

2018-2019 年度红桥区结课考数学试卷

一、选择题 (3×12=36)

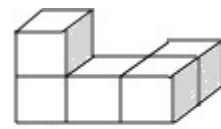
1. $\sin 30^\circ$ 的值等于

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

2. 下列图形中, 可以看作是中心对称图形的是



3. 右图是由 5 个相同的正方体组成的立体图形, 它的主视图是



4. 如图, 掷一枚质地均匀的骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数。小伟掷一次骰子, 观察向上一面的点数, 下列属必然事件的是



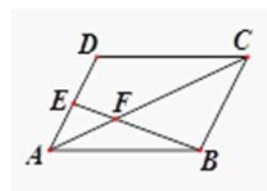
- A. 出现的点数是 7 B. 出现的点数为奇数
C. 出现的点数是 2 D. 出现的点数大于 0

5. 下列命题中正确的是

- A. 若两个多边形相似, 则对应边的比相等
B. 若两个多边形相似, 则对应角的比等于对应边的比
C. 若两个多边形的对应角相等, 则这两个多边形相似
D. 若两个多边形的对应边的比相等, 则这两个多边形相似

6. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 为 AD 的中点, 连接 BE 交 AC 于点 F, 则 AF:CF 等于

- A. 1:2 B. 1:3 C. 2:3 D. 2:5



7. 从 0, 1, 2, -3 四个数中, 随机抽取两个数相乘, 积是负数的概率为

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

8. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + \sqrt{m}x + n = 0 (m \neq 0)$ 有两个相等的实数根, 则 $\frac{n}{m}$ 的值为

- A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

9. 已知一个正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$ 则它的外接圆的面积为

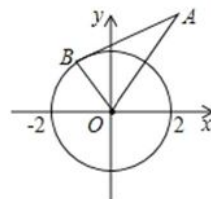
- A. π B. 3π C. 4π D. 12π

10. 若点 A (x_1 , -3), B(x_2 , -1), C(x_3 , 1) 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 则 x_1 , x_2 , x_3 的大小关系是

- A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_3 < x_2 < x_1$ C. $x_2 < x_3 < x_1$ D. $x_2 < x_1 < x_3$

11. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 点 A 的坐标为 $(2, 2\sqrt{3})$, AB 为 $\odot O$ 的切线, B 为切点, 则点 B 点的坐标为

- A. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{8}{5})$ B. $(-\sqrt{3}, 1)$ C. $(-\frac{4}{5}, \frac{9}{5})$ D. $(-1, \sqrt{3})$



12. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 经过 A $(-1, 1)$, B $(2, 4)$ 两点, 顶点坐标为 (m, n) , 有下列结论: ① $b<1$; ②

$c>2$; ③ $0<m<\frac{1}{2}$; ④ $n\leq 1$. 则所有正确结论的个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

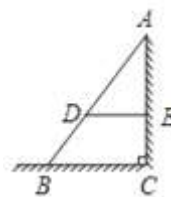
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 不透明的袋子中装有 8 个球, 其中有 3 个红球, 2 个黑球, 3 个黄球, 这些球除颜色外无其它差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是黄球的概率为_____

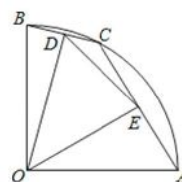
14. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k\neq 0$) 的图象位于第一、第三象限, 写出一个符合条件的 k 的值为_____

15. 二次函数 $y=-x^2+2x+3$ 的最大值为_____

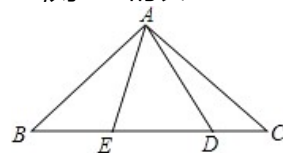
16. 如图, AB 为斜靠在墙壁 AC 上的长梯, 梯脚 B 距墙 1.5m, 梯上一点 D 距墙 1.2m, BD 长 0.5m, 则梯长 AB 为 m_____



