

Cours :

Systemes de télécommunications
optiques, circuits hyperfréquences,
ondes et polarisation

Dispensé par : Pr. Ir. BUKURU Denis

Objectifs du cours

A la fin du cours, l'étudiant sera capable de:

- Caractériser les différents éléments d'une liaison sur fibre optique;
- Faire un bilan de liaison pour garantir le bon fonctionnement d'un système optique;
- Elaborer et analyser un système complexe d'un système de fibre optique;

- Connaître les bases nécessaires à la compréhension des systèmes de communication dans les domaines hyperfréquences et radiofréquences;
- Calculer les pouvoirs de réflexion/transmission d'une structure multicouche;
- Comprendre l'importance de la polarisation des ondes électromagnétiques;
- Identifier les différents états de polarisation;

Contenu du cours

Chapitre1 : Systèmes de télécommunications optiques

1.1. Composants optoélectroniques

1.2. Caractéristiques des fibres optiques

1.3. Bilan de liaison d'un système de fibre optique avec étude du rapport signal sur bruit

1.4. Bilan de liaison d'un système multiplexé avec étude de diaphonie

Chapitre2 : Circuits hyperfréquences

2.1. Introduction aux systèmes hyperfréquences

2.2. Bruit et non-linéarité

2.3. Quadripôles et Multipôles

2.4. Abaque de Smith

Chapitre 3 : Ondes et polarisation

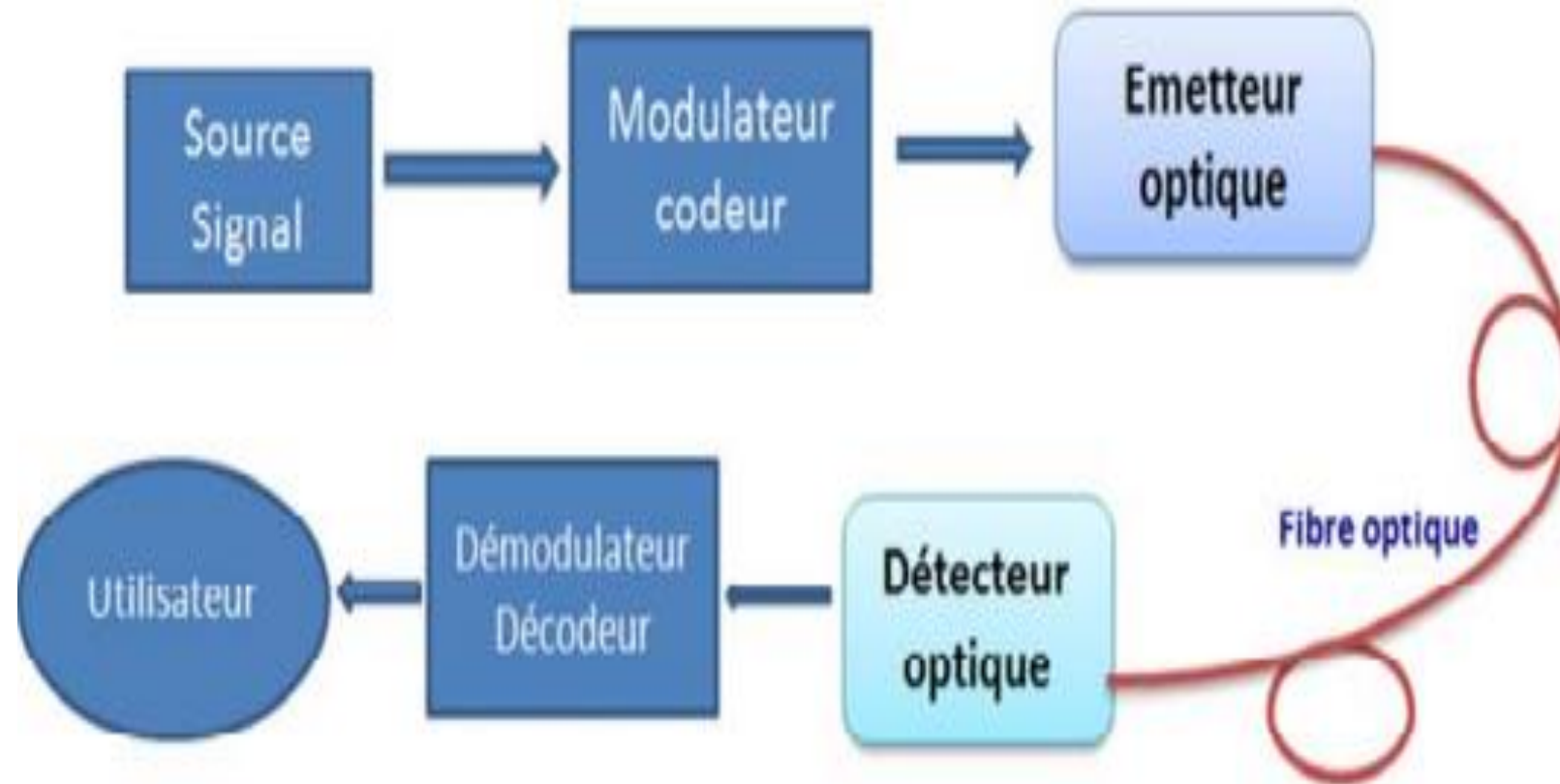
- 3.1. Présentation des milieux stratifiés et de leurs applications
- 3.2. Polarisation des ondes électromagnétiques et applications
- 3.3. Réflexion d'une couche diélectrique
- 3.4. Structure multicouche diélectrique et application au traitement antireflet
- 3.5 Antennes et polarisation

Chapitre1 :

Systèmes de télécommunications optiques

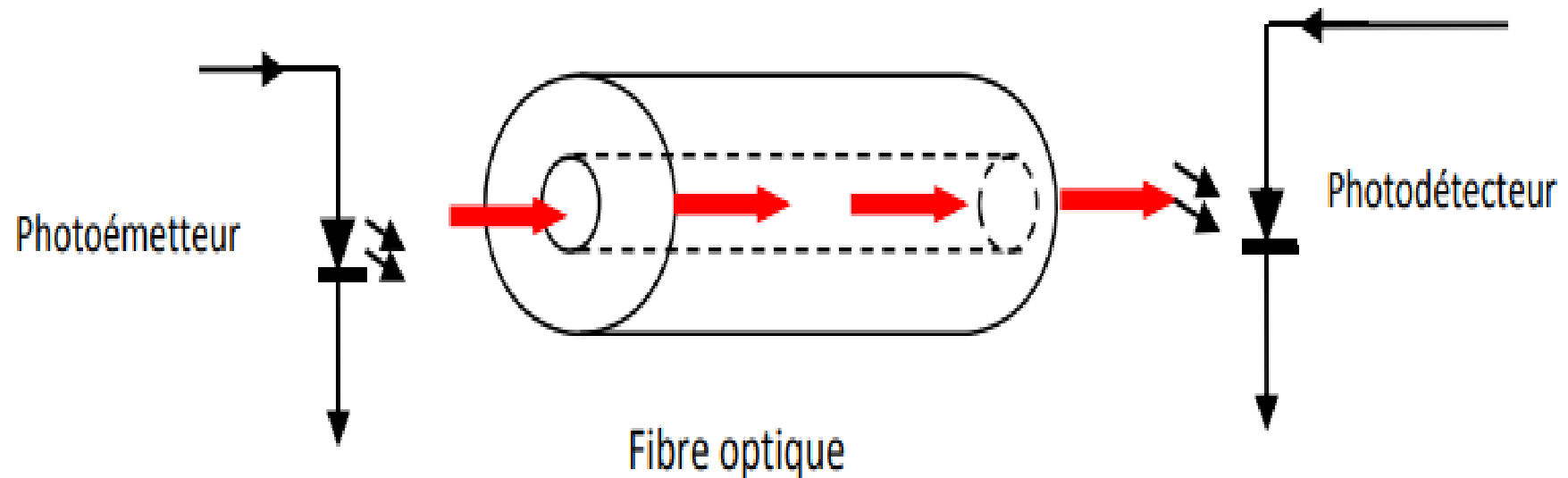
- L'objectif de tout système de transmission est de transmettre une information le plus loin possible avec une atténuation la plus faible possible et une plus grande bande passante possible.
- Pour cela l'utilisation de la fibre optique comme support de transmission semble le moyen le plus fiable comparée aux autres supports de transmissions existants.

- Un schéma d'une chaine de transmission d'un signal par fibres optiques



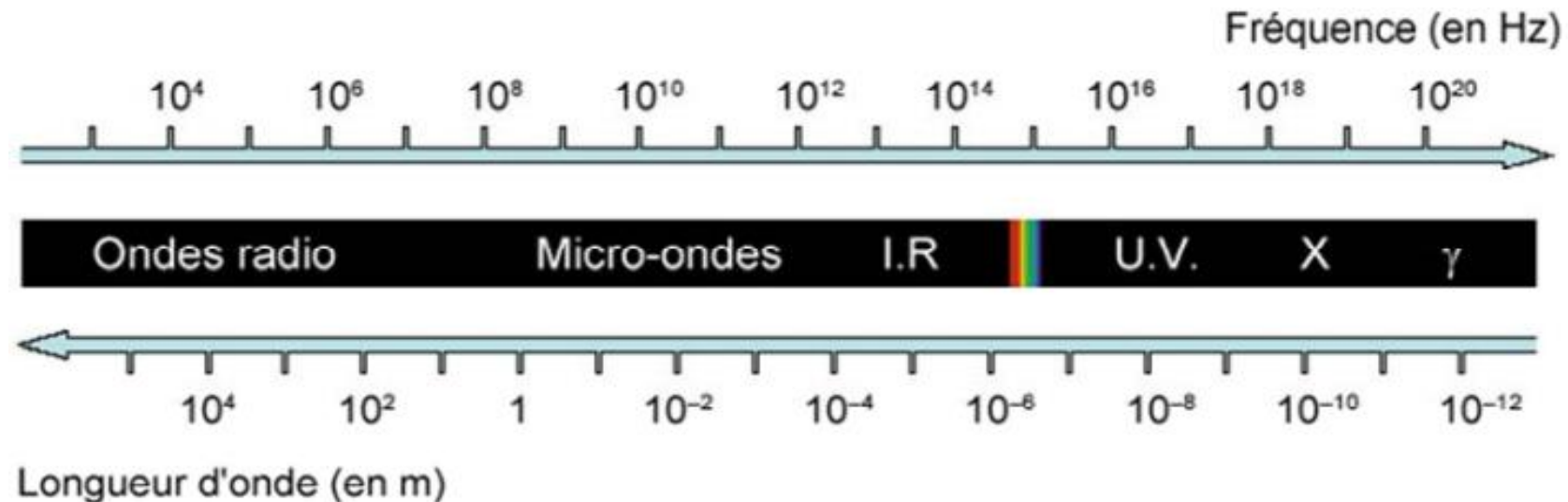
- L'utilisation de la fibre optique, pour le transport du signal, impose une double transformation :
 - **Au départ** le signal électrique est converti en un signal lumineux à l'aide d'un composant photoémetteur. Les deux catégories de sources les plus adaptées à ce genre de transmission sont les **diodes électroluminescentes** et les **diodes laser**.

- **A l'arrivée,** le signal optique est converti en un signal électrique à l'aide d'un composant photorécepteur. Dans ce genre de transmission les **photodiodes pin** et les **photodiodes à avalanche** sont surtout utilisés.



- Dans ce système de transmission,
 - ✓ l'information est transportée en utilisant la lumière comme support.
 - ✓ les fibres optiques sont les guides de propagation dont le principe est le confinement de cette lumière dans un diélectrique tout en évitant toute perte d'information.

- Les systèmes de télécommunications optiques à longues distances sont basés sur la transmission de fréquences optiques de la région du proche Infrarouge (IR) soit $\lambda = 850\text{nm}$ et $\lambda = 1700\text{nm}$ ce qui correspond à un domaine fréquentiel compris entre $1.76 \cdot 10^{14}$ et $3.53 \cdot 10^{14}$ Hz.



- La relation entre la longueur d'onde et la fréquence étant :

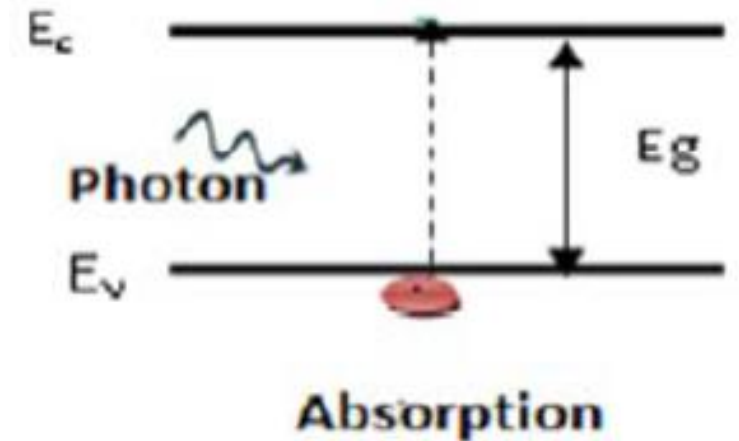
$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

1.1. Composants optoélectroniques d'émission et de réception

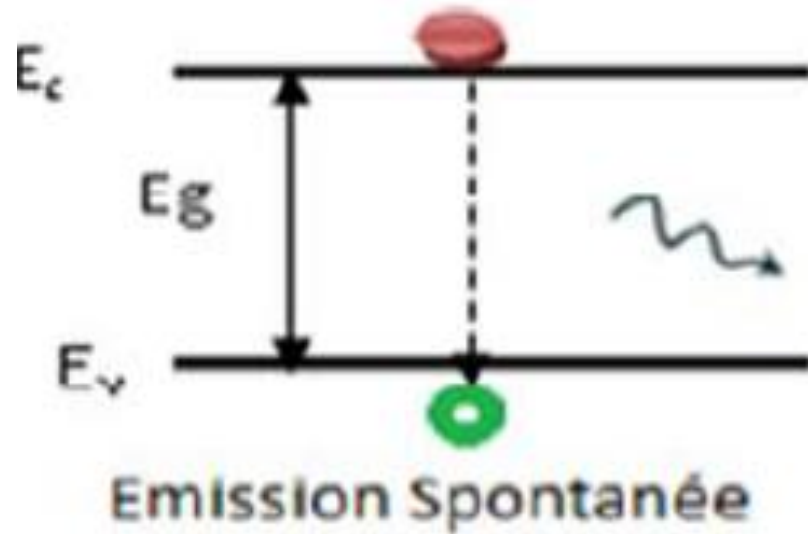
- Le rôle **des composants optoélectroniques** est la conversion d'un signal optique en un signal électrique ou réciproquement. Ce sont donc des transducteurs électriques vers optique ou optique vers électrique.
- La conversion :
 - **Photon-électron donne le principe des photorécepteurs (photodétecteurs)**
 - **Electron-photon donne le principe des émetteurs de lumière (photoémetteurs)**

- Les principes de fonctionnement des **photodétecteurs** et **photoémetteurs** sont basés sur les interactions rayonnement-semi-conducteur.
- Les trois processus d'interaction entre le rayonnement et le semi-conducteur d'énergie de gap E_g (bande interdite) étant :

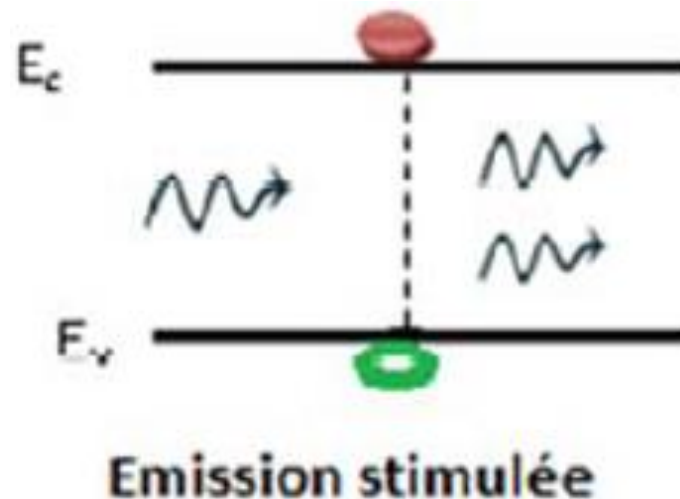
➤ L'absorption du photon par un électron de la bande de valence et son passage vers la bande de conduction, entraînant l'apparition d'un trou dans la bande de valence.



- L'émission spontanée d'un photon par retour de l'électron excité de la bande de conduction vers la bande de valence et sa recombinaison avec le trou (**retour à l'équilibre**), dans le cas où l'énergie cédée par l'électron est de type radiatif.



- L'émission stimulée d'un photon avec retour de l'électron excité vers la bande de valence et sa recombinaison avec un trou (**retour à l'équilibre**). Le photon émis est identique, en longueur d'onde et en phase, au photon incident, il est dans le même état de polarisation. Ce dernier processus est à la base de l'effet laser.



- Qu'il s'agisse d'absorption ou d'émission de radiation par un semi-conducteur, le photon d'énergie :

$$E = h.\nu = h.c/\lambda$$

Avec

h : constante de Planck = $4.136 \cdot 10^{-15}$ eV.s

c : vitesse de la lumière dans le vide = $3 \cdot 10^8$ m/s

doit assurer le passage de l'électron de la bande de valence à la bande de conduction (absorption) ou la recombinaison de la paire électron-trou (émission).

- Dans les deux cas, son énergie doit être égale à E_g :

$$E = E_C - E_V = E_g$$

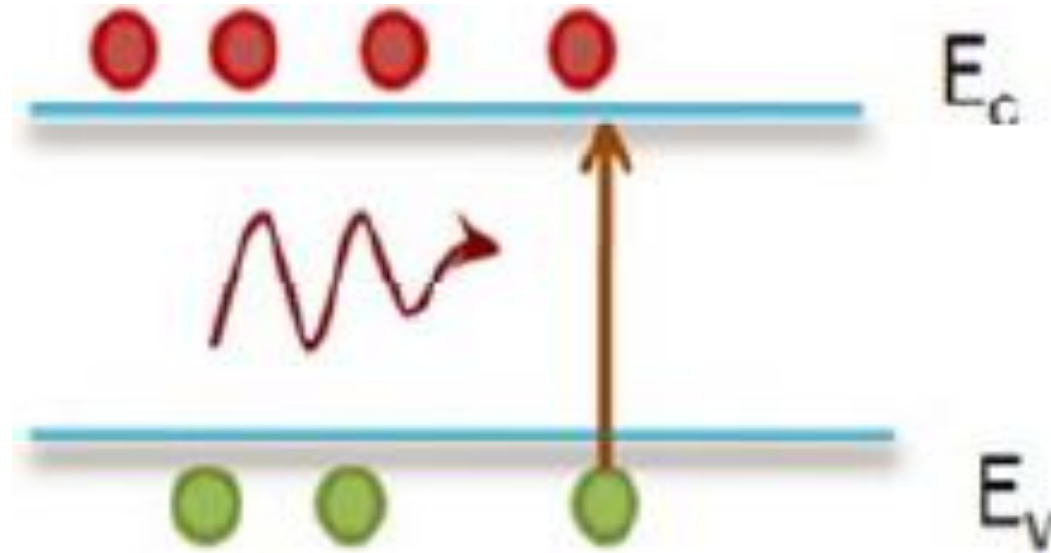
- La relation entre la longueur d'onde du photon et l'énergie de gap du semi-conducteur est alors :

$$E_g \text{ (eV)} \cdot \lambda \text{ (}\mu\text{m)} = 1.24$$

a. Absorption de la lumière par les semi-conducteurs

- Si on éclaire un semi-conducteur par une lumière de fréquence ν , telle que l'énergie du photon est suffisante pour faire passer l'électron de la bande de valence à la bande de conduction, il y a **effet photoélectrique interne** lié à la structure de bande interdite.

Absorption d'un photon et création
d'une paire électron-trou.



- Pour avoir l'effet photoélectrique interne, il faut avoir

$$h\nu \geq h\nu_0 = E_g$$

Soit

$$\lambda \leq \lambda_0$$

λ_0 : est la longueur d'onde seuil de l'effet photoélectrique

- Elle est telle que

$$E_g (\text{eV}) \cdot \lambda_0 (\mu\text{m}) = 1.24$$

Dans l'hypothèse contraire $\lambda \geq \lambda_0$, le corps pourra être supposé comme transparent. Le photon traverse le matériau sans être absorbé.

b.Emission de la lumière par les semi-conducteurs

- Les émetteurs de lumière représentent la fonction réciproque des photorécepteurs :
 - transformation du signal électrique en un signal optique (photonique).
- L'émission photonique correspond à une **transition de l'électron vers le bas**; retour à l'équilibre ou recombinaison électron-trou.

- Le choix de la longueur d'onde émise dépend donc du matériau.
- La relation entre la longueur d'onde λ_0 d'émission et l'énergie de gap E_g du matériau étant :

$$E_g \text{ (eV)} \cdot \lambda_0 \text{ (}\mu\text{m)} = 1.24$$

- Contrairement au rendement photoélectrique, celui de l'effet luminescent sera en général assez faible c'est-à-dire si le photorécepteur présente un rendement avec une bande passante théorique correspondant à $\eta = 1$ situé entre 0 et λ_0 , le rendement de l'émetteur se présente avec une bande passante plus étroite.

- L'émission se produit de façon efficace à des longueurs d'onde voisines de λ_0 :

⊕ $\lambda < \lambda_0 \Rightarrow$ matériau peut être utilisé en photorécepteur

⊕ $\lambda > \lambda_0 \Rightarrow$ milieu optiquement transparent avec $n > n$ (isolant)

⊕ $\lambda \equiv \lambda_0 \Rightarrow$ il peut être utilisé, à priori, comme émetteur de lumière

1.1.1. Les émetteurs de lumière

- Les émetteurs optiques à semi-conducteurs, utilisés dans les liaisons par fibres optiques sont classifiés en deux types :

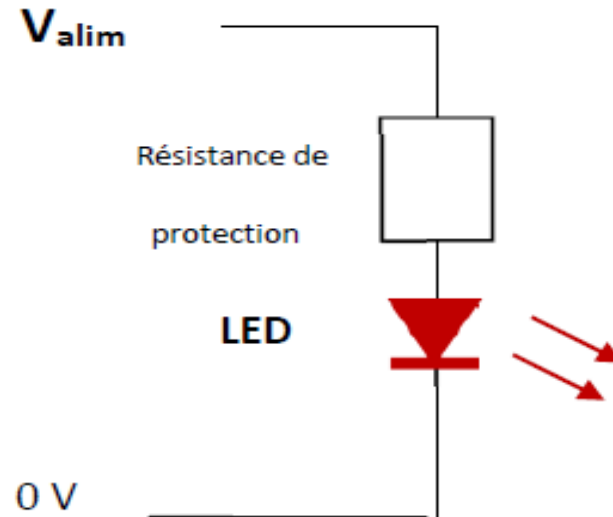
a. Diode électroluminescente

La diode électroluminescente « LED : Light emitting diode » (ou « DEL » en français) est une diode à jonction PN réalisée sur un matériau semi-conducteur, fortement dopé, à recombinaisons radiatives.

- Le courant qui travers la jonction est donné par l'expression :

$$I = I_s \left(e^{eV_d/KT} - 1 \right)$$

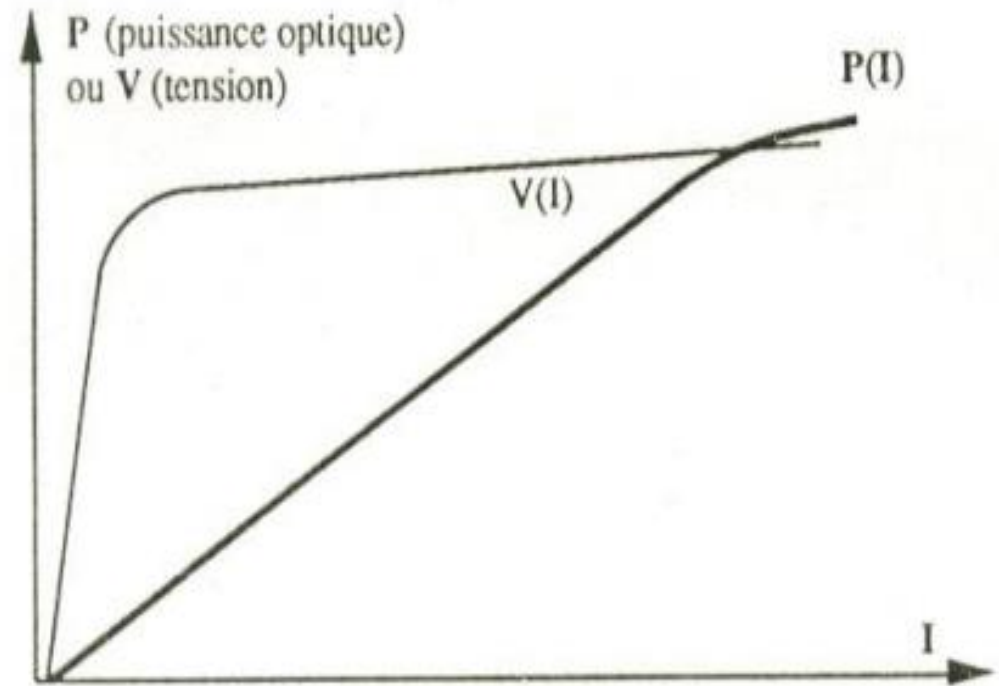
- La diode électroluminescente fonctionne sous polarisation directe.



1. La caractéristique puissance-courant ou tension-courant

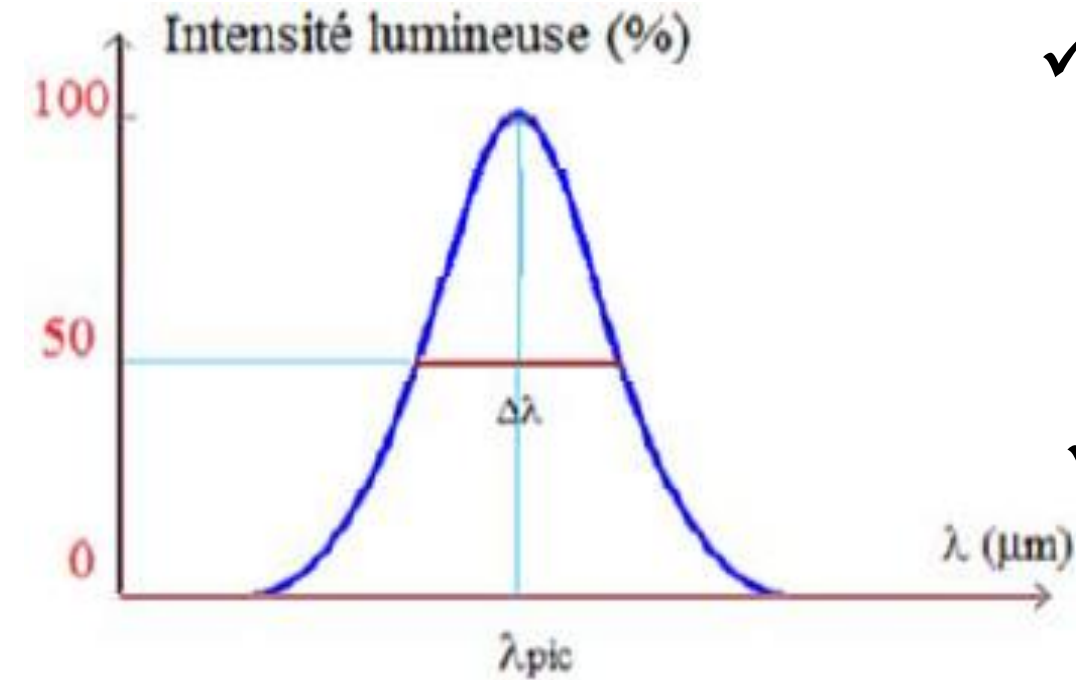
La Diode électroluminescente (DEL) ou Light Emitting Diode (LED) en anglais est caractérisée par :

- Caractéristique puissance-courant $P(I)$ présente une bonne linéarité jusqu'à une puissance de quelques milliwatts, avec une pente de l'ordre de 10mw/A.
- La caractéristique courant-tension est celle d'une diode semi-conductrice avec une tension de coude voisine de 1.5V.



