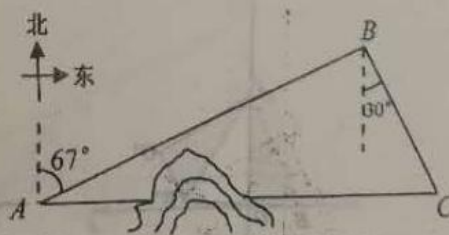
第 (21) 题

(II) 如图②, 若  $EF$  经过点  $O$ , 且  $\angle AEF=35^\circ$ , 求  $\angle B$  的度数.

(22) (本小题 10 分)

如图,  $C$  地在  $A$  地的正东方向, 因有大山阻隔, 由  $A$  地到  $C$  地需要绕行  $B$  地. 已知  $B$  地位于  $A$  地北偏东  $67^\circ$  方向, 距离  $A$  地  $520\text{km}$ ,  $C$  地位于  $B$  地南偏东  $30^\circ$  方向. 若打通穿山隧道, 建成两地直达高铁, 求  $A$  地到  $C$  地之间高铁线路的长 (结果保留整数).

(参考数据:  $\sin 67^\circ \approx 0.92$ ;  $\cos 67^\circ \approx 0.38$ ;  $\sqrt{3} \approx 1.73$ )



第 (22) 题



(23) (本小题 10 分)

某校运动会需购买  $A$ 、 $B$  两种奖品共 100 件，其中  $A$  种奖品的单价为 10 元， $B$  种奖品的单价为 15 元，且购买的  $A$  种奖品的数量不大于  $B$  种奖品的 3 倍。

设购买  $A$  种奖品  $x$  件。

(I) 根据题意，填写下表：

|                 |     |     |     |
|-----------------|-----|-----|-----|
| 购买 $A$ 种奖品的数量/件 | 30  | 70  | $x$ |
| 购买 $A$ 种奖品的费用/元 | 300 |     |     |
| 购买 $B$ 种奖品的费用/元 |     | 450 |     |

(II) 设购买奖品所需的总费用为  $y$  元，试求出总费用  $y$  与购买  $A$  种奖品的数量  $x$  的函数解析式；

(III) 试求  $A$ 、 $B$  两种奖品各购买多少件时所需的总费用最少？此时的最少费用为多少元？

(24) (本小题 10 分)

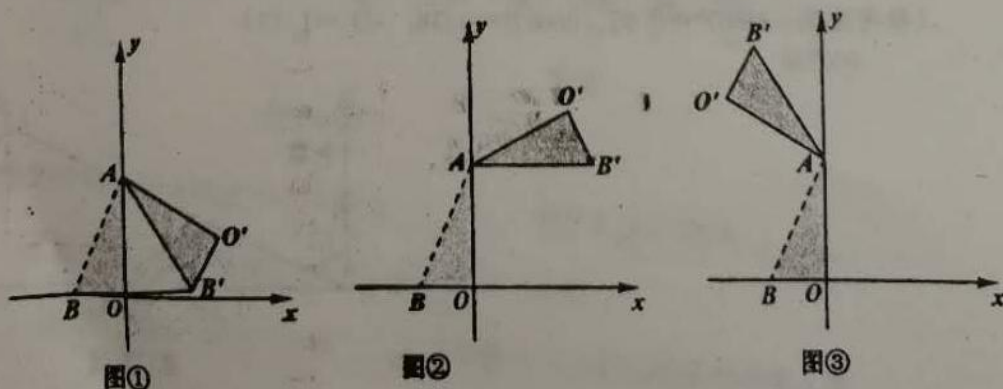
在平面直角坐标系中， $O$  为原点，点  $A(0, 4)$ ，点  $B(-2, 0)$ ，把  $\triangle ABO$  绕点  $A$  逆时针旋转，得  $\triangle AB'O'$ ，点  $B$ 、 $O$  旋转后的对应点为  $B'$ 、 $O'$ 。

(I) 如图①，若旋转角为  $60^\circ$  时，求  $BB'$  的长；

(II) 如图②，若  $AB' \parallel x$  轴，求点  $O'$  的坐标；

(III) 如图③，若旋转角为  $240^\circ$  时，边  $OB$  上的一点  $P$  旋转后的对应点为  $P'$ ，

当  $OP + AP'$  取得最小值时，求点  $P'$  的坐标 (直接写出结果即可)。

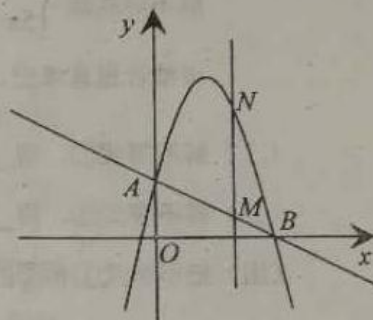


第 (24) 题

(25) (本小题 10 分)

如图, 已知抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  ( $b, c$  是常数) 经过  $A(0, 2)$ ,  $B(4, 0)$  两点.

