

2018—2019 学年度第二学期南开区九年级练习

数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

- (1) A (2) D (3) B (4) B (5) A (6) D
 (7) C (8) C (9) D (10) B (11) C (12) A

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

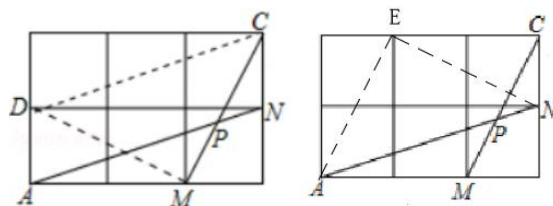
- (13) a^6 (14) $3x(x-1)^2$ (15) $y = -\frac{1}{x}$ (不唯一)

- (16) $\frac{2}{3}$ (17) $2\sqrt{10}$

- (18) (I) 2:3;

(II) 取格点 D，连结 CD，DM，则 $\triangle CDM$ 即为所求.

(或者取格点 E，连结 AE，EN，则 $\triangle AEN$ 即为所求.)

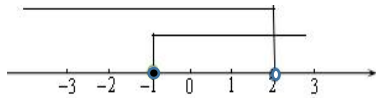


三、解答题：本大题共 7 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19. (本小题 8 分)

解：(I) $x \geq -1$; 2 分

(II) $x < 2$; 4 分

(III)  6 分

(IV) $-1 \leq x < 2$. 8 分

20. (本小题 8 分)

解：(I) 50, 10; 2 分

(II) 观察条形统计图, $\therefore \bar{x} = \frac{2 \times 10 + 3 \times 5 + 4 \times 25 + 5 \times 10}{50} = 3.7$ 4 分

\therefore 本次调查获取的样本数据的平均数是 3.7.

\therefore 在这组样本数据中, 4 出现了 25 次, 出现的次数最多,

\therefore 这组样本数据的众数是 4. 5 分

将这组样本数据按照由小到大的顺序排列，其中处于中间位置的两个数都是 4，

$$\text{有 } \frac{4+4}{2}=4,$$

∴这组样本数据的中位数是 4.

6 分

(III) ∵在 50 名学生中，跳绳测试得 4 分、5 分的学生人数比例分别为 50%，20%

$$\therefore 900 \times (50\% + 20\%) = 630.$$

答：根据样本数据，估计该校九年级跳绳测试中超过 3 分的学生约有 630 人.

8 分

21. (本小题 10 分)

(I) 60°

2 分

(II) 连结 OD, OC, AC.

在圆内接四边形 ACBD 中， $\angle DAC + \angle DBC = 180^\circ$

$$\text{又 } \because \angle DBE + \angle DBC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle EBD = \angle DAC$$

$$\because OD = OC = CD = 2$$

∴△DOC 为等边三角形

$$\therefore \angle DOC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle EBD = 30^\circ$$

∵AB 为直径

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle E = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

6 分

(III) 连结 OD, OC,

$$\because OD = OC = CD = 2$$

∴△DOC 为等边三角形

$$\therefore \angle DOC = 60^\circ$$

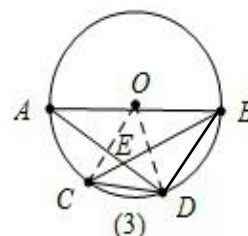
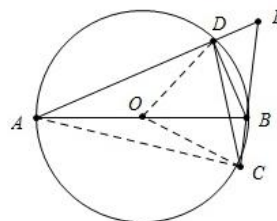
$$\therefore \angle CBD = 30^\circ$$

∵AB 是圆的直径 ∴ $\angle ADB = 90^\circ$

$$\therefore \text{在 } \triangle BED \text{ 中, 有 } \angle BED = 180^\circ - \angle CBD - \angle ADB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BED = 60^\circ .$$

10 分



22. (本小题 10 分)

解: (I) 根据题意可知: $CE \perp AB$, 四边形 BDCE 为矩形

$$\therefore CE = BD \quad BE = CD = 10\sqrt{3}m$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCE \text{ 中, } \angle BEC = 90^\circ, \quad \tan \alpha = \frac{BE}{CE}$$

$$\therefore CE = \frac{BE}{\tan \alpha} = \frac{BE}{\tan 60^\circ} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10(m)$$

$$\therefore BD = CE = 10m$$

即: 建筑物与旗杆之间的水平距离 BD 的长为 10m

4 分

$$(II) \text{ 在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } \angle AEC = 90^\circ, \quad \tan \beta = \frac{AE}{CE}$$

$$\therefore AE = CE \cdot \tan 20^\circ$$

$$\therefore AB = AE + BE = CE \cdot \tan 20^\circ + 10\sqrt{3}$$

$$\approx 10 \times 0.364 + 10 \times 1.732$$

$$= 3.64 + 17.32$$

$$= 20.96(m)$$

$$\approx 21.0m$$

答: 旗杆的高度约为 21.0m.

