

九年级数学

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）、第Ⅱ卷（非选择题）两部分。第Ⅰ卷第1页至第3页，第Ⅱ卷第4页至第8页。试卷满分120分。考试时间100分钟。

答卷前，请你务必将自己的姓名、考生号、考点校、考场号、座位号填写在“答题卡”上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答题时，务必将答案涂写在“答题卡”上，答案答在试卷上无效。考试结束后，将本试卷和“答题卡”一并交回。

祝你考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

- 每题选出答案后，用2B铅笔把“答题卡”上对应题目的答案标号的信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号的信息点。
- 本卷共12题，共36分。

一、选择题（本大题共12小题，每小题3分，共36分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

- 计算 $(-5) - (-3)$ 的结果等于

A. -8
 B. 8
 C. -2
 D. 2
- $\cos 60^\circ$ 的值等于

A. $\frac{1}{2}$
 B. 1
 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是



A.



B.



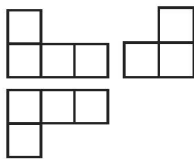
C.



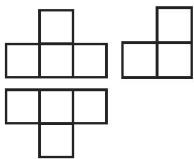
D.

- 根据《天津市北大港湿地自然保护总体规划（2017~2025）》，2018年将建立养殖业退出补偿机制.生态补水 $780\,000\text{ m}^3$ ，将780 000用科学记数法表示应为

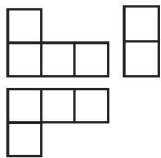
A. 780×10^5
 B. 78×10^6
 C. 7.8×10^7
 D. 0.78×10^8
- 右图是一个由5个相同的正方体组成的立体图形，它的三视图是



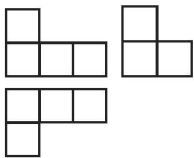
A.



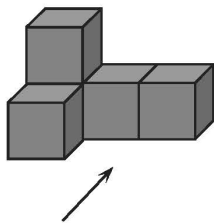
B.



C.



D.



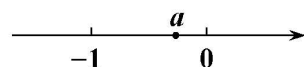
- 估计 $\sqrt{10} - 1$ 的值在

A. 1和2之间
 B. 2和3之间
 C. 3和4之间
 D. 4和5之间
- 分式方程 $\frac{3}{x} = \frac{7}{x+1}$ 的解是

A. $x = \frac{3}{4}$
 B. $x = \frac{1}{4}$
 C. $x = \frac{4}{3}$
 D. $x = -1$
- 二元一次方程组 $\begin{cases} 4x + 3y = 6, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ 的解为

A. $\begin{cases} x = -3, \\ y = 2 \end{cases}$
 B. $\begin{cases} x = -2, \\ y = 1 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x = 3, \\ y = -2 \end{cases}$
 D. $\begin{cases} x = 2, \\ y = -1 \end{cases}$

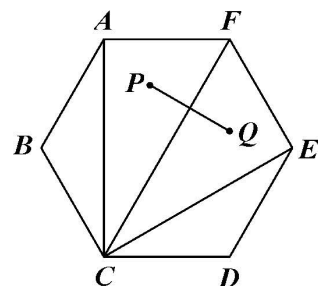
9. 实数 a 在数轴上对应点的位置如图所示, 把 $a, -a, a^2$ 按照从小到大的顺序排列, 正确的是



- A. $-a < a < a^2$
 B. $a < -a < a^2$
 C. $-a < a^2 < a$
 D. $a < a^2 < -a$
10. 已知点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上, 若 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是

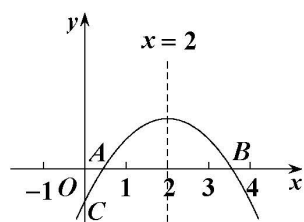
- A. $y_1 < y_2 < y_3$
 B. $y_2 < y_1 < y_3$
 C. $y_3 < y_2 < y_1$
 D. $y_3 < y_1 < y_2$

11. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 中, P, Q 两点分别为 $\triangle ACF, \triangle CEF$ 的内心. 若 $AF = 2$, 则线段 PQ 的长为



