1. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $P \subseteq A^3$, $P - ?$

а) $P = \{(x, y, z) \mid x + y = z\}$

$P = \{(0,0,0), (1,0,1), (0,1,1), (1,1,2), (2,0,2), (0,2,2), (3,0,3), (0,3,3), (2,1,3), (1,2,3), (2,2,4), (4,0,4), (0,4,4), (1,3,4), (3,1,4)\}$

б) $P = \{(x, y, z) \mid x + y = y \cdot z\}$

$P = \{(0,0,0), (0,1,1), (1,1,2), (0,2,1), (0,3,1), (0,4,1), (3,1,4), (2,2,2), (0,0,1), (0,0,2), (0,0,3), (0,0,4), (2,1,3), (3,3,2), (4,4,2), (4,2,3)\}$

$x + y = y \cdot z$

$x = y(z-1)$

$x=0 \quad y=0$

$z=1$

$x=1 \quad y=1 \quad z=2$

$x=2 \quad y=1 \quad z=3$

$y=2 \quad z=2$

$x=3 \quad y=1 \quad z=4$

$y=3 \quad z=2$

$2x-1 \quad 7 / b_2$

в) $P = \{(x, y, z) \mid \underbrace{((x+y)\ z+4)} \vdots\ 12\}$

$(x+y)\cdot z = 8$ — 12, 24, 36 — $(x+y)\ z = 20$

$z = 1$ $x = 4$, $y = 4$

$(x+y)\cdot z = 36$

$z = 2$ $x = 1, y = 3$; $x = 2, y = 2$; $x = 3, y = 1$

$z = 4$ $x = 1$ $y = 4$; $x = 2$ $y = 3$; $x = 3$ $y = 2$; $x = 4$ $y = 1$

$z = 4$ $x = 0, y = 4$; $x = 1, y = 3$; $x = 2, y = 2$; $x = 3, y = 1$; $x = 4, y = 0$

$f \subset A \times B$ (функция f является подмножеством $A \times B$)

$f \subset A \times B$ (част.)

f – функция

$\forall a, b, c$ $(a, b) \in f$, $(a, c) \in f \Rightarrow b = c$

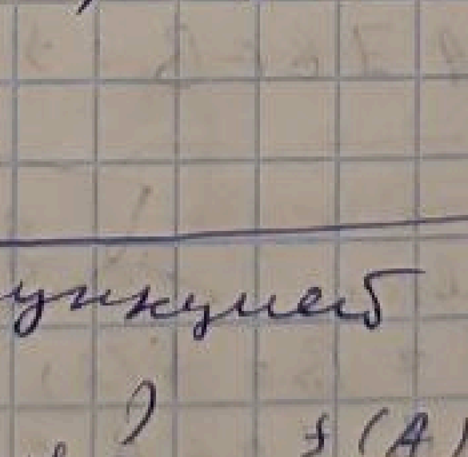
$f(a) = b$

---

2. Является ли функцией

$P \subset A \times \mathbb{R}$, P – ф-я? $f(A)$ – ?

а) $A = \mathbb{R}_{\geq 0}$, $P = \{(x, y) \mid x = y^2\}$



$P \subseteq A \times \mathbb{R}$

$A = \mathbb{R}_{\geq 0}$

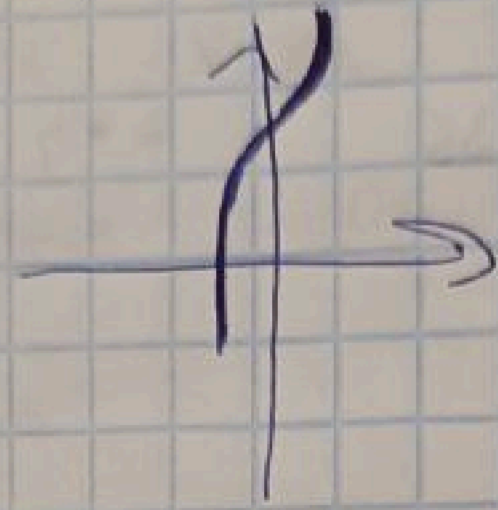
н) — $P = \{(x, y) \mid x = y^2\}$

Наша Зина
Курила
русские
сигары

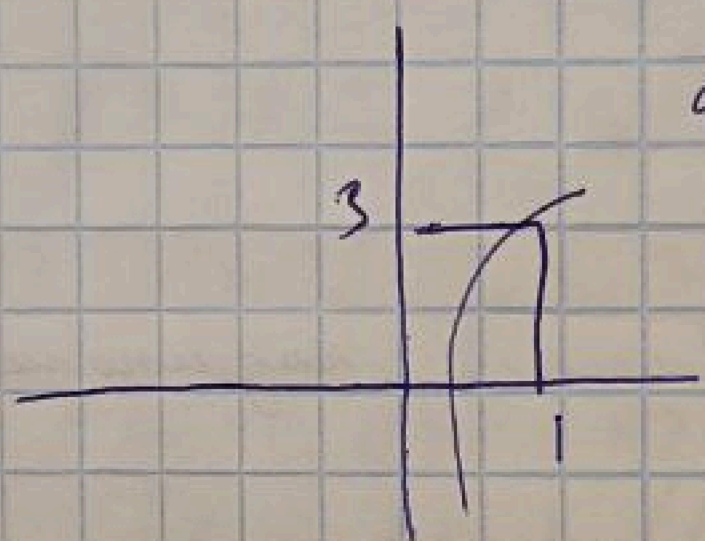
$\mathbb{N}$
$\mathbb{Z}$
$\mathbb{Q}$
$\mathbb{R}$
$\mathbb{C}$
$\mathbb{H}$
$\mathbb{O}$

