Опр №3

Множество A, на нём задан частичный порядок.

$y \in A$ наименьший, если все остальные $x \geq y$

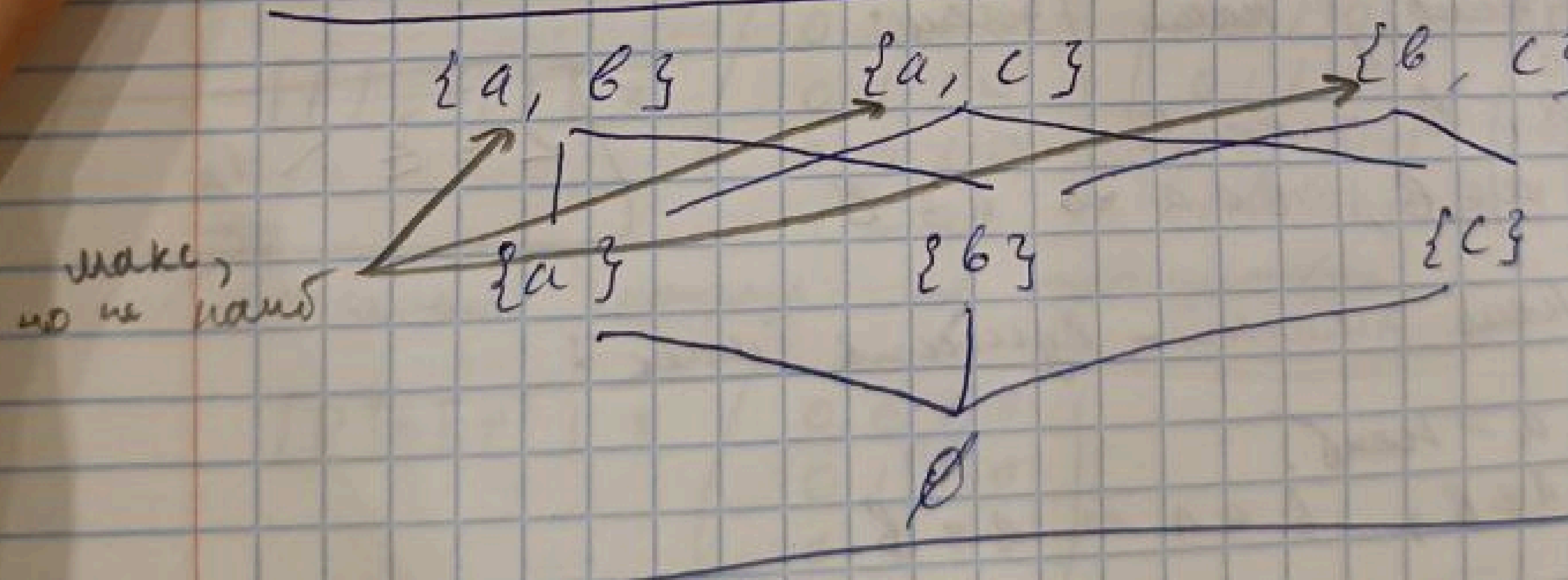
Множество A, на нём задан частичный порядок.

$X \subseteq A \quad a \in X$

наименьший тогда и только тогда (iff) для $\forall b \in X \quad b \geq a$.

$A = \{1, 2\} \quad P(A) = 2^n$

$\varnothing \quad \{1\} \quad \{2\} \quad \{1, 2\}$



$X \subseteq A$

Элемент $a \in A$ – верхняя грань, если для $\forall x \in X \quad a \geq x$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$x = \{2, 3\}$

Верх. грани: $\{3, 4\}$ $\quad x \uparrow A$ (в. г.) мн-во

Нижн. грани: $\{1, 2\}$ $\quad x \downarrow A$ (н. г.) мн-во

Множества верхней и нижней грани существуют всегда, но могут быть пустыми множествами.

