2018-2019 年度红桥区一模数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

D 1. 计算 4+（-3）的结果等于

A. -7　　B. 7　　C. -1　　D. 1

A 2. sin30°的值等于

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

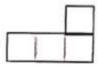
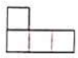
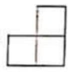
A 3. 下列图形中，可以看作是中心对称图形的是

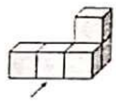
A. 　　B. 　　C. 　　D. 

B 4. 天津西站在 2019 年春运的首日运输旅客达 42000 人次，将 42000 用科学记数法表示应为

A. 42×10^3　　B. 4.2×10^4　　C. 4.2×10^3　　D. 0.42×10^5

B 5. 右图是由 5 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是

A. 　　B. 　　C. 　　D. 



C 6. 估计 $\sqrt{41}$ 的值在

A. 4 和 5 之间　　B. 5 和 6 之间　　C. 6 和 7 之间　　D. 7 和 8 之间

B 7. 方程组 $\begin{cases}x+y=6\\3x-y=2\end{cases}$ 的解为

A. $\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x=1\\y=5\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=3\\y=3\end{cases}$

A 8. 计算 $\frac{2x+1}{3x-1}-\frac{2-x}{3x-1}$ 的结果为

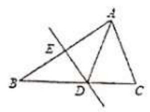
A. 1　　B. -1　　C. $\frac{3}{3x-1}$　　D. $\frac{x+3}{3x-1}$

D 9. 若点 A(-1，y_1)，B（1，y_2)，C（3，y_3)在反比例函数 $y=-\frac{6}{x}$ 的图象上，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_2<y_1<y_3$　　C. $y_3<y_2<y_1$　　D. $y_2<y_3<y_1$

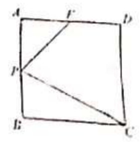
C 10. 如图，将△ABC 沿直线 DE 折叠后，使得点 B 与点 A 重合，若 AC=5，△ADC 的周长为 17，则 BC 的长为

A. 7　　B. 10　　C. 12　　D. 22

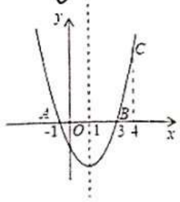


D 11. 如图，在正方形 ABCD 中，E 为 AD 的中点，P 为 AB 上的一个动点，若 AB=2，则 PE+PC 的最小值为

A. $1+2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $2+\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{13}$



C 12. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 A（-1，0），点 B（3，0），点 C(4，y_1)，点 D（x_2，y_2）是抛物线上任意一点，有下列结论：①二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值为-4a；②若 $-1\le x_2\le 4$，则 $-4a\le y_2\le 5a$；③若 $x_2>4$，则 $y_2>y_1$；④一元二次方程 $cx^2+bx+a=0$ 的两个根为 1 和 $-\frac{1}{3}$。其中正确结论的个数是



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

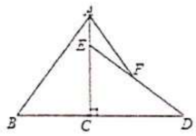
13. 计算 $x^7\div x^3$ 的结果等于 x^4

14. 计算（$\sqrt{7}+2$）（$\sqrt{7}-2$）的结果等于 3

15. 一个不透明的袋子中装有 8 个球，其中 3 个红球、5 个黑球，这些球除颜色外无其他差别。现从袋子中随机提出一个球，则它是黑球的概率是 5/8

16. 若一条直线经过点（0，2），则这条直线的解析式可以是 $y=x+2$（写出一个即可）

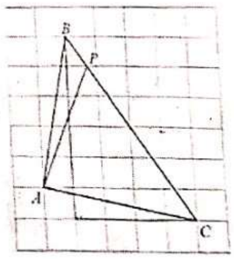
17. 如图，在 Rt△ABC 中，AC=6，BC=4，将△ABC 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90°得到△DEC，若点 F 是 DE 的中点，连接 AF，则 AF 的长为 5



18. 如图，将△ABC 放在每个小正方形的边长为 1 的网格中，点 A，点 B，点 C 均落在格点上，P 为 BC 与网格线的交点，连接 AP.

