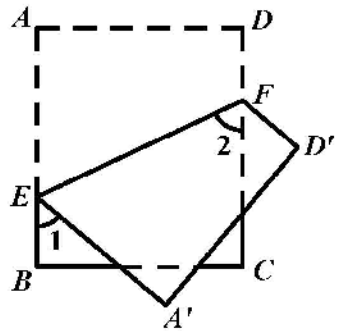


第Ⅱ卷

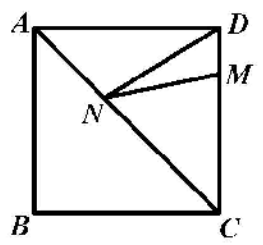
9. 如图, E 、 F 分别是矩形 $ABCD$ 边 AB 、 CD 上的点, 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 使 A 、 D 分别落在 A' 和 D' 处, 若 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是



- A. 65°
 B. 60°
 C. 50°
 D. 40°
10. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 图象上的点, 若 $x_1 > 0 > x_2$, 则一定成立的是

- A. $y_1 > y_2 > 0$
 B. $y_1 > 0 > y_2$
 C. $0 > y_1 > y_2$
 D. $y_2 > 0 > y_1$

11. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 8, M 在 DC 上, 且 $DM = 2$, N 是 AC 上一动点, 则 $DN + MN$ 的最小值为



- A. 6
 B. 8
 C. 10
 D. 12

12. 已知: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 0)$, 且满足 $4a + 2b + c > 0$, 以下结论:

- ① $a + b > 0$; ② $a + c > 0$; ③ $-a + b + c > 0$; ④ $b^2 - 2ac > 5a^2$, 其中正确的个数有
- A. 1 个
 B. 2 个
 C. 3 个
 D. 4 个

注意事项:

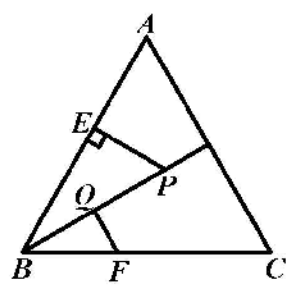
1. 用黑色字迹的签字笔将答案写在“答题卡”上(作图可用 2B 铅笔)。
2. 本卷共 13 题, 共 84 分。

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

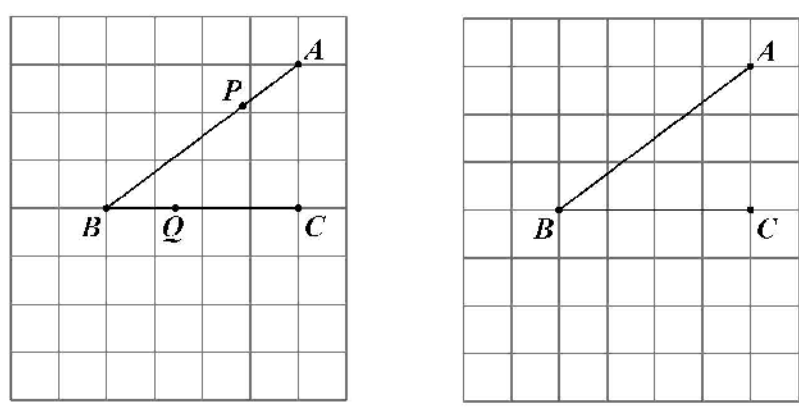
13. 化简 $(-a^2) \cdot a^5$ 所得的结果是_____。
14. 计算: $(\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{6}) =$ _____。
15. 箱子里有 7 个白球、3 个红球, 它们仅颜色不同, 从中随机摸出一个球是白球的概率是_____。

16. 若直线 $y = -2x + 3b + 2$ 经过第一、二、四象限, 则 b 的取值范围是_____。

17. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, P 是 $\angle ABC$ 的平分线 BD 上一点, $PE \perp AB$ 与点 E , 线段 BP 的垂直平分线交 BC 于点 F , 垂足为点 Q . 若 $BF = 2$, 则 PE 的长为_____。



18. 如图, 在由边长都为 1 的小正方形组成的网格中, 点 A , B , C 均为格点, 点 P , Q 分别为线段 AB , BC 上的动点, 且满足 $AP = BQ$.



- (I) 线段 AB 的长度等于_____;
- (II) 当线段 $AQ + CP$ 取得最小值时, 请借助无刻度直尺在给定的网格中画出线段 AQ 和 CP , 并简要说明你是怎么画出点 Q , P 的(不要求证明)_____。

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分.解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

19. （本小题 8 分）

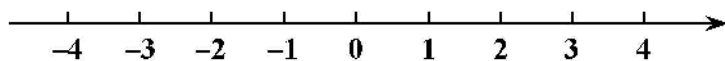
$$\text{解不等式组} \begin{cases} 3x < x + 8, & \text{①} \\ 4(x+1) \leq 7x + 10, & \text{②} \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答.