2. Le spectre d'émission de la LED

- La lumière émise d'une LED étant principalement due à des recombinaisons spontanées, sa caractéristique spectrale (intensité émise - longueur d'onde) est continue.



- ✓ Le maximum d'intensité correspond à des photons d'énergie :

$$h\nu_{\text{pic}} \simeq E_g + KT/2$$

- ✓ Ce qui correspond à une longueur d'onde au sommet λ_{pic} :

$$\lambda_{\text{pic}} (\mu\text{m}) = \frac{c}{\nu_{\text{pic}}} = 1.24 / h\nu_{\text{pic}} (\text{eV})$$

- La largeur à mi-hauteur en énergie $\Delta h\nu$ est de l'ordre de $1.8KT$, ce qui correspond à une largeur à mi-hauteur, sur la caractéristique (Intensité-longueur d'onde), de :

$$\Delta\lambda = 1.45 \lambda_{\text{pic}}^2 KT$$

3. Rendements de la diode électroluminescente

- Outre la longueur d'onde du rayonnement et sa largeur spectrale, un paramètre essentiel dans le fonctionnement de la DEL est son rendement de puissance ou rendement global qui représente son efficacité énergétique.

- Les photons générés au niveau de la jonction sont émis dans toutes les directions, mais seule une fraction peut émerger en dehors de la surface et peut donc être utile.
- On définit alors le rendement de puissance de la LED par :

$$\eta = \frac{\text{Puissance optique émise de la LED}}{\text{Puissance électrique fournie à la LED}}$$

- Le rendement global de la DEL est calculé à partir de ses différents rendements qui sont :

Le rendement quantique interne η_i

- Il représente le taux de recombinaisons radiatives sur le taux global de recombinaisons:

$$\eta_i = \frac{\tau_{nr}}{\tau_r + \tau_{nr}}$$

- Ce taux exprime l'efficacité de conversion des électrons en photons.

- Il peut atteindre 80%, il est pratiquement supérieur à 10% pour les matériaux à gap direct où la durée de vie non radiative τ_{nr} des porteurs minoritaires est très grande par rapport à leur durée de vie radiative τ_r .
- Ce rendement permet de déterminer la puissance lumineuse interne P_{int} émise au niveau de la jonction:

$$P_{int} = \eta_i . h\nu . \frac{I_d}{q}$$

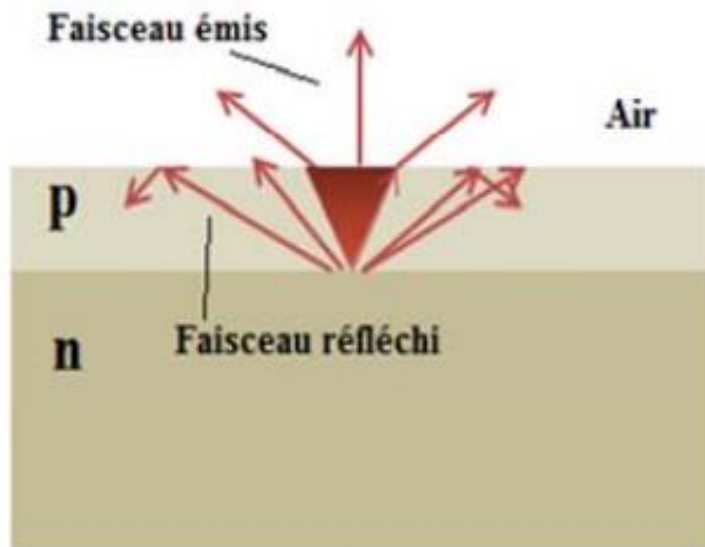
ν étant la fréquence de la radiation émise et I_d le courant d'injection

Exemple :

Soit une LED au GaAsP à émission dans le rouge avec $\lambda = 670\text{nm}$ et un rendement quantique interne de 0.16. Si le courant qui traverse le LED est de 20mA, calculer la puissance optique générée dans la zone active.

Le rendement optique η_o

- Les photons créés à la jonction ne sortent pas tous de la diode.
- Une partie de ces photons qui atteint la surface du composant est réabsorbée par le matériau après réflexion à l'interface matériau-air (figure ci-dessous).



Cette perte de photons est appelée perte de Fresnel.

- Le rendement optique η_o de la LED est défini comme le rapport du nombre de photons utiles, émis à l'extérieur de la diode, au nombre de photons créés à la jonction.
- Le rendement est conditionné par l'indice de réfraction **n** du matériau semi-conducteur qui varie entre 3.4 et 3.6 pour la plus part des semi-conducteurs.

- Deux phénomènes limitent l'émission de photons à l'extérieur :

⇒ La valeur élevée de l'indice de réfraction **n**, telle que pour l'incidence normale, le cas le plus favorable, il vaut :

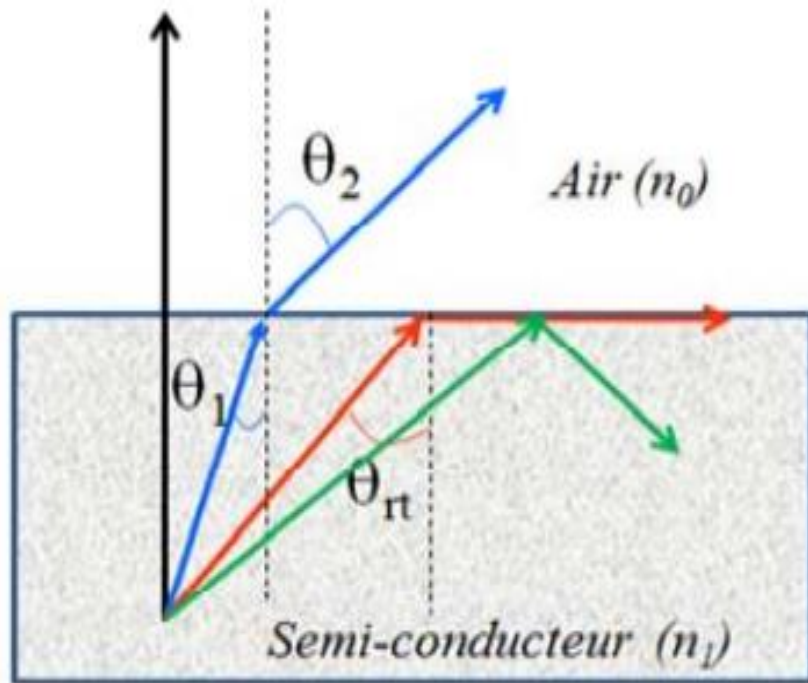
$$R = \frac{(n - 1)^2}{(n + 1)^2} \approx 30\%$$

Le taux de la lumière transmise vaut :

$$T = (1 - R)$$

Soit seulement 70% du rayonnement est transmis vers l'extérieur du matériau.

⇒ L'existence d'un angle de réflexion totale relativement faible (figure ci-dessous). Cet angle est donné par la loi de Snell-Descartes :



Réflexion de la lumière à l'interface air-semi-conducteur.

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

- Soit pour $n_1 = n$ (semi-conducteur) et $n_2 = 1$ (air), l'angle de réflexion totale θ_{rt} est donné par :

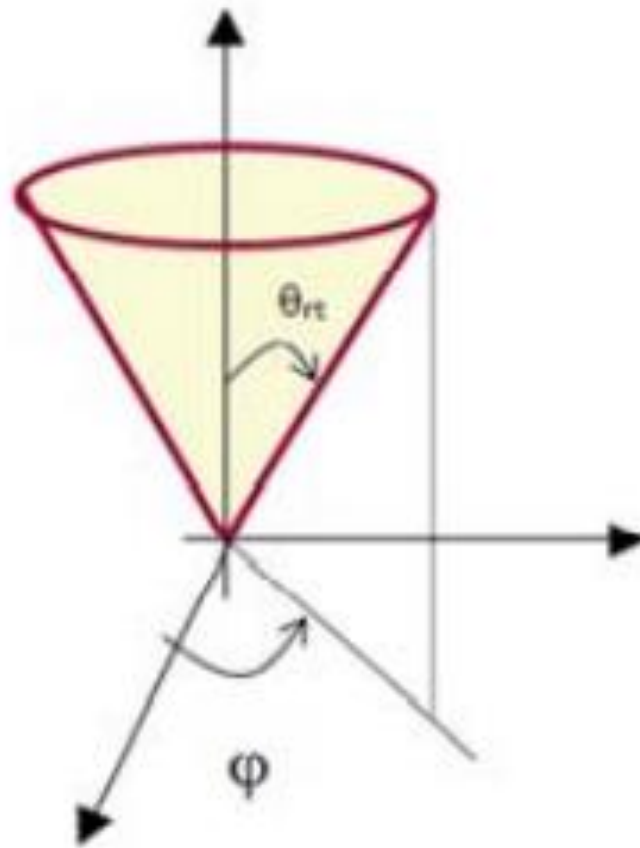
$$\sin \theta_{rt} = \frac{1}{n}$$

- Pour une valeur moyenne de l'indice $n = 3.5$, l'angle de réflexion totale vaut :

$$\sin \theta_{rt} = \frac{1}{3.5} \Rightarrow \theta_{rt} = 16^{\circ}$$

- Tous les photons qui arrivent à la surface avec θ supérieur à $\theta_{rt} = 16^\circ$, sont totalement réfléchis dans le matériau.
- De ce fait, le coefficient de transmission T varie de 70% à 0 lorsque θ varie de 0 à 16° .

- Seuls les photons émis au niveau de la jonction, dans un cône sous-tendu par l'angle $\theta_{rt} = 16^\circ$, (figure ci-dessous), sortent de la diode.



Cône de lumière avec angle au sommet égal à θ_{rt} .

- Sachant que le rayonnement est émis par la diode de façon isotrope, nous pouvons écrire le rendement optique de sortie sous la forme :

$$\eta_0 = \frac{\theta_{rt}^2}{4} \left[1 - \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} \right]$$

θ_{rt} étant petit, on utilise l'approximation:

$$\sin \theta_{rt} \approx \theta_{rt} = \frac{1}{n}$$

- On obtient ainsi l'expression simplifiée du rendement optique :

$$\eta_0 \approx \frac{1}{4n^2} \frac{4n}{(n+1)^2} = \frac{1}{n \cdot (n+1)^2}$$

Le rendement est faible si on considère une géométrie simple. Pour une configuration qui n'est pas plane, qu'on obtient en plaçant, au-dessus de la LED, un hémisphère en plastique d'indice $n_p < n$, on diminue les réflexions et on augmente le rendement optique en réduisant la discontinuité d'indice entre le semi-conducteur et l'air.

- Le matériau transparent représente un traitement antireflet et sert de lentille pour modifier le diagramme de rayonnement de la LED.

Exemple :

Calculer le taux de la lumière transmise par une diode électroluminescente au GaP d'indice $n=3.45$, couverte d'un matériau transparent d'indice $n_p = 1.5$.

Le rendement quantique externe η_e

- Il est défini comme le rapport du nombre de photons émis par la diode au nombre d'électrons injectés dans la jonction. En d'autres termes, le rendement quantique externe est donné par :

$$\eta_e = \eta_0 * \eta_i$$

Le rendement global η

- Le rendement global est défini comme le rapport de la puissance lumineuse émise, à la puissance électrique absorbée :

$$\eta = \frac{W_{\text{op}}}{W_{\text{él}}}$$

- Pour une lumière supposée monochromatique composée N_{ph} photons d'énergie , la puissance lumineuse émise est :

$$P_{\text{op}} (W) = N_{\text{Ph}} . h . \nu$$

- La puissance électrique absorbée est donnée par le produit $V.I$ où V est la tension appliquée à la diode et I le courant débité. I représente la quantité de charges qui traversent la jonction par seconde, soit :

$$I = N_{\text{él}} \cdot e$$

D'où

$$W_{\text{él}} = N_{\text{él}} \cdot e \cdot V$$

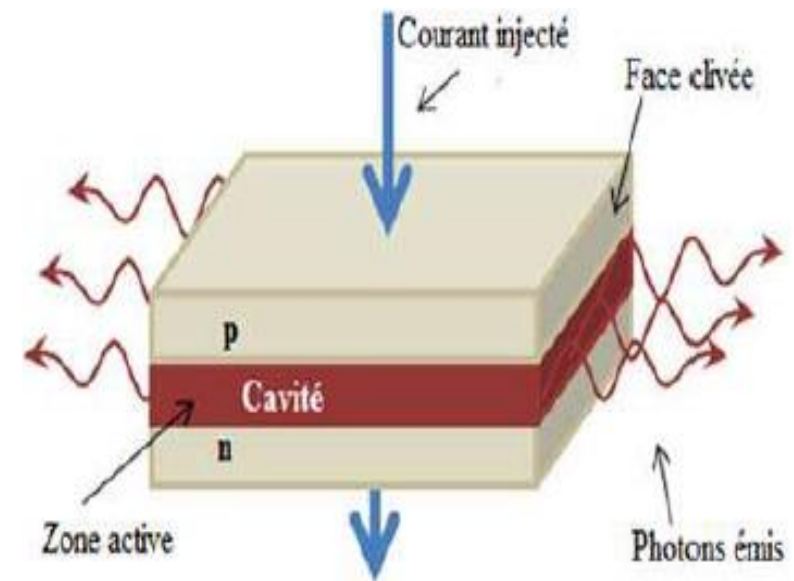
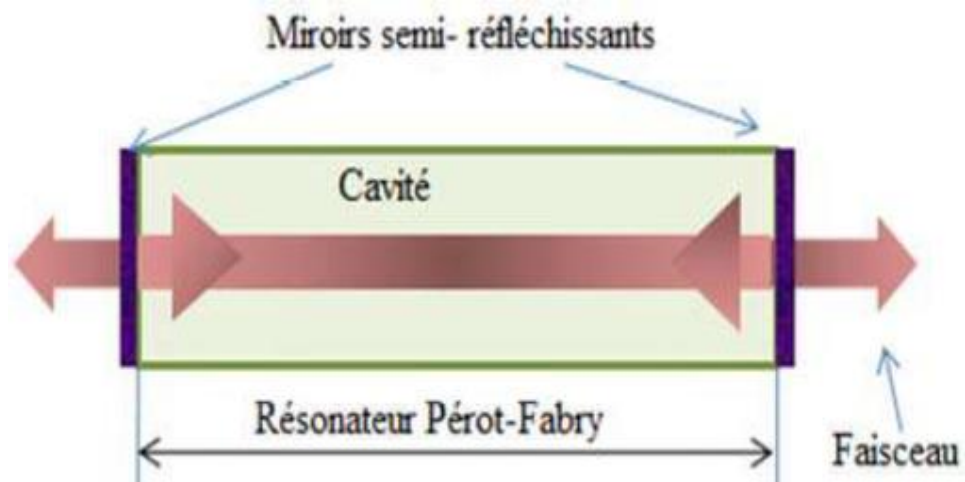
- Ce qui donne pour le rendement global :

$$\eta = \frac{N_{\text{op}} \cdot h \nu}{N_e \cdot e \cdot V} = \eta_e \frac{h \nu}{e \cdot V}$$

b. Diode LASER à semiconducteur

- La diode laser à semi-conducteur émet de la lumière monochromatique cohérente (une puissance optique) destinée, entre autres, à transporter un signal contenant des informations sur de longues distances (dans le cas d'un système de télécommunications).

- La diode laser est un composant similaire à la diode électroluminescente, car elle est constituée d'une jonction p-n réalisée sur des matériaux à gap direct avec une région active où les porteurs injectés, par forte polarisation directe de la diode, se recombinent de façon radiative, produisant une lumière cohérente issue d'émissions stimulées de photons.



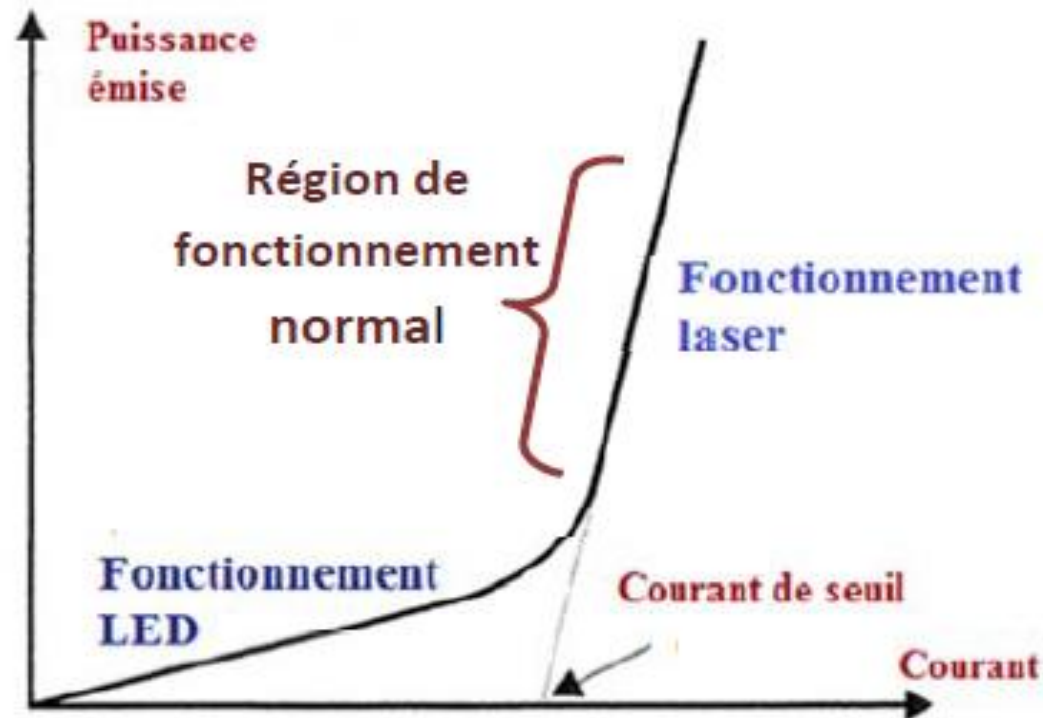
✚ **La longueur L** de cette cavité résonante est un multiple entier de la demi-longueur d'onde des photons créés par émission stimulée.

$$L = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{avec } m \text{ un entier égal à } 1, 2, 3, 4, \dots$$

✚ **L'épaisseur d** de la zone active est limitée par la longueur de diffusion des porteurs.

1. La caractéristique puissance-courant

- Elle représente la variation de la puissance émise par la diode laser en fonction de son courant de polarisation.



2. Rendement quantique différentiel externe de la diode

- Le rendement différentiel de la diode laser représente la pente de la caractéristique $P(I)$, dans la région de fonctionnement normal.
- C'est le rapport entre la puissance optique émise et la puissance électrique absorbée

$$\frac{\Delta P (W)}{\Delta I (A)}$$

- Le rendement quantique différentiel externe est déduit de ce rendement différentiel:

$$\eta_{\text{diff}} = 2 \cdot \frac{\Delta P}{\Delta I} \cdot \frac{e}{h\nu} = \frac{2}{E(\text{eV})} \cdot \frac{\Delta P(\text{W})}{\Delta I(\text{A})}$$

Le facteur 2 résulte de l'existence de deux faces émettrices.

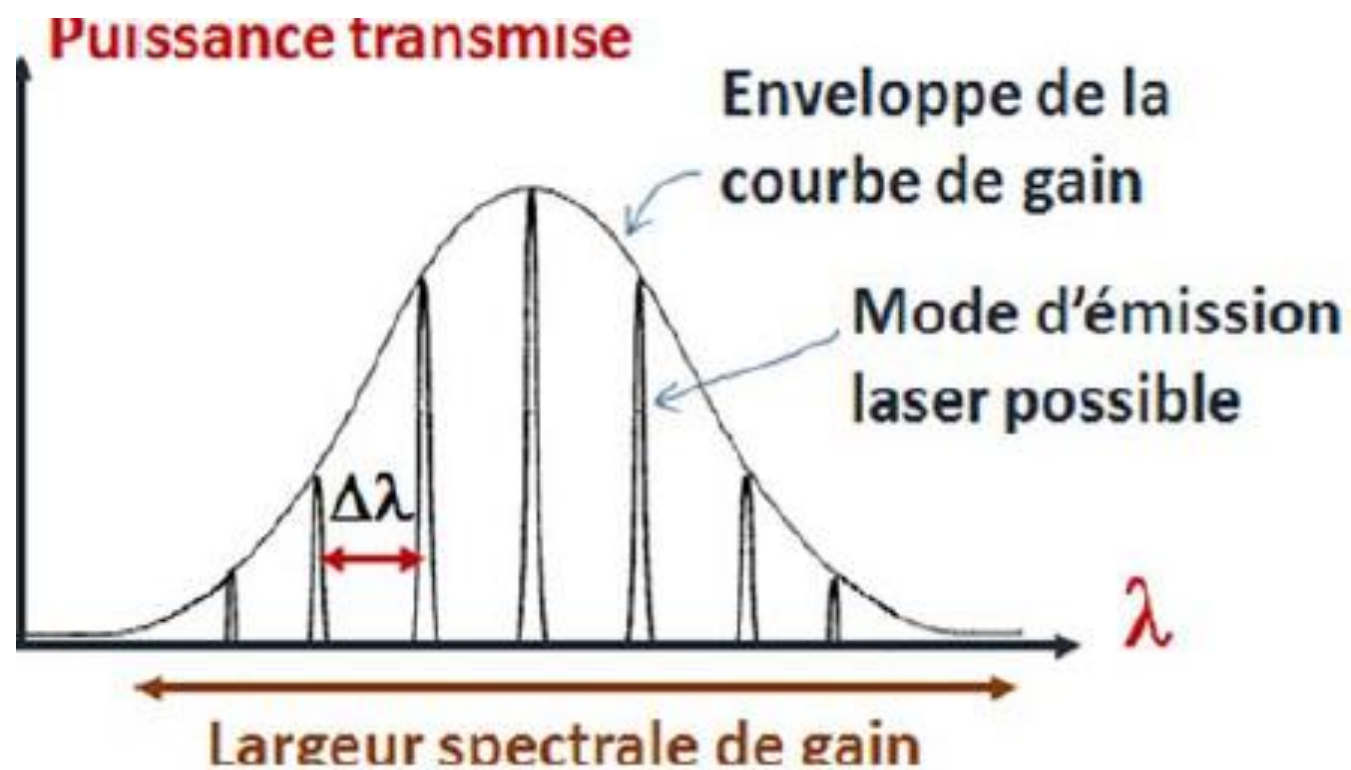
3. Influence de la température

- Le courant seuil varie, avec la température, suivant la loi :

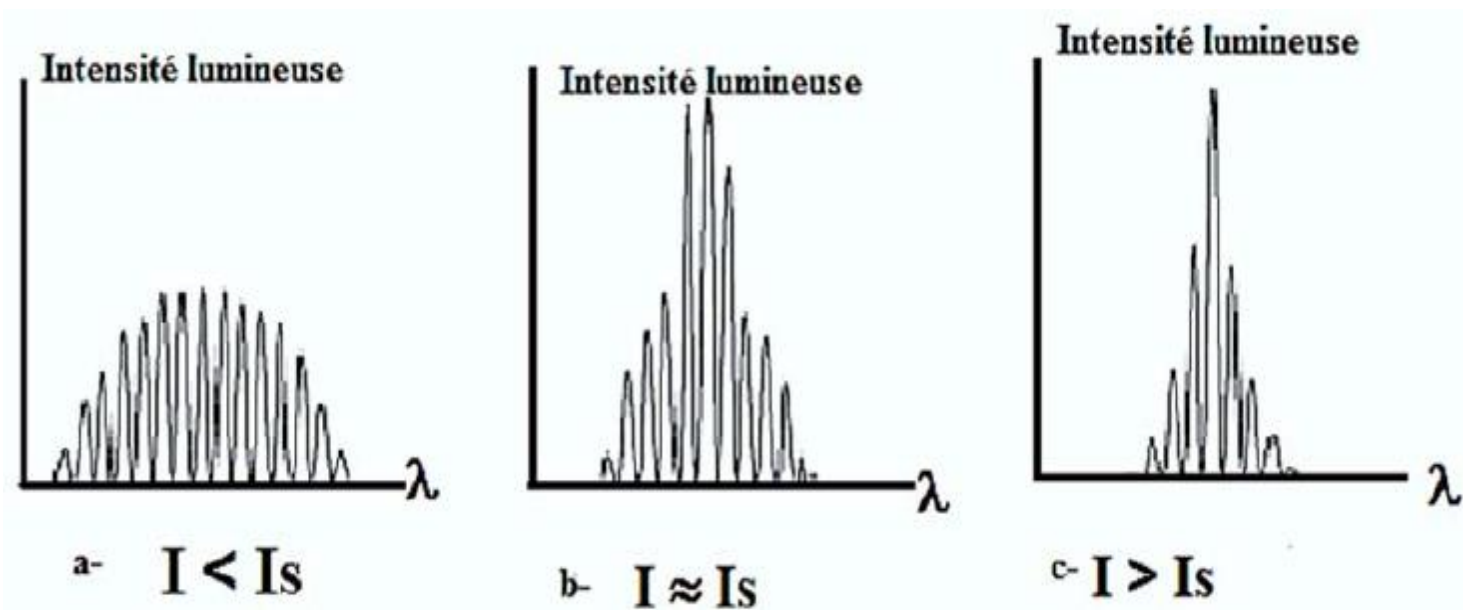
$$I_s(T) = I_{s0} \exp\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

4. Distribution spectrale du rayonnement

- Pour chaque **cavité résonnante**, seules les ondes retrouvant leur phase après un aller et retour dans la cavité sont susceptibles d'être amplifiées
- Cette condition est à l'origine d'un spectre optique, des cavités Fabry-Pérot et VCSEL, composé d'un ensemble de raies spectrales individuelles avec un espacement régulier $\Delta\lambda$ appelées aussi modes longitudinaux comme le montre la figure ci-dessous.



- Le spectre d'émission de la diode laser est conditionné par le gain de la cavité, donc par le courant de seuil I_s . La répartition des modes varie avec le courant de polarisation et présente un décalage vers les longueurs d'onde les plus élevées quand le courant augmente. Ainsi, comme le montre la figure ci-dessous, lorsque :

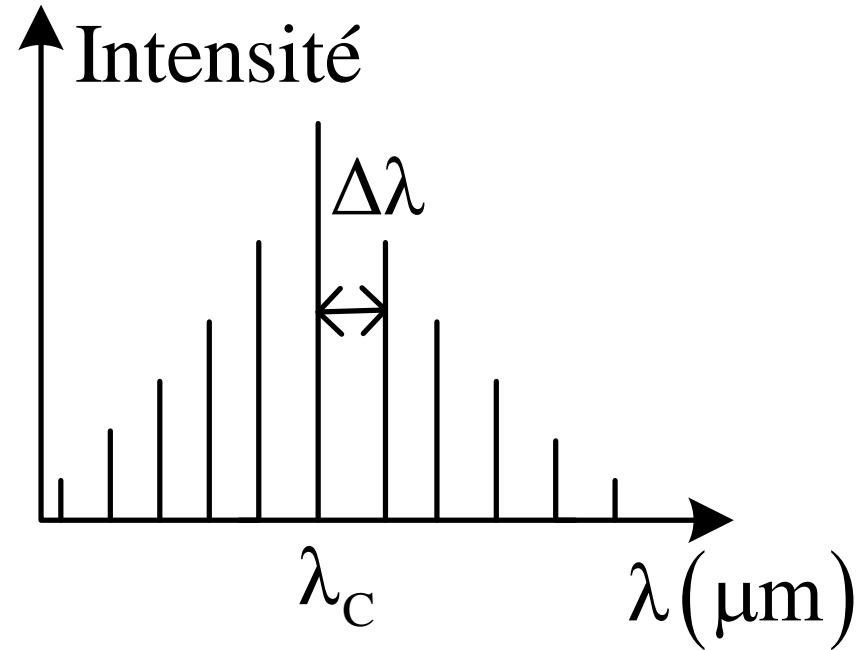


a- $I < I_s$: on obtient un spectre continu à forme parabolique avec $\Delta\lambda \approx 20\text{nm}$. Avec une puissance optique émise proportionnelle au taux de recombinaisons spontanées.

b- $I \approx I_s$: l'Intensité lumineuse croît rapidement faisant apparaître une série de modes séparés de quelques \AA .

c- $I > I_s$: La cavité résonne sur plusieurs modes avec concentration de la lumière sur le mode principal. Les modes sélectionnés sont définis par $2nL = m\lambda$.

