

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Лабораторная работа по термодинамике

Определение $\frac{C_p}{C_v}$ методом изобарического расширения
газа [2.1.2]

Талашкевич Даниил Александрович
Группа Б01-009

Долгопрудный
12.04.2021

Содержание

1	Аннотация	1
1.1	Цель и оборудование	1
1.2	Теоретическое введение	1
1.3	Экспериментальная установка	3
2	Ход работы	4
2.1	Снятие данных	4
2.2	Аппроксимация полученных данных	4
2.3	Заключение	5
3	Графики и таблицы	5
4	Список используемой литературы	6

1 Аннотация

1.1 Цель и оборудование

1. **Цель работ:** определение отношения C_p/C_v для воздуха или углекислого газа по измерению давления в стеклянном сосуде. Измерения производятся сначала после адиабатического расширения газа, а затем после нагревания сосуда и газа до комнатной температуры.
2. **В работе используются:** стеклянный сосуд; U -образный жидкостный манометр; резиновая груша; газгольдер с углекислым газом.

1.2 Теоретическое введение

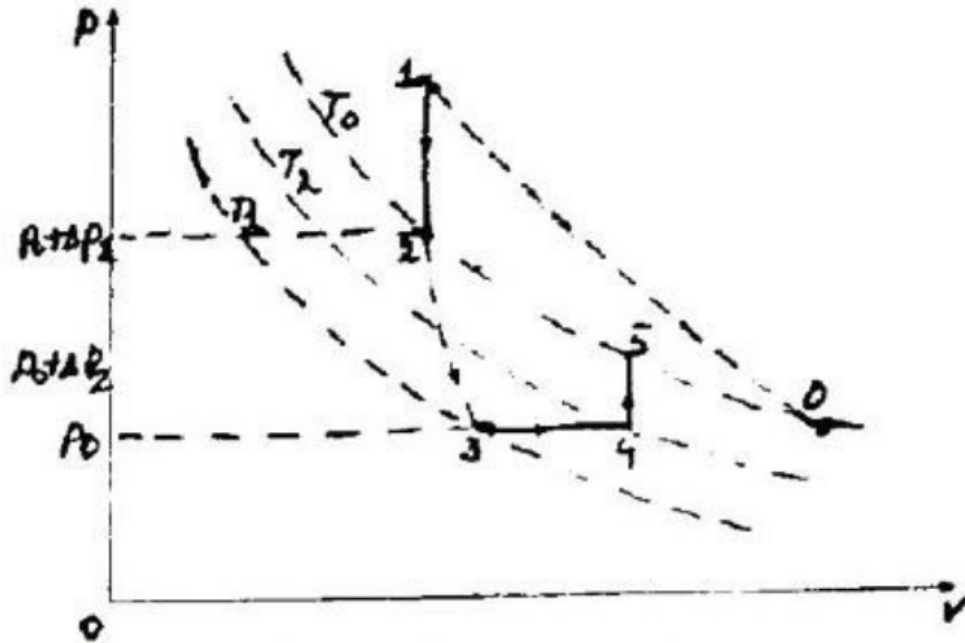


Рис. 1: Диаграмма, характеризующая процессы, производимые над воздухом, заключенным в объеме ΔV

С помощью резиновой груши, соединённой трубкой с краном K_1 , в сосуде создаётся заданное избыточное давление p_1 воздуха. При этом газ оказывается перегретым, так как совершается работа над газом, соответственно, его внутренняя энергия увеличивается, соответственно, температура тоже увеличивается.

Мысленно выделим в сосуде некоторый объем ΔV воздуха. Будем следить за изменением его состояния. Вследствие теплообмена со стенками сосуда через некоторое время газ остынет до комнатной температуры T_0 (изохорное охлаждение, процесс $1 \rightarrow 2$ на рис. 2). При этом давление воздуха понизится до $p_0 + \Delta p_1$, где

$$\Delta p_1 = \rho g \Delta h_1. \quad (1)$$

Откроем кран K . За время Δt порядка 0,5 с произойдёт адиабатическое расширение газа ($2 \rightarrow 3$), и его температура окажется ниже комнатной. Далее газ будет изобарически нагреваться (процесс $3 \rightarrow 4$). Зададим время τ , в течение которого кран K остается открытым, таким чтобы можно было пренебречь временем Δt адиабатического расширения воздуха. После закрытия крана газ станет изохорически нагревается до комнатной температуры (процесс $4 \rightarrow 5$), причём давление внутри возрастет до $p_0 + \Delta p_2$, где

$$\Delta p_2 = \rho g \Delta h_2. \quad (2)$$

Наибольший интерес представляет исследование зависимости отношения перепадов давления $\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2}$ от времени τ .