(I) 求该抛物线的解析式和顶点坐标;



第(25)题

(II) 作垂直  $x$  轴的直线  $x=t$ , 在第一象限交直线  $AB$  于  $M$ , 交这条抛物线于  $N$ ;

求当  $t$  取何值时,  $MN$  有最大值? 最大值是多少?

(III) 在 (II) 的情况下, 以  $A, M, N, D$  为顶点作平行四边形, 请直接写出第四个顶点  $D$  的所有坐标 (直接写出结果, 不必写解答过程).



西青区 2018 年初中毕业生学业考试数学调查试卷（一）参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.

- (1) B      (2) A      (3) B      (4) A      (5) C      (6) B  
(7) C      (8) D      (9) D      (10) C      (11) A      (12) D

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

- (13)  $15x^5$       (14)  $-6$       (15)  $\frac{3}{8}$       (16)  $-2$  (答案不唯一)

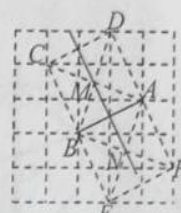
(18) (I)  $\sqrt{5}$ ;

(II) 如图，以  $AB$  为边作正方形  $ABCD$ ,

正方形  $ABEF$ , 连接  $AC$ ,  $BD$  交于点  $M$ ,

连接  $AE$ ,  $BF$  交于点  $N$ , 过点  $M$ ,  $N$  作直线  $MN$ ,

则直线  $MN$  即为所求.



第 (18) 题

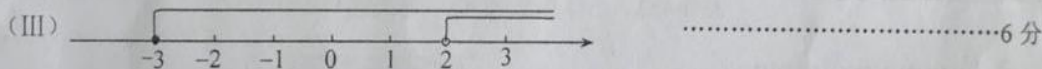
(17)  $\frac{109}{5}$

三、解答题：本大题共 7 小题，共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

(19) (本小题 8 分)

解: (I)  $x \geq -3$ ; .....2 分

(II)  $x > 2$ ; .....4 分



(IV)  $x > 2$ . .....8 分

(20) (本小题 8 分)

解: (I) 50, 32; .....2 分

(II) 观察条形统计图,  $\because$  在这组样本数据中, 4 出现了 16 次, 出现的次数最多,

$\therefore$  这组样本数据的众数是 4. ....3 分

$\because$  将这组样本数据按照由小到大的顺序排列, 其中处于中间位置的两个数都是 3, 有  $\frac{3+3}{2}=3$ ,

$\therefore$  这组样本数据的中位数是 3. ....5 分

$\therefore \bar{x} = \frac{1 \times 4 + 2 \times 10 + 3 \times 14 + 4 \times 16 + 5 \times 6}{50} = 3.2$ , .....6 分

$\therefore$  样本数据的平均数是 3.2.

(III)  $\because$  在 50 名学生中, 其家庭中拥有 3 台移动设备的人数比例为 28%,

$\therefore$  由样本数据, 估计该校 1500 名学生家庭中拥有 3 台移动设备数量的人数比例约为 28%, ...7 分

$\therefore 1500 \times 28\% = 420$ .  $\therefore$  该校学生家庭中拥有 3 台移动设备的人数约为 420 人. ....8 分

(21) (本小题 10 分)

解: (I) 如图①, 连结  $DF$ . .....1 分

$\because BC$  与  $\odot O$  相切于点  $D$ ,  $AD$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore BC \perp AD$  于点  $D$ .

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ . .....2 分

$\therefore \angle FAD + \angle C = 90^\circ$ .

$\because AD$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle AFD = 90^\circ$ . .....3 分

$\therefore \angle FAD + \angle ADF = 90^\circ$ .