- La cavité donne un spectre en forme de peigne constitué d'une raie principale entourée de raies satellites (figure ci-dessous).



- La distance intermodale est alors donnée par :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nL}$$

- Dans certaines conditions la largeur de raie peut n'autoriser qu'un seul mode à $I=I_s$, l'émission de la diode est alors monomode.
- On distingue alors deux types de diodes lasers:
 - ✚ Les diodes lasers multimodes: plusieurs modes d'oscillation. Moins coûteuses.
 - ✚ Les diodes lasers monomodes: un seul mode d'oscillation. Plus performantes mais aussi plus coûteuses

- Plusieurs applications de diodes lasers nécessitent l'émission de la lumière sur un seul mode spatial, ce qui implique des dimensions transverses réduites de la zone active. Ceci se traduit par la condition de guidage monomode latéral sur l'épaisseur de la zone active suivante :

$$d < \frac{\lambda_0}{2\sqrt{n_a^2 - n_c^2}}$$

avec \mathbf{n}_a l'indice de réfraction de la zone active et \mathbf{n}_c celui de la zone, de confinement, adjacentes.

1.1.2. Les récepteurs de lumière

- Les récepteurs optiques sont des composants qui permettent la conversion d'un signal optique vers un signal électrique.
- Il existe plusieurs types de dispositifs de réception:
 - ✓ **photodiode PIN,**
 - ✓ **Photodiode à avalanche,**
 - ✓ **Phototransistor ... etc.**

1.Principe de la photodétection

- Les photons transmis par la fibre optique pénétrant dans le détecteur sont absorbés, ils peuvent provoquer le passage d'électrons de la bande de valence à la bande de conduction.
- Le photon a donc laissé place à une paire électron-trou.
- Une différence de potentiel est appliquée afin d'empêcher l'électron de retomber dans son état le plus stable.

- Sous l'effet du champ électrique, les deux catégories de porteurs sont séparées et entraînées vers des zones où ils sont majoritaires (nommées P ou N). Les porteurs ainsi générés sont alors recueillis sous forme de photocourant. Le nombre de paires électron-trou est égal au nombre de photons absorbés.

2. Caractéristiques d'un photodétecteur

- Tout photon ne subira pas automatiquement la photodétection, tout d'abord, il doit posséder une énergie E_{photon} égale ou supérieure à la hauteur de la bande d'énergie interdite E_g (énergie de gap) pour pouvoir faire passer l'électron de la bande de valence à la bande de conduction

$$E_{\text{ph}} \geq E_g$$

- Cela implique une longueur d'onde de coupure λ_c , au-delà de laquelle le matériau devient transparent au rayonnement.
- λ_c est déterminée par l'énergie de bande interdite E_g du semi-conducteur selon l'équation.

$$E_{\text{photon}} = \frac{h.c}{\lambda} \geq E_g \Rightarrow \lambda_c = \frac{h.c}{E_g}$$

- D'autres propriétés caractérisant un photodétecteur :

- ✚ Le rendement quantique (η) qui est le rapport du nombre de paires de porteurs photo créées et collectées au nombre de photons incidents. Il ne peut être supérieur à 1 et augmente avec l'épaisseur de la zone absorbante.

Le rendement (η) est donné par l'équation ci-dessous, où q est la charge élémentaire de l'électron, h la constante de Planck, λ la longueur d'onde et c la vitesse de la lumière.

$$\eta = \frac{I_{\text{ph}} / q}{P_{\text{opt}} / h\nu} = \frac{I_{\text{ph}} \cdot h\nu}{q \cdot P_{\text{opt}}} = \frac{I_{\text{ph}} \cdot h \cdot c}{q \cdot \lambda \cdot P_{\text{opt}}}$$

✚ **La sensibilité (S)** de la photodiode exprimée en ampères par watt et définissant le rapport du photocourant (I_{ph}) au flux énergétique (ou puissance optique P_{opt}) reçu(e).

$$S(\lambda) = \frac{I_{ph}}{P_{opt}} = \eta \cdot \frac{q \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

Les récepteurs optiques sont de plusieurs types :

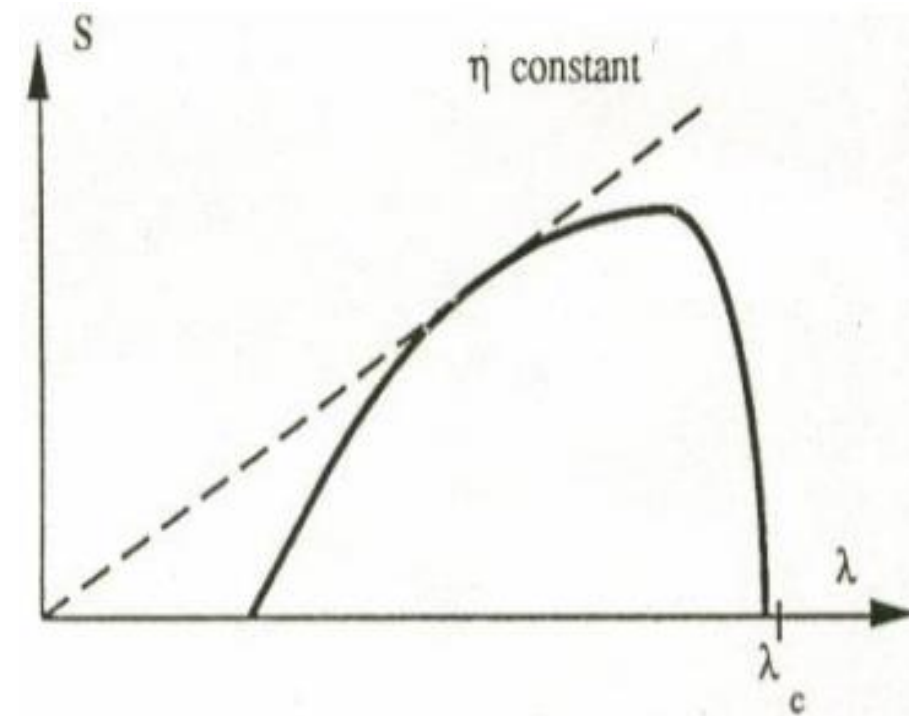
a. Photodiode PIN

- Les paramètres qui caractérisent une **photodiode PIN**, dépendent du matériau et de la structure.

➤ **Sensibilité (S)** qui relie la puissance lumineuse P_{opt} au photo-courant I_{ph} .

$$I_{ph} = S \cdot P_{opt}$$

➤ Coefficient de multiplication (gain) (M)



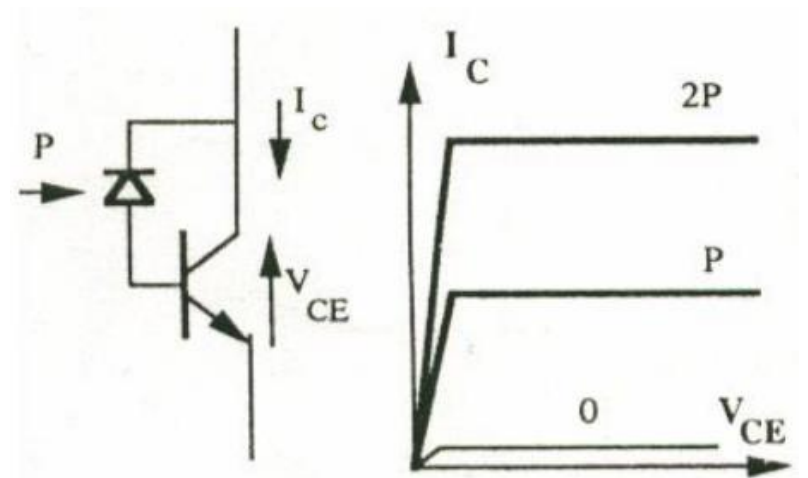
b. Photodiode à avalanche

- La photodiode peut modéliser par une photodiode PIN plus un amplificateur interne, qui permet d'amplifier le signal reçu avec un coefficient M .
- Le courant converti dans ce cas égal :

$$I'_{ph} = M.S.P_{OPT}$$

C. Phototransistor

- C'est un transistor dont la base est éclairée. La jonction collecteur-base, polarisée en inverse, joue le rôle de photodiode, et le photo-courant (I_{ph}) est amplifié par le gain en courant du transistor. Le gain varie entre 30 à 100.
- La caractéristique courant-tension fait apparaître un courant collecteur proportionnel à l'éclairement.



Caractéristique d'un phototransistor

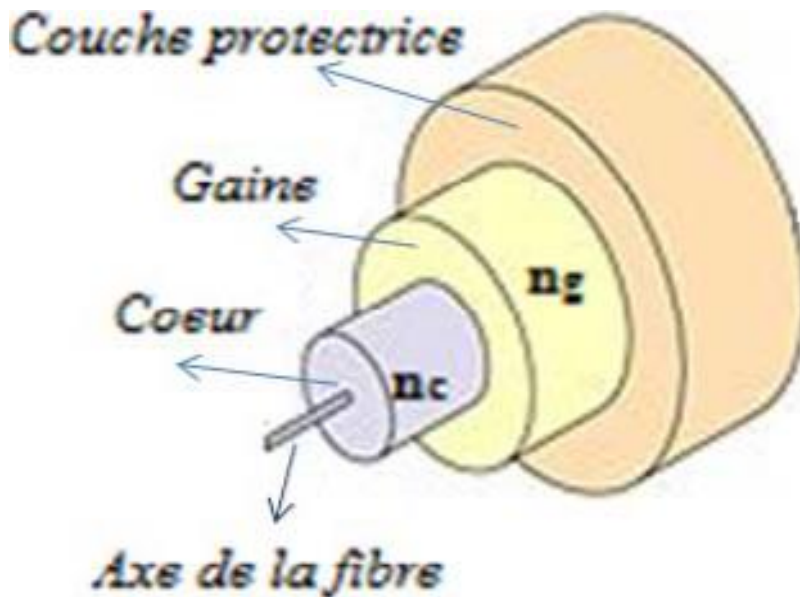
1.2. Caractéristiques des fibres optiques

1.2.1. Définition d'une fibre optique

- La fibre optique est un guide d'onde cylindrique dans lequel, la lumière convenablement injectée à une extrémité, reste confinée au cours de sa propagation durant une transmission sur de longues distances (jusqu'à des milliers de kilomètres).

- Elle permet la transmission d'une grande quantité d'informations avec de très forts débits par codage du signal lumineux en variant son intensité.
- La fibre optique est formée de deux milieux transparents (figure ci-dessous):
 - ✓ **le cœur**, cylindrique, d'indice n_c constant ou variable, entouré par **la gaine**, d'indice n_g plus petit.

- ✓ L'ensemble est entouré d'un **premier revêtement** qui assure une protection mécanique de la fibre.
- ✓ Un **second revêtement** est appliqué directement sur le revêtement primaire pour renforcer la protection de la fibre pendant sa manipulation.



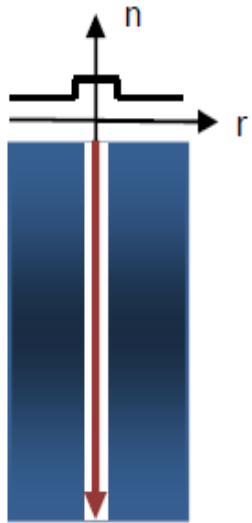
- Le cœur et la gaine sont des matériaux transparents. Les matériaux les plus utilisés sont **la silice** et **le verre**.
- Dans certaines applications (circuits optiques à films minces), on emploie d'autres matériaux comme :
 - le verre dopé,
 - les matières plastiques,
 - les substances organiques
 - les cristaux optiques

NB:

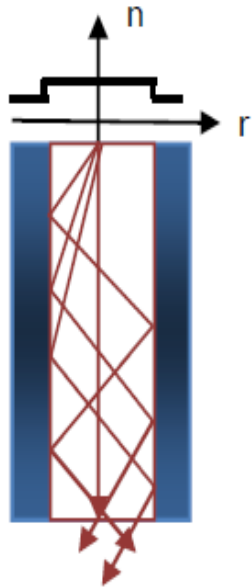
- Typiquement, pour une fibre de silice, l'indice de réfraction de la région de cœur est de l'ordre de 1.48 et celui de la gaine est de l'ordre de 1.46.
- Le diamètre du cœur et de la gaine varient selon le type d'utilisation.

1.2.2. Le profil d'indice de réfraction

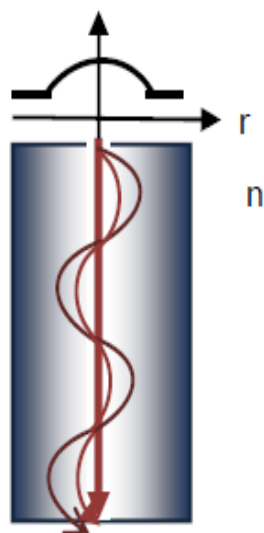
- L'allure de l'indice de réfraction n_c du cœur joue un rôle important dans la propagation de la lumière dans la fibre. On distingue trois types de profils d'indice de réfraction n_c :



(a)



(b)



(c)

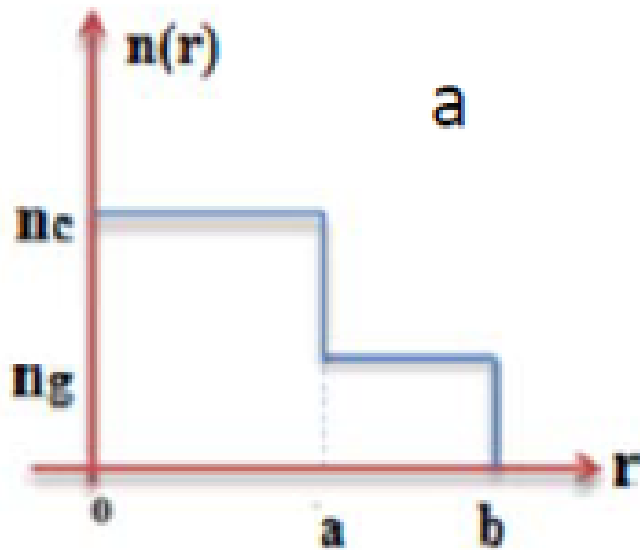
(a) Fibre optique monomode à saut d'indice,

(b) Fibre optique multimodale à saut d'indice,

(c) Fibre optique multimodale à gradient d'indice.

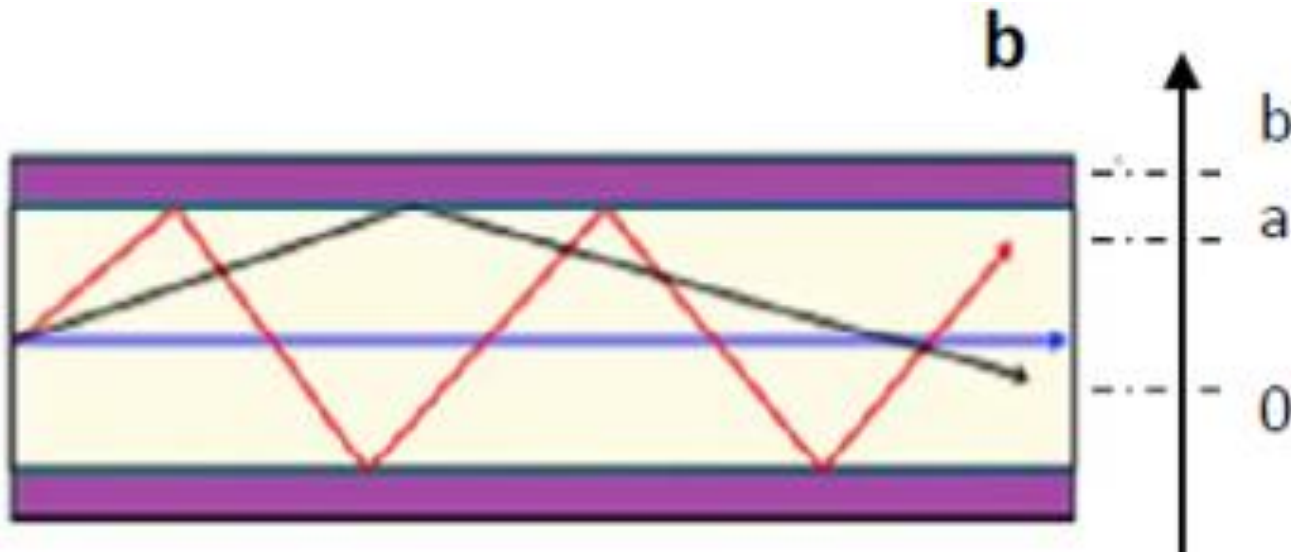
a. La fibre optique multimodale à saut d'indice

- L'indice de réfraction varie brusquement quand on passe du matériau de cœur ($0 < r \leq a$) à celui de la gaine ($a < r \leq b$).



Profil d'indice d'une fibre optique à saut d'indice

- Le guidage de la lumière se fait selon des trajets différents suivant l'angle de réfraction, suite à des réflexions successives sur la rupture d'indice.

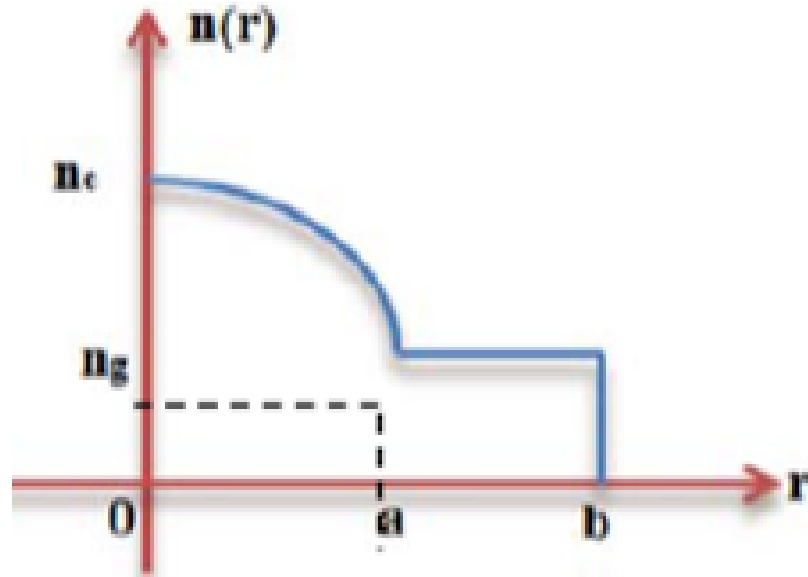


La propagation de la lumière dans une fibre optique à saut d'indice.

- Les rayons peuvent donc arriver au bout de la fibre à des instants différents, d'où une certaine **dispersion**(éparpillement) du signal.

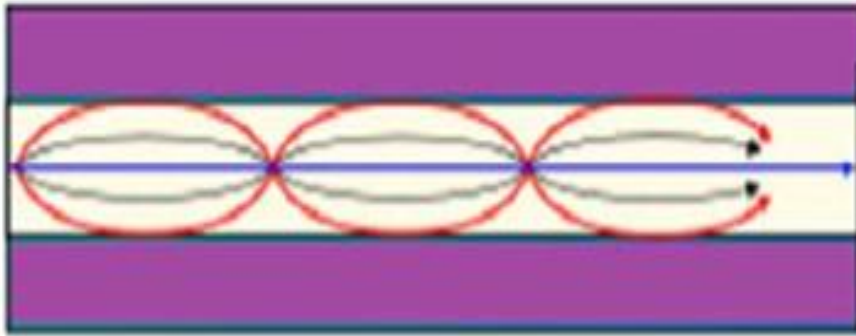
b. La fibre optique multimodale à gradient d'indice

- L'indice de réfraction diminue progressivement du centre du cœur jusqu'à l'interface avec la gaine, l'indice de réfraction de la gaine étant constant.



Le profil d'indice d'une fibre à gradient d'indice

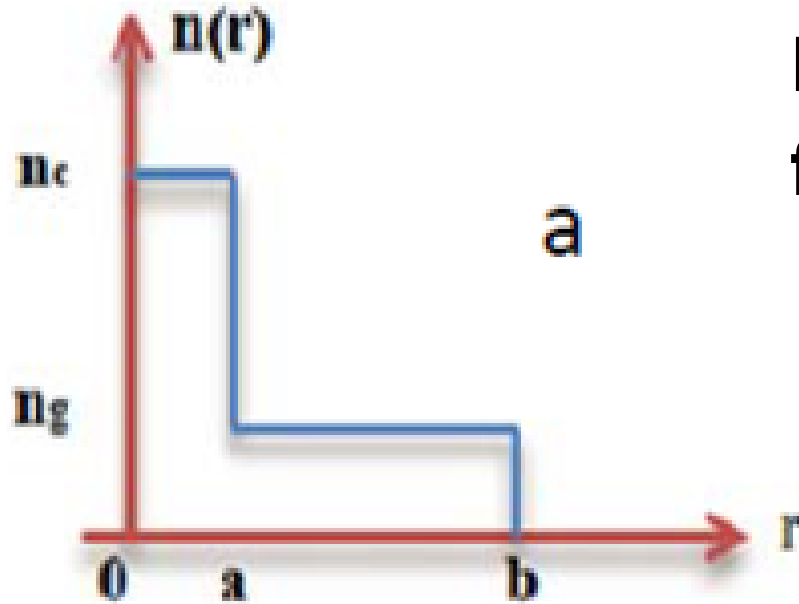
- La propagation des rayons lumineux se fait en trajectoires **sinueuses**.



La propagation de la lumière dans une fibre à gradient d'indice.

c. La fibre optique monomode

- La fibre optique présente une variation brusque de l'indice de réfraction quand on passe de la région de cœur à celle de la gaine.



Le profil d'indice d'une fibre optique monomode.

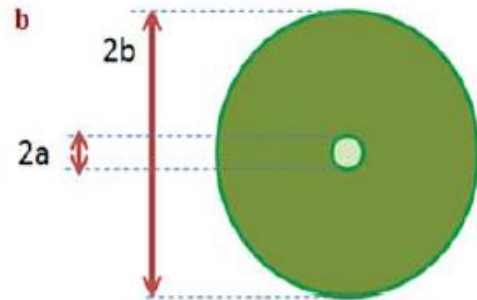
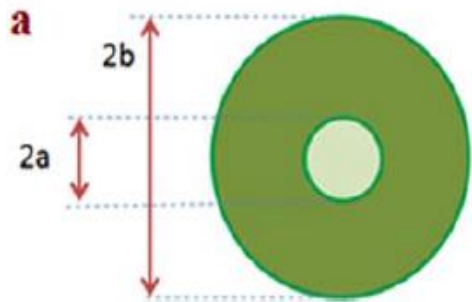
- La fibre optique présente une région de cœur qui est très étroite et ne permet la propagation que du mode axial.



La propagation de la lumière dans une fibre optique monomode

d. Dimensions d'une fibre optique

- Les fibres optiques multimodales sont caractérisées par une **région de cœur assez importante**.
- La fibre monomode a un **diamètre de cœur plus petit** par rapport au diamètre de la gaine.



(a) Dimensions de fibres optiques multimodale

(b) Dimensions de fibres optiques monomode.

1.2.3. Les fibres optiques à saut d'indice

- L'indice de réfraction de la région du cœur (n_c), dans une fibre optique, est généralement de l'ordre de 1.4 à 1.5, il est légèrement supérieur à celui de la gaine (n_g). L'écart relatif Δ donné par :

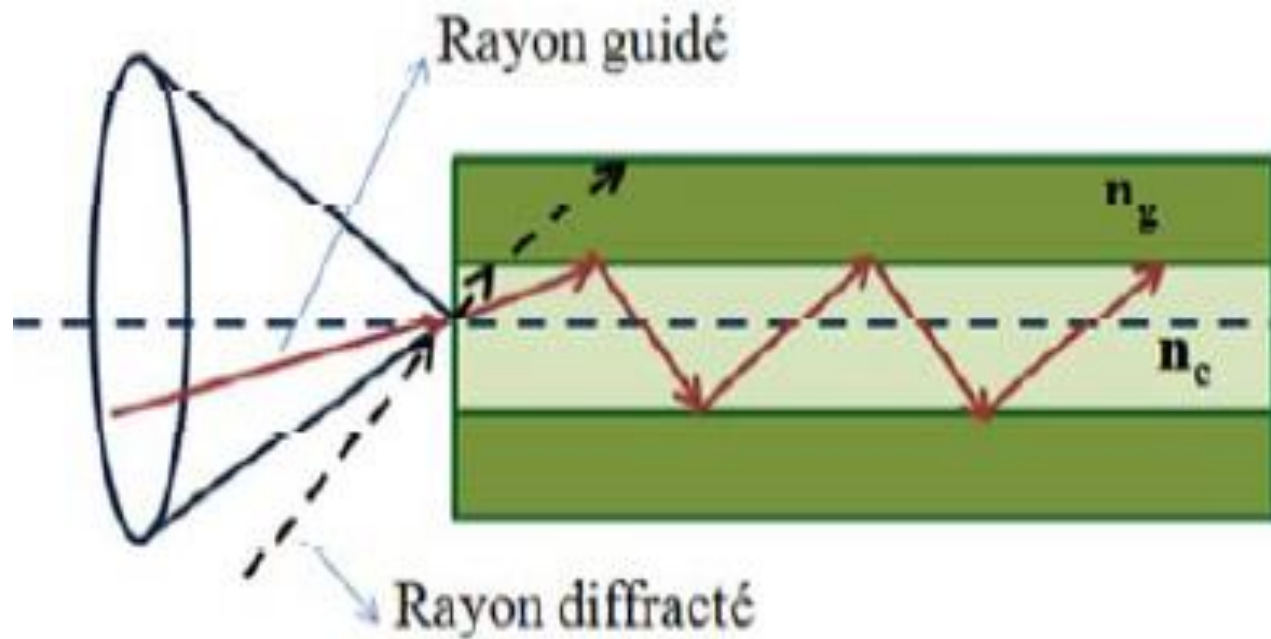
$$\Delta = \frac{(n_c - n_g)}{n_c}$$

- L'écart relatif est alors de l'ordre de 0.001 à 0.01, ce qui permet d'écrire :

$$n_g = n_c (1 - \Delta) \text{ ou } n_c = \frac{n_g}{(1 - \Delta)} = n_g (1 + \Delta)$$

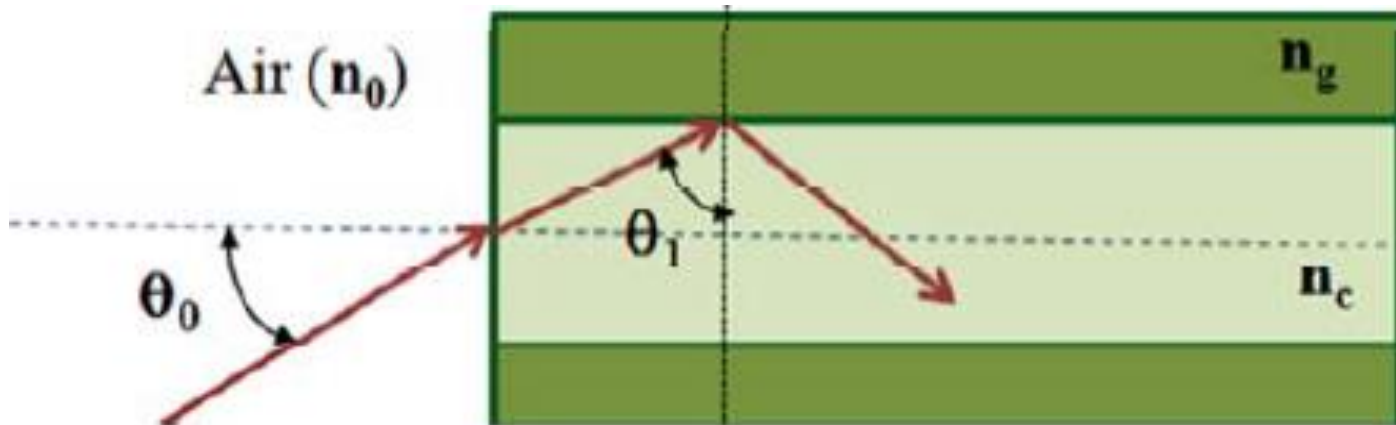
a. Ouverture numérique d'une fibre optique

- **Définition:** Ouverture Numérique (ON) est la mesure d'un cône de lumière qu'une fibre optique peut accepter pour donner une réflexion totale des ondes.
- Ce facteur dépend de n_c et n_g .