sup — наим. из верх. грани

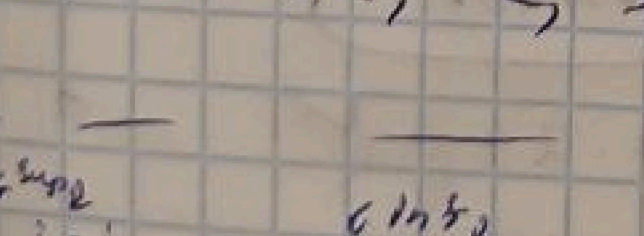
inf — наиб. из нижн. грани

$\inf_A(x) = 2$, $\sup_A(x) = 3$

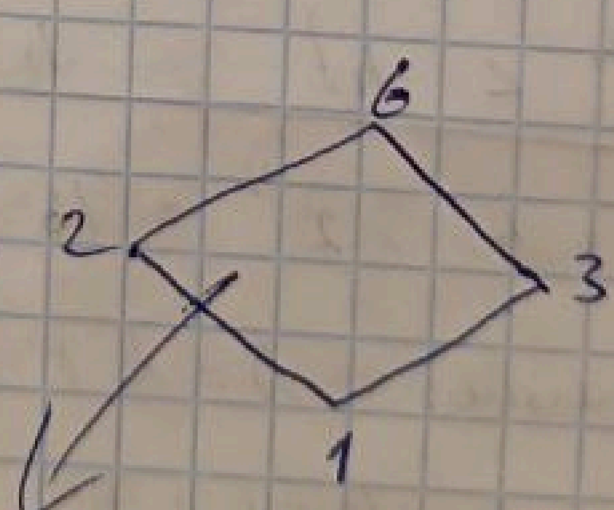
Решётка — ч. у. м., на котором для каждой пары элементов есть inf и sup.

