

2023 深圳国际量子院“范畴学与拓扑序”研讨班 (第一期)

时间: 2023.3.18 ~ 3.24

地点: 深圳国际量子研究院

主办单位: 深圳国际量子研究院

主办人: 孔良 白岸斯 白纯雨 杨圣宇 张智浩

简介

范畴学起源于上世纪 40 年代人们对代数拓扑的研究. 现如今, 范畴学不仅广泛地与各个数学学科产生交互, 也对数学物理、逻辑学、计算机科学甚至哲学产生了深刻的影响. 能产生这些影响的一种原因在于, 范畴学是一门全新的语言, 而新的语言能够带来新的思想. 本研讨班的第一个目的就是向听众介绍这种语言和它带来的一些思想. 为此研讨班将详尽地讨论范畴学的基本概念, 如范畴、函子、万有性质、可表函子、伴随、2-范畴等.

本研讨班的第二个目的则是强调范畴学不止提供了“语言”功能, 范畴本身作为一种代数结构可以被视为研究对象, 我们可以研究它的表示论. 例如, 对于一个半群范畴可以定义其模范畴, 此概念是代数的模的推广. 不仅如此, 我们还可以定义一个辫半群范畴的半群模范畴, 以及一个对称半群范畴的辫半群模范畴等. 这些范畴的表示理论体现了 Lurie 等人提出的高阶代数的思想, 也是该思想的具体例子. 研讨班将在低阶范畴中详细介绍这些理论, 特别是高阶代数的中心的概念, 它在理论中有非常重要的地位.

本研讨班的第三个目的是讨论范畴学和拓扑序的联系. 拓扑序是一类特殊的低温量子系统, 一个 $(n+1)$ 维拓扑序中的余 k 维拓扑缺陷可以用一个 $(n-k+1)$ -范畴描述. 我们将在两种意义上讨论这种联系: 一方面, 我们在定义部分数学概念时, 将给出其在拓扑序中的物理直觉; 另一方面, 我们会将所得到的部分数学理论应用于对拓扑序的研究. 对这些联系的讨论会穿插在内容之中, 但是我们也会用单独的两个章节来分别讨论与拓扑序联系紧密的两类范畴: 融合范畴和辫融合范畴.

本次研讨班是“范畴学与拓扑序”系列研讨班的第一期, 我们将侧重于范畴学和拓扑序的基础理论. 一些进阶理论并不会出现在本次研讨班的讨论内容中, 例如无穷范畴理论、boundary-bulk 关系、anyon condensation 理论、modular extension 理论、condensation completion 理论等. 我们将在后续研讨班中继续介绍相关的进阶理论.

本研讨班的主讲人均是相关领域的学生. 会议鼓励相互讨论与交流, 会议期间每天晚上设有 Mini-talks 环节, 提供参会人员给报告的机会. 会议的具体大纲、时间表以及申请参会的方式见后文.

大纲

1 范畴

- 1.1 范畴, 函子和自然变换
- 1.2 极限
- 1.3 万有性质
- 1.4 可表函子与 Yoneda 引理
- 1.5 伴随函子
 - 1.5.1 定义与例子
 - 1.5.2 与可表函子的联系
 - 1.5.3 与万有性质的联系
 - 1.5.4 Profunctors, 以及伴随函子与 Profunctors 的联系
- 1.6 Barr-Beck 定理
- 1.7 Kan 扩张
- 1.8 范畴的推广
 - 1.8.1 Internal 范畴
 - 1.8.2 Multi-categories
 - 1.8.3 Enriched 范畴的精神

2 高阶范畴

- 2.1 定义
 - 2.1.1 案例研究: 2-范畴, 函子, 自然变换与 modification
- 2.2 高阶范畴中态射的对偶
- 2.3 半群范畴以及它们的模
 - 2.3.1 内蕴 Hom
- 2.4 辫半群范畴和对称半群范畴
- 2.5 其他高阶范畴: n -半群范畴和 double 范畴

