兰州大学2019至2020学年第二学期 概率论与数理统计第二次月考考试试卷 A卷 返回

姓名：Hollow Man 班级：班级6 待批阅

Hollow Man

一、简答题 （题数：5，共 100.0 分）

1 11.pdf

（20.0分）

我的答案

1. $X \sim U(1,2)$

$\Rightarrow P\{Y \le y\} = P\{e^{2X} \le y\} = P\{X \le \frac{1}{2}\ln y\}$

当 $\frac{1}{2}\ln y < 1$，即 $0 < y < e^2$ 时，$F_Y(y) = 0$

当 $\frac{1}{2}\ln y \geq 2$ 即 $y > e^4$ 时，$F_Y(y) = 1$

当 $e^2 \le y \le e^4$ 时，$F_Y(y) = \int_1^{\frac{1}{2}\ln y} 1\, dy = \frac{1}{2}\ln y - 1$

$$\therefore F_Y(y) = \begin{cases} 0 & 0 < y < e^2 \\ \frac{1}{2}\ln y - 1 & e^2 < y < e^4 \\ 1 & y > e^4 \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2y} & e^2 < y < e^4 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

2 21.pdf

（20.0分）

我的答案

2.(1) $P\{\xi=0\}=\frac{1}{9}$

$P\{\xi=1\}=\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$

$P\{\xi=2\}=\frac{2}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$

$\therefore \xi \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{9} & \frac{4}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix}$

$P\{\eta=0\}=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$P\{\eta=1\}=\frac{2}{9}$

$P\{\eta=2\}=\frac{1}{9}$

$P\{\eta=-1\}=\frac{2}{9}$

$P\{\eta=-2\}=\frac{1}{9}$

$\therefore \eta \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{1}{3} & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$

(2) $X=0, Y=0 \Rightarrow \xi=0, \eta=0$

$X=0, Y=1 \Rightarrow \xi=1, \eta=-1$

$X=0, Y=2 \Rightarrow \xi=2, \eta=-2$

$X=1, Y=0 \Rightarrow \xi=1, \eta=1$

$X=1, Y=1 \Rightarrow \xi=2, \eta=0$

$X=2, Y=0 \Rightarrow \xi=2, \eta=2$

$\Rightarrow$

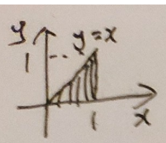
η \ ξ	0	1	2
-2	0	0	$\frac{1}{9}$
-1	0	$\frac{2}{9}$	0
0	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{2}{9}$
1	0	$\frac{2}{9}$	0
2	0	0	$\frac{1}{9}$

3 31.pdf

(20.0分)

我的答案

3.



$EX=\int_0^1 dx\int_0^x x\,12y^2\,dy=\frac{4}{5}$

$EXY=\int_0^1 dx\int_0^x x\,12y^3\,dy=\frac{1}{2}$

$E(X^2+Y^2)=EX^2+EY^2=\int_0^1 dx\int_0^x x^2\cdot 12y^2\,dy+\int_0^1 dx\int_0^x y^2\,12y^2\,dy$

$=\frac{2}{3}+\frac{2}{5}=\frac{16}{15}$

$DX=EX^2-(EX)^2=\frac{2}{3}-\frac{16}{25}=\frac{2}{25}$

4 41.pdf

(20.0分)

我的答案

4. $X \sim B(10000, 0.7) \Rightarrow EX=7000,\ DX=2100$

由中心极限定理得

$P\{6800 \le X \le 7200\}$

$= P\left\{\frac{6800-7000}{\sqrt{2100}} \le \frac{X-7000}{\sqrt{2100}} \le \frac{7200-7000}{\sqrt{2100}}\right\}$

$= \Phi\left(\frac{7200-7000}{\sqrt{2100}}\right) - \Phi\left(\frac{6800-7000}{\sqrt{2100}}\right)$

$= \Phi\left(\frac{20}{\sqrt{21}}\right) - \Phi\left(-\frac{20}{\sqrt{21}}\right) = 2\Phi\left(\frac{20}{\sqrt{21}}\right) - 1 \approx 1$

5 51.pdf

(20.0分)

我的答案

5.(1) $Y = \frac{(X_1+X_2)^2}{(X_3-X_1)^2}$ $E(X_1+X_2)=0$ $D(X_1+X_2)=2\sigma^2$

$E(X_3-X_4)=0$ $D(X_3-X_4)=2\sigma^2$

$\therefore$ 原式 $= \dfrac{\left(\frac{X_1+X_2-0}{\sqrt{2\sigma^2}}\right)^2/1}{\left(\frac{X_3-X_4-0}{\sqrt{2\sigma^2}}\right)^2/1} \Rightarrow Y \sim F(1,1)$

自由度为1, 1

(2) $X' = \dfrac{(X_3-X_4)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{3}(X_i-\mu)}} = \dfrac{\frac{(X_3-X_4)^2}{\sqrt{2\sigma^2}}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}(X_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}} = \dfrac{X}{\sqrt{\frac{Y}{2}}}$

$X \sim N(0,1)$ $Y \sim \chi^2(2)$

$\therefore X' = t(2)$ 自由度为 2