第三次作业 返回

姓名：Holllow Man 班级：班级6 成绩：分

Hollow Man

一.简答题 (共4题,100.0分)

1 4.pdf

正确答案：
4a.pdf

我的答案：

1.(1) $f(x,y)=\begin{cases}4, & y\le 2x+1, x\le 0, y\ge 0\\ 0, & 其它\end{cases}$

(2) $P(-\frac{1}{4}<x<0, 0<Y<\frac{1}{4})=\int_{-\frac{1}{4}}^{0}\int_{0}^{\frac{1}{4}}4\,dy\,dx=\frac{1}{4}$

(3) 关于 x = $F_X(x)=\begin{cases}0 & x<-\frac{1}{2}\\ (2x+1)^2 & -\frac{1}{2}\le x<0\\ 1 & x\ge 0\end{cases}$ $\therefore f_X(x)=\begin{cases}8x+4, & -\frac{1}{2}\le x<0\\ 0, & 其它\end{cases}$

关于 y = $F_Y(y)=\begin{cases}0 & y<0\\ -y^2+2y & 0\le y<1\\ 1 & y\ge 1\end{cases}$ $\therefore f_Y(y)=\begin{cases}-2y+2, & 0\le y<1\\ 0, & 其它\end{cases}$

(4) X 与 Y 不独立 ∵若 X,Y 独立，则 $F(-\frac{1}{4},\frac{3}{4})$ 应等于 $F_X(-\frac{1}{4})F_Y(\frac{3}{4})=\frac{1}{4}\times\frac{15}{16}=\frac{15}{64}$

而实际上 $F(-\frac{1}{4},\frac{3}{4})=\frac{1}{4}$

2 2.pdf

正确答案：
2a.pdf

我的答案：

2.(1) $\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}ke^{-(3x+4y)}\,dx\,dy=1$

$\therefore \frac{k}{12}=1 \Rightarrow k=12$

(2) $P(0\le X\le 1, 0\le Y\le 2)=\int_0^1\int_0^2 12e^{-(3x+4y)}\,dx\,dy$

$=(1-e^{-6})(1-e^{-8})$

(3) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}12e^{-(3x+4y)}\,dy=3e^{-3x}$

$f_Y(y)=12\int_0^{+\infty}e^{-(3x+4y)}\,dx=4e^{-4y}$

∴有 $f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)=12e^{-(3x+4y)}$

∴ XY 独立

3 1.pdf

正确答案:
1a.pdf

我的答案:

3. $F_Y(y)=\begin{cases}0 & y<e^2\\ \frac{1}{2}\ln y-1 & e^2\le y<e^4\\ 1 & y\ge e^4\end{cases}$

$\therefore f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{2y} & e^2\le y<e^4\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$

4 3.pdf

正确答案:
3a.pdf

我的答案:

4. (1) $X+Y\sim\begin{pmatrix}2 & 3 & 4 & 5\\ \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8}\end{pmatrix}$

(2) $X-Y\sim\begin{pmatrix}-2 & -1 & 0 & 1 & 2\\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8}\end{pmatrix}$

(3) $2X\sim\begin{pmatrix}2 & 4 & 6\\ \frac{5}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}$

设二维随机变量 (X,Y) 服从在区域 D 上的均匀分布，其中区域 D 为 x 轴、y 轴及直线 $y=2x+1$ 围成的三角形区域. 求：

(1) (X,Y) 的联合密度函数;

(2) $P(-\frac{1}{4}<X<0,0<Y<\frac{1}{4})$;

(3) 关于 X 及关于 Y 的边缘密度函数;

(4) X 与 Y 是否独立，为什么?

(1)

$$f(x,y)=\begin{cases}4,\ (x,y)\in D,\\ 0,\ \text{其他}.\end{cases}$$

(2) $\frac{1}{4}$.

(3)

$$f_X(x)=4(2x+1),-\frac{1}{2}<x<0;$$

$$f_Y(y)=2(1-y),0<y<1.$$

(4) 不独立.

$$f(-\frac{1}{4},\frac{1}{4})\neq f_X(-\frac{1}{4})f_Y(\frac{1}{4}).$$

设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} ke^{-(3x+4y)}, & x>0, y>0 \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$, 求:

1. 系数 k;

2. $P(0\le X\le 1, 0\le Y\le 2)$;

3. 证明 X 与 Y 相互独立.

1. $k = 12$;

2. $(1-e^{-3})(1-e^{-8})$;

3. $f(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$.

设随机变量 X 服从 $(1,2)$ 上的均匀分布, 求 $Y=e^{2X}$ 的密度函数 $f_Y(y)$.

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2y}, \ e^2 < y < e^4, \\ 0, \quad \text{其他}. \end{cases}$$

设二维随机变量 (X,Y) 的分布律

X \ Y	1	2	3
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
2	$\frac{1}{8}$	0	0
3	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0

求以下随机变量的分布律:

(1) $X+Y$;

(2) $X-Y$;

(3) $2X$;

(4) XY.

(1)

$X+Y$	2	3	4	5
概率	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

(2)

$X-Y$	-2	-1	0	1	2
概率	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

(3)

$2X$	2	4	6
概率	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

(4)

XY	1	2	3	6
概率	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$