（I）解不等式①，得 _____；

（II）解不等式②，得 _____；

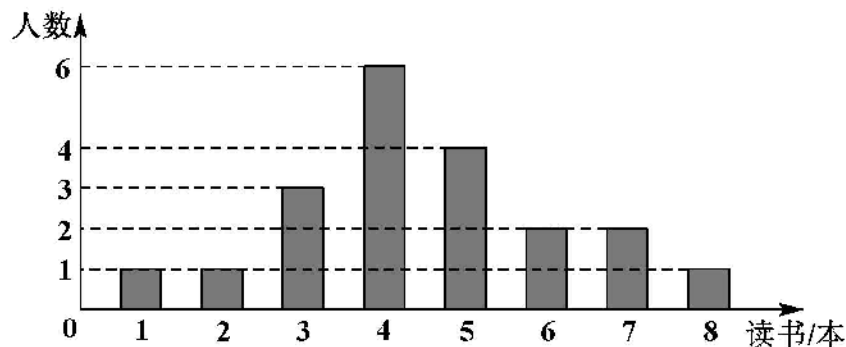
（III）把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：



（IV）原不等式组的解集为 _____.

20. （本小题 8 分）

4 月 23 日是世界读书日，习近平总书记说：“读书可以让人保持思维活力，让人大得到智慧的启发，让人滋养浩然正气.” 倡导读书活动，鼓励师生利用课余时间广泛阅读. 期末，学校为了调查这学期学生课外阅读情况，随机抽样调查了一部分学生阅读课外书的本数，并将收集到的数据整理成如图的统计图.



（I）本次调查的学生人数为 _____ 人；

（II）求本次所调查学生读书本数的众数，中位数；

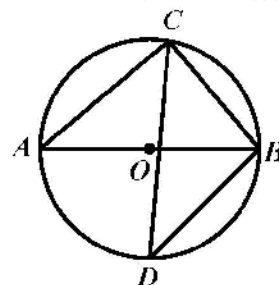
（III）若该校有 800 名学生，请你估计该校学生这学期度数总数是多少本？

21. （本小题 10 分）

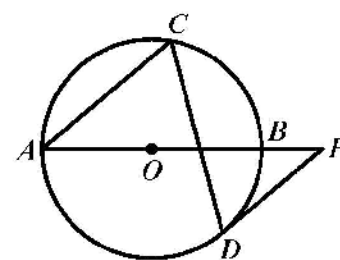
已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 CD 与 AB 相交， $\angle BAC = 40^\circ$.

（I）如图①，若 D 为 AB 的中点，求 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的度数；

（II）如图②，若 D 为 AB 上一点，过点 D 作 $\odot O$ 的切线，与 AB 的延长线交于点 P ，若 $DP \parallel AC$ ，求 $\angle OCD$ 的度数.



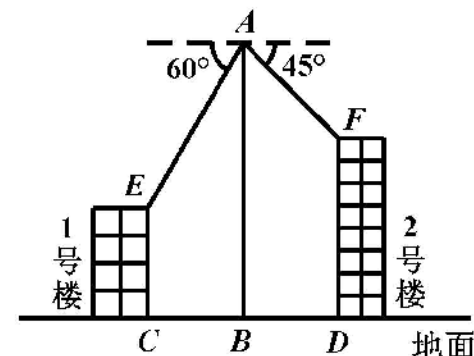
图①



图②

22. （本小题 10 分）

综合实践课上，某兴趣小组用航拍无人机进行测高实践，如图为实践时绘制的截面图. 无人机从地面点 B 垂直起飞到达点 A 处，测得学校 1 号楼顶部 E 的俯角为 60° ，测得 2 号楼顶部 F 的俯角为 45° ，此时航拍无人机的高度为 50 米. 已知 1 号楼的高度为 20 米，且 EC 和 FD 分别垂直地面于点 C 和点 D ， B 为 CD 的中点，求 2 号楼的高度（结果保留根号）.



23. (本小题 10 分)

某单位要印刷“市民文明出行，遵守交通安全”的宣传材料. 甲印刷厂提出：每份材料收 1 元印刷费，另收 150 元的制版费；乙印刷厂提出：每份材料收 2.5 元印刷费，不收制版费.

