Элемент множества: $x \in X$

подмножество: $X \subseteq Y \Leftrightarrow (x \in X \Rightarrow x \in Y)$

равенство множеств $X = Y \Leftrightarrow (X \subseteq Y, \; Y \subseteq X)$

① пересечение множеств: $X \cap Y = \{x \mid x \in X, \; x \in Y\}$

② объединение множеств: $X \cup Y = \{x \mid x \in X$ или $x \in Y\}$

③ разность множеств: $X \setminus Y = \{x \mid x \in X, \; x \notin Y\}$

④ симметрическая разность множеств: $X \triangle Y = X \oplus Y = X - Y = \dfrac{(X \setminus Y) \cup}{(Y \setminus X)}$

1. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 5x \le 14\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{5} < 3^x \le 9\}$

$A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

$B = \{-1; 0; 1; 2\}$

$A \cup B = \{-1, ..., 7\}$
$A \cap B = \{0, ..., 2\}$
$A \setminus B = \{3, ..., 7\}$
$B \setminus A = \{-1\}$
$A \triangle B = \{-1\} \cup \{3, ..., 7\}$

2. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \log_3 |x| \le 1; \ 2^x > \frac{1}{6}\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid |x - 2| < 4\}$

$A = \{-2, -1, 1, 2, 3\}$

$B = \{0, ..., 5\}$

$A \cup B = \{-2, ... 5\}$
$A \cap B = \{1, ..., 3\}$
$A \setminus B = \{-2, -1\}$
$B \setminus A = \{0, 4, 5\}$
$A \triangle B = \{-2, -1, 4, 5\}$

3. $A = [-2; 4)$, $\qquad B = [0; 6)$

$A \cup B = [-2; 6)$
$A \cap B = [0; 4)$
$A \setminus B = [-2; 0)$
$B \setminus A = [4; 6)$
$A \triangle B = [-2; 0) \cup [4; 6)$

4. Доказать:
   а) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$
   б) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

множество	$\varnothing$	$\{\varnothing\}$	$\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$
кол-во эл. (мощность множества)	0	1	2

$\{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}$

[Ординалы (почитать)]

3
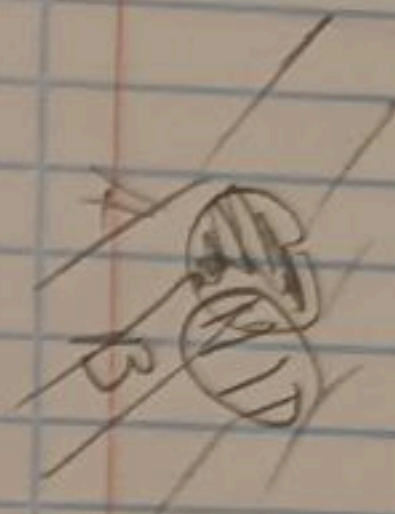
а) $(A \setminus B) \setminus C \overset{?}{=} (A \setminus C) \setminus B$

$x \in (A \setminus B) \setminus C \iff x \in A \setminus B$ и $x \notin C \iff$
$\iff x \in A$ и $x \notin B$ и $x \notin C \iff x \in A \setminus C$ и $x \notin B \iff$
$\iff x \in (A \setminus C) \setminus B$

б) $A \triangle B \overset{?}{=} (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

$x \in A \triangle B \iff x \in (A \setminus B)$ или $x \in (B \setminus A) \iff$
$\iff (x \in A$ и $x \notin B)$ или $(x \in B$ и $x \notin A) \iff$
$\iff (x \in A$ или $x \in B)$ и $(x \notin A$ или $x \notin B) \iff$
$\iff (x \in A$ или $x \in B)$ и не $(x \in A$ и $x \in B) \iff$
$\iff x \in (A \cup B)$ и не $x \in (A \cap B) \iff$
$\iff x \in (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

в) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

$$\boxed{\begin{array}{l} x \notin (A \setminus B) \\ \neg (x \in A \text{ и } x \notin B) \\ x \notin A \text{ или } x \in B \end{array}}$$

$x \in A \setminus (A \setminus B) \iff x \in A$ и $x \notin (A \setminus B) \iff$
$\iff x \in A$ и $\neg(x \in A$ и $x \notin B) \iff x \in A$ и $(x \notin A$ или
или $x \in B) \iff \varnothing$ или $(x \in A$ и $x \in B) \iff$
$\iff x \in (A \cap B)$

Операция дополнения: (U (универсальное множество)):

$$\overline{A} = \underset{\substack{\text{унив.} \\ \text{множ.}}}{U} \setminus A$$

Кортежи

$(a) = a$

$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$

$\hookrightarrow (a, b) \neq (b, a)$, если $b \neq a$

$(a_1, \ldots, a_n) = ((a_1, \ldots, a_{n-1}), a_n)$

$(a, b, c) = ((a, b), c) = \{(a, b), \{(a, b), c\}\}$

Декартово произведение

$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$

$A_1 \times \ldots \times A_n = \{(a_1, \ldots, a_n) \mid a_i \in A_i\}$