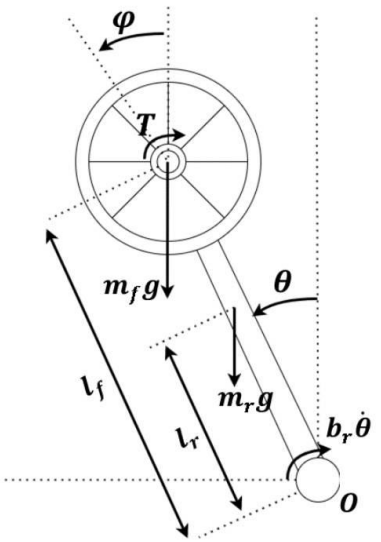
الف) سیستم چرخ عکس‌العملی – ۶۰ نمره



تصویر ۱ مدل سازی مفهومی از سیستم چرخ عکس‌العملی

معرفی سیستم

پاندول معکوس با چرخ عکس‌العملی، سیستمی است که در آن یک پاندول معکوس به‌کمک یک چرخ عکس‌العملی یا Reaction Wheel پایدار می‌شود. وقتی موتور به چرخ شتاب زاویه‌ای می‌دهد، چرخ نیز گشتاوری برابر و در خلاف جهت به میله وارد می‌کند. با کنترل هوشمندانهٔ این گشتاور می‌توان میله را در وضعیت قائم ($\theta = 0$) نگه داشت و هدف نهایی سیستم نیز دقیقاً همین صفر کردن زاویهٔ θ است.

میله از انتهای پایینی به یک تکیه‌گاه لولایی متصل است و می‌تواند آزادانه حول آن بچرخد. یک چرخ در بخش بالایی میله نصب شده که خود نیز قابلیت چرخش دارد. یک موتور جریان مستقیم (DC) به این چرخ کوپل شده است؛ موتور با اعمال گشتاور در خلاف جهت، نیرویی به میله وارد می‌کند و زاویهٔ آن را تغییر می‌دهد. بنابراین، هدف نهایی سیستم آن است که زاویهٔ θ را به صفر برساند.

برای رسیدن به این هدف، زاویهٔ اولیهٔ میله باید به‌اندازهٔ کافی به صفر نزدیک باشد (برای نمونه، ۱۵ یا ۳۰ درجه) تا در ناحیهٔ خطی‌سازی‌شده باقی بمانیم. در این ناحیه، با تقریب $sin\theta \approx \theta$ می‌توان معادلات دینامیکی سیستم را خطی در نظر گرفت و کنترل‌کننده‌های خطی (مانند PID) را به‌کار گرفت. سیستم با دریافت فیدبک پیوستهٔ زاویهٔ میله (θ) و احیاناً سرعت زاویه‌ای آن، ولتاژ کنترلی مناسبی به موتور اعمال می‌کند و بدین‌ترتیب زاویه را به‌تدریج به سمت صفر می‌راند. چنانچه زاویهٔ اولیه بزرگ‌تر از حد توان موتور باشد و گشتاور لازم برای پایدارسازی تأمین نشود، یا اگر سیستم خارج از ناحیهٔ خطی شروع به حرکت کند، راه‌حل مستقیم فوق پاسخ‌گو نیست و باید فرایند Swing-Up (نوسان‌آوری) را پیاده‌سازی کرد که با اعمال انرژی به میله، آن را به نزدیکی نقطهٔ قائم می‌رساند و سپس کنترل خطی وارد عمل می‌شود.

پس از دستیابی به حالت بالانس، چالش جدیدی پدید می‌آید: موتور برای جبران پیوستهٔ انحراف‌های کوچک میله، ناگزیر است گشتاورهایی پشت‌سرهم به چرخ اعمال کند. این گشتاورها سبب می‌شوند سرعت چرخ به‌مرور افزایش یابد. از آن‌جایی که هر موتور دارای محدودیت سرعت (یا ولتاژ) است، در نهایت سرعت چرخ به حد اشباع (Saturation) می‌رسد و موتور دیگر قادر به تأمین گشتاور لازم برای تصحیح زاویه نخواهد بود و سیستم تعادل را از دست می‌دهد. از سوی دیگر، کاهش سرعت چرخ توسط موتور، نیرویی به میله وارد کرده و تعادل را برهم می‌زند. برای رفع این مشکل، می‌توان کنترل‌کننده‌ای طراحی کرد که پس از پایدارسازی اولیه، سرعت چرخ را به‌طور کنترل‌شده و بدون برهم‌زدن تعادل میله به صفر برساند. این راه‌حل که معمولاً با مانورهایی مانند انحراف موقت میله برای جذب سرعت چرخ انجام می‌شود، به حل مشکل Saturation (اشباع) معروف است.