17. 如图, 在扇形 OAB 中, $\angle AOB=90^\circ$, 点 C 是弧 AB 上的一个动点(不与 A, B 重合), $OD\perp BC$, $OE\perp AC$, 垂足分别为 D, E. 若 $DE=1$, 则扇形 OAB 的面积为_____



18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D, E 是斜边 AC 上两点, 且 $\angle DAE=45^\circ$, 若 $BE=4$, $CD=3$, 则 AB 的长为_____



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

19. (本小题 8 分)

解方程 $(x-2)(x+1)=1$

20. (本小题 8 分)

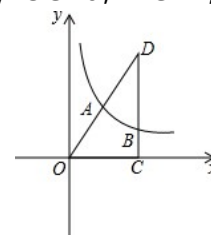
在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边

(I) 若 $\tan A = \frac{3}{4}$, $b=8$, 求 a 和 c

(II) 若 $\tan A=2$, $c=2\sqrt{5}$, 求 b 和 $\sin B$.

21. (本小题 10 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $Rt\triangle OCD$ 的一边 OC 在 x 轴上, $\angle OCD=90^\circ$, 点 D 在第一象限, $OC=6$, $DC=4$, 反比例函数的图象经过 OD 的中点 A .



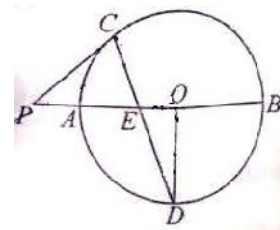
(I) 求该反比例函数的解析式:

(II) 若该反比例函数的图象与 $Rt\triangle OCD$ 的另一边 DC 交于点 B , 求过 A, B 两点的直线的解析式.

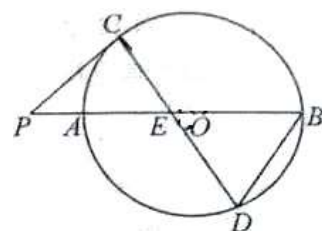
22. (本小题 10 分)

已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 CD 与 AB 相交于点 E ，过点 C 作 $\odot O$ 的切线，与 BA 的延长线交于点 P ， $\angle BPC = 42^\circ$ 。

(I) 如图①，连接 OD ，若 D 为弧 AB 的中点，求 $\angle ODC$ 的大小；



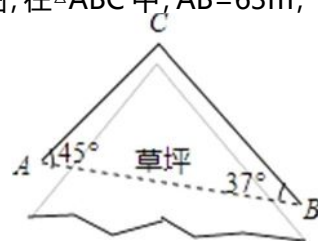
(II) 如图②，连接 BD ，若 $DE = DB$ ，求 $\angle PBD$ 的大小。



23. (本小题 10 分)

小明上学途中要经过 A, B 两地，由于 A, B 两地之间有一池塘，所以需要走路线 AC, CB ：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 63\text{m}$ ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 37^\circ$ ，求 AC, CB 的长。（结果保留小数点后一位）

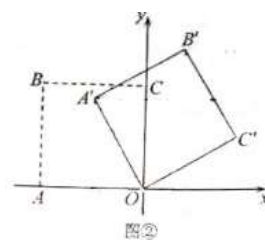
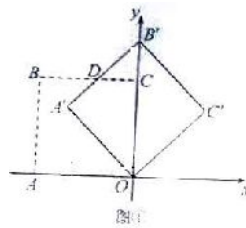
参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ， $\sqrt{2}$ 取 1.414。



24. (本小题 10 分)

在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 $A(-6, 0)$, 点 $C(0, 6)$. 若正方形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转, 得正方形 $OA'B'C'$, 记旋转角为 α

- (I) 如图①, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, 求 BC 与 $A'B'$ 的交点 D 的坐标;
- (II) 如图②, 当 $\alpha=60^\circ$ 时, 求点 B' 的坐标:
- (III) 若 P 为线段 BC' 的中点, 求 AP 长的取值范围 (直接写出结果即可)。



25. (本小题 10 分)

已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 2$ ($a \neq 0$)

(I) 当抛物线经过点 $P(4, -6)$ 时, 求抛物线的顶点坐标;