设在同一家印刷厂一次印制数量为 x 份 (x 为正整数).

(I) 根据题意，填写下表：

一次印制数量	5	10	20	...	x
甲印刷厂收费 (元)	155			...	
乙印刷厂收费 (元)	12.5			...	

(II) 在印刷品数量大于 800 份的情况下选哪家印刷厂印制省钱？

24. (本小题 10 分)

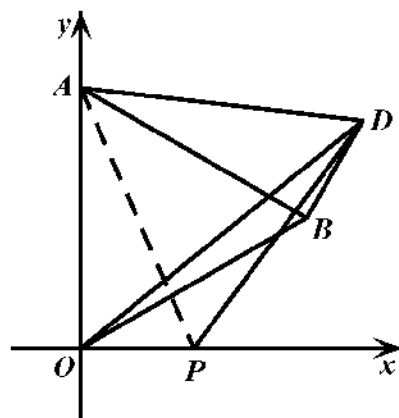
如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle AOB$ 是等边三角形，点 A 的坐标是 $(0, 4)$ ，点 B 在第一象限，点 $P(t, 0)$ 是 x 轴上的一个动点，连接 AP ，并把 $\triangle AOP$ 绕着点 A 按逆时针方向旋转，使边 AO 与 AB 重合. 连接 OD ， PD ，得 $\triangle OPD$.

(I) 当 $t = \sqrt{3}$ 时，求 DP 的长；

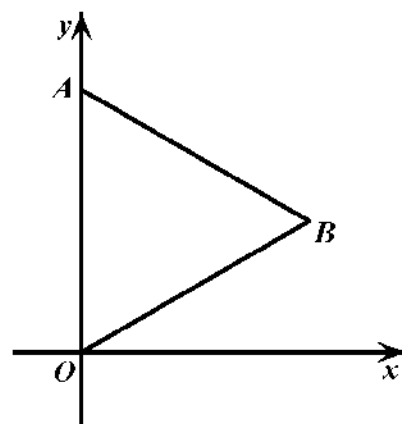
(II) 在点 P 的运动过程中，依照条件所形成的 $\triangle OPD$ 面积为 S .

① 当 $t > 0$ 时，求 S 与 t 之间的函数关系式；

② 当 $t \leq 0$ 时，要使 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ，请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标.



图①



图②

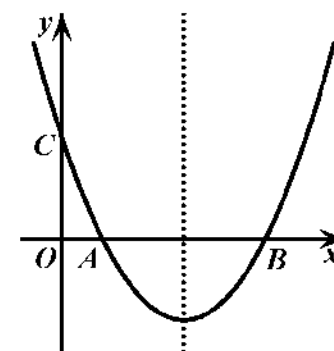
25. (本小题 10 分)

如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + \frac{5}{2}$ 过点 $A(1, 0)$ ， $B(5, 0)$ ，与 y 轴相交于点 C .

(I) 求抛物线的解析式；

(II) 定义：平面上的任一点到二次函数图象上与它横坐标相同的点的距离，称为点到二次函数图象的垂直距离. 如：点 O 到二次函数的垂直距离就是线段 OC 的长. 已知点 E 为抛物线对称轴上的一点，且在 x 轴上方，点 F 为平面内一点，当以 A, B, E, F 为顶点的四边形是边长为 4 的菱形时，请求出点 F 到二次函数图象的垂直距离；

(III) 在 (II) 中，当点 F 到二次函数图象的垂直距离最小时，在以 A, B, E, F 为顶点的菱形内部是否存在点 Q ，使得 AQ, BQ, FQ 之和最小，若存在，请求出最小值；若不存在，请说明理由.



2018-2019年度河东区一模数学试卷答案

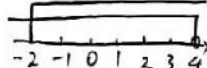
一. 选择题

B C B C D B A D A B C D

二. 填空题

13) a^7 14) -1 15) $7/10$ 16) $b > -\frac{2}{3}$ 17) $\sqrt{3}$ 18) 4.5 2) 略

三. 解答题

19) ① $x < 4$ ② $x > -2$ ③  ④ $-2 \leq x < 4$

20) ①, 20人 ②, 这组数据中4本出现6次, 最多, 故众数为4. 将这组数据由低到高排列, 第10个, 11个数都是6, 故中位数为 $\frac{6+6}{2} = 6$. ③, $80 \times (1 \times 1 + 1 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 6 + 5 \times 6 + 6 \times 2 + 7 \times 2 + 8 \times 1) \div 20 = 3600$ (本)

21) 解: ①, $\because AB$ 为 $\odot O$ 直径

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 40^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 50^\circ$$