**Cône d'acceptante
représentant
l'ouverture
numérique de la
fibre optique.**

- Injectons à l'intérieur de la fibre optique un rayon lumineux avec un angle θ_0 , l'onde transmise dans le cœur de la fibre optique va faire un angle θ_1 avec la normale au plan de séparation des deux milieux cœur/gaine (figure ci-dessous):



Réfraction du faisceau lumineux à l'interface cœur/gaine.

- L'onde subit une réflexion dans la région de cœur avec un angle θ_1 et une réfraction dans la gaine avec un angle θ_2
Suivant la loi de Snell-Descartes:

$$n_c \sin \theta_1 = n_g \sin \theta_2$$

- Comme l'indice de réfraction de la région de cœur n_c est supérieur à n_g , l'angle θ_1 est alors inférieur à θ_2 :
 - > il existe un angle $\theta_1 = \theta_c$ pour lequel $\theta_2 = \pi/2$
 - > θ_c est appelé angle critique : angle pour lequel le rayon est réfracté parallèlement à la gaine.

$$n_c \sin \theta_c = n_g \sin \frac{\pi}{2}$$

ce qui donne pour θ_c la valeur :

$$\theta_c = \arcsin \left(\frac{n_g}{n_c} \right)$$

Ainsi :

- ✓ $\theta_1 > \theta_c$: l'onde est totalement réfléchi à l'interface cœur/gaine et se propage dans la fibre optique
- ✓ $\theta_1 < \theta_c$: l'onde se perd dans la région de gaine de la fibre optique.

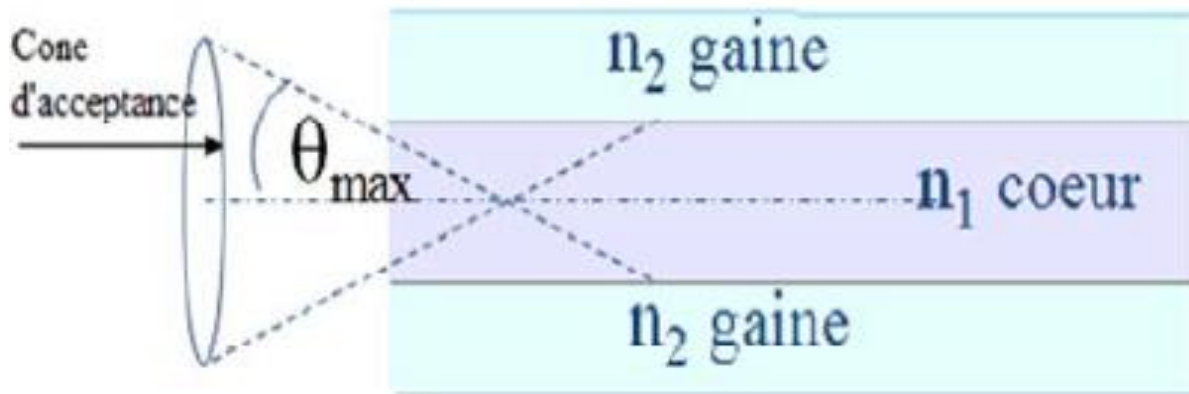
Ce qui correspond à la condition de guidage de l'onde dans la région de cœur suivante :

$$\theta_1 \geq \arcsin\left(\frac{n_g}{n_c}\right)$$

- Les ondes guidées dans la région de cœur viennent de l'extérieur ($n_0 = 1$), l'angle d'incidence du rayon externe est alors lié à θ_c par:

$$n_0 \sin \theta_{\max} = n_c \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_c\right)$$

- θ_{\max} est l'angle d'acceptante ou angle maximum du faisceau externe qui peut se propager dans la fibre (figure ci-dessous).



Angle d'acceptante de la fibre optique.

- L'ouverture numérique (ON) est alors donnée par:

$$O.N = \sin \theta_{\max} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

- On peut aussi la mettre sous la forme:

$$O.N = \sin \theta_{\max} = n_c \sqrt{2\Delta}$$

- L'angle de propagation dans une fibre optique est défini par :

$$\theta_i = (\pi/2 - \theta_c)$$

Exercice d'application

Pour une fibre optique avec un cœur de silice $n_c = 1,458$ et une gaine en verre dopé $n_g = 1,451$. Déterminer les valeurs des différentes grandeurs suivantes:

- a. Ecart relatif Δ
- b. Ouverture Numérique (ON)
- c. Angle d'acceptance ou angle maximum du faisceau externe
- d. Angle de propagation

b. Propagation de l'onde dans la fibre optique

- Une onde optique guidée par des réflexions totales internes successives peut être représentées par des faisceaux de rayons appelés modes.
- On distingue:

La fibre optique monomode à saut d'indice

- La région de cœur est très étroite (le diamètre du cœur est de quelques micromètres) et ne permet la propagation que du mode axial (central).

- La fibre est monomode si, entre le rayon du cœur et la longueur d'onde de propagation, existe la relation :

$$v = \frac{2 \pi a(\text{ON})}{\lambda_0} < 2.404$$

ou bien :

$$v = \frac{2 \pi a \sqrt{n_c^2 - n_g^2}}{\lambda_0} < 2.404$$

Où ν représente la fréquence normalisée et λ_0 la longueur d'onde de la radiation dans le vide.

Les fibres optiques multimodales

- La dimension du cœur joue un rôle très important dans la propagation de la lumière dans la fibre optique.
- S'il est de quelques microns la lumière va s'y propager selon un seul mode, on parle alors de **fibre monomodale**.
- Si par contre il est plus important, il permet la propagation de plusieurs modes.

- Chaque rayon lumineux qui se propage dans la fibre optique avec un angle différent correspond à un mode différent.
- Lorsque le nombre de modes est important il est approché par la relation :

$$N_{\text{modes}} \approx 0.5 \left(\frac{2 \pi a (\text{ON})}{\lambda_0} \right)^2$$

La longueur d'onde de coupure

Définition:

La longueur d'onde de coupure (λ_c) est celle au-dessus de laquelle une fibre optique, caractérisée par son ouverture numérique et sa dimension de cœur, devient monomode.

- Elle est déduite des relations précédentes et s'exprime par:

$$\lambda_c = \frac{2 \pi a (\text{ON})}{2.404}$$

- En dessous de cette valeur (λ_c) le mode fondamental perd de l'énergie au profit des modes d'ordre supérieur.

Remarque :

Les fibres optiques standards des télécommunications ont une longueur d'onde de coupure de 1100nm, elles sont monomodes pour les longueurs d'onde des télécommunications.

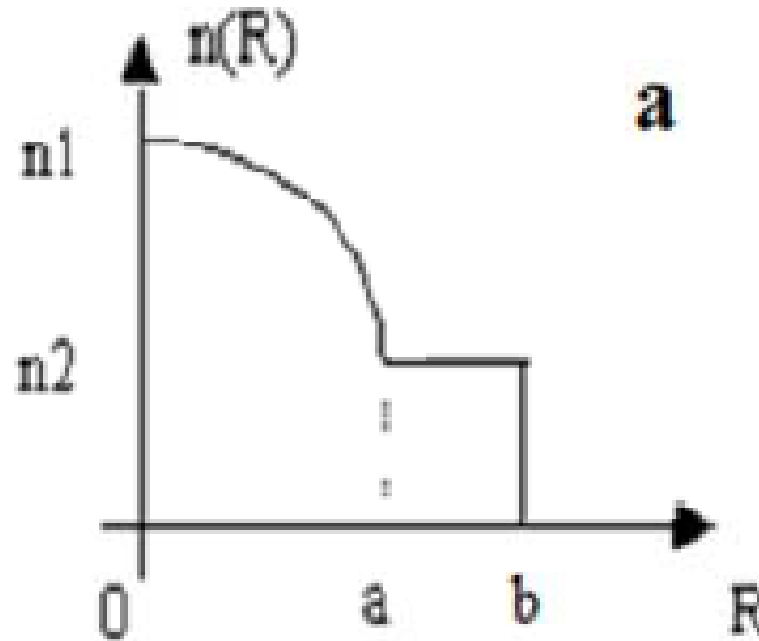
Exercice d'application

Une fibre optique avec un cœur d'indice de réfraction $n_c=1.5$, un écart relatif $\Delta = 0.003$ et une ouverture numérique $ON= 0.116$, est traversée par une onde monochromatique de $\lambda_0 = 850\text{nm}$.

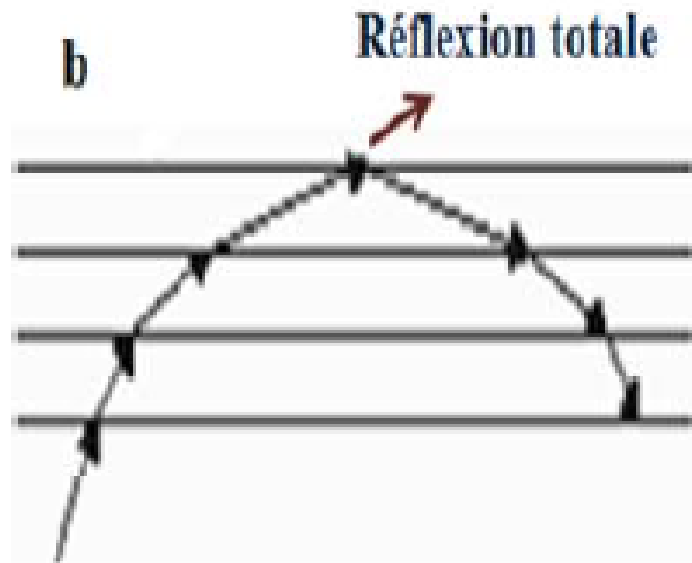
- a. Déterminer un rayon de cœur pour que la fibre optique soit monomode
- b. Calculer le nombre des modes pour $a = 15\mu\text{m}$ et $a = 45\mu\text{m}$.

1.2.4. Les fibres optiques à gradient d'indice

- La fibre optique à gradient d'indice (figure -a) permet de réduire les pertes qui peuvent survenir par pénétration des rayons dans la région de gaine :

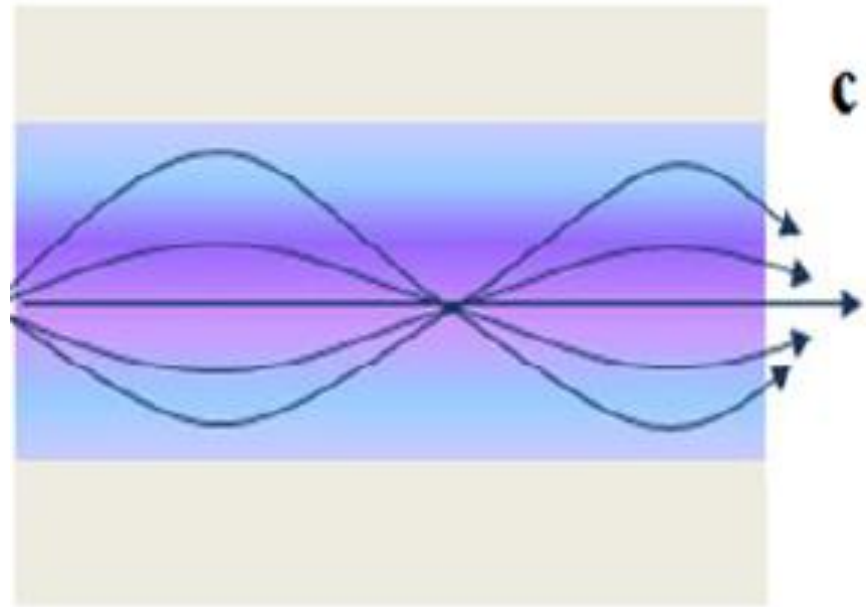


⇒ La variation graduelle de l'indice de réfraction du cœur mène à un changement moins brusque de la direction de propagation des rayons (figure-b).



↑
Diminution
progressive de
l'indice de
réfraction

⇒ Le gradient d'indice modifie aussi la vitesse de propagation ($V = C/n$); les faisceaux les plus éloignés de l'axe de la fibre sont les plus rapides. Il en résulte une égalisation des chemins optiques (figure-c).



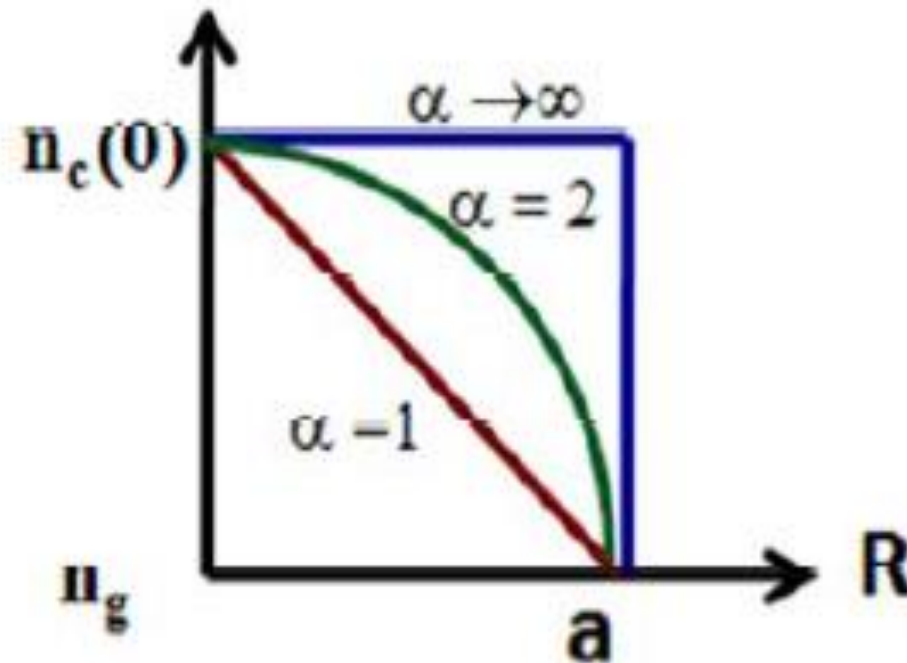
- Dans le cas de fibres optiques à gradient d'indice, la variation de l'indice de réfraction est exprimée par :

$$n_c(R) = n_c(0) \cdot \sqrt{1 - \Delta \cdot \left(\frac{2R}{d} \right)^\alpha}$$

⇒ R est la distance par rapport à l'axe de la fibre et d le diamètre du cœur ($d = 2a$),

$$\Rightarrow \Delta = \frac{n_c(0) - n_g}{n_c(0)}$$

\Rightarrow et α est le paramètre du profil d'indice tel que ce profil est linéaire pour $\alpha=1$ et parabolique pour $\alpha=2$ lorsque la valeur de α tend vers l'infini, on retrouve le profil de la fibre à saut d'indice (figure 1.38).



⇒ L'ouverture numérique est la même que celle d'une fibre à saut d'indice, pour les rayons qui pénètrent juste au milieu de la fibre. Cependant pour les autres rayons, elle s'exprime par :

$$\text{ON}(R) = \text{ON}(0) \cdot \sqrt{1 - \Delta \cdot \left(\frac{2R}{d} \right)^\alpha}$$

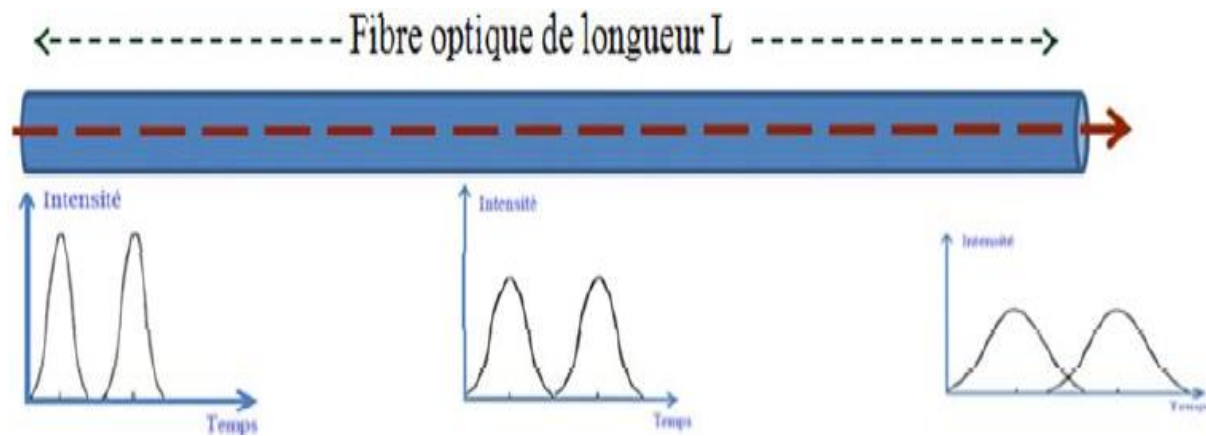
⇒ Le nombre de modes qui se propagent dans la fibre à gradient d'indice est donné par :

$$N_{\text{modes}} \approx 0.5 \left(\frac{2 \pi a (\text{ON})}{\lambda_0} \right)^2 \cdot \frac{\alpha}{\alpha + 2}$$

1.3. Bilan de liaison d'un système optique avec étude du rapport signal sur bruit

- La liaison par fibre optique permet la transmission de données numériques codées en binaire par deux états logiques 0 et 1.
- Le signal injecté dans la fibre est alors composé d'**impulsions** qui doivent être récupérées à l'autre extrémité de la chaîne de transmission.

- Dans une fibre optique réelle, on constate que toute l'énergie lumineuse qui entre n'est pas entièrement récupérée en sortie (Figure ci-dessous).



Atténuation et étalement du signal lors de sa propagation dans la fibre optique.

- ✓ problèmes de dispersion et d'atténuation qui causent cette perte d'énergie
- ✓ Cet élargissement de l'impulsion pouvant mener jusqu'à la déformation de l'information

Trois types de problèmes :

- ⇒ Les causes d'affaiblissement dans la fibre par absorption et diffusion.
- ⇒ Les pertes liées aux défauts de connections.
- ⇒ Les problèmes de bandes passantes liés aux différentes dispersions du signal optique.

a. L'Affaiblissement

- L'affaiblissement du signal au cours de la propagation de la lumière dans la fibre optique est due principalement aux pertes intrinsèques dans le matériau de cœur et aux micro-courbures présentés à l'interface cœur/gaine (**atténuation**).

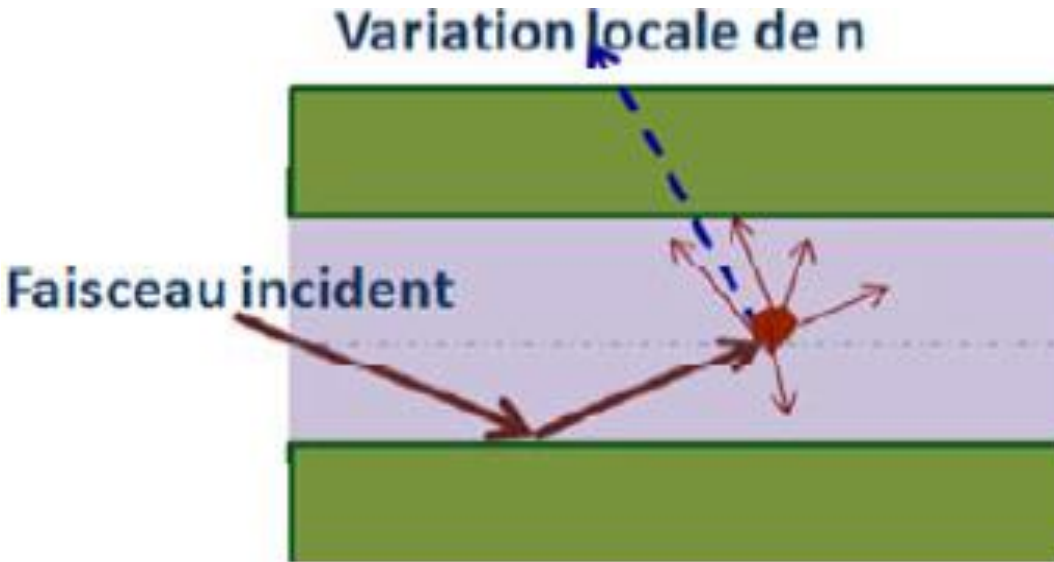
Parmi ces causes des pertes, on distingue :

Les pertes intrinsèques à la fibre

1. La diffusion Rayleigh

- C'est la diffusion de la lumière sur les molécules du matériau (**la silice**), due à des variations locales de l'indice de réfraction créées par des changements de densité ou de composition apparus au moment de la solidification du matériau (Figure ci-dessous).

Diffusion du faisceau lumineux suite à la variation locale de l'indice de réfraction.



- La partie de la lumière qui revient à la source appelée rétrodiffusion est environ 0.0001%.
- La lumière qui se propage est plus faible après cette diffusion optique.

- Les pertes qui en résultent sont proportionnelles à λ^{-4} , elles s'expriment par :

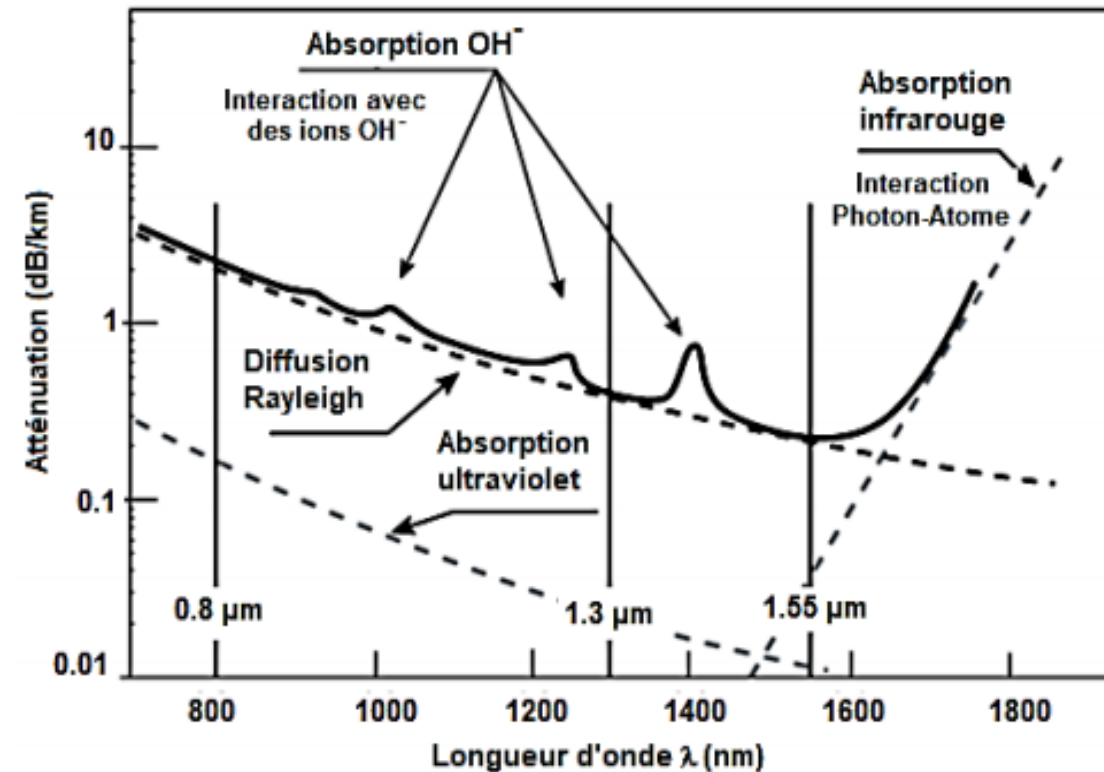
$$A_R = C \cdot \lambda^{-4} [\text{dB/Km}]$$

avec **C** exprimé en $[\text{dB} \cdot \mu\text{m}^4/\text{km}]$

Par conclusion la diffusion Rayleigh réduit les performances dans le domaine des courtes longueurs d'onde et limite les communications optiques à l'infrarouge.

2. L'absorption

- L'absorption de la lumière, par le matériau du cœur de la fibre optique, a lieu lorsqu'elle est en présence d'impuretés métalliques telles que le **fer** (Fe), le **nickel** (Ni), le **chrome** (Cr) et le **cuivre** (Cu) ainsi que les **ions OH^-** qui proviennent des molécules d'eau (Figure ci-contre).



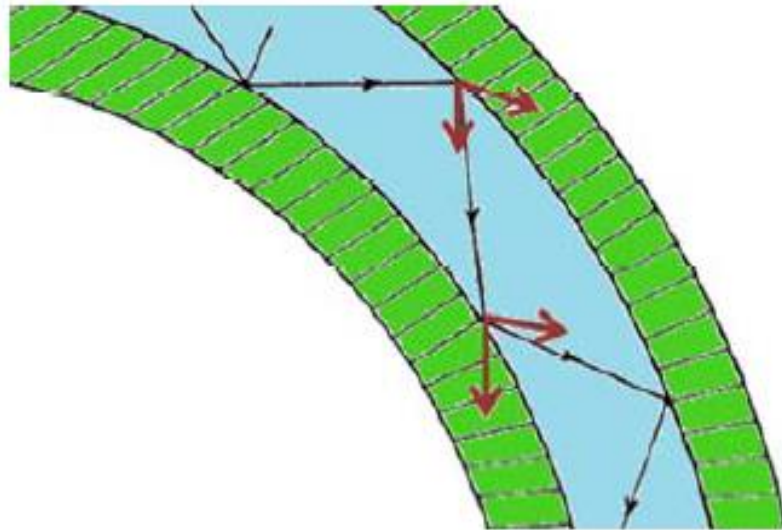
**Pertes de propagation
en fonction de la
longueur d'onde.**

Les pertes dues aux diffusions à l'interface cœur/gaine

- Elles sont dues aux **défauts de fabrication** et se produisent lorsque l'interface cœur/gaine est irrégulière et présente des inhomogénéités.
- **Elles se présentent sous forme de :**
 - ⇒ conversion de modes
 - ⇒ diffusion des rayons vers la source ou la gaine

■ L'atténuation provoquée par les courbures et les micro-courbures

- Une forte courbure de la fibre peut causer une perte dans la gaine par réfraction. Ceci s'explique par une **conversion du rayon incident** sur l'interface cœur/gaine en un mode de fuite avec un angle d'incidence inférieur à l'angle critique θ_c , comme le montre la Figure ci-dessous.



Conversion de rayons incidents en modes de fuite provoquée par la courbure de la fibre optique.

- L'atténuation provoquée par les courbures et les micro-courbures dépend du rayon du cœur et du rayon de courbure **R**.
- L'atténuation est négligeable lorsque son rayon est grand devant un rayon critique **R_c** donné par les formules empiriques suivantes:

⇒ **Pour une fibre multimodale :**

$$R_c = \frac{20.\lambda}{\sqrt{(n_c - n_g)^3} \cdot \left(2.75 - \frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^3}$$

⇒ **Pour une fibre monomode :**

$$R_c = \frac{2.a.n_c^2}{ON^2}$$

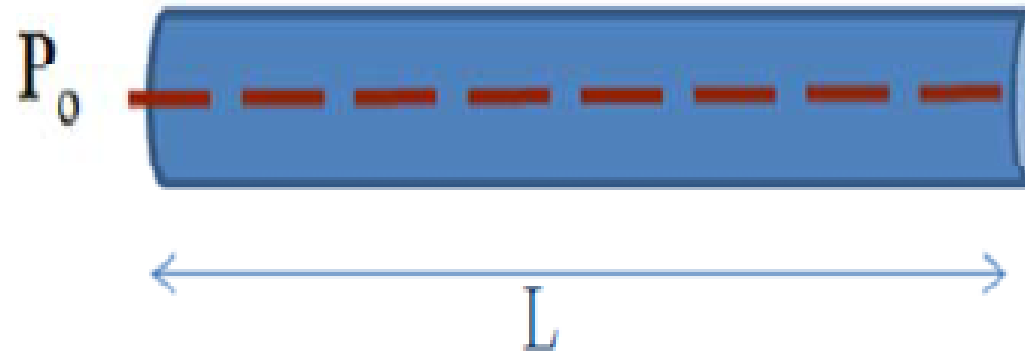
- Quand **R** n'est pas très proche de **R_c**, la **perte transitoire** à l'entrée de la courbure dans une fibre multimodale vaut :

$$A_c \text{ (dB)} = 10 \log \left(\frac{R}{R - R_c} \right)$$

Par Conclusion, la micro-courbure est due à une déformation locale de l'axe de la fibre et elle peut causer le même type de pertes que la courbure de la fibre optique.