(II) 若该抛物线开口向上, 当 $-1 \leq x \leq 5$ 时, 抛物线的最高点为 M , 最低点为 N , 点 M 的纵坐标为 $\frac{11}{2}$, 求点 M 和点 N 的坐标。

(III) 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 为抛物线上的两点, 设 $t \leq x_1 \leq t+1$, 当 $x \geq 3$ 时, 均有 $y_1 \geq y_2$, 求 t 的取值范围。

一. 选择题

A B C D A A / B C C D D B

二. 填空题

(13) $\frac{3}{8}$ (14) 1 (答案不唯一, 大于0即可) (15) 4 (16) 2.5 (17) $\frac{\pi}{2}$ (18) $6\sqrt{2}$

三. 解答题

19. 解: $(x-2)(x+1)=1$

$$x^2 - x - 2 = 1$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Delta = 1 + 12 = 13$$

$$\therefore x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$$

20. (1) 解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan A = \frac{3}{4} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \frac{a}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore a = 6$$

$$(2) c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\therefore a = 6, c = 10$$

(2) 解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan A = \frac{a}{b} = 2$$

$$\therefore a = 2b$$

$$\text{设 } b = x, \text{ 则 } a = 2x$$

$$\therefore c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{x^2 + (2x)^2} = \sqrt{5}x = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore \sin B = \frac{b}{c} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore b = 2, \sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

(21) 解: 过 A 作 $AE \perp x$ 轴于 E.

$$\because DC \perp OC, AE \perp OC$$

$$\therefore DC \parallel AE$$

$$\therefore \triangle OAE \sim \triangle ODC$$

$$\therefore \frac{AE}{DC} = \frac{OA}{OD} = \frac{1}{2}$$

$$\because DC = 4$$

$$\therefore AE = 2$$

$$\text{同理: } OE = 3$$

$$\therefore A(3, 2)$$

设反比例函数为 $y = \frac{k}{x}$ 过 A

$$\therefore 2 = \frac{k}{3}$$

$$\therefore k = 6$$

$$\therefore y = \frac{6}{x}$$

(2) 当 $x = 6$ 时, $y = 1$

$$\therefore B(6, 1)$$

设过 A, B 的解析式为 $y = kx + b$

$$\begin{cases} 1 = 6k + b \\ 2 = 3k + b \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 3$$

22. 解: 连接OC.

$\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore OC \perp PC$

$\because \angle P = 42^\circ$

$\therefore \angle COP = 48^\circ$

$\because D$ 是 AB 的中点,

$\therefore \angle AOD = 90^\circ$

$\therefore \angle COD = 48^\circ + 90^\circ = 138^\circ$

$\therefore \angle ODC = \frac{180^\circ - 138^\circ}{2} = \frac{42^\circ}{2} = 21^\circ$

23. 解: 连接OC.

$\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore OC \perp PC$

$\because \angle P = 42^\circ$

$\therefore \angle COP = 48^\circ$

$\therefore \angle COB = 180^\circ - \angle COP = 132^\circ$

$\therefore \angle CDB = \frac{1}{2} \angle COB = 66^\circ$

$\because DB = DC$

$\therefore \angle PBD = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle CDB) = \frac{1}{2} \times 114^\circ$

$\therefore \angle PBD = 57^\circ$

23. 解: 作 $CD \perp AB$ 于 D

$\therefore \angle CDA = \angle CDB = 90^\circ$

设 $AD = x$, 则 $BD = 63 - x$

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\angle 1 = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$

$\tan A = \frac{CD}{AD} = 1$

$\therefore CD = x$

$\sin A = \frac{CD}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore AC = \sqrt{2}x$

