R (свойство отношения)

$R(P)$ –?

$Cl_R(P) = \bigcap Q$, $P \subseteq Q$, $R(Q)$

$Cl_r(P) = P \cup 1_A$

$1_A = \{(a,a) \mid a \in A\}$

$Cl_s(P) = P \cup P^{-1}$

$Cl_t(P) = \bigcup\limits_{n>0} P^n$

Безумная машина хранит массив вместо того чтобы показать людям массив в виде картинки!

Матрица бинарного отношения:

$$[P] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица бинарного отношения

$\notin 1_A$; $1_A = \{(a,a) \mid a \in A\}$

$[Cl_p(P)] = [P] \vee E$

$[Cl_s(P)] = [P] \vee [P]^T$

$[Cl_T(P)] = [P] \vee [P]^2 \vee [P]^3 \vee \ldots \vee [P]^n$

Рефлексивность: все единицы на диагонали: $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$

Симметричность: симметрия 0 и 1 относительно главной диагонали $\begin{bmatrix} \bullet & x & y \\ x & \bullet & z \\ y & z & \bullet \end{bmatrix}$

Транзитивность: взять композицию P с самим собой и проверить, не появилось ли что-то новое

$$[Cl_r(P)] = \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&0&0&1\\ 1&1&1&1\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 0&1&0&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&1&0&1\\ 1&1&1&1\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}$$

Замыкание по рефлексивности

в каждой точке есть петля

Замыкание по свойству – мин. преобразование (добавление) над множеством до какого-то свойства.

Замыкание по симметричности — неориентированный граф

$$[Cl_s(P)] = \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&0&0&1\\ 1&1&1&1\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 1&1&1&0\\ 0&0&1&0\\ 0&0&1&0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1&1&1&0\\ 1&0&1&1\\ 1&1&1&1\\ 0&1&1&1 \end{pmatrix}$$

$\boxed{n^3 \text{ по времени вычисление} \rightarrow \text{результата алгоритма}}$

Замыкание по транзитивности

проверка на то, из каких вершин в какие можно попасть на граф

$$[Cl_T(P)] = \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&0&0&1\\ 1&1&1&1\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&0&0&1\\ 1&1&1&1\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1&0&0&0\\ 1&0&0&1\\ 1&1&1&1\\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}$$

$[P^2] \subseteq [P]$ → транзитивность уже есть

$[P^2] \nsubseteq [P]$ → продолжаем возводить в степень

ВСЁ РАБОТАЕТ НА ГРАФАХ

2.

б) $P = \{(0,2), (1,1), (1,2), (2,2), (3,0), (3,3)\}$

$$[P] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[Cl_r(P)] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

для сим.

$$[Cl_s(P)] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[Cl_T(P)] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

→ изначально матрица не транзитивна

$$[P] \cdot [P^2] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

для транз. →
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

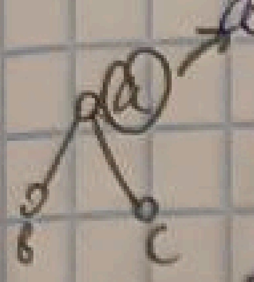
Частично-упорядоченное множество:

(#some information)

M – ч.у.м.

→ большие (множественные)

a – максимальный, если $(\forall b: a \leq b \Rightarrow a = b)$



a – наибольший, если $(\forall b: b \leq a)$

↓ самый большой (единственный)

$S \subset M$

c – верхняя грань, если $\forall s \in S: s \leq c$.

c – sup S (наименьшая верхняя грань)

↓ c – верх грань и $\forall d$ – верх. грань $\Rightarrow c \leq d$

---

3. Д-ть

а) M – ч.у.м. Д-ть, что существует не более одного наиб., наим. элем.:

a, b – наиб.

$a \leq b,\ b \leq a \Rightarrow a = b$

$\boxed{< \, = \, \leq \setminus 1_A}$

б) наиб элемент – единств макс:

a – наиб.

$a \leq b,\ b \leq a \Rightarrow a = b$

$c \leq a \Rightarrow c = a$