+ L'atténuation linéaire d'une fibre optique

- Soient P_0 et P_L les puissances à l'entrée et à la sortie d'une fibre de longueur L , comme illustré sur la figure ci-dessous.



- L'ensemble des pertes que subit le rayonnement par sa propagation dans la fibre est estimé par le coefficient d'atténuation linéique α qui dépend de la nature du matériau de cœur et de la longueur d'onde de la lumière.

- L'atténuation linéique se traduit alors par une décroissance exponentielle de la puissance en fonction de la longueur de la fibre. La puissance à la sortie de la fibre est alors donnée par :

$$P_L = P_0 \cdot e^{-\alpha L}$$

et, l'affaiblissement se chiffre par :

$$A [\text{dB/Km}] = \frac{10}{L} \log \left(\frac{P_0}{P_L} \right)$$

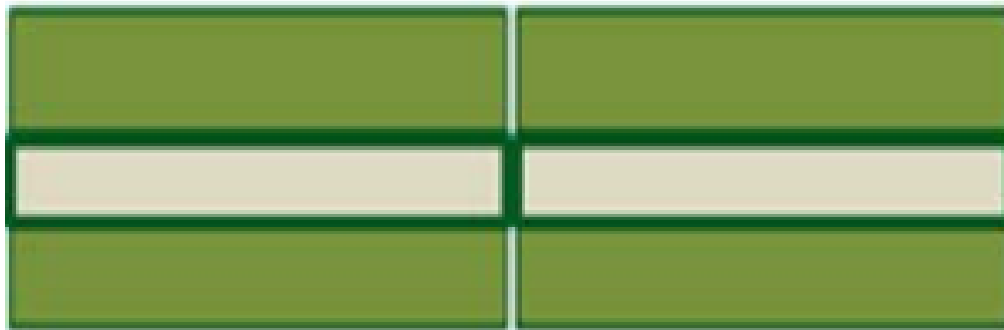
b. Les pertes liées aux défauts de connections

- Les défauts de connexion représentent l'une des sources les plus importantes des pertes d'une ligne de transmission par fibres optiques. Seule la lumière qui est couplée dans le cœur de la fibre de réception se propage, tout le reste de la lumière est perdu par connexion ou épissure.

- Deux méthodes sont utilisées pour raccorder deux fibres optiques entre elles :
- ✓ par **épissure (fusion)** ; c'est un raccord définitif par soudure à l'arc électrique ou par l'utilisation de colle spéciale.
- ✓ par **connecteur**, pour les raccords démontables utilisant des pièces mécaniques.

- Ces deux types de raccord ainsi que les raccordements entre la fibre et les équipements d'émission et de réception du signal optique entraînent des pertes provoquées par un certain nombre de facteurs.
- On peut citer, entre autre (figure ci-dessous) :

✓ **la séparation longitudinale**



✓ Le décalage axial



✓ Le désalignement angulaire

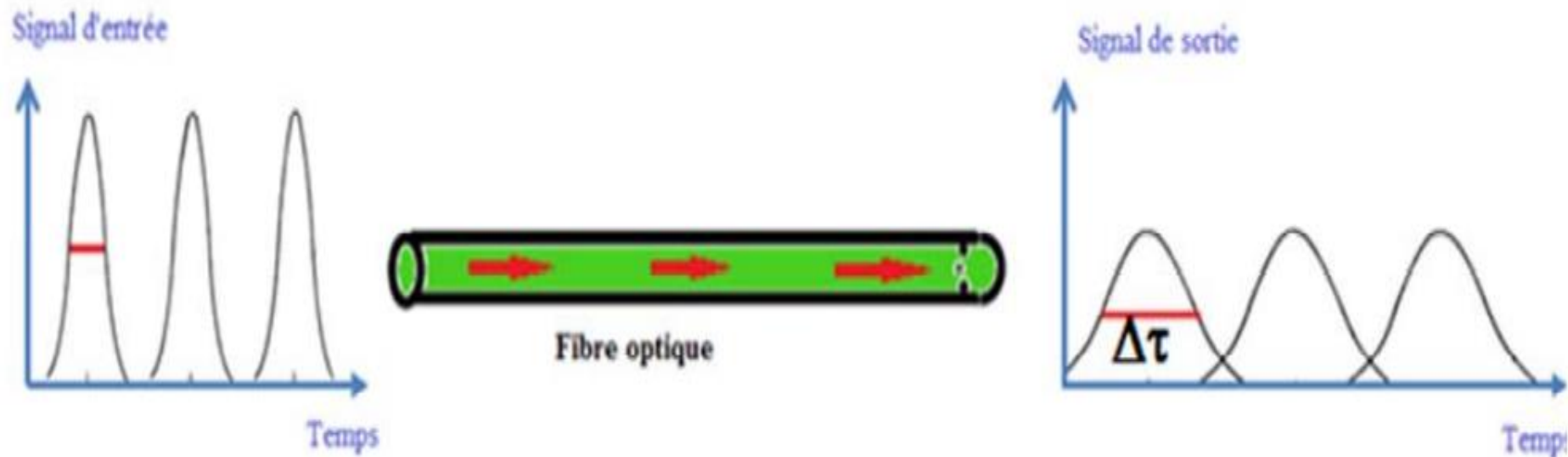


- Ces pertes sont minimales lorsque les deux cœurs de fibres sont identiques et parfaitement alignés, les connexions ou épissures sont bien finies et aucune impureté n'est présente à l'interface.
- Les Connecteurs utilisent un certain nombre de techniques de polissage pour assurer un contact physique de la fibre qui permet de réduire au maximum la réflexion. Sur les épissures mécaniques, il est possible de réduire la rétro-réflexion à l'aide d'un clivage non-perpendiculaire.

- La finition de l'extrémité de la fibre optique doit être convenablement polie pour minimiser les pertes. Une surface rugueuse va diffuser la lumière et de l'impureté peut se disperser et absorber la lumière.

c. Les dispersions du signal

- L'autre paramètre qui perturbe la propagation d'un signal lumineux dans une fibre optique est **sa dispersion** qui se traduit par l'**étalement temporel** des impulsions lumineuses constituant le signal lors de sa propagation dans la fibre.



- **L'étalement temporel des impulsions lumineuses** a pour effet d'introduire des distorsions dans le signal transmis en bout de ligne.

La dispersion est estimée en **ns/km**

- La dispersion limite la bande passante de la fibre optique.

La dispersion modale

- Lorsque plusieurs modes se propagent dans la fibre optique, ils sont à vitesses différentes même si le rayonnement est monochromatique.
 - ✓ Ceci donne naissance à une dispersion entre les modes et entraîne un élargissement dans le temps et une déformation de l'impulsion comme le montre la figure ci-dessus.
 - ✓ Cette déformation peut entraîner un chevauchement des impulsions à la sortie de la fibre et rendre, par conséquent impossible, le codage du signal.

- Deux modes qui se propagent avec des angles différents, dans une fibre optique à saut d'indices, n'arrivent pas en même temps à l'autre extrémité de la fibre optique.
- Le mode axial est le premier arrivé, le temps mis par celui-ci pour traverser une fibre de longueur L est :

$$\tau_0 = \frac{L}{c} \cdot n_c$$

- Le temps mis par le mode qui se propage avec l'angle θ_c est:

$$\tau_c = \frac{L}{\cos \theta_l} \times \frac{n_c}{c}$$

- La différence entre les deux temps est alors :

$$\Delta\tau = \tau_c - \tau_0 = \frac{L n_c}{c} \left[\frac{1}{\cos(\theta_l)} - 1 \right]$$

$$\frac{1}{\cos(\theta_l)} = 1 + \frac{(ON)^2}{2 n_c^2} \quad \Delta\tau_m = \frac{L.(ON)^2}{2.c.n_c} \quad \frac{\Delta\tau_m}{L} = \frac{(ON)^2}{2.c.n_c} \approx \frac{\Delta.n_c}{c}$$

$\Delta\tau_m$ est aussi la largeur de la réponse de la fibre optique à l'impulsion de lumière.

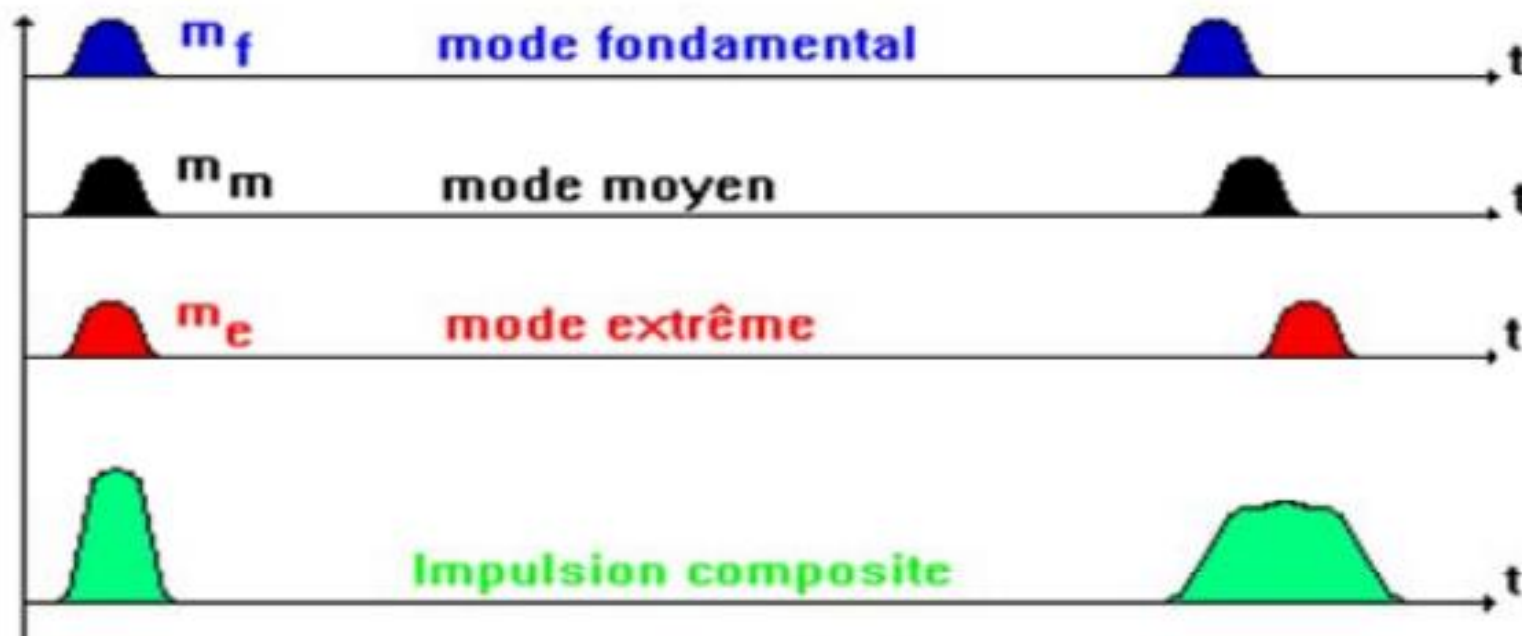
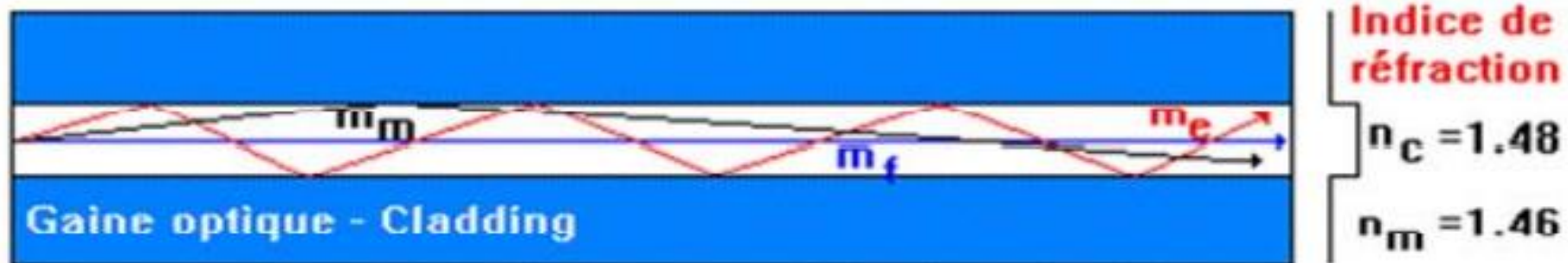
Exemple :

Pour $n_c=1.5$, $C=3 \times 10^5 \text{ km/s}$, si l'ouverture numérique $ON=0.14$, déterminer la dispersion modale $\frac{\Delta \tau_m}{L}$. Pour une ouverture numérique $ON=0.4$, que devient la dispersion modale $\frac{\Delta \tau_m}{L}$. Pour un écart relatif de 0.01, déterminer la dispersion modale $\frac{\Delta \tau_m}{L}$.

Remarque :

- Si une grande valeur de ON permet un bon raccordement, elle produit une plus grande dispersion modale.
- Dans le cas de la fibre à gradient d'indice la dispersion modale est minimisée par ce profil d'indice. Elle est donnée par :

$$\frac{\Delta\tau_m}{L} = \frac{ON(0)^4}{8.c.n_c^3(0)} \approx \frac{\Delta^2.n_c(0)}{2.c}$$



Dispersion modale dans une fibre optique à gradient d'indice.

La dispersion chromatique

- La dispersion chromatique dépend de la longueur d'onde considérée et résulte de la somme de deux effets :
 - ⇒ **la dispersion propre au matériau**
 - ⇒ **la source de lumière utilisée**
- La dispersion chromatique est la même quelque soit le type de fibre optique et caractérise l'étalement du signal lié à sa largeur spectrale

- Une impulsion optique est un paquet d'ondes dont la vitesse de groupe est donnée par :

$$V_g = \frac{d\omega}{dk} \quad \text{avec :}$$

$\omega = 2\pi\nu$: la pulsation et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$: le nombre d'onde

- On peut écrire :

$$V_g = \frac{c}{N_c}, \text{ avec } N_c \text{ indice de groupe de la propagation guidée, tel que}$$

$$N_c = n_c - \lambda \frac{dn_c}{d\lambda}$$

Où n_c représente l'indice de réfraction du matériau de cœur pour la longueur d'onde centrale du paquet d'ondes.

- Ainsi, le temps mis par le paquet d'onde pour traverser une fibre optique de longueur L est égal à :

$$\tau = \frac{L N_c}{c} = \frac{L}{c} \cdot \left(n_c - \lambda \cdot \frac{dn_c}{d\lambda} \right)$$

- Ce qui donne pour l'étalement, dans le temps, de l'impulsion lumineuse après une distance L dans la fibre optique, l'expression suivante :

$$\Delta\tau_c = \frac{L}{c} \frac{dN_c}{d\lambda} \Delta\lambda$$

Soit

$$\frac{\Delta\tau_c}{L} = -\frac{\lambda^2}{c} \cdot \frac{d^2 n_c}{d\lambda^2} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Exemple :

Déterminer la dispersion chromatique ($\Delta\tau_c$) pour une fibre optique, de 1Km de long, excitée par une DEL au GaAs ($\lambda = 0.85 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 0.05 \mu\text{m}$) avec $\frac{d^2 n_c}{d\lambda^2} = 3 \times 10^{10} \text{m}^{-2}$.

Déterminer aussi la dispersion chromatique ($\Delta\tau_c$) lorsque la source est remplacée par une diode Laser de même longueur d'onde avec $\Delta\lambda = 1.5 \text{ nm}$.

Remarque :

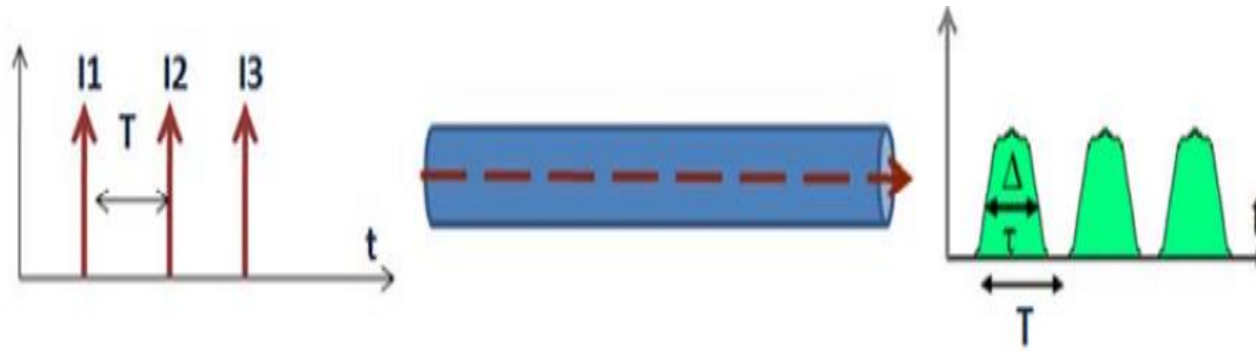
- En plus des dispersions modale et chromatique, le signal optique peut subir un autre type de dispersion dite de polarisation et qui correspond au changement du mode de propagation lorsque la liaison est de très longues distances.
- De façon générale, la dispersion que subit le signal à la sortie de la fibre est la contribution de tous les types de dispersion :

$$\Delta\tau = \sum_i \Delta\tau_i$$

d. Bande passante et fréquence de coupure

- Pour déterminer la bande passante d'une fibre optique, il faut connaître l'élargissement du signal (de l'impulsion) au cours de sa propagation suite aux phénomènes de dispersions chromatique et/ou modale.

- Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses "**bits**" avec une période **T** et la dispersion provoque leur élargissement dans le temps.



**Dispersion par propagation
de trois impulsions avec
une période T**

- Pour qu'il n'y ait pas de recouvrement entre les trois impulsions à la sortie de la fibre et que le signal soit déchiffrable, il faut que la période considérée soit supérieure ou égale à la dispersion totale

$\Delta\tau$:

$$T \geq \Delta\tau$$

- La fibre optique se comporte alors comme un filtre passe bas avec une fréquence de coupure égale à :

$$f_c = \frac{1}{\Delta\tau}$$

- On définit aussi la **capacité de transmission d'une fibre optique** qui représente son débit d'information en bit/s par :

$$C_T = \frac{1}{\Delta\tau}$$

- Comme la dispersion du signal évolue avec la longueur L de la fibre optique, on donne en générale la bande passante B de la fibre optique par le produit :

$$B = f_c \times L (\text{MHz} \times \text{Km})$$

- De façon générale, la fréquence de coupure, donc **la bande passante**, d'une fibre optique est donnée par :

$$f_c = \frac{A}{\Delta\tau}$$

où A est le facteur qui dépend de la nature de la fibre optique et du type de dispersion.

Remarque :

- La capacité de transmission C_T et la fréquence de coupure f_c de la fibre optique dépendent de la dispersion du signal mais aussi de la longueur L de la fibre optique.

Exemple :

Déterminer pour une fibre optique de 5Km de long, caractérisée par une ouverture numérique ON de 0.14 et une dispersion totale $\Delta\tau$ de 100 ns.

a. la fréquence de coupure ou la bande passante B

b. la capacité de transmission

e. Calcul des pertes dans une liaison par fibre optique

- Les lacunes aux extrémités des fibres causent deux problèmes:
 - ✓ la perte d'insertion;
 - ✓ la perte de réflexion.
- Le cône de lumière émergeant du connecteur se répercute sur le cœur de la fibre réceptrice et se perd.

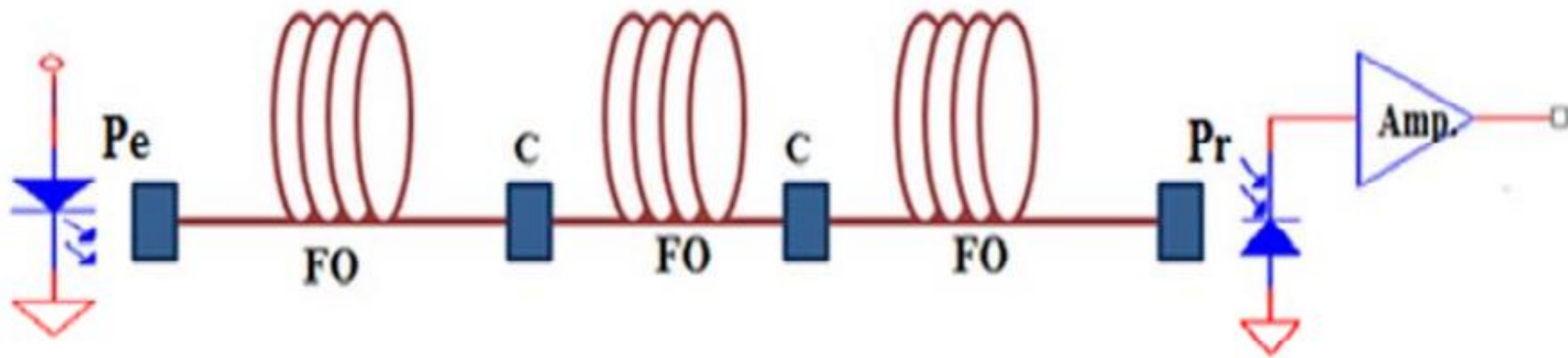
- En outre, l'intervalle d'air entre les fibres optiques provoque une réflexion de la lumière lorsqu'elle rencontre la variation d'indice de réfraction entre la fibre de verre et l'air dans l'espace. **Cette réflexion est appelée réflexion de Fresnel.**
- Les **ouvertures numériques** et les **diamètres de cœur** sont aussi deux sources de pertes :

⇒ Les différences dans ces deux paramètres vont créer des connexions qui ont des pertes en fonction de la direction de propagation de la lumière. La lumière d'une fibre optique avec une plus grande ON sera plus sensible à l'angularité et à l'écart d'extrémité, de sorte que la transmission à partir d'une fibre optique de plus grande ON à une de plus faible ON se fera avec des pertes plus élevées que l'inverse.

⇒ De même, la lumière provenant d'une fibre optique avec un plus grand diamètre aura des pertes élevées si elle est couplée à une fibre optique de plus petit diamètre, tandis que l'on peut coupler une fibre optique de faible diamètre à une fibre optique de grand diamètre avec un minimum de pertes, car elle est beaucoup moins sensible à l'écart ou au décalage latéral à l'extrémité.

- Le bilan d'énergie dans un système de transmission par fibre optique demande le calcul des pertes dans les composants du système pour avoir à la réception une énergie au niveau de la sensibilité de la **photodiode**.
- Le flux, à l'entrée du Photodétecteur doit être suffisant pour que le rapport signal sur bruit assure un **taux d'erreur maximum**.

- Soit P_e la puissance disponible à la sortie de l'émetteur et P_r celle disponible à l'entrée de la photodiode (figure ci-dessous).



Ligne de transmission par fibre optique

- L'équation du bilan des pertes est donné par :

$$\text{Att (dB)} = 10.\log\left(\frac{P_e}{P_r}\right) = \alpha_{\text{ef}} + \alpha_{\text{fo}} + \alpha_{\text{fr}} + N.\alpha_{\text{ff}} + M$$

avec :

- ✓ α_{ef} , les pertes de la connexion émetteur-fibre et les pertes de la connexion fibre-récepteur. Elles sont données par :

$$\alpha_{\text{ef}} \text{ et (ou) } \alpha_{\text{fr}} = 20 \log\left(\frac{D_1}{D_2}\right) + 20 \log\left(\frac{\text{ON}_1}{\text{ON}_2}\right) + \alpha_f$$

- ✓ ON_1 représente l'ouverture numérique de l'émetteur (ou de la fibre optique) et ON_2 l'ouverture numérique de la fibre optique (ou du récepteur).
- ✓ α_f , représente les pertes de Fresnel, dues à la réflexion de la lumière à l'interface entre deux milieux **x** et **y** (Figure ci-dessous).



- ✓ Ces pertes sont données par :

$$\alpha_f = 10 \log \left(\frac{2 + \frac{n_x}{n_y} + \frac{n_y}{n_x}}{4} \right)$$

Avec **$n_x(n_y)$** l'indice de réfraction
du milieu **$x(y)$**

- ✓ α_{f0} , représente les pertes intrinsèques liées aux fibres.
- ✓ N , correspond au nombre de raccordements fibre-fibre
- ✓ α_{ff} , représente les pertes de connexions fibre-fibre et qui sont données par :

$$\alpha_{ff} = \alpha_{\text{connexion}} + \alpha_{ON} + \alpha_{\text{Surfaces}} + 2\alpha_f$$

Où $\alpha_{\text{connexion}}$ représente les pertes dues à l'ensemble des défauts de couplage et α_{ON} , les pertes liées à la différence des ouvertures numériques des fibres optiques.

- ✓ **M**: marge de sécurité (pour tenir compte du vieillissement de l'émetteur et ne pas saturer le récepteur). Cette marge doit être plus importante lorsque la source de lumière est une diode laser que lorsqu'il s'agit d'une diode électroluminescente.

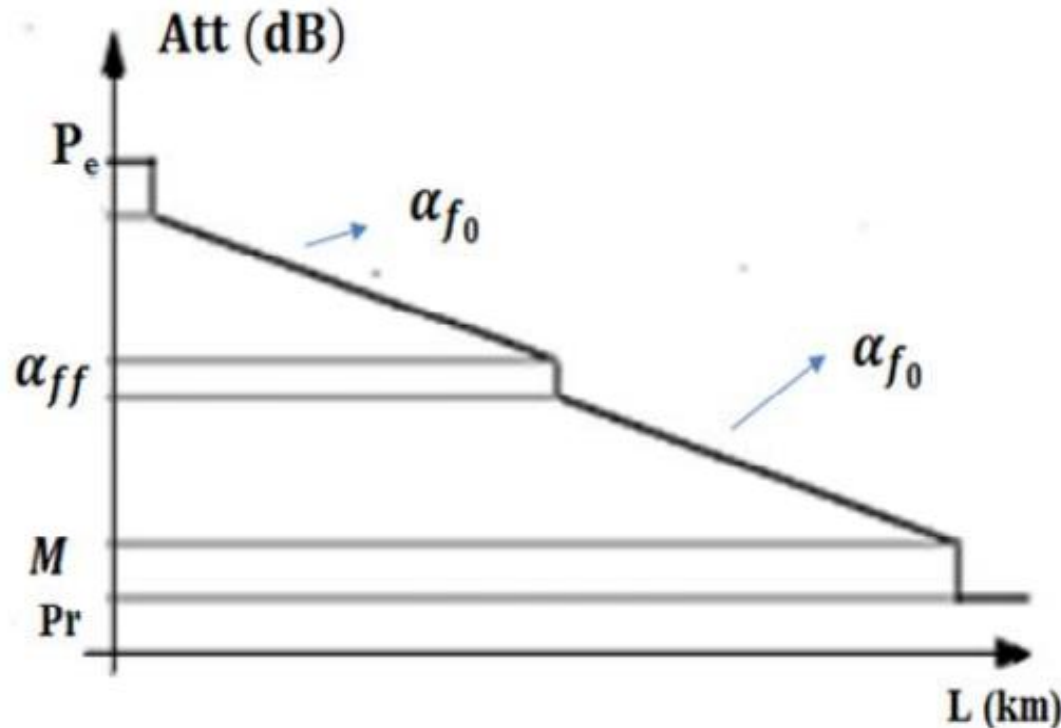


Diagramme de perte d'une liaison par fibre optique, où P_r représente la sensibilité du photodétecteur.

