Доп. по лямбда-исчислению

x^2+2x+3

$f(x)=x^2+2x+3$

$\underbrace{x \mapsto x^2+2x+3}_{\lambda}$ или $f: x \mapsto x^2+2x+3$

$\longrightarrow \underbrace{\lambda x}_{\lambda\text{-префикс}}.(x^2+2x+3)$

---

x^2+yx+3

свободные переменные

$\lambda x.(x^2+yx+3)$

$\lambda y.(x^2+yx+3)$

связанные переменные

$\lambda xy.(x^2+yx+3)$

или (равнозначно)

$\lambda x.\lambda y.(x^2+yx+3)$

Функции многих переменных:

multi(1, 2, 3)

→ 6

```
function multi(a, b, c) {
  return a · b · c; }
```

Каррирование:

multi(1)(2)(3)

→ 6

```
function multi(a) {
  return (b) => {
    return (c) => {
      return a · b · c}}}
```

λ-терм – наименьший элемент мн-ва Λ, который удовл. сл. усл.:

Обязательные пункты (чистое λ-исчисление)

1) $Var \subseteq \Lambda$ (можно использовать переменные)
   $Var = \{x, y, z \dots\}$
2) если $M \in \Lambda$, $x \in Var$, то $\lambda x . M$ называют абстракцией (это просто λ-префикс и λ-терм, т.е. это λ-выражение)
3) если $M, N \in \Lambda$, то $(MN) \in \Lambda$

а-ля конкатенация — (аппликация)

$$((\lambda x . (\lambda y . (x + y))) 4) 5.$$

Необяз. пункт (нечистое λ-исч)

4) $Const \subseteq Var$

маленькая большая

ϑ ϴ

Θ тета (тэ́ти́а)

η эта (этта)

буковки (греческие)

$$((\lambda x . M)\, N) \xrightarrow[\beta]{} M[x := N]$$

β - редукция

$$(\lambda x . \underbrace{(\lambda y . x)}_{M}) \underbrace{N}_{N} \xrightarrow[\beta]{} (\lambda y . x)[x = N] =$$

$$= \lambda y . N$$

$$(\lambda x . \underbrace{(x^2 + 2)}_{M}) \underbrace{3}_{N} = 3^2 + 2$$

$$(\lambda x . \lambda y . x)\, y \qquad \lambda y . y$$

не эквивалентны

$$(\lambda x . \lambda y . x)\, y = (\lambda x y . x)\, y$$

$$(\lambda x . \underbrace{\lambda y . x}_{M}) \underbrace{y}_{N} \xrightarrow[\alpha]{} (\lambda x . \lambda y . x)\, z \xrightarrow[\beta]{}$$

$$\xrightarrow[\beta]{} (\lambda y . x)[x := z] = \lambda y . z$$

$$\lambda x . x \sim_\alpha \lambda y . y \quad | \quad \lambda y . z \sim_\beta \lambda z . y$$

или

$$(\lambda x . \lambda y . x)\, y \xrightarrow[\alpha]{} (\lambda x . \lambda z . x)\, y \xrightarrow[\beta]{}$$

$$\xrightarrow[\beta]{} (\lambda z . x)[x := y] = \lambda z . y$$

η — преобразование
(эта)

$$\lambda x.fx \xrightarrow[\eta]{} f$$

$$\lambda y.\lambda x.yx \xrightarrow[\eta]{} \lambda y.y \dashrightarrow y$$

Примеры

$$(\lambda x.xyzw)w \xrightarrow[\alpha]{} (\lambda x.xyza)w \xrightarrow[\beta]{}$$

$$\xrightarrow[\beta]{} (xyza)[x:=w] = (wyza)$$

Можно ли сделать так:

$$(\lambda x.xyzw)w \xrightarrow[\beta]{} (xyzw)[x:=w] = wyzw$$

НЕЛЬЗЯ

$$(\lambda x.xxx)(yz) \xrightarrow[\beta]{} (xxx)[x:=yz] =$$

$$= (yzyzyz)$$

$$(\lambda x.xx)(\lambda x.xx) \xrightarrow[\alpha]{} (\lambda x.xx)(\lambda y.yy) \xrightarrow[\beta]{}$$

$$\xrightarrow[\beta]{} (xx)[x:=\lambda y.yy] = (\lambda y.yy)(\lambda y.yy)$$

$$(\lambda x.\underbrace{xx}_{M})\underbrace{(\lambda z.z)}_{N}\,y \xrightarrow[\beta]{}$$

$$\xrightarrow[\beta]{}$$

$$(xx)[x:=\lambda z.z]\,y \xrightarrow[\alpha]{}$$

$$\xrightarrow[\alpha]{} ((\lambda z.\underbrace{z}_{M})\underbrace{(\lambda o.o)}_{N})\,v \xrightarrow[\beta]{}$$

$$\xrightarrow[\beta]{} (z)[z:=\lambda o.o]\,v =$$

$$= (\lambda o.\underbrace{o}_{M})\underbrace{v}_{N} \xrightarrow[\beta]{} (o)[o:=v] = v$$

$$(\lambda x.\underbrace{(\lambda y.y)}_{f}x) \xrightarrow[\eta]{} (\lambda y.y)$$

η - редукция

$$\lambda x.fx \xrightarrow[\eta]{} f$$