б) $A = \mathbb{R}$

$+ \; P = \{ (x, y) \mid x = y^2)$



в) $A = \mathbb{R}_{>0}$, $+ \; P = \{ (x, y) \mid y = \log_3 x \}$



$\mathrm{dom}\, f = \{ a \mid \exists b : f(a) = b \}$

$\mathrm{cod}\, f = \{ b \mid \exists a : f(a) = b \}$

Три подкласса функций:

$f : A \to B$

→ всюду опр → для любого x найд. }

обл определения ← $\mathrm{dom}\, f = A$

$\forall a \in A \; \exists b \in B : f(a) = b$

Если каждый эл. в кообласти отображается не менее чем на один эл. в области ~~значения~~ определения → сюръективная → для любого y найдётся хотя бы 1 x

обл ← $\mathrm{cod}\, f = B = f(A)$

$\forall b \in B \; \exists a \in A : f(a) = b$

Если каждый эл. в кообласти отображается не более чем на один эл. в обл. определения → инъективная → для разных x разн. y, для одного y только 1 x

$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$

- - - - - - - - - - - - - -

Если каждый эл. в кообласти отображается ровно на один эл. обл. определения → биективная

И + С + В.О. → всё вместе

$\{1, 2\}$

$\{a, b\}$

$f(1) = a$
$f(2) = b$

функция и отображение — это одно и то же

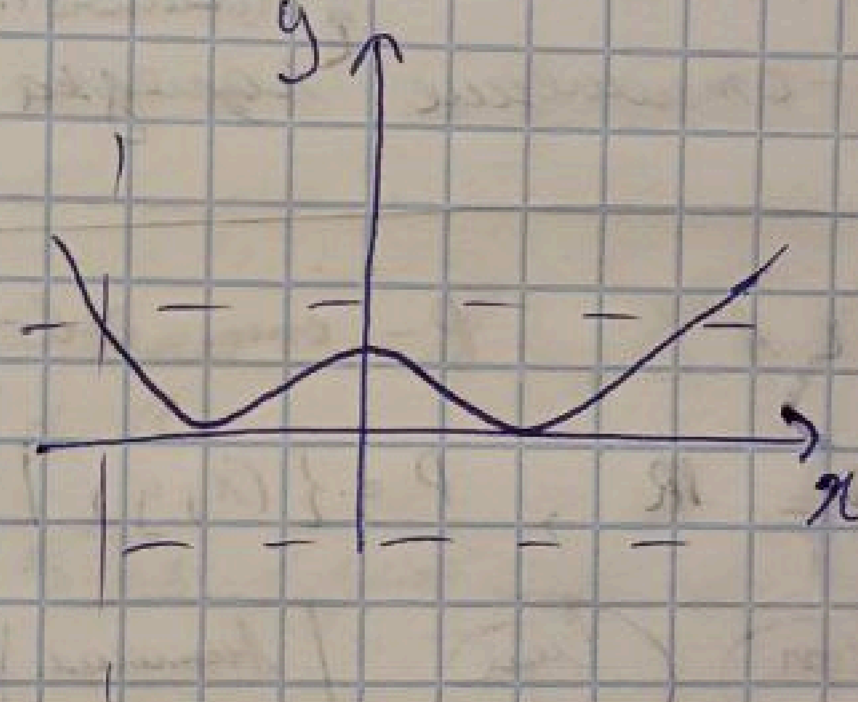
всюду опр $\rightarrow$ есть образы для а и в
сюръективная $\rightarrow$ есть прообразы для а и в

3. f – инъект? сюръект.? биект?