بند های اصلی پروژه

۱. با استفاده از معادلات لاگرانژ، مدل دینامیکی کامل سیستم (شامل پاندول معکوس و موتور DC) را به‌صورت ریاضیاتی استخراج کنید.
۲. مدل استخراج‌شده را در سیمولینک یا متلب شبیه‌سازی کرده و پاسخ پله (Step Response) حلقه‌باز آن را به‌دست آورید.
۳. برای سیستم حلقه‌بازِ مدل‌شده، یک کنترل‌کننده‌ی PID طراحی کرده و نتایج عملکرد حلقه‌بسته (مانند پاسخ گذرا و خطای ماندگار) را استخراج و تحلیل کنید. مقاوم بودن کنترل‌کننده‌ی طراحی شده را در برابر اثر اغتشاش آزمایش کنید. بدین منظور، یک سیگنال پله در زمان‌های میانی شبیه‌سازی به قسمت خروجی اضافه کنید و نتیجه را گزارش کنید. توجه داشته باشید که ولتاژ ورودی موتور (سیگنال کنترلی) نباید از حد مجاز خود فراتر رود.
۴. یک شبیه‌سازی MultiBody از سازه‌ی مکانیکی سیستم تهیه کرده و پاسخ پله‌ی این مدل را استخراج کنید.
۵. همین مدل MultiBody را با استفاده از یک کنترل‌کننده‌ی PID پایدارسازی کنید و نتایج را نشان دهید.
۶. با استفاده از پارامترهای داده‌شده، بلوک‌دیاگرام موتور DC را به‌گونه‌ای تشکیل دهید که ورودی آن ولتاژ کنترلی موتور بوده و خروجی آن گشتاوری باشد که به بخش مکانیکی سیستم اعمال می‌شود.
۷. مدل دینامیکی موتور DC را به شبیه‌سازی MultiBody اضافه کرده و سپس پاسخ پله‌ی این سیستم را استخراج نمایید.
۸. برای مدل ترکیبی (MultiBody + موتور) یک کنترل‌کننده‌ی PID طراحی کرده و سیستم را کنترل کنید؛ توجه داشته باشید که ولتاژ ورودی موتور (سیگنال کنترلی) نباید از حد مجاز خود فراتر رود.
۹. فرایند Swing-Up (نوسان‌آوری) را پیاده‌سازی کنید. راه حل و ابتکار خود را بطور کامل توضیح دهید. (امتیازی ۰/۵ نمره)
۱۰. راه‌حلی برای مشکل Saturation (اشباع) سرعت چرخ ارائه دهید، به‌گونه‌ای که پس از بالانس اولیه، سرعت چرخ به‌صورت کنترل‌شده به صفر برسد. شبیه‌سازی بطور کامل انجام شود. (امتیازی ۰/۵ نمره)

پارامترهای موتور DC

با توجه به عدم دسترسی به اینترنت، می‌توانید از پارامترهای موتور زیر استفاده نمایید. **استفاده از موتور دیگری نیز مجاز است؛** در این صورت، لازم است DataSheet مربوطه را در گزارش خود ضمیمه کنید. مدل موتور DC-Motor M63x40/I در جدول زیر آمده است:

جدول ۱ دیتاشیت نمونه از موتور DC

واحد	مقدار	Parameter	نام پارامتر	نماد
V	۱۲	Rated Voltage	ولتاژ نامی	U_N
Ω	۰.۳	Connecting Resistance	مقاومت اتصال	R
Ω	۰.۲	Armature Resistance	مقاومت آرمیچر	R_A
mH	۰.۴۱	Armature Inductance (at 1 kHz)	اندوکتانس آرمیچر (در ۱ kHz)	L_A
Ncm/A	۳.۸	Torque Constant	ثابت گشتاور	k_M
$V/10^3 min^{-1}$	۴.۱	Voltage Constant	ثابت ولتاژ	k_E
Ncm/min^{-1}	-۱۹.۴	Speed Characteristic Slope	شیب مشخصه سرعت	k_D
Ncm	-۲.۳	Friction Torque	گشتاور اصطکاک	M_R
gcm^2	۷۹۲	Rotor Inertia	اینرسی روتور	J_R
ms	۱۰.۱	Mechanical Time Constant	ثابت زمانی مکانیکی	T_M
ms	۱.۴	Electrical Time Constant	ثابت زمانی الکتریکی	T_e
V	۲	Starting Voltage	ولتاژ راه‌اندازی	U_A
min^{-1}	۲۹۰۰	No Load Speed	سرعت بی‌باری	n_O
A	۰.۶	No Load Current	جریان بی‌باری	I_O
min^{-1}	۲۵۵۰	Rated Speed	سرعت نامی	n_N
Ncm	۱۸	Rated Torque	گشتاور نامی	M_N
A	۵.۳۵	Rated Current	جریان نامی	I_N
W	۶۴.۲	Rated Input Power	توان ورودی نامی	P_{1N}
W	۴۸.۱	Rated Output Power	توان خروجی نامی	P_{2N}
٪	۷۴.۹	Rated Efficiency	بازده نامی	η_N
Ncm	۱۴۹.۱	Stall Torque	گشتاور سکون (Stall)	M_H
A	۴۰	Stall Current	جریان سکون (Stall)	I_H
A	۳۴.۴	Demagnetization Current	جریان مغناطیس‌زدایی	I_E
Ncm	۱۸	Maximum Continuous Torque	گشتاور پیوسته بیشینه	M_{max}
A	۵.۳۵	Maximum Continuous Current	جریان پیوسته بیشینه	I_{max}
W	۱۱۳.۲	Maximum Output Power	توان خروجی بیشینه	$P2_{max}$
min^{-1}	۸۰۰۰	Maximum Speed	سرعت بیشینه	n_{max}

تمامی مقادیر جدول مربوط به ولتاژ نامی ۱۲ ولت می‌باشد. این مقادیر نباید به‌طور هم‌زمان در بیشینه خود قرار گیرند