Exemple :

Supposons que nous devons installer une liaison par fibres optiques de 80km de long avec une fibre optique ayant une perte de 0.25 dB/km. Supposons que la liaison comprend 3 jonctions avec une perte de 0.5dB chacune et 4 connecteurs avec une perte de 1dB chacun. Quelle est la puissance minimale que doit avoir la source pour un récepteur avec une sensibilité de -40 dBm si on considère une marge de 7dB.

1.4. Amplification du signal optique et Multiplexage d'un système de fibre optique

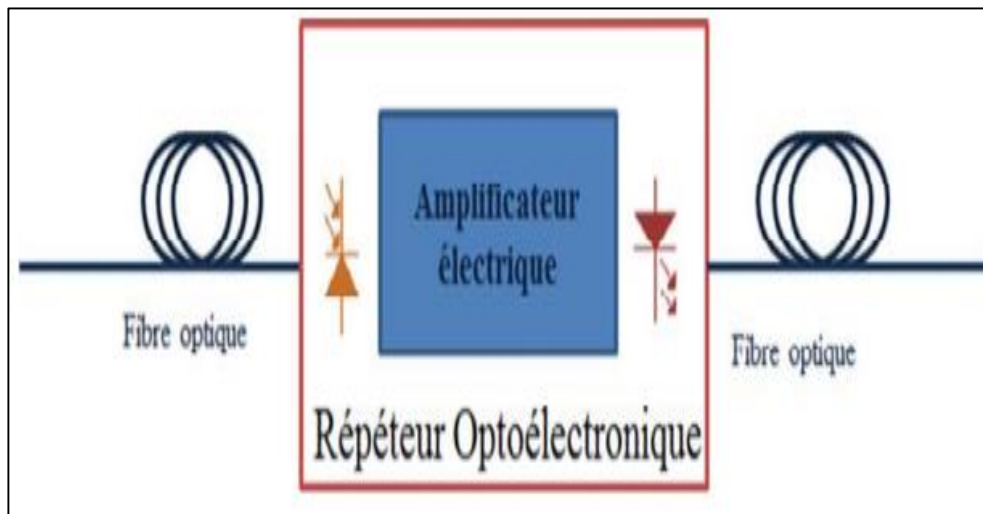
1.4.1. L'amplification du signal Optique.

- Le but de l'amplification est de compenser les pertes en ligne de **l'intensité du signal optique**, essentiellement dues à l'atténuation.

4.1.2.Types d'amplification du signal optique

a. L'amplification électrique

- L'**amplification électrique** est obtenue par l'insertion d'un **répéteur optoélectronique** composé d'un **photorécepteur**, d'un **amplificateur électrique** puis d'un **photoémetteur**, avec une périodicité de **150 km**.

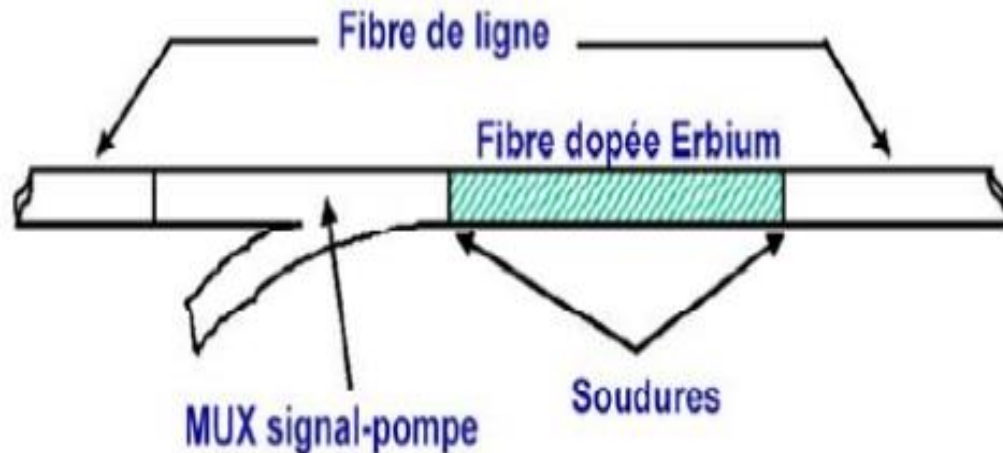


Répéteur
optoélectronique

- Cette technique présente le problème de la bande passante des amplificateurs optoélectroniques qui est limitée comparée à celle des fibres optiques.

b. L'amplification optique

- L'amplification optique du signal est réalisable par l'utilisation d'une « Fibre Dopée Erbium » notée **EDFA** (Erbium Doping Fiber Amplifier)
- L'EDFA se présente comme un segment de quelques mètres ($\approx 20\text{m}$) de fibre optique dopée à l'Erbium, insérée dans la ligne de transmission.



Segment de fibre optique dopée à l'erbium inséré dans une ligne de transmission.

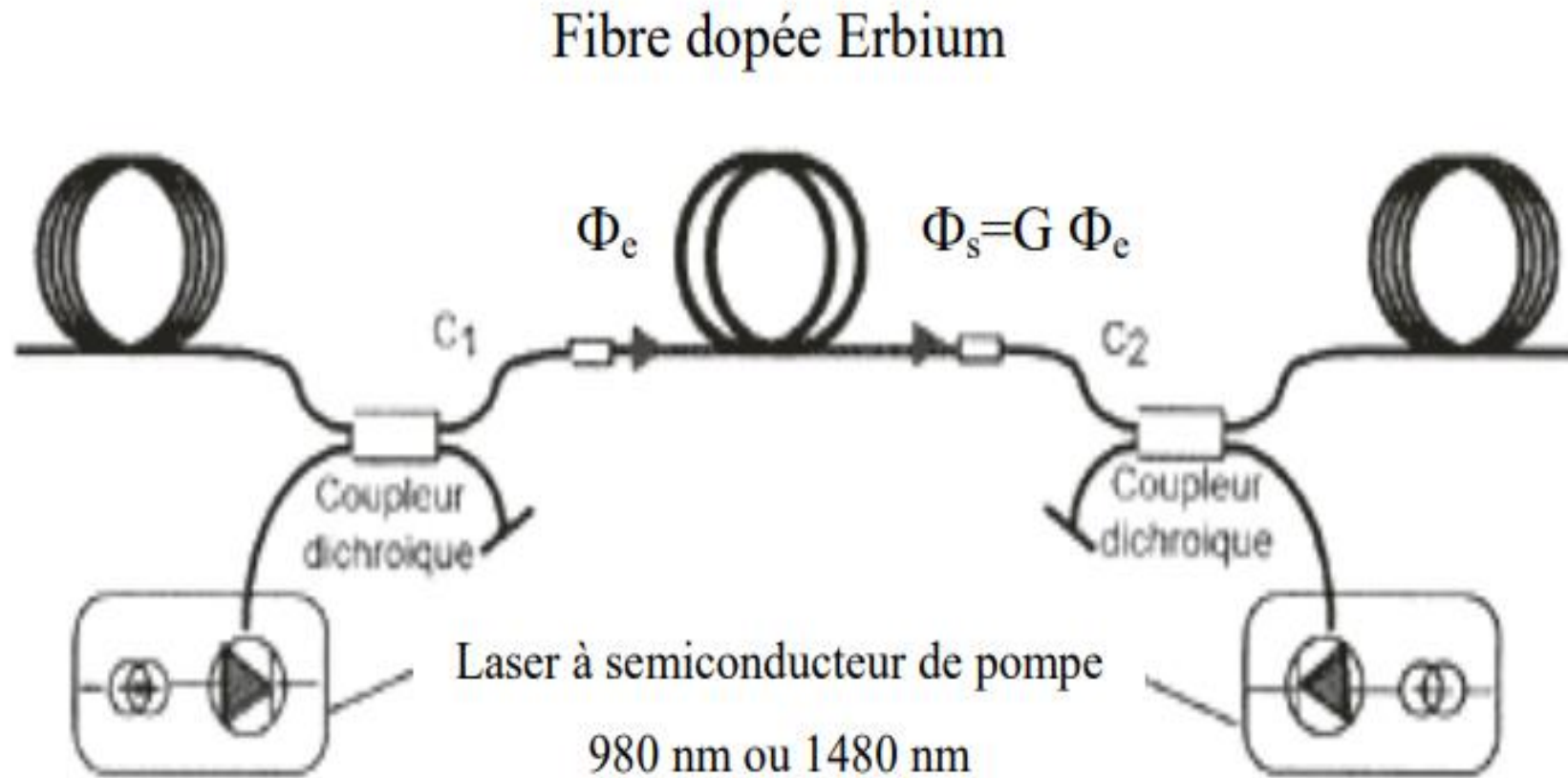
Principe de l'amplification optique

- Un signal de pompage optique de forte puissance (200 mW; un laser puissant) de longueur d'onde λ égale à 980 ou 1480 nm est envoyé pour provoquer l'inversion de population.
- Pour que le dopage ait un effet, il faut envoyer dans l'**EDFA** un signal de pompe avec le signal d'information à amplifier.
- Les deux signaux doivent être couplés dans la fibre optique dopée et émettre dans la même direction.

Composition de l'amplificateur EDFA

- ⇒ Un **laser de pompe** (apportant l'énergie) pour créer l'inversion de population.
- ⇒ Un **multiplexeur** à l'entrée pour combiner la pompe et le signal de l'information.
- ⇒ Une **fibre dopée Erbium** qui joue le rôle du milieu actif.
- ⇒ Un **multiplexeur de sortie** qui permet de récupérer la puissance pompe non absorbée par la fibre.

Configuration d'un amplificateur optique à fibre dopée à l'erbium.



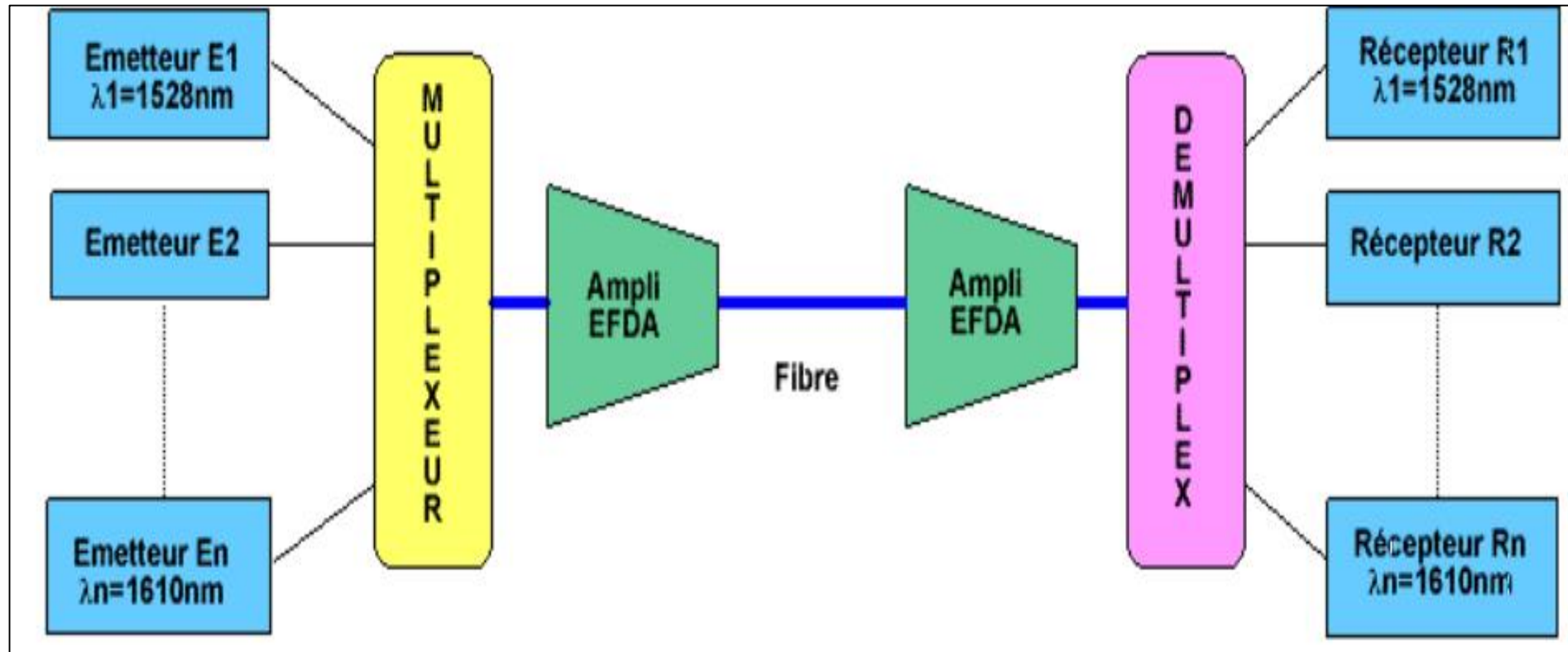
4.1.3. Techniques de multiplexage d'un système de fibre optique

- La technique de multiplexage est utilisée pour augmenter la **capacité de transmission** des fibres existantes tout en évitant de poser de nouveaux câbles.
- Le multiplexage représente la **combinaison de signaux indépendants en un seul signal composite** destiné à être transmis sur une seule fibre optique afin de multiplier la bande passante de celle-ci.

a. Multiplexage par division de longueur d'onde (WDM)

- Le multiplexage par division de longueur d'onde (Wavelength Division Multiplexing, WDM), consiste à envoyer dans une seule fibre **N porteuses optiques à différentes longueurs d'onde** transmettant chacune un débit **D_b** .
- L'utilisation du multiplexage WDM nécessite:
 - ✓ un ensemble de diodes laser émettant à des longueurs d'ondes différentes mais assez proches (dans le voisinage des 1550nm).

- ✓ un **multiplexeur/démultiplexeur optiques** pour combiner/séparer l'ensemble des signaux optiques dans la fibre optique .



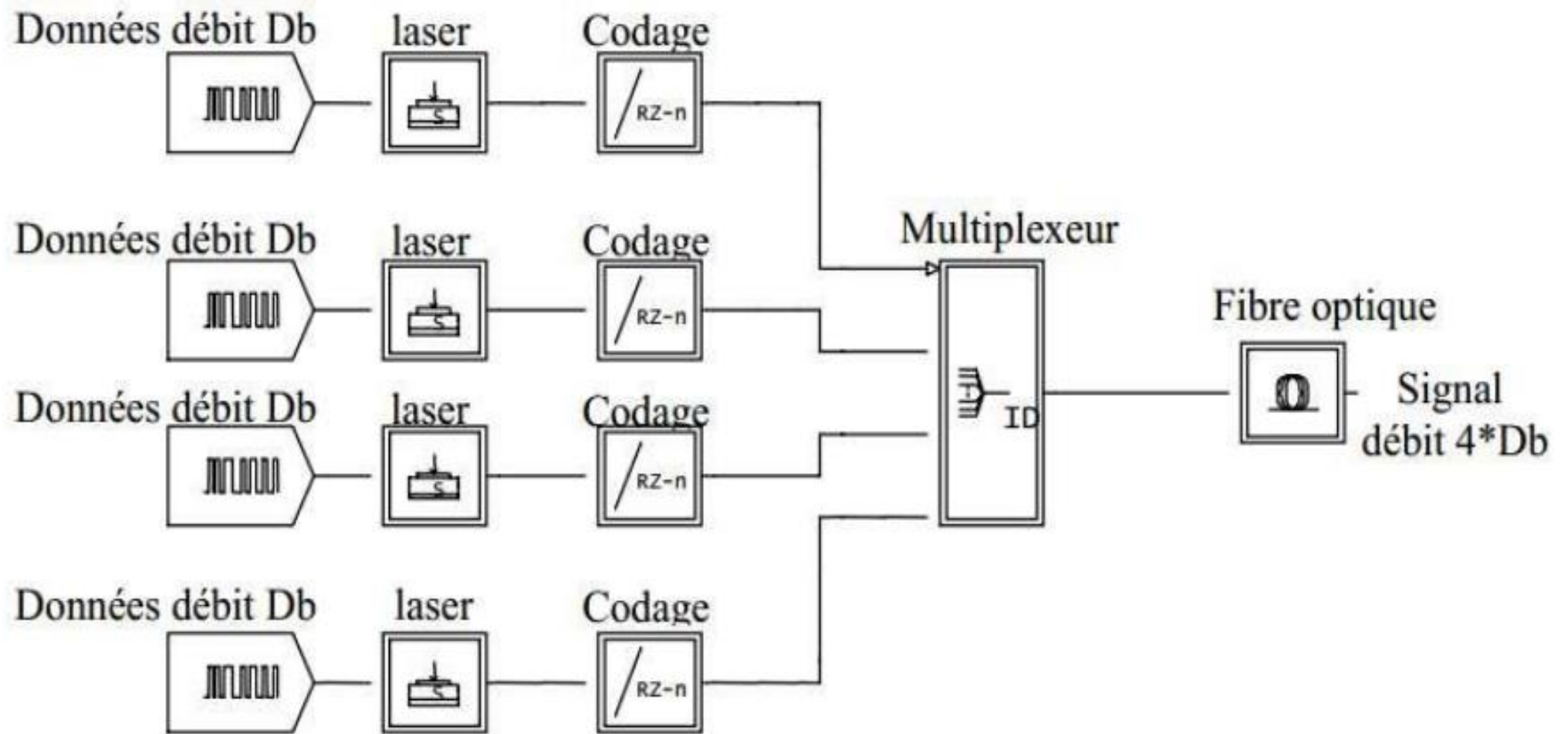
Principe d'une liaison utilisant le multiplexage WDM

- La bande passante est subdivisée en sous-bande et chaque sous-bande est affectée à une voie.
- Ainsi plusieurs transmissions peuvent être faites simultanément, chacune sur une bande de fréquences particulières.

NB: Ce procédé est encore appelé multiplexage par division de fréquence (Frequency Division Multiplexing, FDM).

b. Multiplexage temporel optique (OTDM)

- Le multiplexage temporel peut être réalisé optiquement (OTDM, Optical Time Division Multiplexing).
- L'émetteur est constitué de **N** sources optiques en parallèle modulées au débit **D_b** bits/s.
- Cette technique nécessite que les signaux optiques soient ensuite codés de type **RZ** pour que les impulsions codées aient désormais une durée inférieure à **T_b/N** et que le multiplexage optique puisse se faire sans recouvrement optique.



Synoptique d'un multiplexage OTDM.

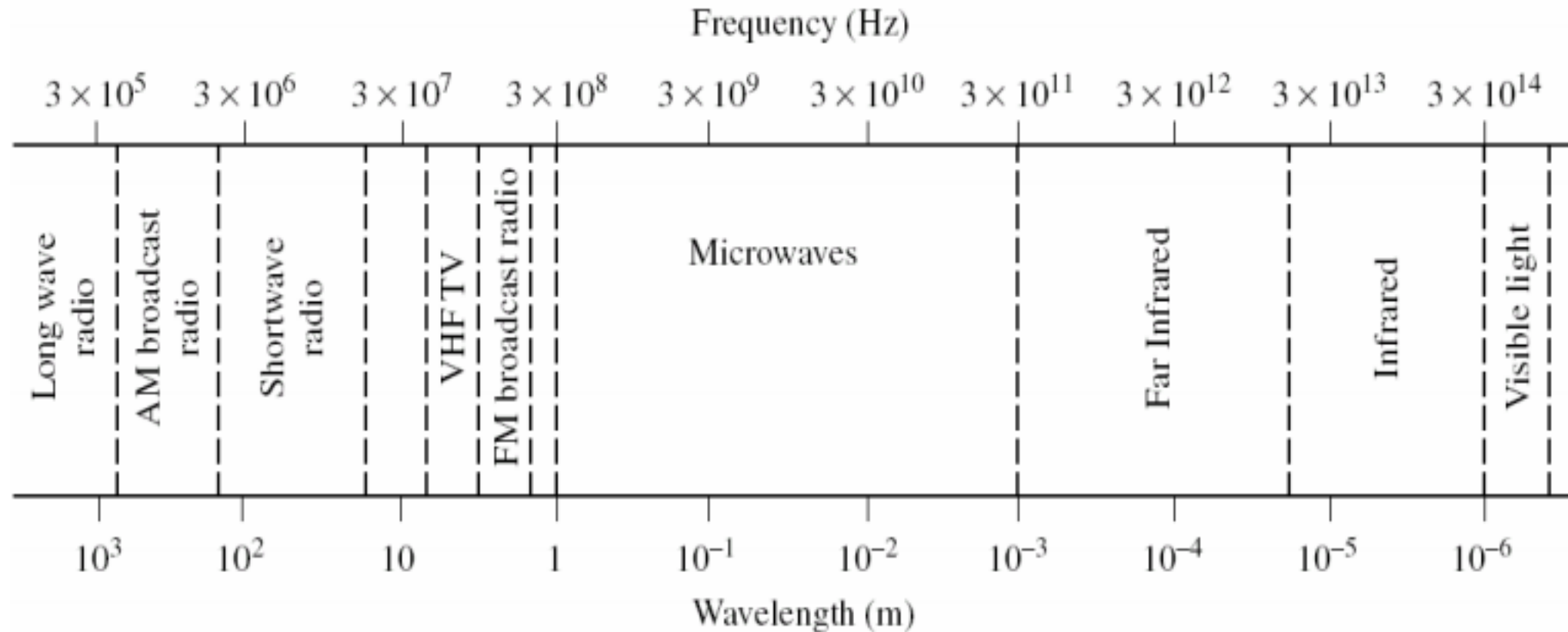
Chapitre 2:

Circuits Hyperfréquences

2.1. Introduction aux circuits hyperfréquence

- Pour certaines applications particulières, lorsqu'il est nécessaire de travailler à fréquence élevée, le **circuit hyperfréquence** est la solution appropriée.
- Le **circuit imprimé** est alors un composant à part entière, il intègre des fonctions telles que des filtres, antennes ou autres.
- Les hyperfréquences sont les signaux alternatifs (AC) à fréquence élevée, entre 300MHz et 300GHz, dont la longueur d'onde varie entre 1m et 1mm soit $\lambda = c/f$.

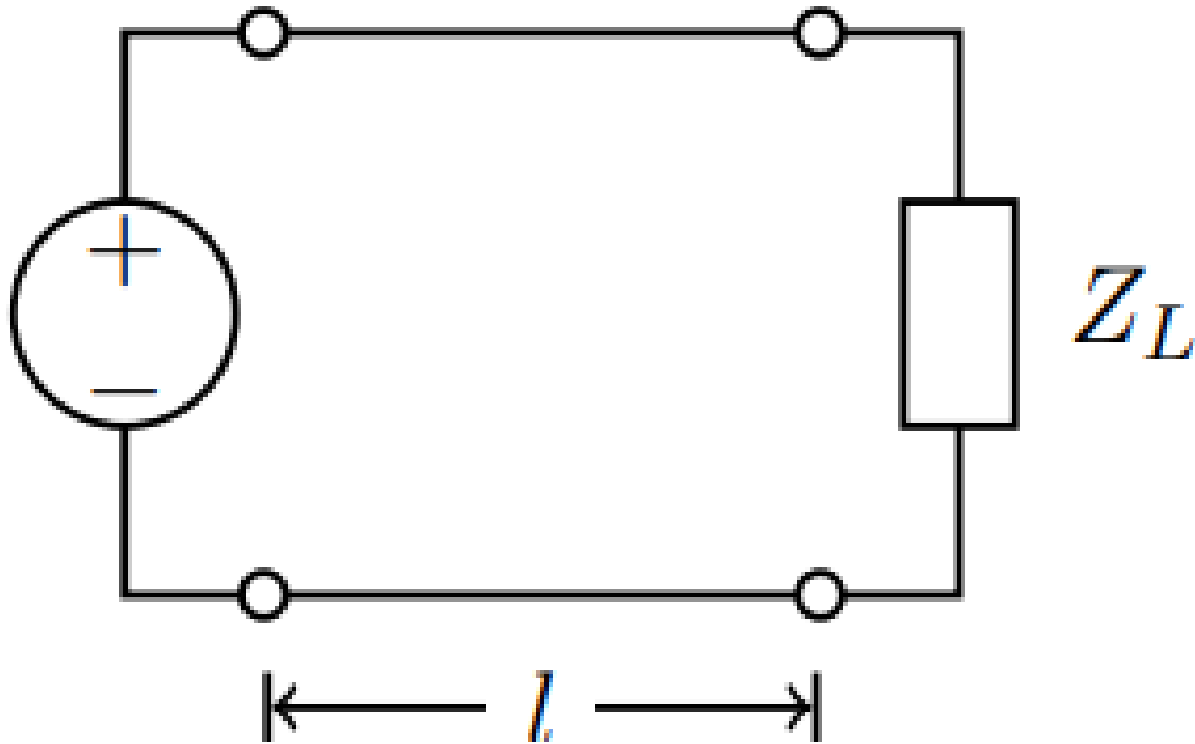
- Les signaux dont la longueur d'onde est de l'ordre du millimètre sont appelées les **ondes millimétriques**.
- Suivant les applications, la bande de fréquence est choisie suivant les longueurs d'onde.



- L'analyse des **circuits hyperfréquences** se fait en fonction de la théorie de propagation des ondes (équations de Maxwell).
 - ⇒ A hautes fréquences, les équations typiques des circuits électriques ne s'appliquent pas. La longueur d'onde des signaux est du même ordre de grandeur que les dimensions des circuits.
 - ⇒ En fait, les équations typiques des circuits électriques sont une généralisation de la théorie des **micro-ondes**.

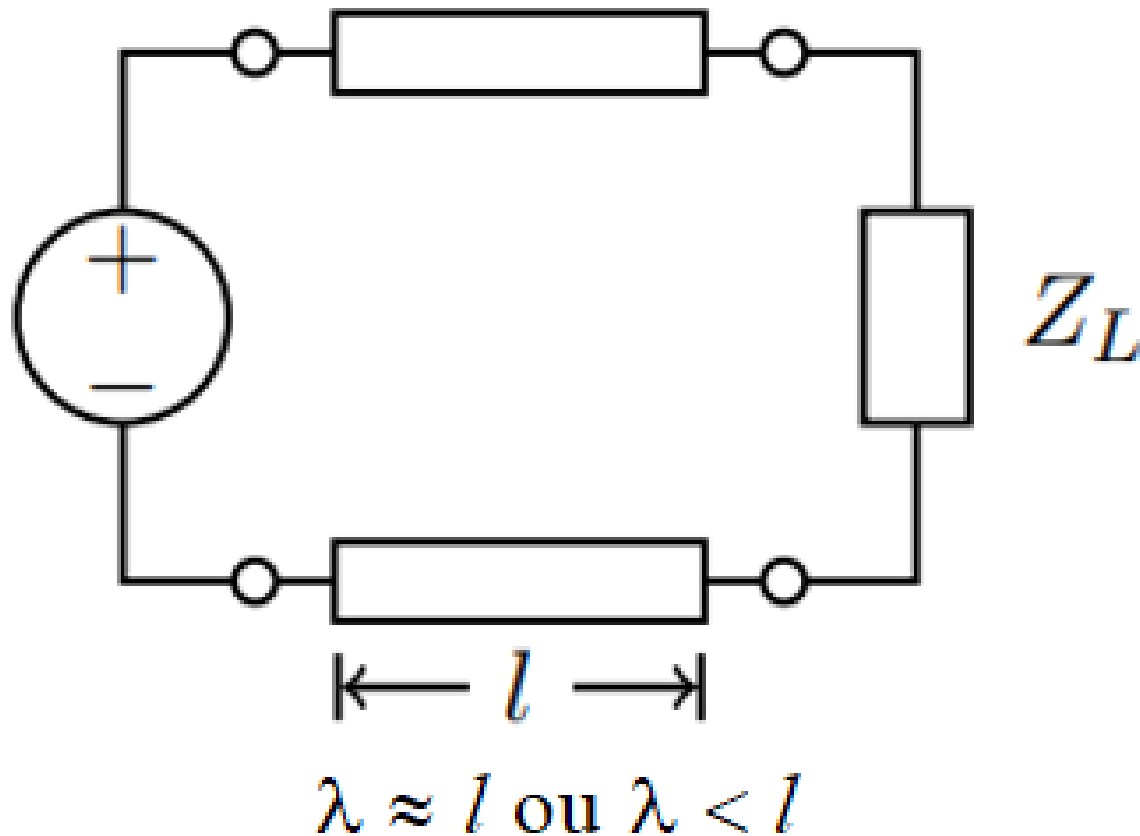
- Bien que l'analyse des **circuits hyperfréquences** se fait en fonction des équations de Maxwell, l'ingénieur micro-ondes est rarement intéressé à la valeur des **champs électriques** et **magnétiques** à tous points de l'espace.
- On est typiquement intéressé à la **puissance**, la **tension**, le **courant** et **l'impédance**, qui peuvent être exprimés en termes de concepts de théorie des circuits.

