

## Семинар "Лямбда-исчисление" 2.0

### Обозначение:

$$\underline{0} = \lambda x. x$$

$$\underline{1} = \lambda f x. f x$$

$$\underline{2} = \lambda f x. f (f x)$$

...

$$\underline{n} = \lambda f x. \underbrace{f (f x)}_n = \lambda f x. f^n x$$

добавление единицы

$$\rightarrow \text{succ} = \lambda n f x. f (n f x)$$

$$\text{plus} = \lambda m n f x. m f (n f x)$$

$$\text{mult} = \lambda m n f x. m (n f) x$$

$$\text{Exp} = \lambda m n f x. (m n) f x$$

### Выводение:

$$(\lambda x. f) g \Rightarrow_{\beta} f[x_1 = g]$$

$$\lambda x. f x \Rightarrow_{\eta} f$$



1. a)  $\text{succ } 0 = (\lambda n \lambda x. s(n \lambda x)) (\lambda \lambda x. x) \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda \lambda x. s((\lambda \lambda x. x) \lambda x) = \lambda \lambda x. s x$

$\Rightarrow \lambda \lambda x. s((\lambda \lambda x. x) \lambda x) \Rightarrow \lambda \lambda x. s x = 1$

$\lambda \lambda x. s((\lambda \lambda x. s x) \lambda x) = \lambda \lambda x. s(s x) = 2$

b)  $\text{succ } 1 = (\lambda n \lambda x. s(n \lambda x)) (\lambda \lambda x. s x) \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda \lambda x. s(s(\lambda \lambda x. s x) \lambda x) \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda \lambda x. s(s s x) = 2$

c)  $\text{plus } 2 \ 3 = \lambda m \lambda x. m \lambda (n \lambda x) (\lambda \lambda x. s(s x))$

$(\lambda \lambda x. s(s(s x))) \Rightarrow \lambda \lambda x. (\lambda \lambda x. s(s x)) \lambda x$

$\Rightarrow (\lambda \lambda x. s(s(s(s x)))) \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda \lambda x. (\lambda \lambda x. s(s x)) s(s(s x)) \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda \lambda x. s(s(s(s(s x)))) = 5$



$$6) \text{ mult } \underline{2} \underline{3} = (\lambda m h \lambda x. (m (h \lambda x)))$$

$$(\lambda \lambda x. \lambda (f x)) (\lambda \lambda x. \lambda (f (f x))) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda \lambda x. ((\lambda \lambda x. \lambda (f^2 x)) ((\lambda \lambda x. \lambda (f^3 x)) \lambda x)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda \lambda x. ((\lambda \lambda x. \lambda (f^2 x)) (\lambda \lambda x. \lambda (f^3 x))) \lambda x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda \lambda x. (\lambda \lambda x. (\lambda \lambda x. \lambda (f^3 x)) (\lambda \lambda x. \lambda (f^3 x))) \lambda x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda \lambda x. (\lambda \lambda x. (\lambda \lambda x. \lambda (f^3 (f^3 x))) \lambda x) \Rightarrow \lambda \lambda x. \lambda (f^6 x) = \underline{6}$$

Комбинаторы. Переисчисление комбинаторов

$$I = \lambda x. x$$

$$K = \lambda x y. x$$

$$S = \lambda x y z. (x z (y z))$$

$$C(x) = x$$

$$C(st) = C(s)C(t)$$

$$C(\lambda x. x) = I$$

если  $x$  ~~не~~ <sup>free</sup> ~~связано~~ <sup>value</sup>  $\rightarrow C(\lambda x. t) = Kt, x \notin FV(t)$

$$C(\lambda x. \lambda y. t) = C(\lambda x. C(\lambda y. t)), x \in FV(\lambda y. t)$$

$$C(\lambda x. st) = SC(\lambda x. s)C(\lambda x. t), x \in FV(st)$$

Все комбинаторы — композиции  
одного комбинатора с хангрид  
расстановкой скобок.



$$\begin{aligned}
2. a) C(\lambda a b. b a) &= C(\lambda a. \lambda b. b a) = \\
&= C(\lambda a. C(\lambda b. b a)) = C(\lambda a. (S C(\lambda b. b) C(\lambda b. a))) \\
&= C(\lambda a. S I (K a)) = S C(\lambda a. S I) C(\lambda a. K a) = \\
&= S (K (S I)) S (C(\lambda a. K) C(\lambda a. a)) = \\
&= S (K (S I)) (S (K K) I)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b) C(\lambda a b c. a c b) &= C(\lambda a. \lambda b. \lambda c. a c b) = \\
&= C(\lambda a. (\lambda b. C(\lambda c. (a c b)))) = \\
&= C(\lambda a. C(\lambda b. (S C(\lambda c. a) C(\lambda c. b)))) = \\
&= C(\lambda a. C(\lambda b. S (S C(\lambda c. a) C(\lambda c. c)) K b))) = \\
&= C(\lambda a. C(\lambda b. S (S (K a) I (K b)))) = \\
&=
\end{aligned}$$

Сколько % этого семинара мы поняли?

Ну, первую половину всего мы поняли?

Как???

А как мне это всё понять?