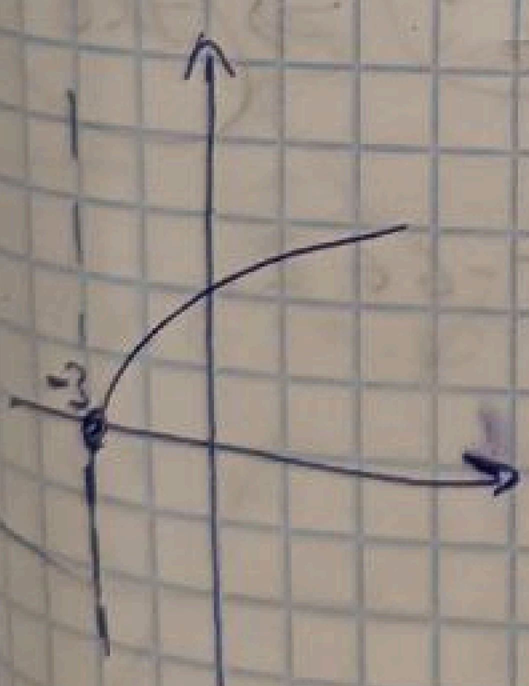
	и	с	во	б
а	−	−	+	−
б	−	+	+	−
в	+	+	+	+
г	+	−	+	−

а) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2-1)^2$

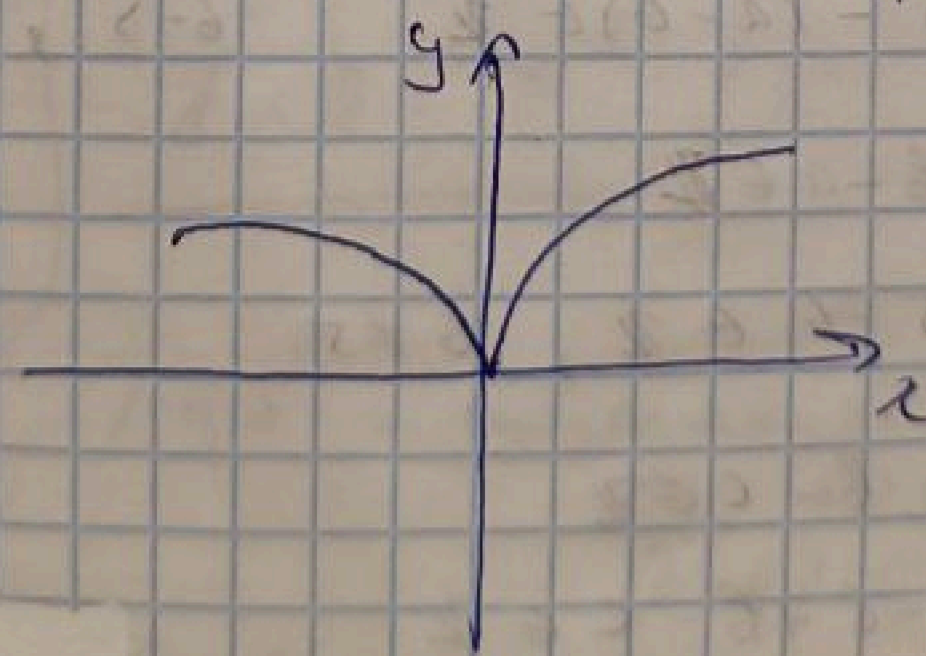
в.о −?



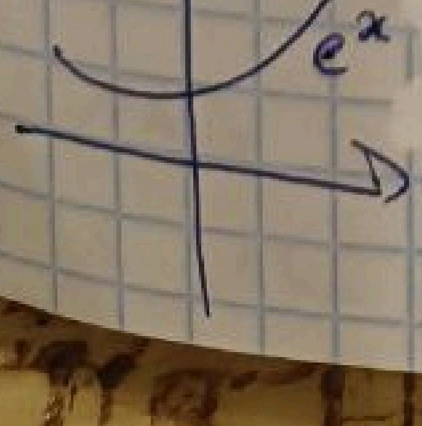
в) $f: (-3; \infty) \to \mathbb{R}$
$f(x) = \ln(x+3)$



б) $f: \overset{x}{\mathbb{R}} \to \overset{y}{\mathbb{R}}_{\geq 0}$, $f(x) = \ln(|x|+1)$



г)



Бинарные отношения

$P \subseteq A^2$

P – рефлексивно, если $\forall a \in A \ (a, a) \in P$

P – симметрично, если $(a, b) \in P \Rightarrow (b, a) \in P$

P – антисимметрично, если
$(a, b), (b, a) \in P \Rightarrow a = b$

P – транзитивно, если $((a, b), (b, c) \in P \Rightarrow (a, c) \in P)$

типо отнош. равенства

$\rightarrow$ P – отношение эквивалентности: $P + C + T$

P – отношение частичного (?) порядка: $P + A + T$

---

4. $P \subset A^2$, P – отн экв-?

а) $A = \mathbb{R}$, $P = \{(x, y) \mid x - y \in \mathbb{Z}\}$

Рефл $+$ | Сим $+$ | Антисим $-$ | Транз $+$ $\Rightarrow$ Экв

$a - a = 0 \in \mathbb{Z}$

$a - b \in \mathbb{Z} \Rightarrow -(a - b) \in \mathbb{Z}$ $\quad 6-5, 5-6 \in \mathbb{Z}$

$a - b \in \mathbb{Z}, b - a \in \mathbb{Z}$

$6 - 5, 5 - 6 \in \mathbb{Z}, 6 \neq 5$

$a - b \in \mathbb{Z}, b - c \in \mathbb{Z}$

$a - c = a - b + b - c \in \mathbb{Z}$