$\therefore D$ 为弧 AB 中点

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 45^\circ$$

② 连接 OD , 延长 DO 交 AC 于 E , 交 AB 于 F

$\therefore DP$ 为 $\odot O$ 切线

$$\therefore OD \perp DP$$

$$\therefore \angle ODP = 90^\circ$$

$$\therefore DP \parallel AC$$

$$\therefore \angle OEP = \angle ODP = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = 40^\circ$$

$$\therefore \angle AOE = 50^\circ$$

$$\therefore \angle ODE = 50^\circ$$

$$\therefore \angle FDE = 25^\circ$$

$$\therefore \because OC = OD$$

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC = 25^\circ$$

22) 解: 作 $EH \perp AB$ 于 H , 交 PD 于 G .

作 $FP \perp AB$

$\therefore EC \perp CB$, $EH \perp AB$
 $AB \perp CD$

\therefore 四边形 $ECBH$ 为矩形

$$\therefore BH = EC = 20, EH = BC$$

$$\therefore AB = 50$$

$$\therefore AH = AB - BH = 30$$

在 $Rt\triangle AHE$ 中

$$AH = 30, \angle EAH = 30^\circ$$

$$\therefore EH = AH \cdot \tan 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore BC = EH = 10\sqrt{3}$$

$\therefore B$ 为 CD 中点

$$\therefore BD = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore BD \perp FD, PB \perp BD, PF \perp AB$$

\therefore 四边形 $BDFP$ 为矩形

$$\therefore PF = BD = 10\sqrt{3}, FD = HB$$

在 $Rt\triangle APH$ 中, $PF = 10\sqrt{3}$

$$\angle FAH = 45^\circ$$

$$\therefore AH = HF = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore HB = AB - AH = 50 - 10\sqrt{3}$$

$$\therefore FD = 50 - 10\sqrt{3}$$

答: 2号楼高 $(50 - 10\sqrt{3})$ 米.

23. (1) 数量	5	10	20	...	X
甲	155	160	170	...	150 + 10X
乙	125	25	50		2.5X

当 $x=80$ 时, 甲收费 $150 + 10 \times 80 = 150 + 800 = 950$ (元)

乙收费 $2.5 \times 80 = 200$ (元)

令 $150 + 10x = 2.5x$, 得: $1.5x = 150$, $x = 100$.

∴ 当印刷品数量大于 80 时, 选甲印刷厂省钱.

24. 解:

当 $t=\sqrt{3}$ 时, $OP=\sqrt{3}$.

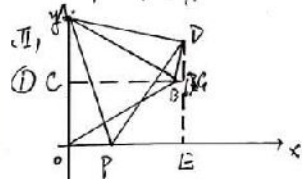
在 $Rt\triangle AOP$ 中, $AP=\sqrt{OP^2+OA^2}=\sqrt{3+3}=\sqrt{6}$

∴ 旋转

∴ $AD=AP$, $\angle OAB=\angle PAD=60^\circ$

∴ $\triangle APD$ 为等边三角形

∴ $DP=AP=\sqrt{6}$



(示意图, 画的不准)

作 $DE \perp x$ 轴于 E, 作 $BC \perp y$ 轴于 C, 延长 CB 交 DE 于 G.

∴ $\angle OAB=\angle PAD=60^\circ$

∴ $\angle OAP=\angle BAD$

在 $\triangle OAP$ 与 $\triangle BAD$ 中

$$\begin{cases} OA=BA \\ AP=AD \\ \angle OAP=\angle BAD \end{cases}$$

∴ $\triangle OAP \cong \triangle BAD$

∴ $OP=BD=t$

$\angle AOP=\angle ABD=90^\circ$

∴ $BC \perp OA$

∴ BC 平分 $\angle ABO$

∴ $\angle ABC=30^\circ$

∴ $\angle DBG=60^\circ$

∴ $DG=\frac{\sqrt{3}}{2}BD=\frac{\sqrt{3}}{2}t$

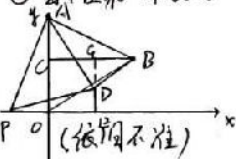
∴ $DE=DG+GE=2+\frac{\sqrt{3}}{2}t$

∴ $S=\frac{1}{2} \cdot OP \cdot DE$

$=\frac{1}{2}t(2+\frac{\sqrt{3}}{2}t)$

$=t+\frac{\sqrt{3}}{4}t^2$

② 当 D 在第一象限时



作 $DE \perp x$ 轴于 E

作 $BC \perp y$ 轴于 C.

