5

(a) $((\lambda x. (xy))(\lambda z. z)) \underset{\beta}{\rightarrow}$

$\underset{\beta}{\rightarrow} xy[x := \lambda z.z] = (\lambda z.z)y$

(б) $((\lambda x.((\lambda y.(xy))x))(\lambda z.u)) \underset{\eta}{\rightarrow}$

$\underset{\eta}{\rightarrow} ((\lambda x. xx)(\lambda z.u)) \underset{\beta}{\rightarrow}$

$\underset{\beta}{\rightarrow} xx(x := \lambda z.u) = (\lambda z.u)(\lambda z.u)$

Доп.

СКНФ:

① Не содержит одинаковых переменных
② Нет элементарных дизъюнкций
③ Каждая дизъюнкция содержит каждую переменную, которая входит в КНФ.

Построение СКНФ:

① Строим ТИ и смотрим, где 0
② Для каждой строки строим дизъюнкцию переменных с ¬, если 0

Для СДНФ аналогично.

Функ. 1:   Функ. 2:

x	y	z	F
0	1	0	0
1	1	0	0

x	y	z	F
1	0	0	1
0	0	1	1

Ⅰ CКНФ: $(x \lor \bar{y} \lor z) \land (\bar{x} \lor \bar{y} \lor z)$

Ⅱ CДНФ: $(x \land \bar{y} \land \bar{z}) \lor (\bar{x} \land \bar{y} \land z)$

конъюнкция
дизъюнкция

→ дизъюнкция
    конъюнкция

---

x_1	x_2	x_3	F
$\bar{0} \land \bar{0} \land \bar{0}$			1
$\bar{0} \land \bar{0} \land \bar{1}$			1
$0 \lor \bar{1} \lor 0$			0
$0 \lor \bar{1} \lor \bar{1}$			0
$1 \land \bar{0} \land \bar{0}$			1
$1 \land \bar{0} \land 1$			1
$\bar{1} \lor \bar{1} \lor 0$			0
$1 \land 1 \land 1$			1

Для CКНФ
F = 0

Для CДНФ
F = 1

C К Н ф:

$(x_1 \lor \bar{x}_2 \lor x_3) \land (x_1 \lor \bar{x}_2 \lor \bar{x}_3) \land$
$\land (\bar{x}_1 \lor \bar{x}_2 \lor x_3)$

C Д Н ф:

$(\bar{x}_1 \land \bar{x}_2 \land \bar{x}_3) \lor (\bar{x}_1 \land \bar{x}_2 \land x_3) \lor$
$\lor (x_1 \land \bar{x}_2 \land \bar{x}_3) \lor (x_1 \land \bar{x}_2 \land x_3) \lor$
$\lor (x_1 \land x_2 \land x_3)$

Искл. или:

⊕

x	y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$F = x \wedge \bar{y} \vee \bar{y} \wedge \bar{z}$

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Чёт. кол-во "1" $\Rightarrow$ 0
Нечёт. кол-во "1" $\Rightarrow$ 1

Полином Жегалкина

0 еди-ниц — $\left[f(0,0,0) = a_{000} = 1 \right.$

1 еди-ница
$f(0,0,1) = a_{000} \oplus a_{001} =$
$= 1 \oplus 0 = 1$

$f(0,1,0) = a_{000} \oplus a_{010} =$
$= 1 \oplus 0 = 1$

$f(1,0,0) = a_{000} \oplus a_{100} = 1 \oplus 1 = 0$

2 еди-ницы
$f(0,1,1) = a_{000} \oplus a_{001} \oplus a_{010} \oplus$
$\oplus a_{011} = 1 \oplus 1$

$f(1,0,1) = a_{000} \oplus a_{001} \oplus$
$\oplus a_{100} \oplus a_{101} = 1 \oplus 1 \oplus$
$\oplus 0 \oplus 0 = 0$

$f(1,1,0) = a_{000} \oplus a_{010} \oplus$
$\oplus a_{100} \oplus a_{110} = 1 \oplus 1 \oplus$
$\oplus 0 \oplus 1 = 1$

3 пол-ниц
$f(1,1,1) = a_{000} \oplus a_{001} \oplus$
$\oplus a_{010} \oplus a_{100} \oplus a_{011} \oplus a_{101} \oplus$
$\oplus a_{110} \oplus a_{111} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus$
$\oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$

Далее смотрим на те f, которые дали нам 1

$f_{000} \to 1$
$f_{001} \to 1 \wedge z$
$f_{010} \to 1 \wedge y$
$f_{011} \to 1 \wedge y \wedge z$
$f_{110} \to 1 \wedge x \wedge y$

Полином Жегалкина:

$1 \oplus z \oplus y \oplus yz \oplus xy$

$$\left(\overset{②}{B} \overset{④}{\to} (A \wedge B)\right) \overset{③}{\vee} A$$

A	B	$\bar{B}$	1	2	3
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1

СДНФ: $(\bar{A} \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) \vee (A \wedge B)$

чёт кол-во "1" = 0
нечёт кол-во "1" = 1

$f(0,0) = a_{00} = 0$
$f(0,1) = a_{00} \oplus a_{01} = 0 \oplus 1 = 1$
$f(1,0) = a_{00} \oplus a_{10} = 0 \oplus$
$f(1,1) = a_{00} \oplus a_{01} \oplus a_{10} \oplus a_{11} =$
$= 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$

$f = 1:$
$f01 \longrightarrow B$
$f10 \longrightarrow A$
$f11 \longrightarrow AB$

Полином Жегалкина:
$$B \oplus A \oplus AB$$

$$\left(\left(\overline{(\overset{②}{x} \wedge y)} \overset{③}{\equiv} \bar{z}\right) \overset{④}{\to} x\right) \overset{⑤}{\downarrow} y\right)$$

x	y	z	1	2	3	4	5	
0	0	0	0	1	0	1	0	СКНФ
0	0	1	0	1	1	0	1	СДНФ
0	1	0	0	1	0	1	1	СДНФ
0	1	1	0	1	1	0	1	СДНФ
1	0	0	0	1	0	1	0	СКНФ
1	0	1	0	1	1	1	0	СКНФ
1	1	0	1	0	0	1	1	СДНФ
1	1	1	1	0	1	1	1	СДНФ

$f(0,0,0) = a_{000} = 0$
$f(0,0,1) = a_{000} \oplus a_{001} = 0 \oplus 1 = 1$
$f(0,1,0) = a_{000} \oplus a_{010} = 0 \oplus 1 = 1$
$f(1,0,0) = a_{000} \oplus a_{100} = 0 \oplus 0 = 0$
$f(0,1,1) = a_{000} \oplus a_{001} \oplus a_{010} \oplus a_{011} =$
$= 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$
$f(1,0,1) = a_{000} \oplus a_{001} \oplus a_{100} \oplus a_{101} =$
$= 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$
$f(1,1,0) = a_{000} \oplus a_{010} \oplus a_{100} \oplus a_{110} =$
$= 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$
$f(1,1,1) = a_{000} \oplus a_{001} \oplus a_{010} \oplus a_{100} \oplus a_{011} \oplus a_{101} \oplus$
$\oplus a_{110} \oplus a_{111} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus$
$\oplus 0 \oplus 1 = 1$

СКНФ: $(x \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z})$
СДНФ: $(\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge y \wedge z)$

$f = 1:$
$f001 \to z$ $f101 \to xz$
$f010 \to y$ $f111 \to xyz$
$f011 \to yz$

Полином Жегалкина:
$$z \oplus y \oplus yz \oplus xz \oplus xyz$$