- **性质 1：**

  在二叉树的第 ***i*** 层上至多有 2^{i-1} 个结点。

  (i ≥ 1)

证明：

归纳基： $i = 1$ 层时，最多只有1个根结点： $2^{i-1} = 2^0 = 1$；

归纳假设： 假设对所有的 j，$1 \le j < i$，命题成立；

归纳证明： 由归纳假设：i-1层上结点数最多为 2^{i-2}，则第 i 层的结点数最多为 $2^{i-2} \times 2 = 2^{i-1}$ 。

- **性质 2：**

　高度为 ***k*** 的二叉树上至多含 2^k-1 个结点（k≥1）。

证明：

基于上一条性质，高度为 ***k*** 的二叉树上的结点数至多为：

$$2^0+2^1+\cdots\cdots+2^{k-1}=2^k-1$$ 。

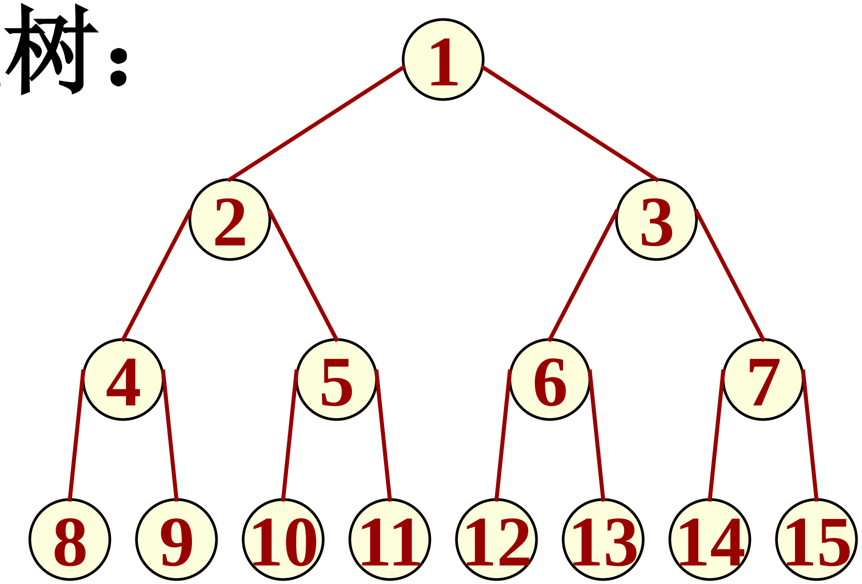
- **性质 3：**

  对任何一棵二叉树，若它含有 n_0 个叶子结点、n_2 个度为 ***2*** 的结点，则必存在关系式：$n_0 = n_2+1$。

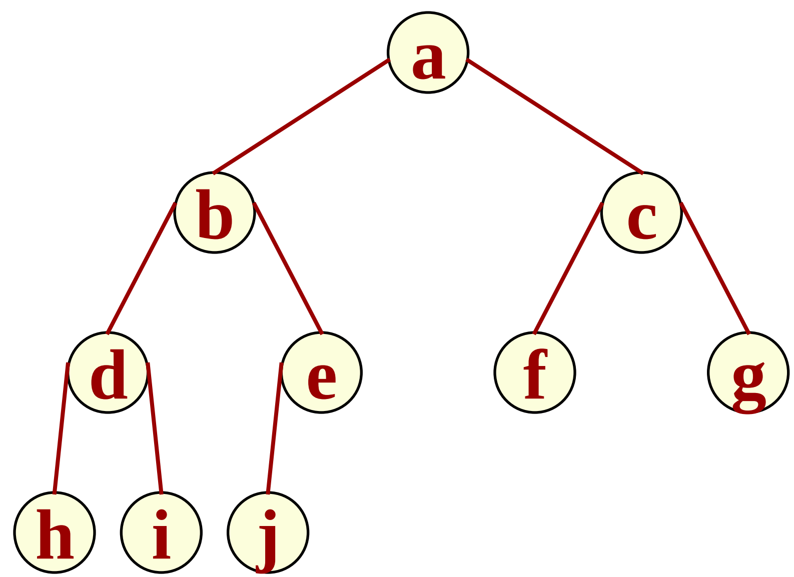
证明：

二叉树上结点总数：$n = n_0 + n_1 + n_2 (1)$
二叉树上分支总数：
$b = n-1\ (2)$
$b = n_1+2n_2 (3)$
由(1)(2)(3)，$n_0 = n_2 + 1$ 。