(I) BC 的长等于 $2\sqrt{13}$

(II) Q 为边 BC 上一点，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 AQ，使∠PAQ=45°，并简要说明点 Q 的位置是如何找到的（不要求证明）＿＿＿＿



三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

19. （本小题 8 分）

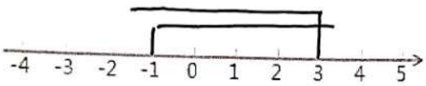
解不等式组 $\begin{cases} 3x+1\geq x-1 & ① \\ x-1\leq 2 & ② \end{cases}$

请结合题意填空，完成本题的解答.

（I）解不等式①，得 $x\geq -1$

（II）解不等式②，得 $x\leq 3$

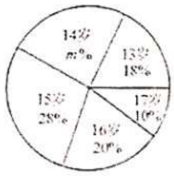
（III）把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：



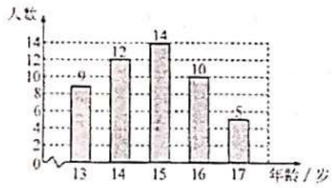
（IV）原不等式组的解集为 $-1\leq x\leq 3$

20. （本小题 8 分）

某足球队为了解运动员的年龄情况，作了一次年龄调查，根据足球运动员的年龄（单位：岁），绘制出如下的统计图①和图②。请根据相关信息，解答下列问题：



图①



图②

（I）本次接受调查的足球运动员人数为 50 ，图①中 m 的值为 24

（II）求统计的这组足球运动员年龄数据的平均数、众数和中位数。

平均数 $=(13\times9+14\times12+15\times14+16\times10+17\times5)\div50$

$=(117+168+210+160+85)\div50$

$=740\div50$

$=14.8$

众数：在这组数据中，15出现的次数最多，故其众数为15

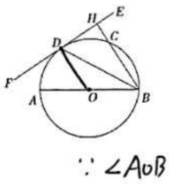
中位数：将这组数据，由小到大排列，第25和26个数为15.

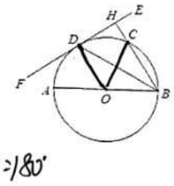
故中位数为 $\frac{15+15}{2}=15$

21. (本小题 10 分) 已知 AB 为⊙O 的直径，EF 切⊙O 于点 D，过点 B 作 BH⊥EF 于点 H，交⊙O 于点 C，连接 BD.

(I) 如图①，若∠BDH=65°，求∠ABH 的大小；

(II) 如图②，若 C 为弧 BD 的中点，求∠ABH 的大小





解：(I) 连接DO

∵ $BH \perp EF$

∴ $\angle BHD = 90°$

∵ $\angle BDH = 65°$

∴ $\angle HBD = 25°$

∵ EF切⊙O于D

∴ $DO \perp EF$

∵ $BH \perp EF$

∴ $DO \parallel BH$

∴ $\angle HBD = \angle BDO = 25°$

∵ $OB = OD$

∴ $\angle OBD = \angle ODB = 25°$

∴ $\angle ABH = \angle ABD + \angle DBH = 50°$

(II) 连接DO, CO

∵ EF切⊙O于D

∴ $OD \perp EF$

∵ $BH \perp EF$

∴ $OD \parallel BH$

∴ $\angle DBH = \angle ODB$

∵ $OB = OD$

∴ $\angle ODB = \angle OBD$

∴ $\angle OBD = \angle DBC$

∴ $\angle AOD = \angle COD$

∵ C为$\overset{\frown}{BD}$中点

∴ $\angle DOC = \angle BOC$

∴ $\angle AOD = \angle DOC = \angle COB$

∵ $\angle AOB = 180°$

∴ $\angle AOD = \angle DOC = \angle COB = 60°$

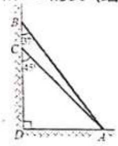
∴ $\angle AOC = 120°$

∴ $\angle ABH = 60°$

22. (本小题 10 分)

如图，两根竹竿 AB 和 AC 斜靠在墙 BD 上，量得∠ABD=37°，∠ACD=45°，BC=50cm，求竹竿 AB 和 AC 的长（结果精确到 0.1cm）.