- En théorie de circuits, on peut négliger la distance entre la source et la charge. La tension est la même sur la ligne.



**Circuit sans tenir compte
de la distance entre
source et charge**

- En hyperfréquences, on ne peut pas négliger la distance entre la source et la charge. On modélise par une ligne de transmission.



**Circuit tenant compte
de la distance entre la
source et la charge**

2.2. Bruit et non-linéarité des Circuits Hyperfréquences

2.2.1. Bruit dans un Circuit Hyperfréquence

- Le bruit est un effet indésirable qui affecte la performance des circuits hyperfréquences: **il réduit l'efficacité d'un système à détecter correctement un signal.**

- Le bruit dans les circuits hyperfréquences provient de plusieurs sources :
 - ✓ **agitation thermique des électrons,**
 - ✓ **rayonnement cosmique,**
 - ✓ **autres appareils électroniques,**
 - ✓ **etc.**
- Le concepteur de circuits hyperfréquences doit être conscient du bruit ajouté par le système de mesure.

- Les éléments d'une chaîne typique de réception d'un système de télécommunication (**amplificateur, filtre, oscillateur, mélangeur**) ajoutant tous du bruit dans le système.
- Le **plancher de bruit** définit la puissance du bruit à l'entrée du système.
- Le **signal minimum détectable** doit être de puissance supérieure au plancher de bruit par un facteur appelé le rapport signal sur bruit.

a. Type de bruit

- Il existe quelques types communs de bruit, dont les principaux sont :
 - ⇒ **Bruit thermique** : bruit causé par des vibrations d'atomes ou d'électrons.
 - ⇒ **Shot noise (Bruit de tir)**: bruit causé par des vibrations aléatoires des porteurs de charge.
 - ⇒ **Flicker noise (Bruit de scintillement)** : bruit causé par des fluctuations dans les conducteurs. Ce bruit est inversement proportionnel à la fréquence $1/f$.

b. Bruit thermique

- Un corps noir (qui n'émet pas de radiation) à une certaine température, produit une puissance de bruit donnée par :

$$P_n = kTB$$

où **$k=1.38 \times 10^{-23}$** , la constante de Boltzmann, et **B** est la largeur de bande.

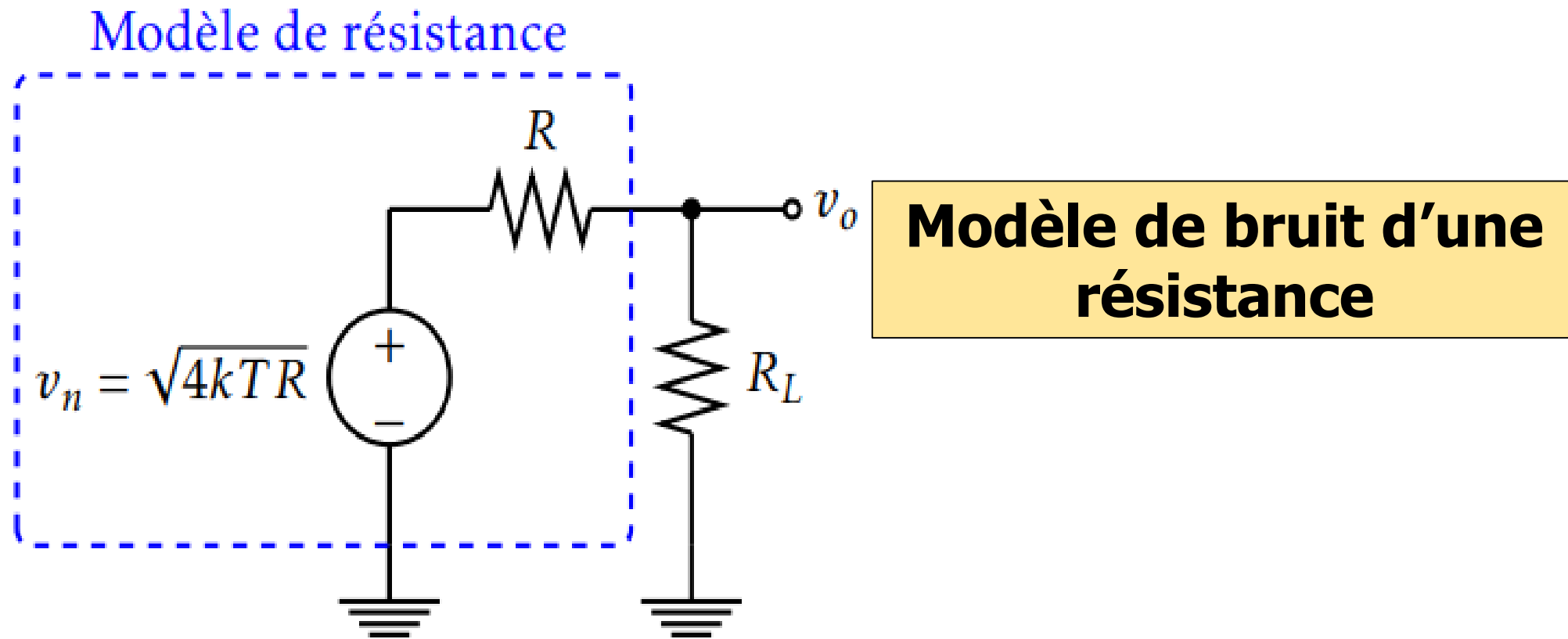
- **Définition:** La température de bruit est la température équivalente d'une composante qui produirait la même quantité de bruit.

- Le **bruit thermique** a une densité spectrale constante selon la fréquence (jusqu'à environ 6THz) : c'est le **bruit blanc gaussien**.
- Si une composante génère du bruit blanc, on modélise ceci par une source ayant une température de bruit équivalente T_e ,

$$T_e = \frac{P_s}{k B}$$

où P_s est la puissance du bruit.

- Les résistances sont les sources les plus connues de bruit thermique dans un circuit. On modélise le bruit comme une source de tension en série avec la résistance **R**, comme à la figure ci-dessous.



- Quand la charge $\mathbf{R_L}$ est égale à la résistance \mathbf{R} , il y a transfert maximal de puissance.
- La tension de sortie est $V_0 = V_n/2$, ce qui donne une densité de puissance :

$$P_0 = \frac{V_0^2}{R_L} = \frac{V_n^2}{4R_L} = \frac{4kTR}{4R} = kT [W/Hz]$$

- La puissance transmise est indépendante de la valeur de la résistance. Pour obtenir la puissance totale, il faut multiplier par la largeur de bande, ce qui donne :

$$P_0 = kTB$$

Exemple 1

1. Calculer la puissance de bruit d'un système ayant une largeur de bande de 1Hz à une température de 290K.

A partir de l'équation

$$\begin{aligned} P_n &= kT B = (1.38 \times 10^{-23}) (290) (1) \\ &= (-228.6 + 24.6 + 0) \text{ dBW/Hz} \\ &= -204.0 \text{ dBW/Hz} \\ &= -174.0 \text{ dBm/Hz} \end{aligned}$$

Ce chiffre (**-174 dBm/Hz**) représente le plancher de bruit d'un système ayant une largeur de bande de **1Hz**.

Exemple 2

Calculer la puissance de bruit d'un système ayant une largeur de bande de 200kHz à une température de 290K.

- On peut utiliser le résultat de l'exemple précédent :

$$P_f = -174 + 10\log(200.10^3) = -121\text{dBm}$$

- Si un signal a une puissance S , le rapport signal sur bruit est :

$$\text{SNR} = \frac{S}{\text{Plancher du bruit}}$$

**Définition du rapport
signal sur bruit.**

- Si le circuit électronique du système n'ajoute pas de bruit, et que le détecteur nécessite un rapport signal sur bruit de 0dB, alors le signal minimum détectable est celui dont la puissance est égale au plancher de bruit.
- Pour l'exemple précédent, un signal de -121dBm sera tout juste détectable par le système.

Le SNR nécessaire pour détecter correctement un signal est supérieur à 0dB, et il dépend de la modulation utilisée, la largeur de bande du filtre IF, la méthode de détection, etc.

c. Figure de bruit

- Le bruit rajouté au système par l'électronique sera ajouté directement au bruit de l'entrée. Donc, le signal minimum détectable sera plus élevé à cause du bruit des circuits actifs.
- Le bruit de l'électronique du circuit est décrit par un **facteur de bruit F** , qui est une mesure de la dégradation du SNR dans le système.

- Dans un système où il y a le bruit des circuits actifs, la sortie est :

$$S_o = G S_i$$

où **S_o** est la puissance du signal à la sortie, **S_i** est la puissance du signal à l'entrée, et **G** est le gain.

- Le facteur de bruit est donné par :

$$F = \frac{SNR_i}{SNR_o}$$

- Si on applique la relation de l'équation $S_0 = G S_i$, on obtient :

$$F = \frac{\text{SNR}_i}{\text{SNR}_0} = \frac{S_i/N_i}{S_0/N_0} = \frac{S_i/N_i}{G S_i/N_0} = \frac{N_0}{G N_i}$$

- Le facteur de bruit minimal est 1, puisque $N_0 \geq N_i$; un circuit électronique ne va jamais réduire le niveau de bruit.
- La figure de bruit (NF) est donnée par :

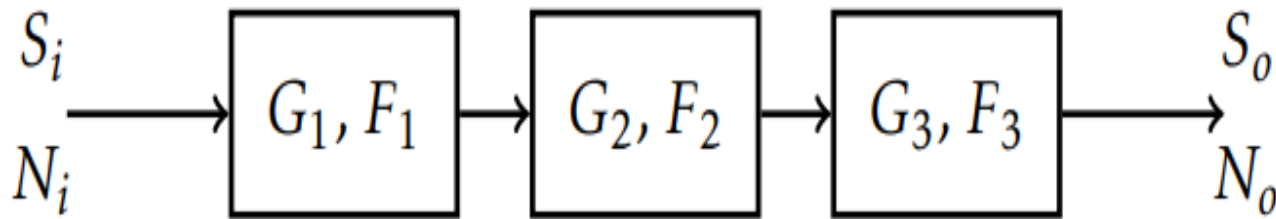
$$\text{NF} = 10 \log_{10} F$$

Donc la figure de bruit (NF) minimale est 0dB.

NB: Pour des composants à pertes, comme des filtres ou interrupteurs, la figure de bruit est égale à l'atténuation. Par exemple, un filtre ayant une atténuation de 3dB aura une figure de bruit de 3dB.

c. Figure de bruit de systèmes en cascade

- Soit des systèmes en cascade, ayant chacun un gain et une figure de bruit, montré à la figure ci-dessous.



**Systèmes en
cascade avec bruit
et gain**

- On cherche la figure de bruit totale du système présenté.

- La sortie du premier système est :

$$S_{01} = G_1 S_i$$

- Le bruit à la sortie du premier système est:

$$N_{01} = G_1 N_i + N_{1a}$$

Où $N_{1a} = (F_i - 1)N_i$ est le bruit rajouté par le premier système.

- En appliquant les relations précédentes, le signal de sortie est :

$$S_0 = G_1 G_2 G_3 S_i$$

- Le bruit total à la sortie du système est donné par:

$$N_0 = G_1 G_2 G_3 N_i + G_2 G_3 N_{1a} + G_3 N_{2a} + N_{3a}$$

- En appliquant la définition du facteur de bruit,

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{N_0}{G N_i} = \frac{G_1 G_2 G_3 N_i + G_2 G_3 N_{1a} + G_3 N_{2a} + N_{3a}}{G_1 G_2 G_3 N_i} \\ &= 1 + \frac{N_{1a}}{G_1 N_i} + \frac{N_{2a}}{G_1 G_2 N_i} + \frac{N_{3a}}{G_1 G_2 G_3 N_i} \\ &= F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \end{aligned}$$

où F_n est le facteur de bruit (linéaire et non en dB) du $n^{\text{ème}}$ et G_n le gain (linéaire et non en dB) du $n^{\text{ème}}$ élément.

- Le premier composant du système joue le rôle très important car celui a le plus d'impact sur la figure de bruit totale du système.
- Un amplificateur à faible bruit est typiquement le premier élément du système.

Remarque:

- ✓ Pour un composant passif (ayant des pertes), on définit un coefficient de pertes :

$$L = \frac{1}{G} > 1$$

- ✓ La figure de bruit est :

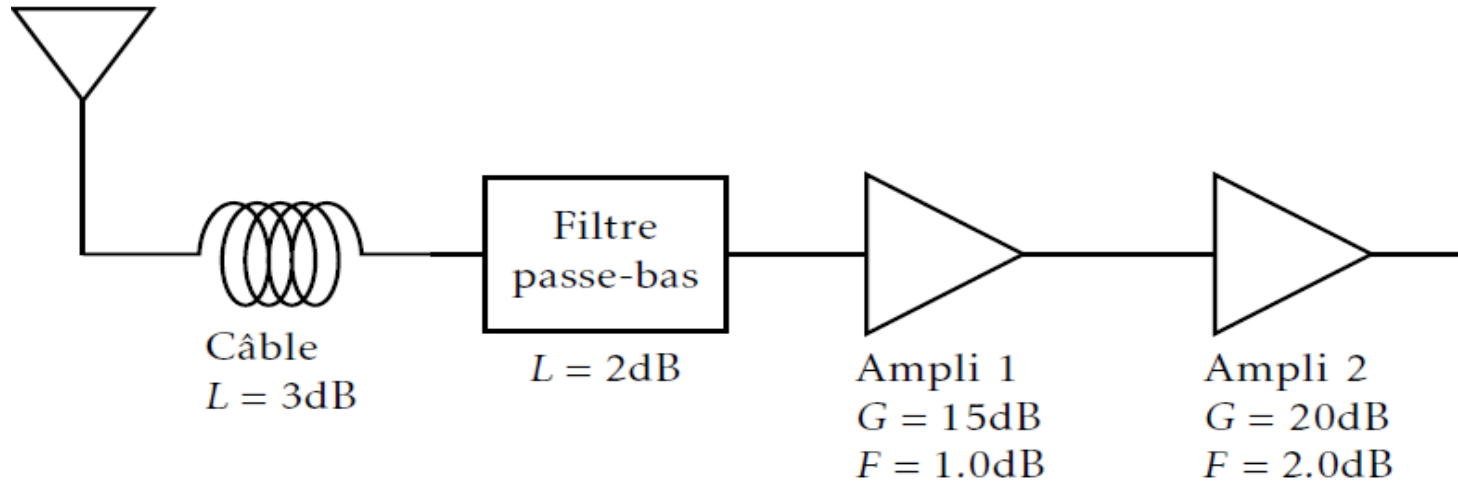
$$F = 1 + (L - 1) \frac{T}{T_0}$$

où T est la température ambiante.

- ✓ De façon générale, $F = L$.

Exemple

Calculer la figure de bruit du circuit suivant.

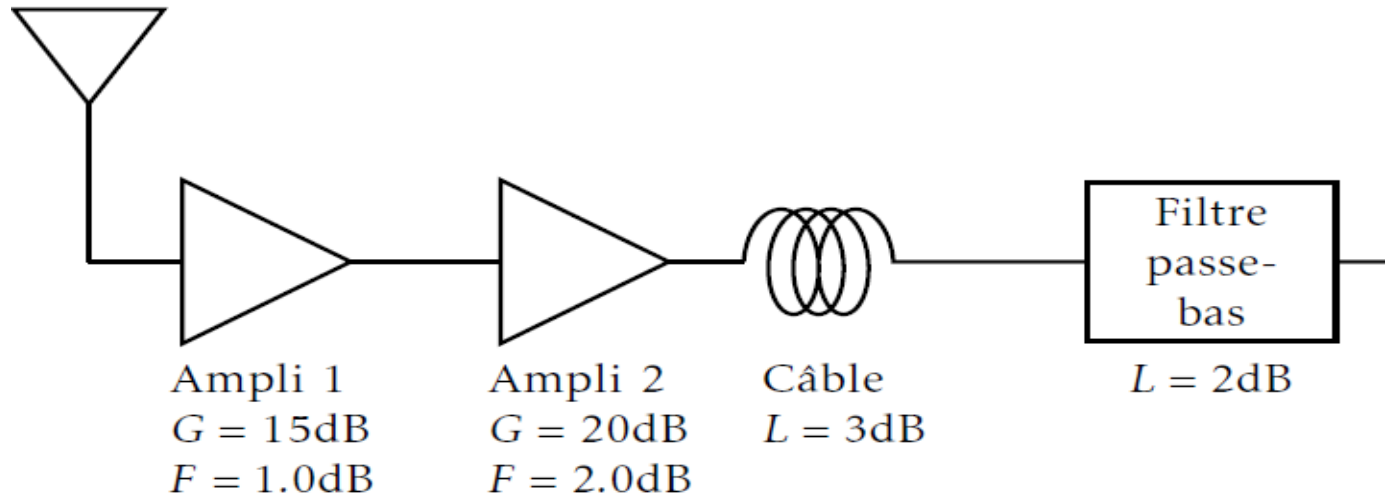


On suppose que $T = T_0$, donc $F = L$ pour les composants passifs (ayant des pertes). La figure de bruit totale est :

$$F_t = 2 + \frac{1.58 - 1}{0.5} + \frac{1.26 - 1}{(0.5)(0.63)} + \frac{1.58 - 1}{(0.5)(0.63)(31.6)} = 4.04$$

$$NF = 10 \log(4.04) = 6.06\text{dB}$$

- On reprend le même système que l'exemple précédent, mais dans une configuration différente.



La figure de bruit totale est :

$$F_t = 1.26 + \frac{1.58 - 1}{31.6} + \frac{2 - 1}{(31.6)(100)} + \frac{1.58 - 1}{(31.6)(100)(0.5)} = 1.28$$

$$\text{NF} = 10 \log(1.28) = 1.07\text{dB}$$

Par conclusion, la figure de bruit de ce système, avec les mêmes composantes, est bien plus faible.

- La raison est qu'un amplificateur faible bruit a été placé en premier dans le système: il possède un bon gain et une figure de bruit très faible.

2.2.2. Non-linéarité des circuits hyperfréquences

- Cette section donne quelques définitions pour les paramètres communs aux circuits hyperfréquences:
 - ✓ **la gamme dynamique**
 - ✓ **le point d'interception d'ordre 3.**

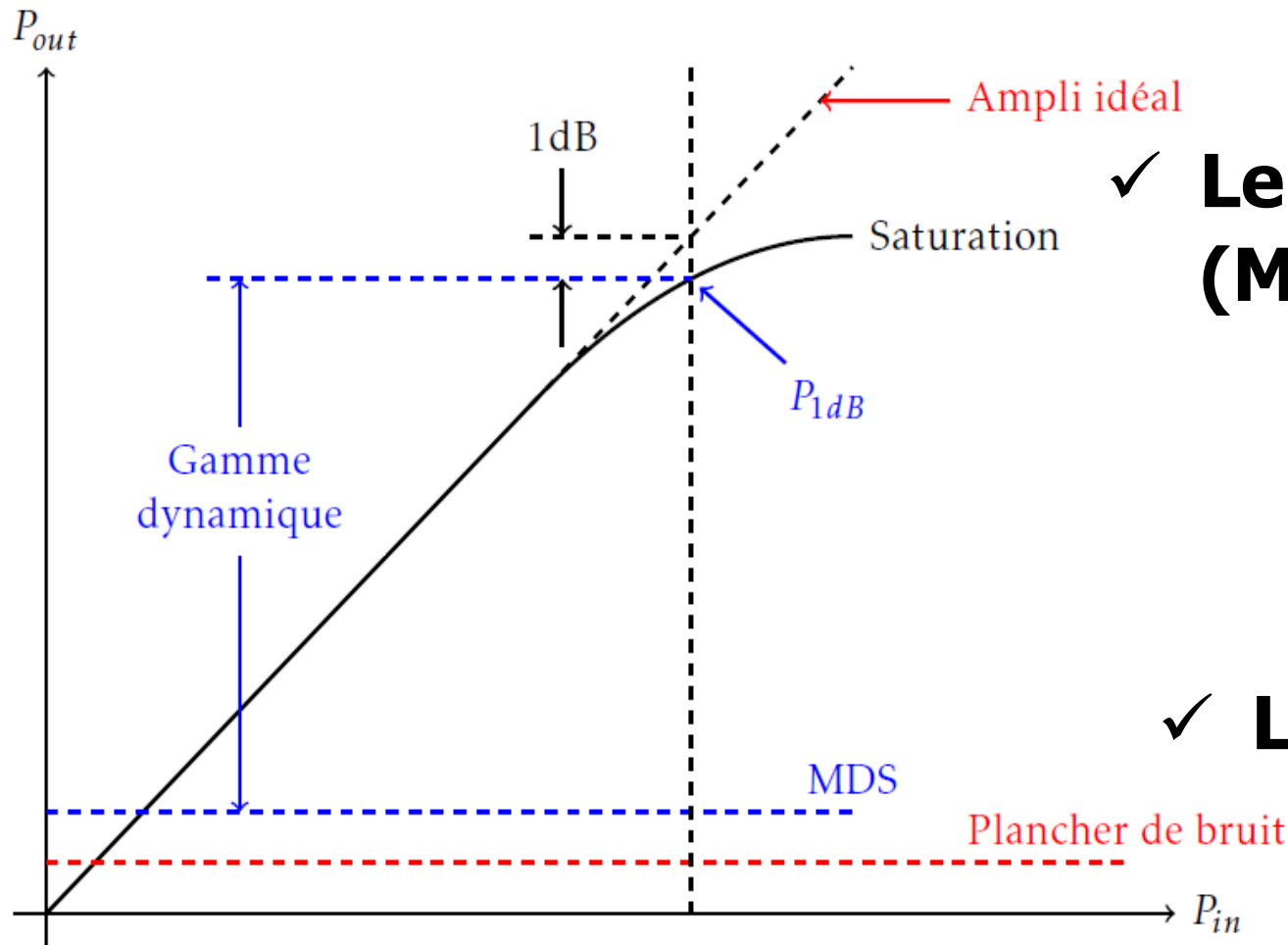
a. Gamme dynamique

Définition: la gamme dynamique est la plage d'entrées où la sortie est proportionnelle à l'entrée.

- Les systèmes réels ne sont pas toujours linéaires: ils sont seulement linéaires pour une gamme d'entrées.
 - ✓ Par exemple, un amplificateur a un gain de 10dB: pour une entrée de -15dBm, la sortie sera -5dBm. Mais pour une entrée de +15dBm, la sortie ne sera pas nécessairement +25dBm. **Il y a saturation à la sortie.**

- A un moment donné, l'amplificateur ne peut plus fournir la puissance de sortie demandée.
- Par définition, le point où l'amplificateur cesse de fonctionner de façon linéaire est le point où il y a 1dB de différence entre la **sortie réelle et la sortie théorique**: c'est le **point de compression 1dB, P_{1dB}** .

- La figure ci-dessous montre une courbe typique d'un amplificateur.



- ✓ **Le signal minimum détectable (MDS), est donné par :**

$$\text{MDS} = P_f + F + \text{SNR}_{\min}$$

où P_f est le plancher de bruit.

- ✓ **La gamme dynamique est:**

$$\text{Gamme dynamique} = P_{1dB} - \text{MDS}$$

Compression typique d'un amplificateur à faible bruit

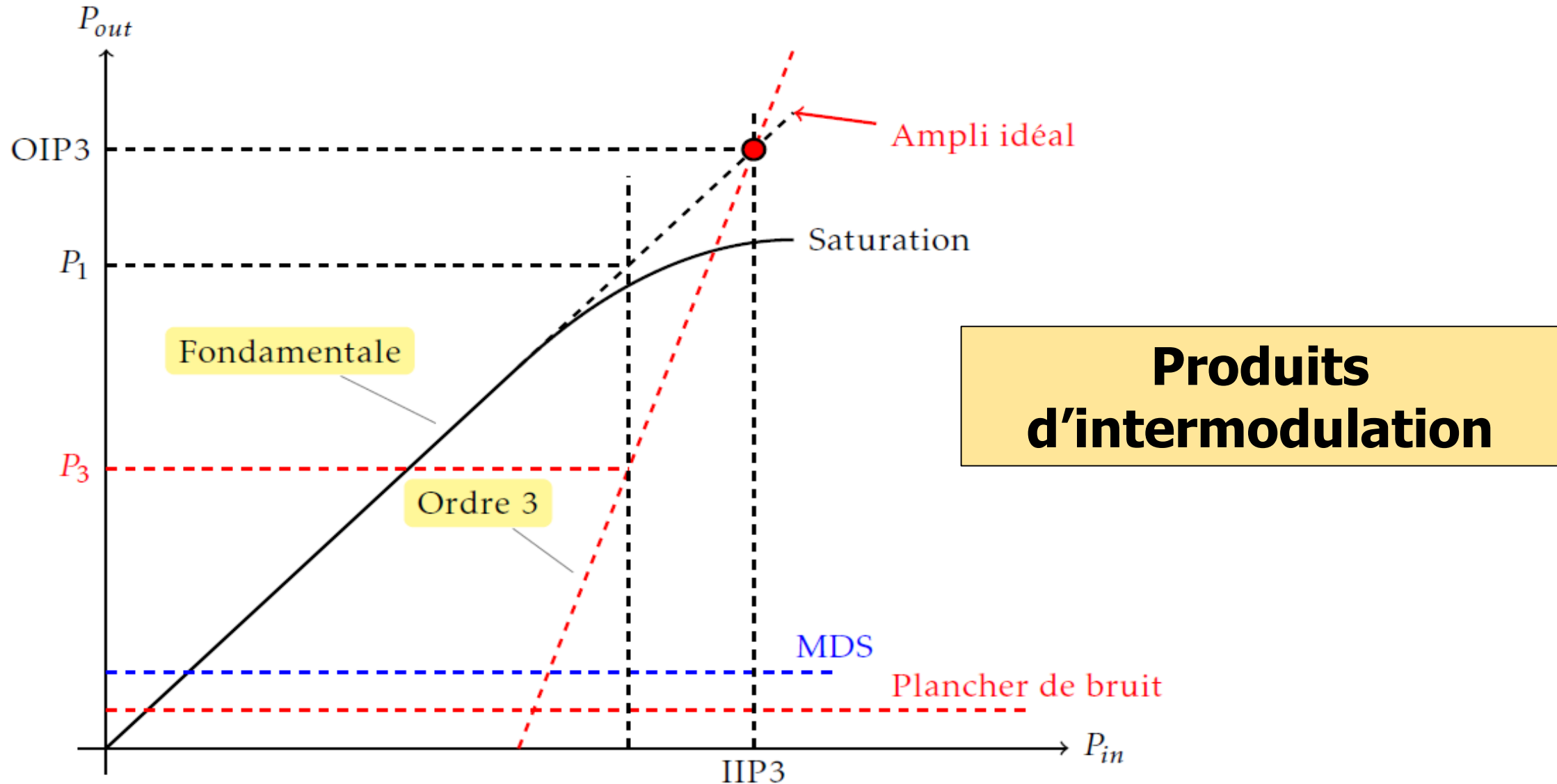
b. Distorsion d'intermodulation

- Une autre façon de mesurer la linéarité d'un amplificateur est de mesurer la distorsion d'un signal.
- La distorsion d'intermodulation est une mesure de l'effet des harmoniques dans un système.
- Typiquement, on utilise le **point d'intermodulation d'ordre 3** (IP3) pour mesurer la distorsion. C'est la puissance à laquelle la fondamentale et les produits d'ordre 3 sont égaux.