延长 DG 交 DE 于 G.

当 D 在第一象限时

OP 最大为 $\frac{4}{\sqrt{3}}$, 此时 D 在 x 轴上

易证 $\triangle OAP \cong \triangle BAD$

∴ $\angle APO=\angle ADB=90^\circ$

$OP=BD=t$

∴ $\angle DBG=60^\circ$

∴ $DG=\frac{\sqrt{3}}{2}t$

∴ $DE=2-\frac{\sqrt{3}}{2}t$

∴ $S=\frac{1}{2}t(2-\frac{\sqrt{3}}{2}t)$

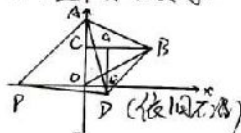
$=t-\frac{\sqrt{3}}{4}t^2$

当 $S=\frac{\sqrt{3}}{4}$ 时,

$t-\frac{\sqrt{3}}{4}t^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$

解得: $t_1=\sqrt{3}$ 或 $t_2=\frac{\sqrt{3}}{3}$

当 D 在第四象限时,



$DE=\frac{\sqrt{3}}{2}t-2$

∴ $S=\frac{1}{2}t(\frac{\sqrt{3}}{2}t-2)$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}t^2-t$

∴ $\frac{\sqrt{3}}{4}t^2-t=\frac{\sqrt{3}}{4}$

解得: $t_1=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$, $t_2=\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ (舍)

∴ $t=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

∴ $P_1(-\sqrt{3}, 0)$, $P_2(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$

$P_3(-\frac{2+\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$

25. 1. 解: 设 $y = a(x-7)(x-5)$

过 $(0, \frac{5}{2})$.

$$\therefore \frac{5}{2} = a(0-7)(0-5)$$

$$\frac{5}{2} = 35a$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 5)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$$

2. $\because E$ 在对称轴上.

\therefore 设 $E(3, m)$, AB 与对称轴交于 D

① 当 AB 为边时, $AE=4$, 或 $BE=4$

设 $AD=DB=2$.

$$\therefore ED=2\sqrt{3}$$

$$\therefore E(3, 2\sqrt{3})$$

$$\therefore EF=4$$

$$\therefore F_1(7, 2\sqrt{3}) \text{ 或 } F_2(-1, 2\sqrt{3})$$

当 $F_1(7, 2\sqrt{3})$ 时, 到二次函数垂直距离为

$$|\frac{1}{2}(7-5)(7-1) - 2\sqrt{3}| = 6 - 2\sqrt{3}$$

当 $F_2(-1, 2\sqrt{3})$ 时, 到二次函数垂直距离为

$$|\frac{1}{2}(-1-5)(-1-1) - 2\sqrt{3}| = 6 - 2\sqrt{3}$$

② 当 AB 为对角线时, E 与 F 关于 AB 对称.

$$AE=BE=4, \Delta$$

$$\therefore ED=2\sqrt{3}$$

$$\therefore DF=2\sqrt{3}$$

$$\therefore F(3, -2\sqrt{3})$$

此时 F 到二次函数垂直距离为

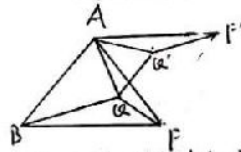
$$|\frac{1}{2}(3-5)(3-1) - 2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} - 2$$

$\therefore F$ 到二次函数垂直距离为

$$6 - 2\sqrt{3} \text{ 或 } 2\sqrt{3} - 2$$

26. 垂直距离最小时 $F(3, -2\sqrt{3})$

此时 $\triangle ABF$ 为等边三角形, 边长为 4.



将 $\triangle ABF$ 绕 A 逆时针旋转 60° , 得 $\triangle ABQ'$

连接 QQ' , 易知 $\triangle ABQ'$ 为等边三角形

$$\therefore AQ + BQ + FQ = QQ' + BQ + Q'F$$

\therefore 当 B, Q, Q', F 共线时, 最小

此时 $\angle AQQ' = 120^\circ$

$$\therefore \angle AQB = 120^\circ$$

$$\text{同理 } \angle BAF = 120^\circ, \angle AQB = 120^\circ$$

\therefore 当 Q 为 $\triangle ABF$ 中心时, $AQ + BQ + FQ$ 最小

在 $\triangle BQF$ 中, $\angle BQF = 120^\circ, BQ = FQ$

$$\therefore BF = 4$$

$$\therefore BQ = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore AQ + BQ + FQ \text{ 最小值为 } \frac{4\sqrt{3}}{3} \times 3 = 4\sqrt{3}$$