- A. $2\sqrt{3} - 2$
 B. 1
 C. $4 - 2\sqrt{3}$
 D. 2

12. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴的正半轴交于 A, B 两点, 与 y 轴相交于点 C , 对称轴为直线 $x = 2$, 且 $OA = OC$. 有下列结论:



- ① $abc < 0$;
 ② $3b + 4c < 0$;
 ③ $c > -1$;
 ④ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根为 $-\frac{1}{a}$

其中正确的结论个数是

- A. 1
 B. 2
 C. 3
 D. 4

第 II 卷

注意事项:

1. 用黑色字迹的签字笔将答案写在“答题卡”上 (作图可用 2B 铅笔)。
2. 本卷共 13 题, 共 84 分。

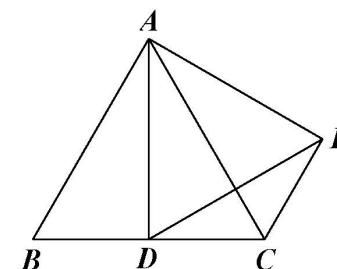
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 计算 $(-a)^3 \cdot a^2$ 的结果等于_____.

14. 计算 $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$ 的结果等于_____.

15. 一个不透明的袋子中装有 6 个球, 其中 2 个红球、4 个黑球, 这些球除颜色外无其他差别. 现从袋子中随机摸出一个球, 则它是黑球的概率是_____.

16. 若一条直线经过点, 则这条直线的解析式可以是_____. (写出一个即可)

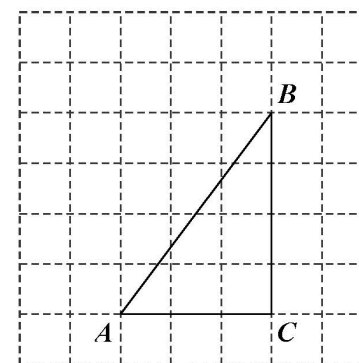


17. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中 $AB = 4$, D 是 BC 的中点, 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 旋转后得到 $\triangle ACE$, 连接 DE 交 AC 于点 F , 则 $\triangle AEF$ 的面积为_____.

18. 如图, 将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形边长为 1 的网格中, 点 A , 点 B , 点 C 均在格点上.

(I) 计算 $\triangle ABC$ 的周长等于_____;

(II) 点 P , 点 Q (不与 $\triangle ABC$ 的顶点重合) 分别为边 AB, BC 上的动点, $4PB = 5QC$, 连接 AQ, PC . 当 $AQ \perp PC$ 时, 请在如图所示的网格中用无刻度直尺, 画出线段 AQ, PC , 并简要说明点 P, Q 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.



三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分.解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

19. （本小题 8 分）

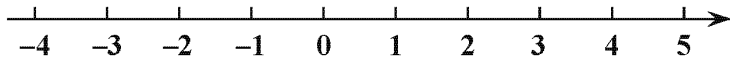
解不等式组 $\begin{cases} 4x+1 \geq x-2, & \text{①} \\ \frac{x-1}{2} \leq 1, & \text{②} \end{cases}$

请结合题意填空，完成本题的解答.

（I）解不等式①，得_____；

（II）解不等式②，得_____；

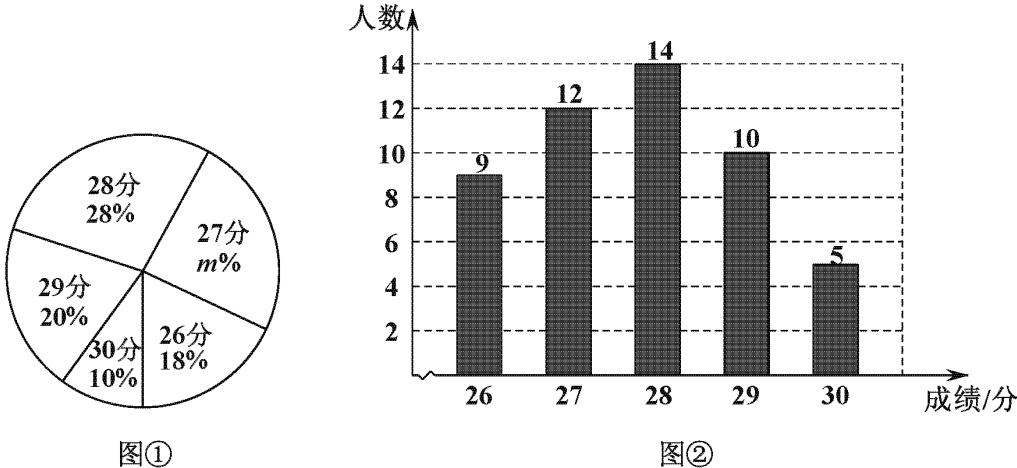
（III）把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：