参考数据：sin37°≈0.60，cos37°≈0.80，tan37°≈0.75，$\sqrt{2}$≈1.41.



解：设 $CD = x$ cm，则 $AD = CD = x$

∵ $BC = 50$

∴ $BD = x + 50$

在Rt△ABD中

$\tan\angle ABD = \dfrac{AD}{BD} = \tan 37°$

∴ $\dfrac{x}{x+50} = \tan 37°$

$\dfrac{x}{x+50} \approx 0.75$

$x \approx \frac{3}{4}(x+50)$

$4x = 3x + 150$

$x = 150$

∴ $CD = 150$

在Rt△ACD中

$CD = 150$，$\angle DCA = 45°$

∴ $AC = \sqrt{2}CD = 150\sqrt{2} \approx 211.5$

在Rt△ABD中，

$AD = 150$，$\angle ABD = 37°$

∴ $\dfrac{150}{AB} = \sin 37°$

$\dfrac{150}{AD} \approx 0.6$

∴ $AB = 250.0$

答：AB长约为250.0cm，AC长约为211.5cm

23.（本小题 10 分）

某公司要购买一种笔记本供员工学习时使用。在甲文具店不管一次购买多少本，每本价格为 2 元，在乙文具店购买同样的笔记本，一次购买数量不超过 20 时，每本价格为 2.元；一次购买数量超过 20 时，超过部分每本价格为 1.8 元.设在同一家文具店一次购买这种笔记本的数量为 x（x 为非负整数）.

（Ⅰ）根据题意，填写下表：

一次购买数量（本）	10	20	30	40	…
甲文具店付款金额（元）	20	40	60	80	…
乙文具店付款金额（元）	24	48	66	84	…

（Ⅱ）设在甲文具店购买这种笔记本的付款金额为 y_1 元，在乙文具店购买这种笔记本的付款金额为 y_2 元，分别写出 y_1，y_2 关于 x 的函数关系式；

（Ⅲ）当 x≥50 时，在哪家文具店购买这种笔记本的花费少？请说明理由.

解：(Ⅱ) $y_1=2x$ ($x\geq 0$ 且 x 为整数)

$$y_2=\begin{cases}2.4x & (0\leq x\leq 20,\ 且 x 为整数)\\ 1.8x+12 & (x\geq 20\ 且 x 为整数)\end{cases}$$

(Ⅲ) 令 $y_1=y_2$.

$2x=1.8x+12$

$0.2x=12$

$x=60$

当 $x=50$ 时. $y_1=100$. $y_2=102$

∴ 当 $50\leq x<60$ 时. 在甲文具店购买合适

当 $x=60$ 时 两个文具店均可

当 $x>60$ 时. 在乙文具店购买合适

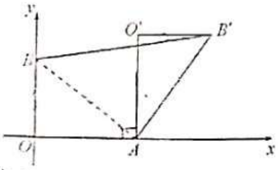
24. (本小题 10 分)

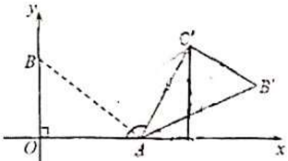
在平面直角坐标系中，O 为原点，点 A(4，0)，点 B（0，3），把△ABO 绕点 A 顺时针旋转，得△AB'O'，点 B，O 旋转后的对应点为 B'，O'．记旋转角为α.

（I）如图①，若α=90°，求 BB'的长；

（II）如图②，若α=120°，求点 O'的坐标：

（III）记 K 为 AB 的中点，S 为△KO'B'的面积，求 S 的取值范围（直接写出结果即可）．





解：(I) 在Rt△AOB中

$AO=4$, $BO=3$

$\therefore AB=5$

在Rt△ABB'中

$AB=AB'=5$

$\therefore BB'=5\sqrt{2}$

(II) 作$O'P\perp x$轴于P

$\because \alpha=120°$

$\therefore \angle OAO'=120°$

$\therefore \angle O'AP=60°$

$\because AO'=AO=4$

$\therefore AP=2$, $O'P=2\sqrt{3}$

$\therefore OP=OA+AP=6$

$\therefore O'(6, 2\sqrt{3})$

(III) $\frac{9}{4}\le S\le \frac{39}{4}$

~~S~~ 作$KM\perp O'B'$于M

则 $S_{\triangle KO'B'}=\frac{1}{2}\cdot O'B'\cdot KM$

O'运动轨迹为~~A~~以A为圆心，AO'为半径的圆

$\because O'B'$ ~~为~~ $\perp AO'$

$\therefore O'B'$切⊙A于O'