在 $Rt\triangle BCD$ 中, $\angle BDC = 90^\circ$

$\tan B = \frac{CD}{BD} = \tan 37^\circ$

$\therefore CD = BD \cdot \tan 37^\circ$

$\therefore x = \frac{3}{4}x(63 - x)$

$\therefore x = 27$

$\therefore CD = AD = x = 27$

$AC = \sqrt{2}x = 27\sqrt{2} \approx 38.2(m)$

$BC = \frac{CD}{\sin 37^\circ} \approx \frac{27}{0.6} = 45 \approx 45.0(m)$

答: AC 长约 $38.2m$, BC 长约 $45.0m$

24. (1) 正方形ABCO边长为6

\therefore 对角线BO长为 $6\sqrt{2}$

$\therefore OB' = OB = 6\sqrt{2}$

$\therefore OC = 6$

$\therefore B'C = 6\sqrt{2} - 6$

$\therefore \angle CB'D = 45^\circ, \angle DCB' = 90^\circ$

$\therefore CD = B'C = 6\sqrt{2} - 6$

$\therefore D(6 - 6\sqrt{2}, 6)$

(2) 过B'作B'H⊥x轴, A'N⊥x轴

作A'M⊥B'H于M, 交y轴于P

$\therefore \angle NA'M = \angle OA'B' = 90^\circ$

$\therefore \angle NA'O = \angle MA'B'$

在 $\triangle NA'O$ 与 $\triangle MA'B'$ 中

$$\begin{cases} \angle A'NO = \angle B'MA' \\ OA' = A'B' \\ \angle NA'O = \angle MA'B' \end{cases}$$

$\therefore \triangle NA'O \cong \triangle MA'B'$

$\therefore ON = B'M, A'N = A'M$

在Rt $\triangle ONA'$ 中, $\angle A'ON = 60^\circ, A'O = 6$

$\therefore ON = 3, A'N = 3\sqrt{3}$

$\therefore A'P = NO = 3$

$\therefore PM = 3\sqrt{3} - 3$

$B'H = B'M + MH = 3 + 3\sqrt{3}$

$\therefore B'(3\sqrt{3} - 3, 3\sqrt{3} + 3)$

点C的轨迹为以O为圆心, 半径为6的圆

$\therefore C(x, y)$ 满足 $x^2 + y^2 = 36$

$\therefore B(-6, 6)$

$\therefore P(m, n)$ 可表示为 $(\frac{x-6}{2}, \frac{y+6}{2})$

$\therefore m = \frac{x-6}{2}, n = \frac{y+6}{2}$

$\therefore x = 2m + 6, y = 2n - 6$

$\therefore x^2 + y^2 = 36$

$\therefore (2m+6)^2 + (2n-6)^2 = 36$

$(m+3)^2 + (n-3)^2 = 9$

$\therefore (m, n)$ 在以 $(-3, 3)$ 为圆心, 半径为3的圆上

$\therefore P$ 点运动轨迹为正方形OABC的内切圆

设此圆的圆心为Q.

则 $AQ = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$\therefore AP$ 的最小值为 $3\sqrt{2} - 3$.

AP 的最大值为 $3\sqrt{2} + 3$

$\therefore 3\sqrt{2} - 3 \leq AP \leq 3\sqrt{2} + 3$

25. 解: (1, p(4, -6))

$$\therefore -6 = 16a - 8a - 2$$

$$-4 = 8a$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 2$$

$$(1) -\frac{b}{2a} = -\frac{-2a}{2a} = 1$$

\therefore 开口向上.

\therefore 当 $x = 1$ 时有最小值.

当 $x = 5$ 时, 有最大值

$$\therefore M(5, \frac{11}{2})$$

代入 $y = ax^2 - 2ax - 2$, 得,

$$\frac{11}{2} = 25a - 10a - 2$$

$$\frac{15}{2} = 15a$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - x - 2$$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时, } y = \frac{1}{2} - 1 - 2 = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore N(1, -\frac{5}{2})$$

$$\therefore M(5, \frac{11}{2}), N(1, -\frac{5}{2})$$

西, 当 $a < 0$ 时, 对称轴为 $x = 1$.

则关于 $x = 1$ 时的对称点解为 -1

\therefore 当 $t > -1$ 且 $t+1 \leq 3$ 时.

即 $-1 \leq t \leq 2$ 时, 有 $y_1 \geq y_2$