$A = \{1, 2, 3, 6\}$

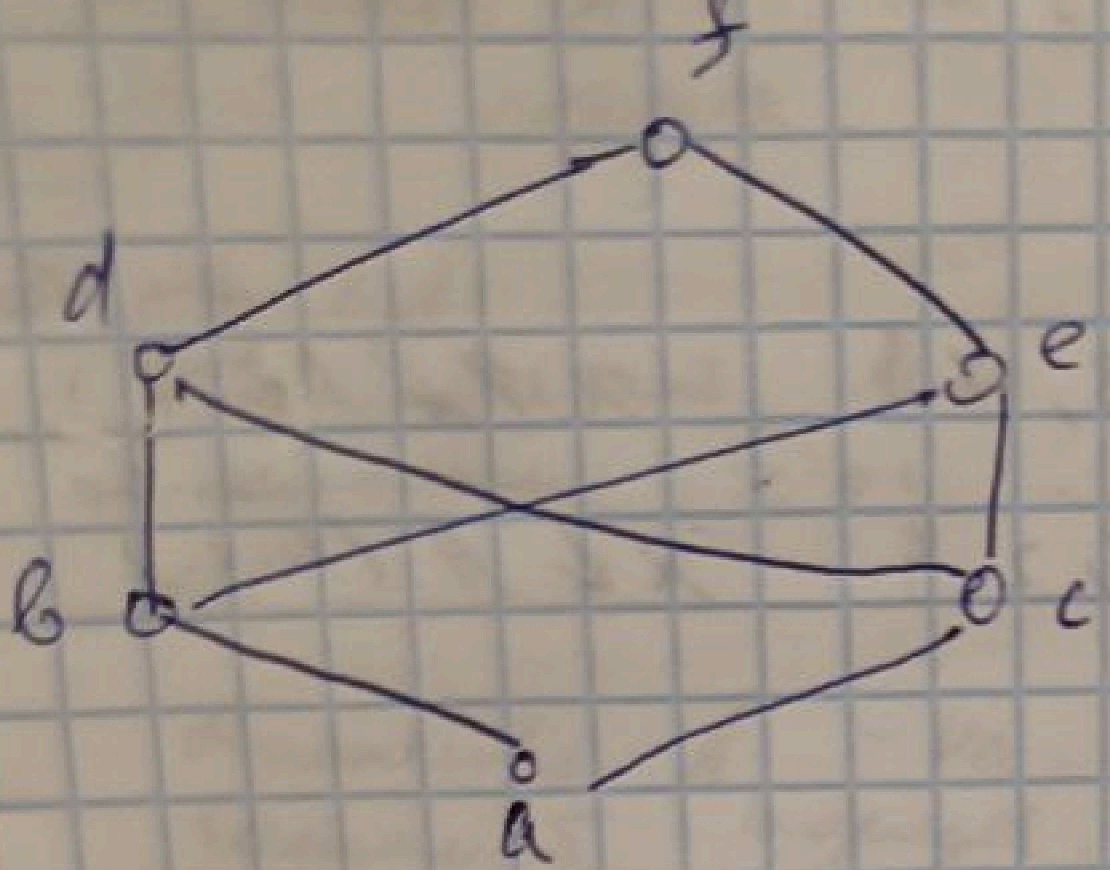
1 join (sup), 2 meet (inf) для c, d

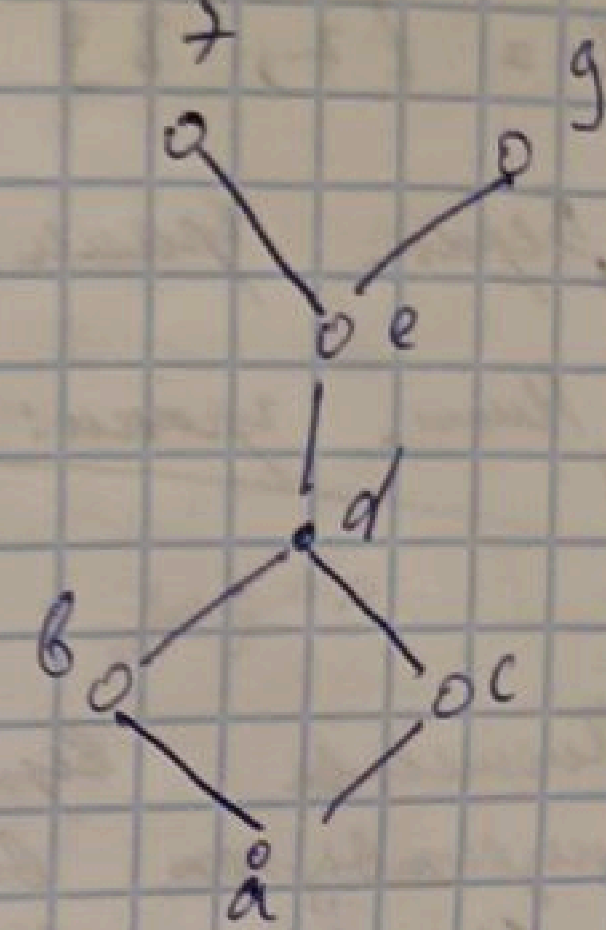


НЕ решётка

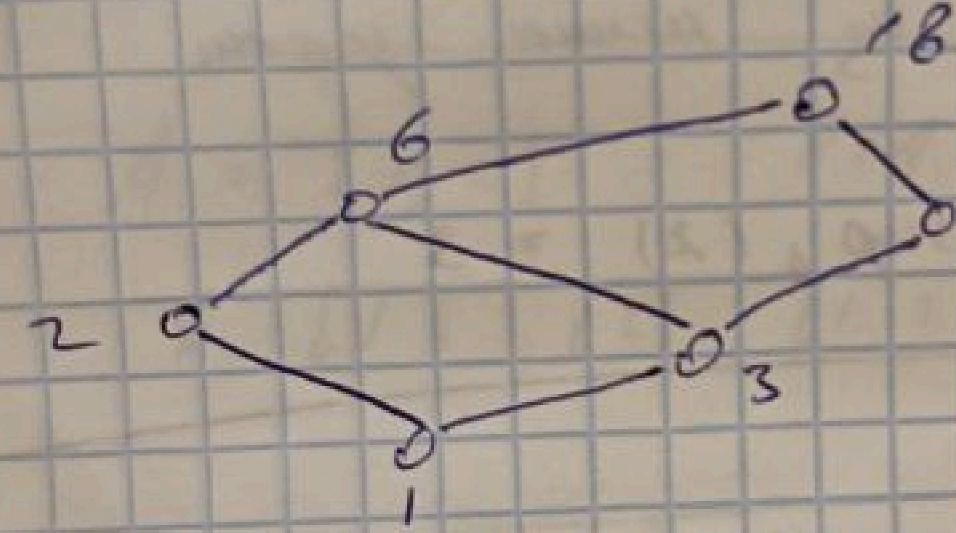


Если 2 и 3 сверху и снизу где-то встречаются, то это решётка





НЕ решётки



решётка

(1 join и 1 meet)

Д-ть

$2^n < n!$, $n > 3$, $\forall n \in \mathbb{N}$ ✓

По мат. инд.:

База $n = 4$: $2^4 = 16 < 4! = 24$

Предположение: $n = k$: $2^k < k!$

Шаг: $n = k+1$: $2^{k+1} < k!(k+1)$, $k > 3$

$2 \cdot 2^k < k!(k+1)$

т.к. $2^k < k!$, $2 < k+1$ ✓

Отношение из предположения для $k+1$ выполняется.

От противного

$(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \varnothing$

Пусть $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) \neq \varnothing$.
Значит $(\exists x \in A$ и $x \notin B)$
и $(\exists x \in B$ и $x \notin A)$

Рец. к №3

Вопросы разбиения:

$X \subseteq P(M)$
$A \in X \Rightarrow A \neq \varnothing$

НЕрешётки