（IV）原不等式组的解集为_____.

20. （本小题 8 分）

为了了解某校九年级学生体育测试成绩情况，现从中随机抽取部分学生的体育成绩，并用得到的数据绘制了统计图①和图②.请根据图中提供的信息，回答下列问题：

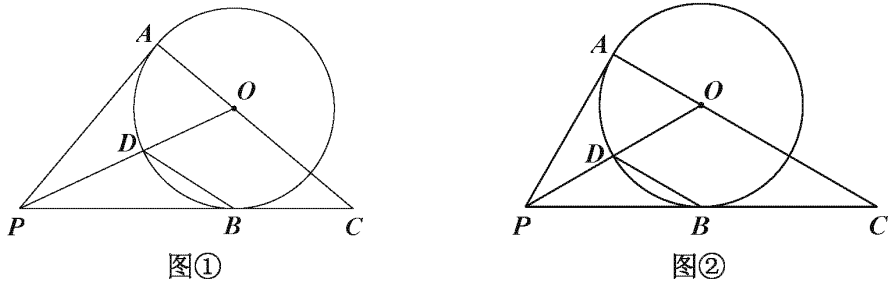


- （I）本次随机抽样调查的学生人数为_____，图①中的 m 的值为_____；
- （II）求本次抽样调查获取的样本数据的众数、中位数和平均数；
- （III）若该校九年级共有学生 300 人，如果体育成绩达 28 分以上（含 28 分）为优秀，请估计该校九年级学生体育成绩达到优秀的人数.

21. （本小题 10 分）

已知 PA, PB 是 $\odot O$ 的切线， A, B 为切点，连接 AB 并延长，交 PB 的延长线于点 C ，连接 PO ，交 $\odot O$ 于点 D .

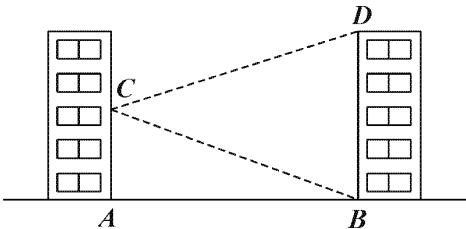
- （I）如图①，若 $\angle AOP = 65^\circ$ ，求 $\angle C$ 的大小；
- （II）如图②，连接 BD ，若 $BD \parallel AC$ ，求 $\angle C$ 的大小.



22. （本小题 10 分）

如图，学校的实验楼对面是一幢教学楼，小敏在实验楼的窗口 C 处测得教学楼顶部 D 处的仰角为 18° ，教学楼底部 B 处的俯角为 20° ，教学楼的高 $BD = 21 \text{ m}$ ，求实验楼与教学楼之间的距离 AB .

（结果保留整数，参考数据： $\tan 18^\circ \approx 0.32$ ， $\tan 20^\circ \approx 0.36$ ）



23. (本小题 10 分)

为鼓励市民绿色出行,某共享单车公司提供了用手机和会员卡两种支付方式进行付款.若用手机支付方式,骑行时间在半小时以内(含半小时)不收费,超出半小时后每小时收费 1 元,若选择会员卡支付,骑行时间每半小时收费 0.8 元,设骑行时间为 x 小时.