10 分

(23) (本小题 10 分)

(I)

商品金额 (元)	300	600	1000	...	x
方式一的总费用 (元)	300	600	1000	...	x
方式二的总费用 (元)	540	780	1100	...	$300 + 0.8x$

4 分

(II) 根据题意, 得 $300 + 0.8x = x$,

$$\text{解得: } x = 1500$$

所以, 当顾客消费等于 1500 元时买卡与不买卡花钱相等;

6 分

(III) 依题意可知: 方式一购物的总费用为 $y_1 = x$;

$$\text{方式二购物的总费用为 } y_2 = 300 + 0.8x$$

$$\text{当 } x = 3500 \text{ 时, } y_1 = x = 3500 (\text{元}); y_2 = 300 + 0.8x = 300 + 0.8 \times 3500 = 3100 (\text{元});$$

$$\therefore y_1 - y_2 = 3500 - 3100 = 400 \text{ (元)}$$

所以，小张买卡（方式二购物）合算，能节省 400 元钱；

8 分

(IV) 设这台冰箱的进价为 a 元，根据题意，

$$\text{得 } 3100 - a = 25\%a$$

$$\text{解得： } a = 2480$$

答：这台冰箱的进价是 2480 元.

10 分

24. (本小题 10 分)

解：(I) 过 C 点作 $CE \perp x$ 轴于点 E，

$$\because \text{Rt}\triangle AOB \text{ 中 } \angle OBA = 30^\circ, AB = 4.$$

$$\therefore \angle OAB = 60^\circ, OA = \frac{1}{2}AB = 2$$

\because 旋转后点 D 在 AB 边上

$$\therefore \text{旋转角为 } 60^\circ, AC = AB = 4$$

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中， $\angle CAE = 180^\circ - \angle OAB - \angle BAC = 60^\circ$

$$\therefore AE = AC \cdot \cos \angle CAE = 4 \times \frac{1}{2} = 2; CE = AC \cdot \sin \angle CAE = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore OE = OA + AE = 2 + 2 = 4.$$

$$\therefore C(4, 2\sqrt{3}).$$

4 分

(II)

①当点 M 在 AC 边上运动时，

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$

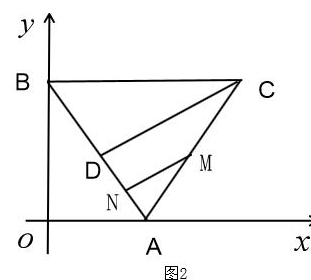
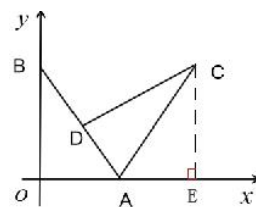
\because 点 A(2, 0) 和点 C(4, $2\sqrt{3}$) 在直线 AC 上

$$\therefore \begin{cases} 2\sqrt{3} = 4k + b \\ 0 = 2k + b \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = \sqrt{3} \\ b = -2\sqrt{3} \end{cases}$$

\therefore 当点 M 在 AC 边上运动时，其关系式为 $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} \quad (2 \leq x \leq 4)$

6 分

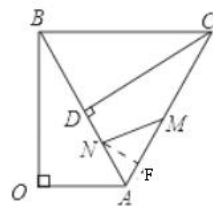


② (1) 如图, 当 $0 < t \leq \frac{8}{3}$ 时, 点 M 在 AC 边上运动, 点 N 在 AB 边上运动,

过 N 点作 $NF \perp AC$ 于点 F, 则 $NF = AN \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}t$

$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} AM \cdot NF = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}t \times \frac{\sqrt{3}}{2}t = \frac{3\sqrt{3}}{8}t^2$$

$$\text{当 } t = \frac{8}{3} \text{ 时, } S_{\triangle AMN \text{ 最大}} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \times \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$