С хорошей точностью мы можем считать воздух в идеальным газом. Рассмотрим изобарическое расширение воздуха. Для этого запишем уравнение теплового баланса для изменяющейся со временем массы газа $m = \frac{p_0 V_0}{RT} \mu$:

$$c_p m dT = -\alpha (T - T_0) dt,$$

где c_p — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, α — положительный постоянный коэффициент, характеризующий теплообмен, V_0 — объем сосуда.

$$c_p \frac{p_0 V_0}{RT} \mu dT = -\alpha (T - T_0) dt \quad \text{или} \quad \frac{dT}{T(T - T_0)} = -\frac{\alpha dt}{c_p \frac{p_0 V_0}{R} \mu}.$$

Заметим, что $\frac{1}{T(T - T_0)} = -\frac{1}{T_0} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0} \right)$. Тогда $\left(m_0 = \frac{p_0 V_0}{RT_0} \mu \right)$:

$$\frac{1}{T_0} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0} \right) dT = \frac{\alpha dt}{c_p m_0 T_0}.$$

После сокращения на T_0 выполним интегрирование:

$$\int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T - T_0} \right) dT = \frac{\alpha}{c_p m_0} \int_0^\tau dt,$$

откуда $(\Delta T_1 = T_1 - T_0, \Delta T_2 = T_2 - T_0)$:

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \ln \left(\frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0} \right) = \frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \quad \text{или} \quad \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right) = \frac{\alpha}{c_p m_0} \tau.$$

Наконец,

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{\Delta T_2}{T_2} \exp \left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau \right). \quad (3)$$

Для адиабатического расширения (процесс $2 \rightarrow 3$) справедливо данное соотношение: $T^\gamma = \text{const} \cdot p^{\gamma-1}$ (здесь $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$). После взятия логарифмических производных получим:

$$\gamma \frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{dp}{p} \quad \text{или} \quad \frac{dT}{T} = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{dp}{p}.$$

Переходя к конечным приращениям найдём:

$$\frac{\Delta T_1}{T_1} = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{\Delta p_1}{p_0}. \quad (4)$$

При изохорическом нагреве газа выполняется соотношение: $\frac{p}{T} = \text{const.}$

Возьмём от этого выражения логарифмическую производную: $\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}$.

В конечных приращениях

$$\frac{\Delta T_2}{T_2} = \frac{\Delta p_2}{p_0}. \quad (5)$$

После подстановки (4) и (5) в (3) получим:

$$\frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{\Delta p_1}{p_0} = \frac{\Delta p_2}{p_0} \exp\left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau\right).$$

Наконец, подставив в это уравнение выражения (1) и (2), получим:

$$\frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \Delta h_1 = \Delta h_2 \exp\left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau\right) \quad \text{или} \quad \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \exp\left(\frac{\alpha}{c_p m_0} \tau\right).$$

Следовательно:

$$\ln\left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}\right) = \ln\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) + \left(\frac{\alpha}{c_p m_0}\right) \tau. \quad (6)$$

Из графика зависимости $\ln\left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}\right)$ от τ определим γ .

1.3 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка состоит из стеклянного сосуда A , снабжённого краном K_1 , и U-образного жидкостного манометра, измеряющего избыточное давление газа в сосуде. Схема установки показана на рис. 2.

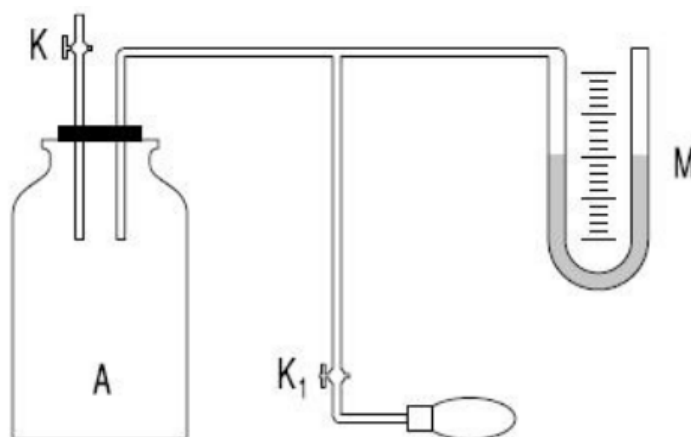


Рис. 2: Установка для определения $\frac{C_p}{C_v}$ методом адиабатического расширения газа

2 Ход работы

2.1 Снятие данных

На первом этапе будем открывать кран K_1 и заполнять сосуд CO_2 так, чтобы разность уровней жидкости в манометре составляла 10 см, т. к. для большей разницы мощностей газгольдера хватать не будет.

Далее закроем K_1 , после установления состояния равновесия измерим Δh_1 и занесем в таблицу.

Потом откроем K_2 на время $\tau = 5$ с. После того, как давление в сосуде перестанет меняться измерим и занесем в таблицу Δh_2 .

Теперь восстановим атмосферное давление в сосуде, открыв краны K_1 и K_2 на 3 – 4 минуты.

И повторим так 7 раз, увеличивая время открытия крана K_2 до 35 с

Теперь построим график $\ln \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}(\tau)$ и по нему найдем γ

Полученный график (построенный в MATLAB) приведен в конце.