(I) 根据题意,填写下表(单位:元)

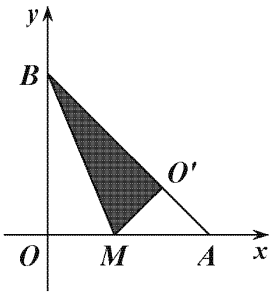
骑行时间(小时)	0.5	2	3	...
手机支付付款金额(元)	0			...
会员卡支付付款金额(元)		3.2		...

- (II) 设用手机支付付款金额为 y_1 元,用会员卡支付付款金额为 y_2 元,分别写出 y_1, y_2 关于 x 的函数关系式;
- (III) 若李老师经常骑行该公司的共享单车,他应该选择哪种支付方式比较合算?

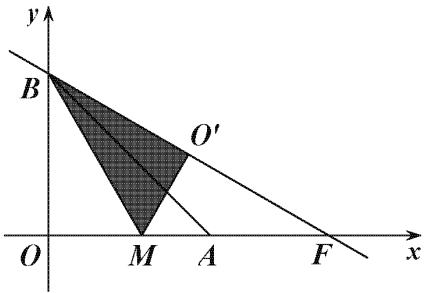
24. (本小题 10 分)

将一个直角三角形纸片 ABO , 放置在平面直角坐标系中, 点 $A(2, 0)$, 点 $B(0, 2)$, 点 $O(0, 0)$. 点 M 为边 OA 上的一个动点(点 M 不与点 O, A 重合) 沿着 BM 折叠该纸片, 得顶点 O 的对应点 O' .

- (I) 如图①, 当点 O' 在边 AB 上时, 求点 O' 的坐标;
- (II) 设直线 BO' 与 x 轴相交于点 F .
- (i) 如图②, 当 BA 平分 $\angle MBF$ 时, 求点 F 的坐标;
- (ii) 当 $OM = \frac{3}{2}$ 时, 求点 F 的坐标(直接写出结果即可).



图①

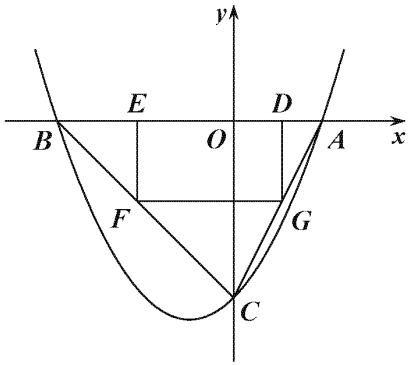


图②

25. (本小题 10 分)

如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(2, 0)$, $B(-4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 矩形 $DEFG$ 的一条边 DE 在线段 AB 上, 顶点 F, G 分别在线段 BC, AC 上.

- (I) 求抛物线的解析式;
- (II) 若点 D 的坐标为 $(m, 0)$, 矩形 $DEFG$ 的面积为 S , 求 S 关于 m 的函数关系式, 并写出 m 的取值范围;
- (III) 当矩形 $DEFG$ 的面积 S 取得最大值时, 连接 DF 并延长至点 M , 使 $FM = k \cdot DF$. 若点 M 在抛物线上, 求 k 的值.



红桥区 2017~2018 学年度第二学期九年级一模检测

数学参考答案

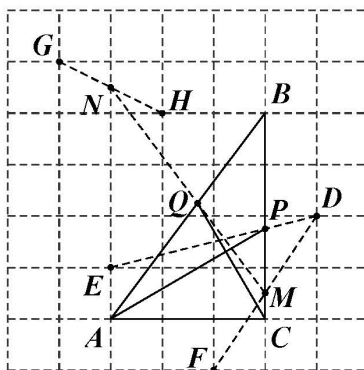
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。

1. C 2. A 3. B 4. C 5. D 6. B
7. A 8. C 9. D 10. D 11. A 12. B

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

13. $-a^5$ 14. 4 15. $\frac{2}{3}$
16. $y=x$ (答案不唯一) 17. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

18. (I) 12; (II) 取格点 D, E, F, G, H , 连接 DE 与 BC 交于点 P ; 连接 DF 与 BC 交于点 M , 连接 GH 与格线交于点 N , 连接 MN 与 AB 交于点 Q ; 连接 AP, CQ 即为所求.