$\therefore \angle C = \angle ADF$ . .....4 分

$\because \angle AEF = \angle ADF$ ,  $\therefore \angle C = \angle AEF = 52^\circ$ . .....5 分

(II) 如图②, 连结  $ED$ . .....6 分

$\because BC$  与  $\odot O$  相切于点  $D$ ,  $AD$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore BC \perp AD$  于点  $D$ .

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ .

$\therefore \angle ODE + \angle EDB = 90^\circ$ .

$\because AD$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle AED = 90^\circ$ . .....7 分

$\therefore \angle AEF + \angle DEO = 90^\circ$ .

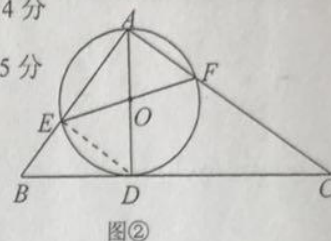
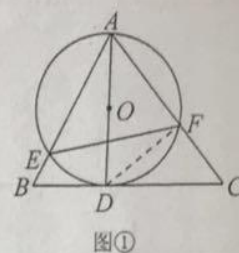
$\because \angle AEF = 35^\circ$ ,  $\therefore \angle DEO = 55^\circ$ . .....8 分

$\because AD$  为  $\odot O$  的直径,  $EF$  经过点  $O$ ,  $\therefore EO = OD$ .

$\therefore \angle ODE = \angle OED = 55^\circ$ . .....9 分

$\because \angle AED = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BED = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle B + \angle EDB = 90^\circ$ .

$\therefore \angle B = \angle ODE = 55^\circ$ . .....10 分



(22) (本小题 10 分)

解: 过点  $B$  作  $BD \perp AC$  于点  $D$ .

根据题意, 可知  $\angle ABD = 67^\circ$ ,  $AB = 520$  km. ....2 分

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$ , 即  $\sin 67^\circ = \frac{AD}{520}$ ,

$\therefore AD = 520 \times \sin 67^\circ$ . .....4 分

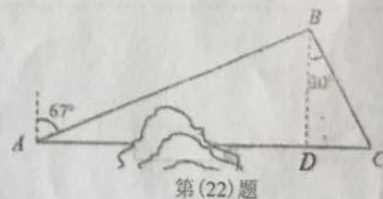
$\cos \angle ABD = \frac{BD}{AB}$ , 即  $\cos 67^\circ = \frac{BD}{520}$ ,

$\therefore BD = 520 \times \cos 67^\circ$ . .....6 分

在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\tan \angle CBD = \frac{DC}{BD}$ , 即  $\tan 30^\circ = \frac{DC}{520 \times \cos 67^\circ}$ ,

$\therefore DC = 520 \times \cos 67^\circ \times \tan 30^\circ$ . .....8 分

$\therefore AC = AD + DC = 520 \times \sin 67^\circ + 520 \times \cos 67^\circ \times \tan 30^\circ$



$$\approx 520 \times 0.92 + 520 \times 0.38 \times \frac{1}{3} \times 1.73 \approx 592 \text{ (km)}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

答: A 地到 C 地之间高铁线路的长约为 592km.

(23) (本小题 10 分)

(I)

|               |      |     |            |
|---------------|------|-----|------------|
| 购买 A 种奖品的数量/件 | 30   | 70  | x          |
| 购买 A 种奖品的费用/元 | 300  | 700 | 10x        |
| 购买 B 种奖品的费用/元 | 1050 | 450 | 1500 - 15x |

$\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(II) 根据题意,  $\therefore y = 10x + 15(100 - x)$

$$\therefore y = -5x + 1500; \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

其中  $x \leq 100 - x$ , 解得  $x \leq 75$ .

根据题意知  $x \geq 0$ ,  $\therefore 0 \leq x \leq 75$ .

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 的函数解析式为 } y = -5x + 1500 \text{ (} 0 \leq x \leq 75 \text{)}. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

(III)  $\because y = -5x + 1500$ ,  $\therefore k = -5$ .