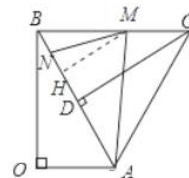
(2) 如图, 当 $\frac{8}{3} < t \leq 4$ 时, 点 M 在 BC 边上运动, 点 N 在 AB 边上运动,

过 M 点作 $MH \perp AB$ 于点 H, 则 $BM = 8 - \frac{3}{2}t$, $MH = BM \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}(8 - \frac{3}{2}t)$,

$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} AN \cdot MH = \frac{1}{2}t \times \frac{\sqrt{3}}{2}(8 - \frac{3}{2}t) = -\frac{3\sqrt{3}}{8}t^2 + 2\sqrt{3}t$$

当 $t = \frac{8}{3}$ 时, $S_{\triangle AMN}$ 取得最大值,

$$\therefore \text{当 } \frac{8}{3} < t \leq 4 \text{ 时, } S_{\triangle AMN} < \frac{8\sqrt{3}}{3}$$



(3) 如图, 当 $4 < t \leq 4.8$ 时, 点 M、N 都在 BC 边上运动,

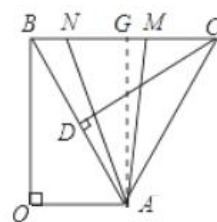
过 A 点作 $AG \perp BC$ 于点 G, 则 $MN = 12 - \frac{5}{2}t$, $AG = CE = 2\sqrt{3}$,

$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} MN \cdot AG = \frac{1}{2}(12 - \frac{5}{2}t) \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2}t$$

$$\text{当 } t = 4 \text{ 时, } S_{\triangle AMN \text{ 最大}} = 12\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{当 } 4 < t \leq 4.8 \text{ 时, } S_{\triangle AMN} < 2\sqrt{3} < \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

综上, 当 $t = \frac{8}{3}$ 时, S 取得最大值, $S_{\text{最大}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$



10 分

25. (本小题 10 分)

(I) \because 抛物线 $y = \frac{1}{9}x^2 + bx$ 经过点 $A(-3, 4)$

令 $x = -3$, 代入 $y = \frac{1}{9}x^2 + bx$, 则 $4 = \frac{1}{9} \times 9 + b \times (-3)$,

$$\therefore b = -1$$

2 分

(II) ①

$\because A(-3, 4)$,

$$\therefore AO = 5, \quad 3 \text{ 分}$$

由对称性可知 $OA = OC$, $AP = CP$,

$\because AP \parallel OC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

又 $\because \angle AOP = \angle 2$,

$$\therefore \angle AOP = \angle 1,$$

$$\therefore AP = AO,$$

$$\therefore AP = AO = 5,$$

设 P 点的横坐标为 t ,

则 $P(t, 4)$, 且 $|t - (-3)| = 5$

解得 $t = 2$ 或 $t = -8$

$$\therefore P_1(2, 4), P_2(-8, 4),$$

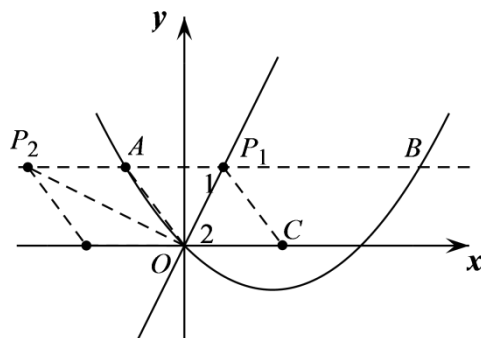
设 OP 的表达式为 $y = kx$

分别将 $P_1(2, 4)$, $P_2(-8, 4)$ 代入解析式,

$$\text{解得 } k_1 = 2, \quad k_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore OP \text{ 的表达式为 } y = 2x \text{ 或 } y = -\frac{1}{2}x.$$

7 分



②以 O 为圆心, OA 长为半径作 $\odot O$, 连接 BO , 交 $\odot O$ 于点 C , 此时线段 BC 有最小值.

$$\text{抛物线的对称轴为 } x = -\frac{-1}{2 \times \frac{1}{9}} = \frac{9}{2}$$

\because 点 A 与点 B 关于直线 $x = \frac{9}{2}$ 对称, 且 $A(-3, 4)$

$$\therefore B(12, 4),$$

$$\therefore OB = 4\sqrt{10},$$

$$\text{又} \because OC = OA = 5$$

$$\therefore BC = OB - OC = 4\sqrt{10} - 5$$

$$\therefore BC \text{ 的最小值为 } 4\sqrt{10} - 5.$$

10 分