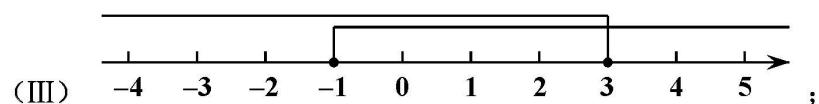


三、解答题：本大题共 7 小题，共 66 分。

19. (本小题 8 分)

解 (I) $x \geq -1$;

(II) $x \leq 3$;



(IV) $-1 \leq x \leq 3$.

20. (本小题 8 分)

解: (I) 50, 24.

(II) 观察条形统计图,

$$\therefore \bar{x} = \frac{9 \times 26 + 12 \times 27 + 14 \times 28 + 10 \times 29 + 5 \times 30}{50} = 27.8 \text{ 微信 miiyon},$$

\therefore 这组数据的平均数是 27.8.

\therefore 在这组数据中, 28 出现了 14 次, 出现的次数最多,

\therefore 这组数据的众数为 28

\therefore 将这组数据按从小到大的顺序排列, 其中处于中间的两个数都是 28,

$$\text{有 } \frac{28+28}{2} = 28,$$

\therefore 这组数据的中位数为 28.

(III) 该校九年级学生体育成绩达到优秀的约有 $\frac{14+10+5}{50} \times 300 = 174$ 人.

21. (本小题 10 分)

解 (I) 连结 BO

$\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle APO = \angle BPO, PA \perp AO, PB \perp OB$

$\because \angle AOP = 65^\circ \therefore \angle APO = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

$\therefore \angle BPO = \angle APO = 25^\circ$

$\because \angle AOP = \angle BPO + \angle C$

$\therefore \angle C = \angle AOP - \angle BPO = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$

(II) 连结 OB , 设 $\angle AOP = x$,

$\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle APO = \angle BPO = x, PA \perp AO, PB \perp OB$

$\therefore \angle APO = 90^\circ - \angle APO = 90^\circ - x$

$\angle BOP = 90^\circ - \angle BPO = 90^\circ - x$

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle AOP - \angle BOP = 2x$

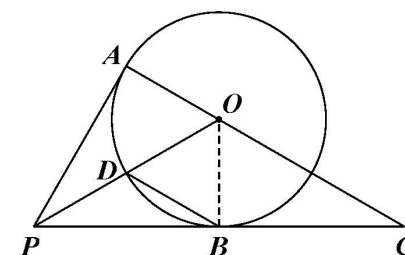
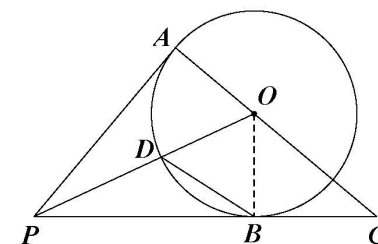
$\therefore \angle OCB = 90^\circ - \angle BOC = 90^\circ - 2x$

$\because OC \parallel BD \therefore \angle DBP = \angle C = 90^\circ - 2x$

$\therefore \angle OBD = 2x \because OB = OD \therefore \angle ODB = \angle OBD = 2x$

$\because \angle OBD + \angle ODB + \angle DOB = 180^\circ \therefore x = 30^\circ$

$\therefore \angle C = 90^\circ - 2x = 30^\circ$



22. (本小题 10 分)

解 过 C 作 $CM \perp BD$, 垂足记作 M

由题意, $\angle DCM = 18^\circ, \angle BCM = 20^\circ, BD = 21 \text{ m}$

在 $\text{Rt}\triangle CDM$ 中, $\tan \angle DCM = \frac{DM}{CM}$,

$\therefore DM = CM \cdot \tan \angle DCM = CM \cdot \tan 18^\circ$

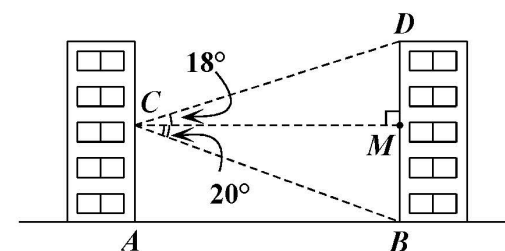
在 $\text{Rt}\triangle CBM$ 中, $\tan \angle BCM = \frac{BM}{CM}$,