3 高阶代数与中心

- 3.1 高阶代数
 - 3.1.1 物理直觉
 - 3.1.2 \mathbb{k} -代数和交换 \mathbb{k} -代数看成高阶代数
 - 3.1.3 半群范畴, 辫半群范畴和对称半群范畴看成高阶代数
- 3.2 高阶代数的高阶模
 - 3.2.1 物理直觉
 - 3.2.2 交换代数的代数模
 - 3.2.3 辫半群范畴的半群模
 - 3.2.4 对称半群范畴的辫半群模
- 3.3 中心化子与中心
 - 3.3.1 定义
 - 3.3.2 基本性质
 - 3.3.3 例子
- 3.4 生活在高阶代数中的高阶代数
 - 3.4.1 E_0 范畴中的 E_0 代数

- 3.4.2 E_1 范畴中的 E_1 代数
- 3.4.3 E_2 范畴中的 E_2 代数
- 3.4.4 E_2 范畴中的 E_2 代数的 local 模

4 融合范畴

- 4.1 有限半单线性范畴
 - 4.1.1 线性范畴
 - 4.1.2 有限半单线性范畴
 - 4.1.3 Deligne 张量积
- 4.2 轴结构和球结构, 量子维数
- 4.3 酉融合范畴
- 4.4 融合范畴中的代数与模
 - 4.4.1 融合范畴的模范畴
 - 4.4.2 融合范畴中的代数与模
 - 4.4.3 融合范畴中代数的 Morita 理论
- 4.5 例子及应用
 - 4.5.1 2+1 维弦网 (Levin-Wen) 模型
 - 4.5.2 有能隙的畴壁和边界范畴
 - 4.5.3 融合范畴对称性
 - 4.5.4 1+1 维对偶模型

5 辫融合范畴

- 5.1 辫融合范畴
 - 5.1.1 融合范畴的 Drinfeld 中心是辫融合范畴
 - 5.1.2 点状辫融合范畴与 pre-metric groups
- 5.2 带范畴
 - 5.2.1 扭结构
- 5.3 模张量范畴
 - 5.3.1 模张量范畴的性质
 - 5.3.2 模张量范畴的素分解

时间表

日期	时间	主讲人	内容
3.18	9:00-11:30	李木	范畴(I): 范畴, 函子和自然变换-万有性质
	13:30-18:00	徐昊	范畴(II): 可表函子与 Yoneda 引理-Barr-Beck 定理
	19:30-21:00	N/A	Mini-talks 和自由讨论
3.19	9:00-11:30	白纯雨	范畴(III): Kan 扩张-范畴的推广
	13:30-18:00	徐昊	高阶范畴
	19:30-21:00	N/A	Mini-talks 和自由讨论
3.20	9:00-11:30	白岸斯	高阶代数与中心(I)
	13:30-18:00	白岸斯	高阶代数与中心(II)
	19:30-21:00	N/A	Mini-talks 和自由讨论
3.21	9:00-11:30	白岸斯	高阶代数与中心(III)
	13:30-18:00	白岸斯	高阶代数与中心(IV)
	19:30-21:00	N/A	Mini-talks 和自由讨论
第 5 天	9:00-11:30	白纯雨	融合范畴(I): 有限半单线性范畴-酉融合范畴
	13:30-18:00	张智浩	融合范畴(II): 融合范畴中的代数与模
	19:30-21:00	N/A	Mini-talks 和自由讨论
第 6 天	9:00-11:30	许容阁	融合范畴(III): 例子及应用
	13:30-18:00	张智浩	辫融合范畴(I): 辫融合范畴
	19:30-21:00	N/A	Mini-talks 和自由讨论
第 7 天	9:00-11:30	张智浩	辫融合范畴(II): 辫融合范畴
	13:30-18:00	杨圣宇	辫融合范畴(III): 带范畴-模张量范畴
	19:30-21:00	N/A	Mini-talks 和自由讨论

申请参会

申请参会方式分为邀请制和申请制. 如希望参会, 请将你的邀请函截图/简历/成绩单 (三选一), 附上填写好的附件中的表格于 3.14 23:00 前发送至邮箱 iqacat@gmail.com. 表格可在 [not available] 上下载. 会议不提供食宿, 但是可对部分申请者提供经费支持, 如需经费支持, 请尽早申请!

收到确认邮件即可确定参会资格, 确认邮件将由主办方在 3.15 23:00 前发送.