2.2 Аппроксимация полученных данных

Проведем аппроксимирующую прямую ($y = k \cdot x + b$) в программе MATLAB и найдем b . Полученное уравнение имеет вид:

$$y = 0.0529 \cdot x + 1.3379 \quad (1)$$

$$b = \ln \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) \Rightarrow \gamma = \frac{e^b}{e^b - 1} = 1 + \frac{1}{e^b - 1} \Rightarrow \gamma = 1.36 \quad (2)$$

Рассчитаем погрешности полученной величины в программе MATLAB с помощью формулы:

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \left\langle \left(\ln \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} \right)^2 \right\rangle - \left(\left\langle \ln \left(\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} \right) \right\rangle \right)^2 - k^2 (\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2)} \Rightarrow \sigma_b = 0.0136 \quad (3)$$

Найдем погрешность b :

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{b} \cdot 100\% = \frac{0.0138}{1.3379} \cdot 100\% = 1.03\% \quad (4)$$

Теперь используя погрешность b , найдем погрешность требуемой величины:

$$\sigma_\gamma = \gamma \cdot \frac{\sigma_b}{b} = 0.02. \quad (5)$$

Найдем относительную погрешность показателя адиабаты для воздуха:

$$\varepsilon_\gamma = \frac{\sigma_\gamma}{\gamma} = \frac{0.02}{1.36} \cdot 100\% = 1.46\%. \quad (6)$$

2.3 Заключение

Итогом работы стало получение показателя адиабаты:

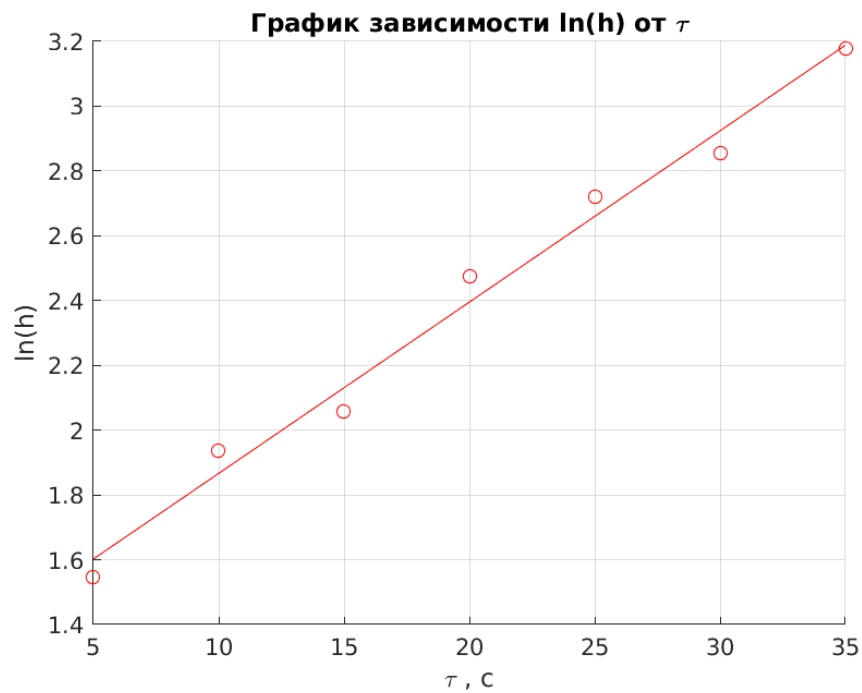
$$\gamma = 1.38 \pm 0.02; \varepsilon_\gamma = 1.46\% \quad (7)$$

Теперь сравним с табличным значением. Согласно Wikipedia, показатель адиабаты воздуха при 20°C равен 1.40, что входит в диапазон погрешности. Это говорит о применимости данного метода для получения показателя адиабаты воздуха

3 Графики и таблицы

Таблица 1: Экспериментальные данные

$h_{1к}, \text{мм}$	$h_{1н}, \text{мм}$	$\Delta h_1, \text{мм}$	$h_{2к}, \text{мм}$	$h_{2н}, \text{мм}$	$\Delta h_2, \text{мм}$	$\tau, \text{с}$	$\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}$	$\ln \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}$
22.3	14.8	7.5	18.8	17.2	1.6	5	4.69	1.54
22.8	13.1	9.7	18.7	17.3	1.4	10	6.93	1.94
22.6	13.2	9.4	18.6	17.4	1.2	15	7.83	2.06
22.6	13.1	9.5	18.4	17.6	0.8	20	11.88	2.47
22.4	13.3	9.1	18.3	17.7	0.6	25	15.17	2.72
22.2	13.5	8.7	18.2	17.7	0.5	30	17.40	2.86
22.7	13.1	9.6	18.2	17.8	0.4	35	24.00	3.18



4 Список используемой литературы

- Гладун А. Д. Лабораторный практикум по общей физике. Термодинамика и молекулярная физика
- [Описание лабораторных работ на кафедре общей физики МФТИ](#)