$\because -5 < 0$ , 即  $k < 0$ ,  $\therefore y$  随  $x$  的增大而减小.

$$\because 0 \leq x \leq 75, \therefore \text{当 } x = 75 \text{ 时, } y \text{ 有最小值} = -5 \times 75 + 1500 = 1125 \text{ (元)}. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$\therefore$  当购买 A 种奖品 75 件, B 种奖品 25 件时, 所需的总费用最少,

此时的最少费用为 1125 元.  $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

(24) (本小题 10 分)

解: (I) 由点  $A(0, 4)$ , 点  $B(-2, 0)$  可知  $AO = 4$ ,  $BO = 2$ .

$$\text{在 Rt}\triangle AOB \text{ 中, } AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

由旋转可知,  $\angle BAB' = 60^\circ$ ,  $AB = AB'$ . 所以  $\triangle ABB'$  是等边三角形.

$$\therefore BB' = AB = 2\sqrt{5}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(II) 过点  $O'$  作  $O'D \perp x$  轴, 垂足为  $D$ , 交  $AB$  于点  $E$ .

又  $AB' \parallel x$  轴,  $\therefore \angle O'EA = 90^\circ$ .  $\therefore \angle O'EA = \angle AOB$ .

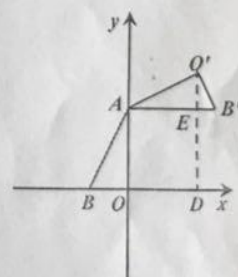
由旋转可知  $\angle B'AO' = \angle BAO$ ,  $AO' = AO = 4$ .

$\therefore \triangle AO'E \sim \triangle ABO$ .

$$\therefore \frac{AE}{AO} = \frac{O'E}{BO} = \frac{AO'}{AB}, \text{ 即 } \frac{AE}{4} = \frac{O'E}{2} = \frac{4}{2\sqrt{5}} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = \frac{8}{5}\sqrt{5}, O'E = \frac{4}{5}\sqrt{5}. \therefore O'D = \frac{4}{5}\sqrt{5} + 4.$$

$$\therefore \text{点 } O' \text{ 的坐标为 } \left( \frac{8}{5}\sqrt{5}, \frac{4}{5}\sqrt{5} + 4 \right). \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$





(III) 点  $P$  的坐标为  $(-\frac{8}{5}\sqrt{3}, \frac{36}{5})$ . .....10 分

(25) (本小题 10 分)

解: (I)  $\because$  抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  ( $b, c$  是常数) 经过  $A(0, 2)$ ,  $B(4, 0)$  两点,

$$\therefore \begin{cases} c = 2, \\ 0 = -4^2 + 4b + c \end{cases}, \text{解这个方程组, 得} \begin{cases} b = \frac{7}{2}, \\ c = 2. \end{cases} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{该抛物线的解析式为 } y = -x^2 + \frac{7}{2}x + 2.$$

$$\because y = -x^2 + \frac{7}{2}x + 2 = -\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{81}{16}.$$

$$\therefore \text{该抛物线的顶点坐标为 } \left(\frac{7}{4}, \frac{81}{16}\right) \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(II) \text{ 由题意得, } M(t, -\frac{1}{2}t + 2), N(t, -t^2 + \frac{7}{2}t + 2),$$

$$MN = -t^2 + \frac{7}{2}t + 2 - (-\frac{1}{2}t + 2)$$

$$= -t^2 + 4t \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$= -(t - 2)^2 + 4.$$

由题意得,  $0 < t < 4$ ,  $\therefore$  当  $t = 2$  时,  $MN$  有最大值, 最大值是 4. ....7 分

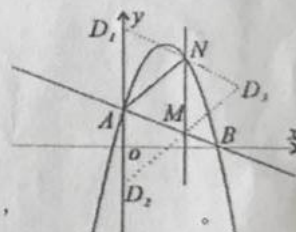
(III) 第四个顶点  $D$  的坐标为  $(0, 6)$ ,  $(0, -2)$ ,  $(4, 4)$ . ....10 分

当点  $D$  在  $y$  轴上时, 设点  $D$  的坐标为  $(0, a)$ ,

由  $AD = MN$  得  $|a - 2| = 4$ , 解得  $a_1 = 6$ ,  $a_2 = -2$ .

$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(0, 6)$ ,  $(0, -2)$ .

当点  $D$  不在  $y$  轴上时, 由图可知点  $D$  为  $D_1N$  与  $D_2M$  的交点,



易得直线  $D_1N$  的解析式为  $y = -\frac{1}{2}x + 6$ ,

直线  $D_2M$  的解析式为  $y = \frac{3}{2}x - 2$ ,

$$\therefore \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 6, \\ y = \frac{3}{2}x - 2 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 4, \\ y = 4. \end{cases} \text{ 所以点 } D \text{ 的坐标为 } (4, 4).$$