Семинар

Лямбда-исчисление

константа
c — λ-терм — буква
x
переменная

p, q — λ-терм $\Rightarrow$ (pq) — λ-терм — слово

$x \in X$, p — λ-терм $\Rightarrow$ $(\lambda x . p)$ — λ-терм — массив слов (строка)

$y \quad x \qquad (x\ y)$

$\lambda x . (xy)$

$\lambda x . \lambda y\ (xy)$

1. а) x — λ-терм

б) λx — НЕ-λ-терм

$x\ y\ z\ t\ u =$

$= (((xy)\ z)\ t)\ u$

$\lambda xy . f = \lambda x . \lambda y . f$

в) $\lambda x . x$ — λ-терм

г) xxx — λ-терм

$((xx)x)$

д) $x\ (xx)$ — λ-терм

е) $(x\ (xx))$ — λ-терм

ж) $\lambda x\ \lambda y . x$ — НЕ λ-терм

$\lambda x . \lambda y . x$ — λ-терм

з) $\lambda x\ \lambda y$ — НЕ λ-терм

$\lambda x . \lambda y$ — НЕ λ-терм

Определить свободные / связные вхождение

2. а) $\lambda xy . (y\ (\lambda x . xy)\ z)$

б) $\lambda s . (sz\ (\lambda q . sq))$

в) $(\lambda s . s)(\lambda q . q s)$

α-редукция (переход)

$\lambda x . (xy)$

$\lambda z . (zy)$

одно и то же — α-эквивалентны

$\lambda y . (yy)$

---

3. Какие из λ-термов будут α-эквивалентны $\underbrace{\lambda xy . (y\ (\lambda x . xy)\ z)}$ этому терму?

а) $\lambda xy . a\ (\lambda x . xa)\ a$ — не α-экв

б) $\lambda zy . y\ (\lambda x . xy)\ z$ — НЕ α-экв

в) $\lambda xy . y\ (\lambda z . zy)\ z$ — α-экв

α-экв $\lambda xa . a\ (\lambda x . xa)\ z$

α-редукция

4.

а) $(\lambda y. x(\lambda x. x))\ [x = \lambda y. yx]$

$\Theta = [\overset{\to \text{переменные}}{y} = \underset{\to \lambda\text{-терм}}{q}]$

Ни одно свободное вхождение в q НЕ должно стать связанным под y

$t = c \qquad t\Theta = c$

$t = x$ — если $x = y$, то $t = q$
— если $x \neq y$, то $t\Theta = t$

если $t = fg$, то $t\Theta = (f\Theta\, g\Theta)$

Если $t = \lambda x. f$, то если $x = y$, то $t\Theta = \lambda x. f\Theta$,
если $x \neq y$, то $t\Theta = t$

Пример: $(\lambda y. x(\lambda x. x))\ [x = \lambda y. yx] \overset{\alpha}{=}$
$\Rightarrow (\lambda y. x(\lambda z. z))\ [x = \lambda y. yx] =$
$= \lambda y. (\lambda y. yx)(\lambda z. z)$

$\Rightarrow (\lambda y. x(\lambda x. x))[x = \lambda y. yx]$

б) $(xy)[x = z] = (zy)$

в) $(\lambda x. xy)[y = x] \overset{\alpha}{\Rightarrow}$

$(\lambda z. zy)[y = x] = (\lambda z. zx)$

г) $(xy)[x = \lambda x. xx] =$

$= (\lambda x. xx)\, y$

д) $(\lambda x. xy)[y = z] =$

$= \underbrace{\lambda x. xz}_{\lambda\text{-абстракция}}$

$x]\overset{\alpha}{\Rightarrow}$

$] =$

β — редукция

β-редукция

redex:

$$(\lambda x.t)s \underset{\beta}{\Rightarrow} t[x:=s]$$

$$(\lambda x.x)y \underset{\beta}{\Rightarrow} x[x:=y]=y$$

$$(\lambda x.xx)(\lambda x.xx) \underset{\beta}{\Rightarrow}$$

$$\underset{\beta}{\Rightarrow} (xx)[x:=\lambda x.xx] =$$

$$= (\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$$

5. а) $(\lambda x.x)\, y \underset{\beta}{\Rightarrow} x[x:=y]=y$

б) $(\lambda x.\lambda y.xy)y \underset{\alpha}{\Rightarrow}$

$$\underset{\alpha}{\Rightarrow} (\lambda x.\lambda z.xz)y \underset{\beta}{\Rightarrow}$$

$$\underset{\beta}{\Rightarrow} (\lambda z.xz)[x=y] =$$

$$= \lambda z.yz$$

в) $(\lambda x.\lambda y.xy)z \underset{\beta}{\Rightarrow} (\lambda y.xy)[x=z) =$

$$= \lambda y.zy$$

2) $\lambda x . x ((\lambda x . x) y) \Rightarrow_{\beta} (\lambda x . x)(x [x := y]) =$

$= (\lambda x . x) y \Rightarrow_{\beta} x [x := y] = y$