# Московский физико-технический институт (госудраственный университет)

Лабораторная работа по квантовой физике

## Исследование энергетического спектра $\beta$ -частиц [4.2]

Талашкевич Даниил Александрович Группа Б01-008

# Содержание

1	Аннотация					
	1.1 Теоретические сведения	1				
	1.2 Экспериментальная установка	2				
2	Ход работы					
	2.1 Оценка погрешностей	6				
3	Вывод	7				

#### 1 Аннотация

**Цель работы:** исследовать энергетический спектр  $\beta$ -частиц при распаде ядер  $^{137}\mathrm{Cs}$  и определить их максимальную энергию.

В работе используются:  $\beta$ -источник; Форвакуумный насос; Вакуумметр (фигура номинальная); Магнитная линза со свинцовым фильтром и диафрагмой; Сцинтилляционный счётчик; Источники питания  $0.02~\mathrm{A}$ ; Компьютер.

#### 1.1 Теоретические сведения

Бета-распадом называется самопроизвольное превращение ядер, при котором их массовое число нс изменяется, а заряд увеличивается или уменьшается на единицу. В данной работе мы будем иметь дело с электронным  $\beta$ -распадом:

$$_{Z}^{A}X \leftarrow_{Z+1}^{A}X + e^{-} + \widetilde{\nu},$$

при котором кроме электрона испускается антинейтрино.

Выясним вид энергетического спектра  $\beta$ -частиц. Во-первых, учтём ЗСЭ:

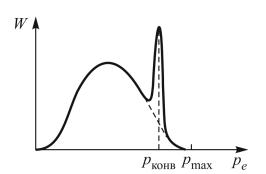


Рис. 1: Форма спектра  $\beta$ -частиц при разрешённых переходах

$$E_e - E - ck = 0, (1)$$

где ck – энергия нейтрино,  $E_e$  – максимальная энергия электрона, E – кинетическая энергия электрона, а связь между его энергией и импульсом даётся соотношением:

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} - mc^2. (2)$$

Условие (1) можно учесть, введя  $\delta$ -функцию вида

$$F = \delta(E_e - E - ck),$$

которая по определению не равна нулю только если (1) выполнено. Тогда записать вероятность, что электрон после распада имеет импульс  $d^3p$ , а нейтрино —  $d^3k$ , можно следующим образом:

$$dw = D\delta(E_e - E - ck)d^3pd^3k = D\delta(E_e - E - ck)p^2dpk^2dkd\Omega_e d\Omega_{\widetilde{\nu}}, \quad (3)$$

где D – коэффициент пропорциональности, который в этом опыте можно считать константой,  $d\Omega_e$  и  $d\Omega_{\widetilde{\nu}}$  – элементы телесных углов вылета электрона и нейтрино.

Вероятность искомого события имеет связь со спектром, так как

$$dN = N_0 dw. (4)$$

Тогда интегрируем (3) и учитываем (4):

$$dN = \frac{16\pi^2 N_0}{c^2} Dp^2 (E_e - E)^2 dp.$$

Дифференцируя (2), найдём

$$dE = \frac{c^2 p}{E + mc^2} dp.$$

Тогда окончательно

$$\frac{dN}{dE} = N_0 B \sqrt{E \left(E + 2mc^2\right)} \left(E_e - E\right)^2 \left(E + mc^2\right),\tag{5}$$

что в нерелятивистском приближении упрощается до

$$\frac{dN}{dE} \approx \sqrt{E} \left( E_e - E \right)^2. \tag{6}$$

Дочерние ядра, возникающие в результате  $\beta$ -распада, нередко оказываются возбужденными. Возбужденные ядра отдают свою энергию либо излучая  $\gamma$ -квант, либо передавая избыток энергии одному из электронов с внутренних оболочек атома. Излучаемые в таком процессе электроны имеют строго определенную энергию и называются конверсионными. Соответствующий спектр отображён на рис. 1.

#### 1.2 Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки отображена на рис. 2 и 3. При заданной силе тока на входное окно счетчика фокусируются электроны с определенным импульсом. Электроны, обладающие другими значениями импульса, при этом не сфокусированы и в основном проходят мимо окна. При изменении тока в катушке на счетчик последовательно фокусируются электроны с разными импульсами, то есть

$$p_e = kI$$
,

где I – ток катушки. Для числа электронов, имеющих импульс  $p_e + \Delta p_e$ , можно получить

$$N(p_e) = CW(p_e)p_e,$$

где C = const,  $W(p_e) = dw/dp_e$  находится из формулы (6).

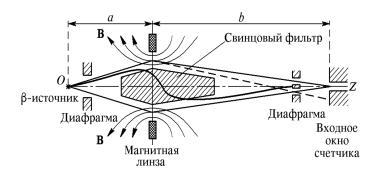


Рис. 2: Схема магнитной линзы

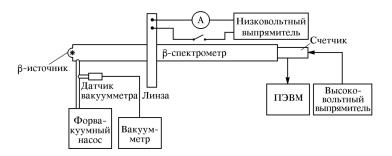


Рис. 3: Блок-схема экспериментальной установки

## 2 Ход работы

Проведём подробное измерение  $\beta$ -спектра, особенно в области конверсионного пика (энергия электронов внутренней конверсии <sup>137</sup>Cs равна 624 кэВ). Кроме того, измерим фон.