两类**特殊**的二叉树：



满二叉树： 指的是深度为k且含有2^k-1个结点的二叉树。

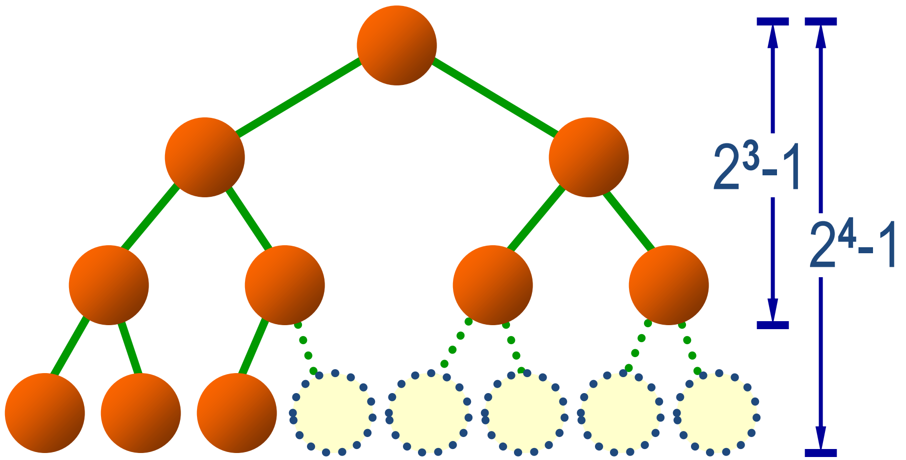


完全二叉树： 所含的 n 个结点和满二叉树中**编号为 1 至 n 的结点形状**一一对应。

即在满二叉树的基础上连续删除若干个结点得到。

性质 4：具有 *n* 个结点的完全二叉树的高度为 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$ 。

证明：



设完全二叉树的深度为 k

则根据第二条性质得

$$2^{k-1} \le n < 2^k$$

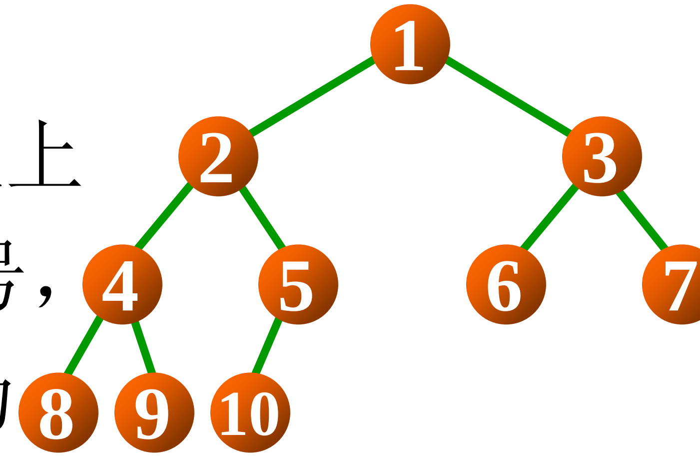
即 $k-1 \le \log_2 n < k$

因为 k 只能是整数，因此，

$k = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$。

- **性质 5：**

若对含 n 个结点的完全二叉树从上到下且从左至右进行 1 至 n 的编号，则对完全二叉树中任意一个编号为 i 的结点：



(1) 若 i=1，则该结点是二叉树的根，无双亲，否则，编号为 $\lfloor i/2 \rfloor$ 的结点为其**双亲**结点；

(2) 若 2i>n，则该结点无左孩子，否则，编号为 ***2i*** 的结点为其**左孩子**结点；

(3) 若 2i+1>n，则该结点无右孩子结点，否则，编号为***2i+1*** 的结点为其**右孩子**结点。