$\therefore BM = CM \cdot \tan \angle BCM = CM \cdot \tan 20^\circ$

$\because DM + BM = BD \therefore CM \cdot \tan 18^\circ + CM \cdot \tan 20^\circ = 21$

$$\text{解得, } CM = \frac{21}{\tan 18^\circ + \tan 20^\circ} \approx \frac{21}{0.32 + 0.36} \approx 31 \text{ (m)}$$

答: AB 长约为 31 m.



解: (I)

骑行时间（小时）	0.5	2	3	...
手机支付付款金额（元）		3	5	...
会员卡支付付款金额（元）	0.8		4.8	...

当 $0 \leq x \leq 0.5$ 时, $y_1 = 0$

$$\therefore y_1 = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 0.5, \\ 2x - 1, & x > 0.5. \end{cases} \quad y_2 = 1.6x \quad (x \geq 0)$$

所以, 当 $x = 2.5$ 时, 手机支付和会员卡支付一样合算; 当 $0 \leq x < 2.5$ 时, 手机支付合算; 当 $x > 2.5$ 时, 会员卡支付合算.

解: (I) 过 O' 作 y 轴垂线, 记垂足为 H

$$\because O'H \parallel AO \quad \therefore \angle BO'H = \angle BAO = 45^\circ$$
$$x_{O'} = HO' = BO' \cdot \cos \angle BO'H = BO' \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2}$$

于是, $y_{O'} = OH = BO - BH = BO - HO' = 2 - \sqrt{2}$

所以, 点 O' 的坐标为 $(\sqrt{2}, 2 - \sqrt{2})$.

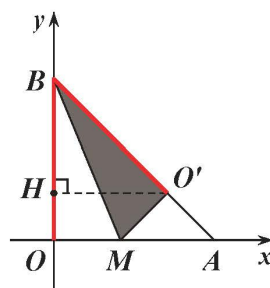
$$\therefore \angle ABO = 3\angle MBA = 45^\circ, \text{ 易得 } \angle OBF = 60^\circ$$
解 Rt $\triangle BOF$ 得, $OF = OB \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}$

所以, 点 F 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 0)$.

$$(ii) \left(\frac{48}{7}, 0\right)$$

$$\therefore \tan \angle MBO = \frac{OM}{OB} = \frac{3}{4} \quad \therefore \tan \angle FOB = \tan 2\angle MBO = \frac{24}{7}$$

$$\therefore OF = OB \cdot \tan \angle FOB = \frac{48}{7}, \text{ 于是点 } F \text{ 坐标为 } (\frac{48}{7}, 0).$$



解 (I) 由韦达定理, 得 $\frac{-4}{a} = 2 \times (-4)$, 解得 $a = \frac{1}{2}$

进而, $b=1$, 所以抛物线解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2+x-4$.

在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, $\frac{DG}{AD} = \tan \angle OAC \Rightarrow DG = 4 - 2m$

$$\because \angle EBF = 45^\circ \quad \therefore BE = EF = DG = 4 - 2m$$

$$\therefore DE = AB - AD - BE = 3m$$

所以, $S = DE \cdot DG = -6m^2 + 12m$ ($0 < m < 2$) 即为所求.

(III) 由 (II) 知, $S = 6 - 6(m-1)^2 \geq 6$

即当 $m=1$ 时, S 取得最大值.

过 M 作 $MN \perp x$ 轴, 垂足记作 N

不妨设 $ON=n$, 则 $M(-n, -\frac{2n+2}{3})$

将点 M 代入抛物线解析式, 得

$$-\frac{2n+2}{3} = \frac{1}{2}n^2 - n - 4, \text{ 解得 } n = \frac{1+\sqrt{61}}{3},$$

易得, $k = \frac{FM}{DE} = \frac{NE}{DE} = \frac{n-2}{3} = \frac{-5+\sqrt{61}}{9}$.

