

河西区九年级疫情期间居家学习学情调查

数学试题参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

- (1) B (2) C (3) A (4) B (5) B (6) B
(7) A (8) D (9) D (10) C (11) D (12) B

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

- (13) $a \geq 1$ (14) $ac+ad+bc+bd$ (15) $\frac{2}{11}$
(16) $(-2, 0)$ (17) $\frac{3\sqrt{29}}{2}$ (18) $\sqrt{5}-1$

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

(19)（本小题 8 分）

解：(I) $x \geq -3$ ；（2 分）

(II) $x \leq 1$ ；（4 分）

(III) 略 （6 分）

(IV) $-3 \leq x \leq 1$.（8 分）

(20)（本小题 8 分）

解：(I) 40，15.（2 分）

(II) \because 在这组样本数据中，35 出现了 12 次，出现的次数最多，

\therefore 这组样本数据的众数为 35.（4 分）

\because 将这组样本数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是 36，

$$\text{有 } \frac{36+36}{2} = 36,$$

\therefore 这组样本数据的中位数为 36.（6 分）

(III) \because 在 40 名学生中，鞋号为 35 的学生人数比例为 30%，

\therefore 由样本数据，估计学校各年级学生中鞋号为 35 的人数比例约为 30%，

于是，计划购买 150 双运动鞋时，有 $150 \times 30\% = 45$.

∴ 建议购买 35 号运动鞋 45 双. (8 分)

(21) (本小题 10 分)

解: (I) 连接 OA 、 AD , (1 分)

∵ 切线 CF , ∴ $OA \perp CF$, ∴ $\angle OAC = 90^\circ$, (2 分)

∵ $\angle C = 25^\circ$, ∴ $\angle COA = 65^\circ$,

又 ∵ $\angle COA = \angle B + \angle OAB$, (3 分)

∵ $OA = OB$, ∴ $\angle B = \angle OAB$,

∴ $\angle OAB = 32.5^\circ$,

∴ $\angle BAF = \angle OAF - \angle OAB = 90^\circ - 32.5^\circ = 57.5^\circ$. (4 分)

(II) ∵ $AB = AC$, ∴ $\angle B = \angle C$, (5 分)

由 (I) 知 $\angle COA = 2\angle B$, ∴ $3\angle C = 90^\circ$, ∴ $\angle C = 30^\circ$, (7 分)

在 $\text{Rt}\triangle OCA$ 中, $OA = \frac{1}{2}CO$, $OA = OD$,

∴ $CD = DO = OA = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$, (9 分)

∴ $AB = AC = 2\sqrt{3}$. (10 分)

(22) (本小题 10 分)

(I) 解: 由题意, 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中,

$\angle ACD = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$,

∴ $\angle A = 30^\circ$, ∴ $AD = 2CD$. (2 分)

∵ $CD = 40$, ∴ $AD = 80$, ∴ $AC = \sqrt{AD^2 - DC^2} = 40\sqrt{3}$. (4 分)

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中,

∵ $\angle BDC = 45^\circ$, ∴ $\angle DBC = 45^\circ$, ∴ $\angle DBC = \angle BDC$,

∴ $BC = CD = 40$, (8 分)

∴ $AB = 40\sqrt{3} - 40$. (9 分)

答: 旗杆的高度为 $(40\sqrt{3} - 40)\text{m}$. (10 分)

(23) (本小题 10 分)

解: (I) ①60, 70; ②300, 290; (4 分)

(II) $y_1 = 6x$ ($x > 0$). (5 分)

当 $0 < x \leq 20$ 时, $y_2 = 7x$;

当 $x > 20$ 时, $y_2 = 7 \times 20 + 5(x - 20) = 5x + 40$. (7 分)

(III) ① 40; ② 甲; ③ 乙. (10 分)

(24) (本小题 10 分)

解: (I) \because 正方形 $ABCD$, $\therefore \angle EAM = 90^\circ$.

由折叠知 $OE = EM$,

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, $\angle AEM = 30^\circ$,

设 $OE = x$, 则 $EM = OE = x$, $AE = \frac{\sqrt{3}}{2}x$, (2 分)

$\therefore AE + OE = OA$, 即 $x + \frac{\sqrt{3}}{2}x = 4$, $\therefore x = 16 - 8\sqrt{3}$ (3 分).

$\therefore E(0, 16 - 8\sqrt{3})$. (4 分)

(II) $\because M$ 为 AC 中点, $\therefore AM = \frac{1}{2}AC = 2$, (5 分)

设 $OE = x$, 则 $EM = OE = x$, $AE = 4 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, $EM^2 = AM^2 + AE^2$,

即 $x^2 = 2^2 + (4 - x)^2$, (7 分) 解得 $x = \frac{5}{2}$.

$\therefore E(0, \frac{5}{2})$ (8 分)

(III) 不变, 8 (10 分)

(25) (本小题 10 分)

25. 解: (I) 把点 $(-1, 0)$ 和 $(3, 0)$ 代入函数 $y = -x^2 + bx + c$,

有 $\begin{cases} -1 - b + c = 0, \\ -9 + 3b + c = 0. \end{cases}$ 解得 $b = 2$, $c = 3$.

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4$.

$\therefore A(0, 3), E(1, 4)$. (4 分)

$$(II) \quad ① \text{由 } y = -x^2 + bx + c = -(x - \frac{b}{2})^2 + \frac{4c + b^2}{4}, \quad \text{得 } E(\frac{b}{2}, \frac{4c + b^2}{4}).$$

$$\because \text{点 } E \text{ 在直线 } y = x \text{ 上}, \therefore \frac{b}{2} = \frac{4c + b^2}{4}. \quad \therefore c = \frac{2b - b^2}{4}$$

$$② \text{由 } ① \text{知 } c = -\frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{2}b = -\frac{1}{4}(b-1)^2 + \frac{1}{4}. \quad \therefore A(0, -\frac{1}{4}(b-1)^2 + \frac{1}{4}).$$

$$\therefore \text{当 } b=1 \text{ 时, 点 } A \text{ 是最高点. 此时, } y = -x^2 + x + \frac{1}{4}. \quad (7 \text{ 分})$$

$$(III) \because \text{抛物线经过点 } (-1, 0), \text{ 有 } -1 - b + c = 0.$$

$$\therefore c = b + 1.$$

$$\therefore E(\frac{b}{2}, \frac{4c + b^2}{4}), A(0, c),$$

$$\therefore E(\frac{b}{2}, \frac{(b+2)^2}{4}), A(0, b+1).$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 关于 } x \text{ 轴的对称点 } E' \text{ 为 } (\frac{b}{2}, -\frac{(b+2)^2}{4}). \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{设过点 } A, P \text{ 的直线为 } y = kx + t. \text{ 把 } A(0, b+1), P(1, 0) \text{ 代入 } y = kx + t,$$

$$\text{得 } y = -(b+1)(x-1).$$

$$\text{把点 } E'(\frac{b}{2}, -\frac{(b+2)^2}{4}) \text{ 代入 } y = -(b+1)(x-1),$$

$$\text{得 } -\frac{(b+2)^2}{4} = -(b+1)(\frac{b}{2}-1), \text{ 即 } b^2 - 6b - 8 = 0. \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{解得, } b = 3 \pm \sqrt{17}.$$

$$\because b > 0, \therefore b = 3 + \sqrt{17} \text{ 舍.}$$

$$\therefore b = 3 - \sqrt{17}. \quad (10 \text{ 分})$$