又$\because KA=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}<AO'$

$\therefore K$在⊙A内

$\therefore$ ~~当~~ ~~以~~ 设直线AB与⊙A交于P, Q (P在线段AB上)

$\therefore$ ~~KM~~ KP为KM最小值

KQ为KM最大值

$\therefore KP=\frac{3}{2}$, $KQ=\frac{13}{2}$

$\therefore \frac{9}{4}\le S\le \frac{39}{4}$

爱智康

25. (本小题 10 分)

抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 C (0, -4), 与 x 轴交于点 A, B, 且 B (2, 0).

(I) 求该抛物线的解析式;

(II) 若点 P 是线段 AB 上的一动点, 过点 P 作 PE//AC, 交 BC 于点 E, 连接 CP, 求△PCE 面积的最大值:

(III) 若点 D 为 OA 的中点, 点 M 是线段 AC 上一点, 且△OMD 为等腰三角形, 求 M 点的坐标.

解: (I) $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 过 $C(0,-4)$, $B(2,0)$

$\therefore \begin{cases} -4=c \\ 0=\frac{1}{2}\times4+2b+c \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} b=1 \\ c=-4 \end{cases}$

$\therefore y=\frac{1}{2}x^2+x-4$

(II) 作 $PF\perp BC$ 于 F

设 $P(m,0)$

$\therefore BP=2-m$. $AP=m-4$.

$\because PE//AC$

$\therefore \frac{BP}{AB}=\frac{BE}{BC}$

$\frac{2-m}{6}=\frac{BE}{2\sqrt{5}}$

$\therefore BE=\frac{2\sqrt{5}}{6}(2-m)=\frac{\sqrt{5}}{3}(2-m)$

$\therefore$ ~~BE~~ $CE=2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{3}(2-m)$

$\therefore CE=2\sqrt{5}-\frac{2}{3}\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{3}m$

$CE=\frac{4}{3}\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{3}m$

在 Rt△BPF 中

$PF=BP\cdot\sin B$

$=(2-m)\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore S_{\triangle PCE}=\frac{1}{2}\cdot CE\cdot PF$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}(4+m)\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}(2-m)$

$=\frac{1}{3}(4+m)(2-m)$

$=-\frac{1}{3}(m+4)(m-2)$

$=-\frac{1}{3}(m^2+2m-8)$

$=-\frac{1}{3}(m^2+2m+1-9)$

$=-\frac{1}{3}(m+1)^2+3$

$\therefore$ 当 $m=-1$ 时. $S_{\triangle PCE}$ 最大

最大值为 3

(III) ① 当 $DM=DO$ 时.

直线 AC: $y=kx+b$

$A(-4,0)$, $C(0,-4)$

$\therefore y=-x-4$

且 AC 中点 $(-2,-2)$

而 $D(-2,0)$

$\therefore$ 当 M 为 AC 中点时

$DM=DA=DO$

$\therefore$ 当 $M(-2,-2)$ 时

△DOM 为等腰三角形

② 当 $MD=MO$ 时

$D(-2,0)$ $O(0,0)$

$\therefore x_M=-1$

又 M 在 $y=-x-4$ 上.

$\therefore y_M=-(-1)-4=-3$

$\therefore M(-1,-3)$

③ 当 $OD=OM$ 时.

此时 $OM=OD=2$

而 O 到 AC 距离为 $2\sqrt{2}$

$2<2\sqrt{2}$

$\therefore$ 此时 M 不存在

$\therefore$ 当 $M(-2,-2)$ 或 $(-1,-3)$ 时

△OMD 为等腰三角形