На месте проведём предварительную обработку результатов эксперимента: учтём фон, прокалибруем спектрометр по конверсионному пику. Кроме того, построим график Ферми-Кюри. Полученные данные занесли в таблицу:

I, A	N	$N - N_{\Phi}$	р, кэВ/с	Т, кэВ	mkFermi
0	1.419	1.3072	0	0	0
0.2	1.216	1.1041	62.8	3.8	0
0.4	1.199	1.0874	125.5	15.2	0
0.6	1.549	1.4372	188.3	33.6	208.8066
0.8	2.282	2.1702	251.1	58.3	254.3698
1	5.481	5.3687	313.8	88.7	369.5900
1.2	9.862	9.7499	376.6	123.8	401.3325
1.4	11.994	11.8820	439.4	162.9	355.7609
1.6	14.476	14.3641	502.1	205.4	323.0977
1.8	14.876	14.7639	564.9	250.7	274.8373
2	15.659	15.5471	627.7	298.4	241.3139
2.2	14.476	14.3641	690.5	348.0	200.3917
2.4	12.161	12.0486	753.2	399.2	159.7265
2.6	8.079	7.9673	816.0	451.8	112.0472
2.8	4.698	4.5857	878.8	505.5	71.1942
3	3.915	3.8028	941.5	560.3	56.4181
3.05	8.446	8.3338	957.2	574.1	90.5265
3.1	13.86	13.7477	972.9	587.9	116.9774
3.15	19.723	19.6115	988.6	601.9	138.2433
3.2	24.388	24.2758	1004.3	615.8	151.1093
3.3	23.538	23.4262	1035.7	643.9	141.6182
3.35	19.09	18.9785	1051.4	658.0	123.8706
3.4	14.676	14.5640	1067.1	672.1	105.0884
3.45	9.345	9.2333	1082.8.	686.3	79.8182
3.6	2.399	2.2868	1129.8	729.0	28.1231
3.8	0.983	0.8708	1192.6	786.5	0.0

Таблица 1: Все данные

 $N_{\Phi},$  полученное при обработки данных на компьютере:

$$N_{\Phi} = 1.2581, \ dN_{\Phi} = 0.112$$

Построим два графика: N=F(I) на рис. 4 и  $\sqrt{N-N_\Phi}/p^{\frac{3}{2}}$  [мк $\Phi$ ерми] = F(T).

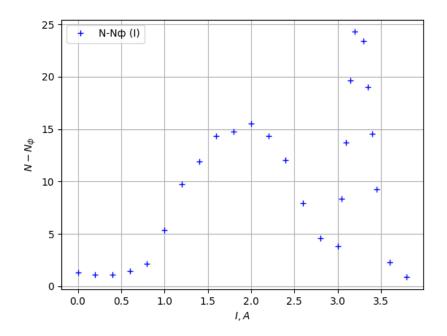


Рис. 4: График зависимости числа частиц от тока J

Проанализировав график получим, что пик при I = 3.25 A.

По второму графику, принимая во внимание только точки в средней части и экстраполируя полученную прямую до оси абсцисс, найдём граничную энергию  $\beta$ -спектра:

$$E_{\beta}^{\max} = -\frac{a}{b} = 612 \pm 4$$
 кэВ.

Стоит принять во внимание, что в экстраполяции принимала участие только центральная часть графика, так как данные начальной части имеют существенные погрешности и вообще не очень точны, так как малы энергии электронов, и начинает действовать сила Кулона. Конечная часть графика не выходит на прямую после конверсионного пика, так как блоки питания не могли дать достаточный ток, и крайние точки снять не удалось.

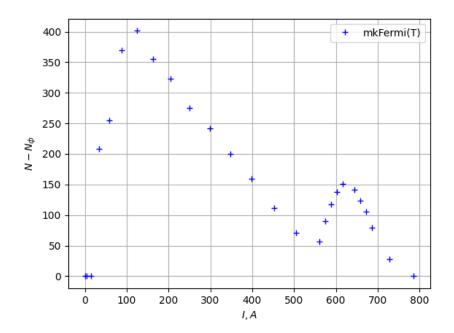


Рис. 5: График Ферми-Кюри

#### 2.1 Оценка погрешностей

Точная оценка для величины N, даже из статистических соображений, невозможна, так как во-первых, для каждого опыта сделано только одно измерение, а во-вторых, неизвестна инструментальная погрешность сцинтиллятора и установки в целом. Поэтому считаем погрешность величины N равной погрешности  $N_{\Phi}$ , так как только её можно выяснить достаточно достоверно.

$$\sigma_{N_{\Phi}} = 0.04 \text{ c}^{-1}.$$

Оценка косвенных погрешностей проводится при помощи пакета Wolfram Mathematica по общей формуле:

$$\Delta_{u(x,y,z,...)}^2 = f_x'^2 \Delta_x^2 + f_y'^2 \Delta_y^2 + f_z'^2 \Delta_z^2 + \dots,$$
 (7)

Статистическая погрешность для среднего значения  $N_{\Phi}$  может быть вычислена по формуле стандартной ошибки среднего

$$\sigma_{N_{\Phi}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} ((N_{\Phi})_i - N_{\Phi})^2}.$$
 (8)

#### 3 Вывод

По результатам работы изучили энергетический спектр  $\beta$ -частиц и нашли значение максимальной энергии для электрона при  $\beta$ -распаде :

$$E_{\beta}^{\max} = 612 \pm 4 \text{ кэВ}.$$

#### Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. Общий курс физики. Том 5, 1989
- [2] Фаддеев М. А., Чупрунов Е. В. Лекции по атомной физике, 2008
- [3] Ципенюк Ю. М. Квантовая микро- и макрофизика, 2006
- [4] Игошин Ф. Ф., Самарский Ю. А., Ципенюк Ю. М. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ. Квантовая физика: Учеб, пособие для вузов; Под ред. Ципенюка Ю.М.