- De façon générale, les harmoniques croissent selon leur ordre: pour 1dB d'augmentation de la fondamentale, les produits de 2^{ème} ordre augmentent de 2dB, les produits de 3^{ème} ordre de 3dB, etc.
- Il ne faut pas opérer un système à une puissance trop élevée : les harmoniques risquent de dominer et causer de la distorsion du signal.

Si deux signaux de fréquence similaire f_1 et f_2 sont appliqués à un système, il y aura modulation: des composantes apparaîtront à DC, f_1 , f_2 , $2f_1$, $2f_2$, $2f_1-f_2$, $2f_2-f_1$, etc. Les composants à $2f_1-f_2$ et $2f_2-f_1$ sont très près de la fondamentale et ne peuvent pas être filtrés.

- On utilise ces composants pour exterminer le IP3.



- Le point d'intersection des courbes de la fondamentale et de la courbe des produits d'ordre 3 est le IIP3 (ou le OIP3).
- On peut calculer ce point d'interception à l'entrée selon la figure ci-dessus, avec un peu de géométrie.

$$\text{IIP3} = P_1 + \frac{1}{2}(P_1 - P_3)$$

- Le point d'interception à la sortie est donné par :

$$\text{OIP3} = \text{IIP3} + G$$

où **G** est le gain de l'amplificateur.

- On peut aussi démontrer que le point de compression 1dB est relié au IIP3 par l'équation suivante :

$$P_{1\text{dB}} = \text{IIP3} - 9.66 [\text{en dB}]$$

- De façon pratique, pour mesurer le IIP3, on applique deux signaux à l'entrée d'un amplificateur qui sont très près l'un de l'autre, séparés de 1% ou moins.

Exemple: Pour une entrée à 1GHz, on utiliserait deux signaux, l'un à 1GHz, et l'autre à 1.01GHz (ou même 1.005GHz).

Exemple

Soit un amplificateur à 2GHz ayant un gain de 10dB. On applique deux signaux de puissance égale à l'entrée: un à 2.0GHz, et l'autre à 2.01GHz. A la sortie, on mesure 4 fréquences : 1.99GHz (-70dBm), 2.0GHz (-20dBm), 2.01GHz (-20dBm) et 2.02GHz (-70dBm). Calculer IIP3 et P1dB

Solution

- Les deux signaux utiles sont ceux à 1.99GHz et 2.02GHz soit

$$(2f_1 - f_2 = 1.99 \text{ GHz et } 2f_2 - f_1 = 2.02 \text{ GHz})$$

Alors,

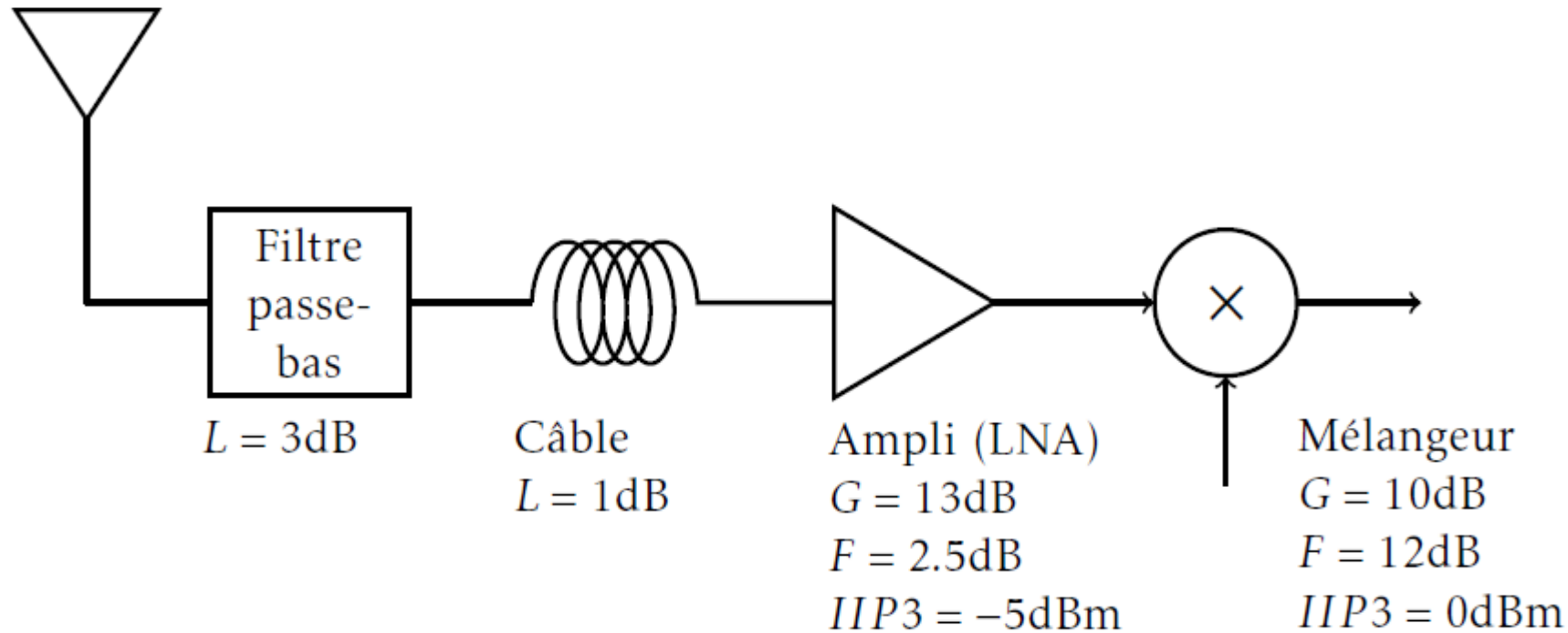
$$P_1 = P_0 - G = (-20 - 10) = -30 \text{ dBm}$$

$$\text{IIP3} = P_1 + \frac{1}{2}(P_1 - P_3) = -30 + 0.5(-30 + 70) = -10 \text{ dBm}$$

$$P_{1\text{dB}} = \text{IIP3} - 9.66 = -19.66 \text{ dBm}$$

- Pour calculer le IIP3 d'un système complet, il faut transformer le IIP3 de chaque composant en le ramenant à une valeur à l'entrée.
- Il faut ajouter les pertes à la valeur du IIP3, et soustraire les gains. La valeur IIP3 la plus faible est le IIP3 du système.

Exemple: Calculer le IIP3 du système suivant.



○ On ramène le IIP3 à l'entrée du système :

• IIP3 du LNA à l'entrée est :

$$-5 + 1 + 3 = -1\text{dBm}$$

- IIP3 du mélangeur à l'entrée est

$$0 - 13 + 1 + 3 = -9\text{dBm}$$

La valeur la plus faible est **-9dBm**, et donc le IIP3 du système est **-9dBm**.

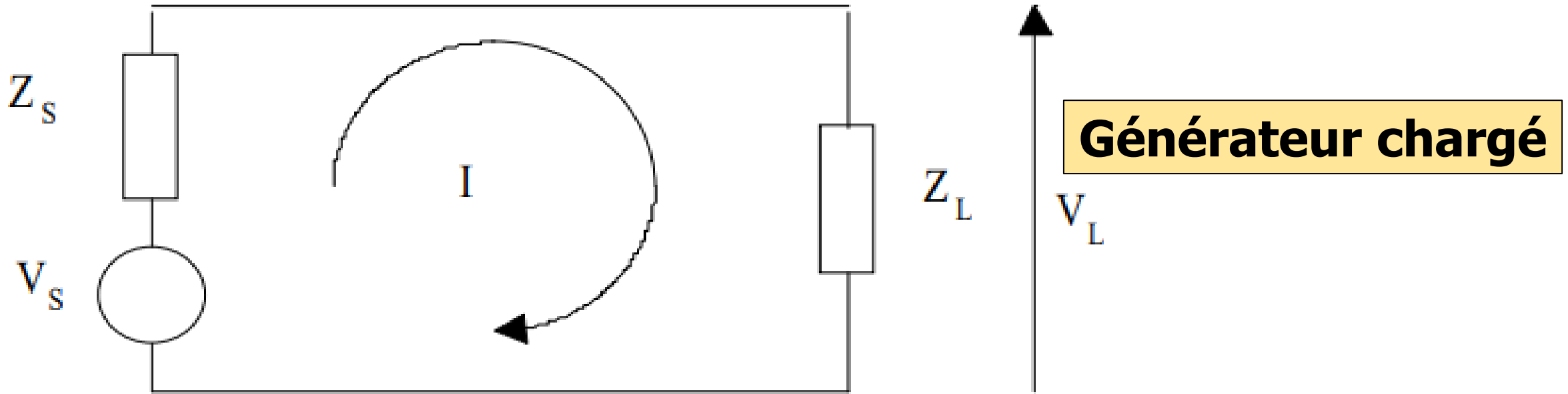
2.3.Circuits passifs: Multipôles

2.31. Paramètres S

a. Ondes incidentes et réfléchies

- Lorsque les dimensions du circuit ne sont plus très grandes devant la **longueur d'onde**, un phénomène de propagation du signal électrique apparaît, ce qui introduit la notion de signaux incidents et réfléchis.

Considérons le circuit ci-dessous :



○ Le courant circulant dans la maille s'écrit :

$$I = \frac{V_S}{Z_L + Z_S}$$

- La tension aux bornes de la charge s'écrit :

$$V_L = Z_L \frac{V_S}{Z_L + Z_S}$$

- La puissance délivrée à la charge s'en déduit :

$$P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(V_L \cdot I^*) = \frac{|V_S|^2}{2} \frac{R_L}{(R_L + R_S)^2 + (X_L + X_S)^2}$$

- On cherche la valeur de X_L qui maximise P_L :

$$\frac{\partial P_L}{\partial X_L} = \frac{R_L |V_S|^2}{2} \frac{-2(X_L + X_S)}{\left((R_L + R_S)^2 + (X_L + X_S)^2 \right)^2} = 0 \Leftrightarrow X_L = -X_S$$

- Dans ce cas, la puissance délivrée à la charge se met sous la forme suivante :

$$P_L|_{X_L = -X_S} = \frac{|V_S|^2}{2} \frac{R_L}{(R_L + R_S)^2}$$

- On cherche alors la valeur de \mathbf{R}_L qui maximise à nouveau \mathbf{P}_L :

$$\frac{\partial \mathbf{P}_L|_{\mathbf{X}_L = -\mathbf{X}_S}}{\partial \mathbf{R}_L} = \frac{|\mathbf{V}_S|^2}{2} \frac{(\mathbf{R}_L + \mathbf{R}_S)^2 - 2\mathbf{R}_L(\mathbf{R}_L + \mathbf{R}_S)}{(\mathbf{R}_L + \mathbf{R}_S)^4} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{R}_L = \mathbf{R}_S$$

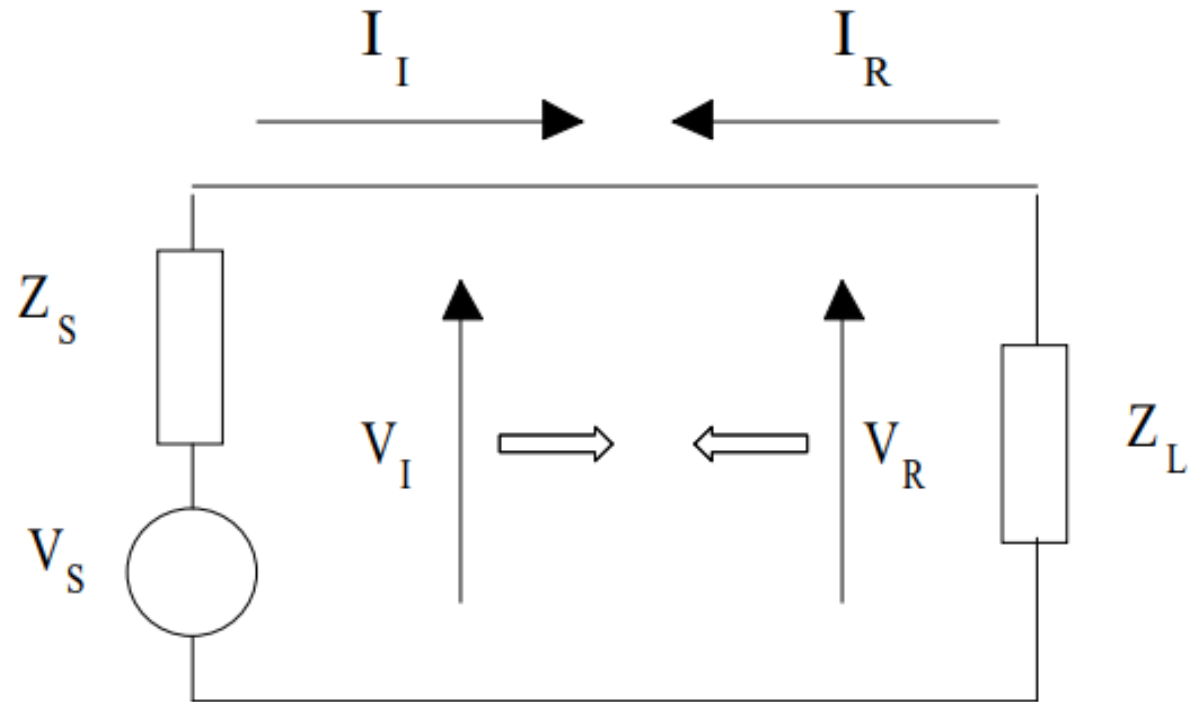
- On en déduit que le générateur délivre sa puissance maximum s'il est chargé par son impédance conjuguée.
Dans ce cas, cette puissance vaut :

$$\mathbf{Z}_S = \mathbf{Z}_L^* \Leftrightarrow \mathbf{P}_L = \frac{|\mathbf{V}_S|^2}{8\mathbf{R}_S}$$

- Tout signal électrique (tension ou courant) présent sur un circuit dont les dimensions ne sont pas très grandes devant la longueur d'onde, subit un phénomène de propagation.
- Le **signal électrique (tension ou courant)** peut donc se décomposer en signaux incident et réfléchi :

$$V = V_I + V_R$$

$$I = I_I - I_R$$



- La puissance délivrée à la charge par le générateur sera maximum s'il n'y a pas de signal réfléchi, c'est à dire si **la charge est conjuguée de l'impédance interne du générateur.**

$$Z_S = Z_L^*$$

- Dans ce cas :

$$V = V_I + V_R = V_I$$

$$I = I_I - I_R = I_I$$

- Sur la charge :

$$V_L = V_I = V_S \frac{Z_S^*}{Z_S + Z_S^*}$$

$$I = I_I = V_S \frac{1}{Z_S + Z_S^*}$$

- La tension et courant réfléchis s'annulent lorsque le générateur est chargé par son impédance interne conjuguée ($\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_S^*$).
- Les signaux incidents et réfléchis sont reliés entre eux par l'impédance interne du générateur (\mathbf{Z}_S):

$$V_I = Z_S^* \cdot I_I$$

$$V_R = Z_S \cdot I_R$$

- Cette impédance est appelée impédance de normalisation et on la note souvent \mathbf{Z}_0 .

$$V_I = Z_0 \cdot I_I$$

$$V_R = Z_0 \cdot I_R$$

b. Paramètres S généralisés

- Les paramètres **S** répondent à la nécessité d'un nouvel outil de caractérisation des **circuits linéaires aux fréquences micro-ondes**.
- Les paramètres qu'ils relient sont issus d'une combinaison linéaire des **tensions** et des **courants** aux **N** accès du circuit et représentent des ondes incidentes **a_j** et réfléchies **b_j**.

$$b_j = \sum_{k=1}^N S_{jk} a_k$$

- Les paramètres **a** et **b** sont définis par :

$$a_j = \sqrt{\frac{Z_{0j} + Z_{0j}^*}{2}} \cdot I_{jI} \quad , \quad b_j = \sqrt{\frac{Z_{0j} + Z_{0j}^*}{2}} \cdot I_{jR}$$

Z_{0j} est l'impédance de normalisation du **j^{ième}** port, c'est-à-dire l'impédance interne du générateur connecté au port **j**.

- Les relations inverses conduisent à :

$$I_{jI} = \sqrt{\frac{2}{Z_{0j} + Z_{0j}^*}} \cdot a_j \quad , \quad I_{jR} = \sqrt{\frac{2}{Z_{0j} + Z_{0j}^*}} \cdot b_j$$

- Le courant rentrant par l'accès **j** s'écrit :

$$I_j = I_{jI} - I_{jR} = \sqrt{\frac{2}{Z_{0j} + Z_{0j}^*}} \cdot (a_j - b_j)$$

- La tension présente à l'accès **j** se met sous la forme :

$$V_j = V_{jI} + V_{jR} = Z_{0j}^* \cdot I_{jI} + Z_{0j} \cdot I_{jR} = \sqrt{\frac{2}{Z_{0j} + Z_{0j}^*}} \cdot (a_j \cdot Z_{0j}^* + b_j \cdot Z_{0j})$$

- Les expressions de **I_j** et **V_j** ci-dessus nous permettent de relier les paramètres **a** et **b** à chacun des accès aux tensions et courants à ces mêmes accès :

$$a_j = \frac{V_j + Z_{0j} \cdot I_j}{\sqrt{2(Z_{0j} + Z_{0j}^*)}} \quad , \quad b_j = \frac{V_j - Z_{0j}^* \cdot I_j}{\sqrt{2(Z_{0j} + Z_{0j}^*)}}$$

Z_{0j} , l'impédance de normalisation à l'accès **j** est complexe dans le cas général.

- Si on appelle **R_{0j}** et **X_{0j}** les parties réelle et imaginaire de **Z_{0j}** , les paramètres **a** et **b** se mettent sous la forme suivante:

$$a_j = \frac{V_j + Z_{0j} I_j}{2\sqrt{R_{0j}}} \quad , \quad b_j = \frac{V_j - Z_{0j}^* I_j}{2\sqrt{R_{0j}}}$$

Remarque :

- La dimension de ces paramètres **a** et **b** est une racine carrée de puissance.
- On verra par la suite que cette formulation permet de traiter de façon extrêmement simple les problèmes de transfert de puissance dans les circuits micro-ondes.
- L'origine de la définition de **a** et **b** fait appel aux courants incident et réfléchi. On les appellera donc les ondes incidente et réfléchie.

- Si l'impédance de normalisation est purement réelle, $Z_{0j} = R_{0j}$:

$$a_j = \frac{V_j + R_{0j} I_j}{2\sqrt{R_{0j}}} \quad , \quad b_j = \frac{V_j - R_{0j} I_j}{2\sqrt{R_{0j}}}$$

- Si l'impédance de normalisation est purement réelle et commune à tous les accès, **$Z_{0j} = R_0$** :

$$a_j = \frac{V_j + R_0 I_j}{2\sqrt{R_0}} \quad , \quad b_j = \frac{V_j - R_0 I_j}{2\sqrt{R_0}}$$

c. Application à un quadripôle

- Dans le cas général, les ondes incidentes et réfléchies prennent la forme suivante :

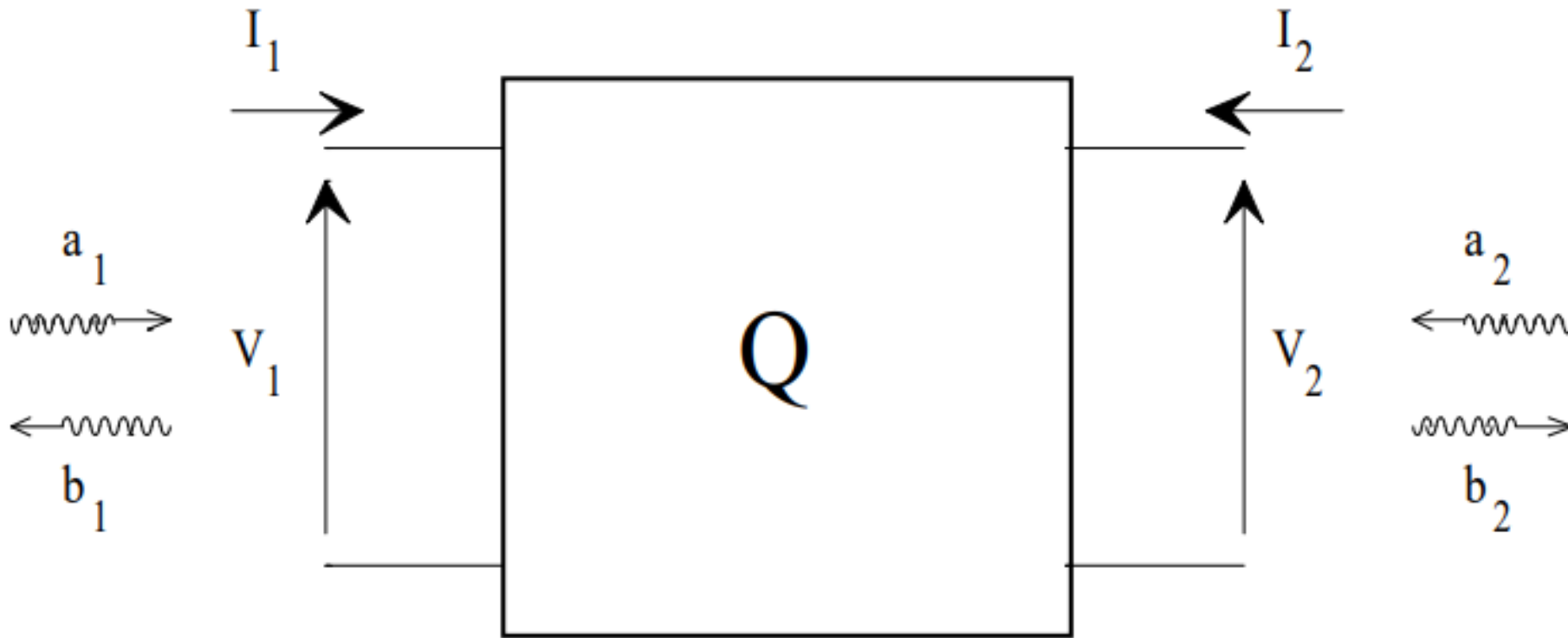
$$a_1 = \frac{V_1 + Z_1 I_1}{2\sqrt{\operatorname{Re}(Z_1)}}$$

$$b_1 = \frac{V_1 - Z_1^* I_1}{2\sqrt{\operatorname{Re}(Z_1)}}$$

$$a_2 = \frac{V_2 + Z_2 I_2}{2\sqrt{\operatorname{Re}(Z_2)}}$$

$$b_2 = \frac{V_2 - Z_2^* I_2}{2\sqrt{\operatorname{Re}(Z_2)}}$$

\mathbf{Z}_1 et \mathbf{Z}_2 sont les impédances de normalisation aux accès 1 et 2.



$\Rightarrow \mathbf{a}_1$ et \mathbf{b}_1 sont les ondes incidente et réfléchiée à l'accès 1

$\Rightarrow \mathbf{a}_2$ et \mathbf{b}_2 sont les ondes incidente et réfléchiée à l'accès 2

- Pour un quadripôle possédant une impédance de normalisation purement résistive et commune aux 2 accès, on écrira :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{V_1 + R_0 I_1}{2\sqrt{R_0}} & a_2 &= \frac{V_2 + R_0 I_2}{2\sqrt{R_0}} \\ b_1 &= \frac{V_1 - R_0 I_1}{2\sqrt{R_0}} & b_2 &= \frac{V_2 - R_0 I_2}{2\sqrt{R_0}} \end{aligned}$$

NB: Aux fréquences micro-ondes, R_0 est très souvent prise égale à 50 ohms.

- Les paramètres **S** relient entre elles les ondes incidentes et réfléchies.
- Pour un quadripôle :

$$b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2$$

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2$$

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \text{ lorsque } a_2 = 0$$

C'est le rapport de l'onde réfléchie sur l'onde incidente à l'entrée du quadripôle lorsque l'onde incidente à l'accès 2 est nulle.

- D'un point de vue terminologie le rapport d'une onde réfléchie à une onde incidente s'appelle un coefficient de réflexion.
- C'est la **fraction d'énergie réfléchie** par le quadripôle dont on comprend bien qu'elle devra être minimisée pour favoriser le transfert du signal à la sortie du quadripôle.

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \quad \text{lorsque } a_1 = 0$$

C'est le «gain» inverse du quadripôle lorsque l'onde incidente à l'accès 1 est nulle.

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \quad \text{lorsque } a_2 = 0$$

C'est le «gain» direct du quadripôle lorsque l'onde incidente à l'accès 2 est nulle.

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \quad \text{lorsque } a_1 = 0$$

C'est le coefficient de réflexion à la sortie du quadripôle lorsque l'onde incidente à l'accès 1 est nulle.

- La mesure des paramètres **S** nécessite donc d'annuler tour à tour, non pas des tensions et des courants comme pour les paramètres descriptifs classiques mais des ondes incidentes.
- La nullité des ondes **a₁** ou **a₂** se traduit par :

$$a_1 = 0 \Leftrightarrow V_1 = -R_0 I_1$$

$$a_2 = 0 \Leftrightarrow V_2 = -R_0 I_2$$

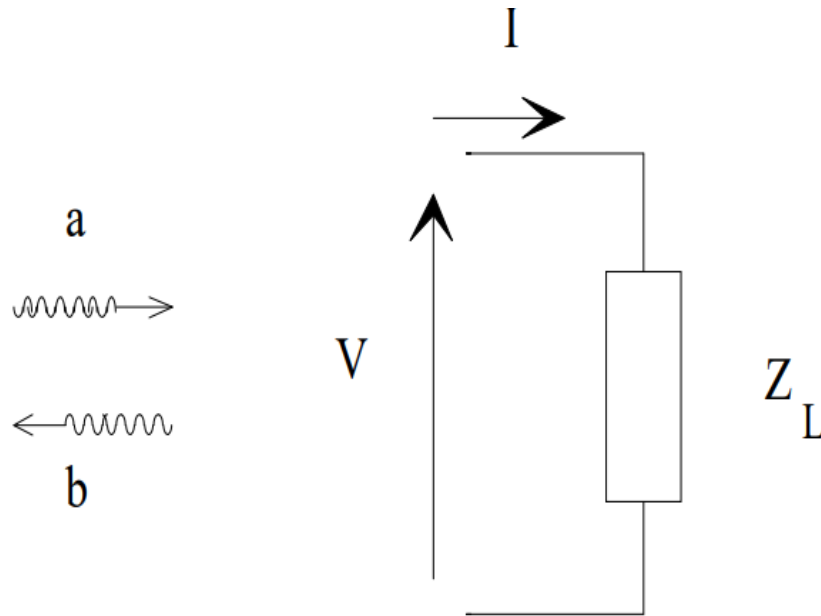
- Dans le cas général, on aura :

$$a_j = 0 \Leftrightarrow V_j = -Z_{0j} \cdot I_j$$

Ces conditions sont réalisées lorsque l'accès considéré est chargé par son impédance de normalisation ce qui évite d'utiliser des références en circuit ouvert ou en court-circuit.

d. Coefficient de réflexion

- Dans le domaine tension-courant un dipôle est caractérisé par son impédance **Z** (**rapport entre tension et courant**).
- Son équivalent dans le formalisme des paramètres **S** s'appelle le coefficient de réflexion **Γ** (**rapport entre onde réfléchie et onde incidente**).



- Le passage entre les deux domaines est immédiat :

$$a = \frac{V + Z_0 I}{2\sqrt{R_0}} \qquad b = \frac{V - Z_0^* I}{2\sqrt{R_0}}$$

$$\Gamma = \frac{b}{a} = \frac{V - Z_0^* I}{V + Z_0 I} = \frac{Z_L - Z_0^*}{Z_L + Z_0}$$

Le coefficient de réflexion quantifie en amplitude et en phase l'énergie réfléchie par le dipôle.

- Il existe un autre formalisme, issu de la théorie des lignes de transmission, permettant de mesurer l'énergie réfléchie : **le Taux d'Onde Stationnaire.**
- Cependant, celui-ci ne donne aucune indication sur la phase de signal réfléchi.

$$\text{TOS} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

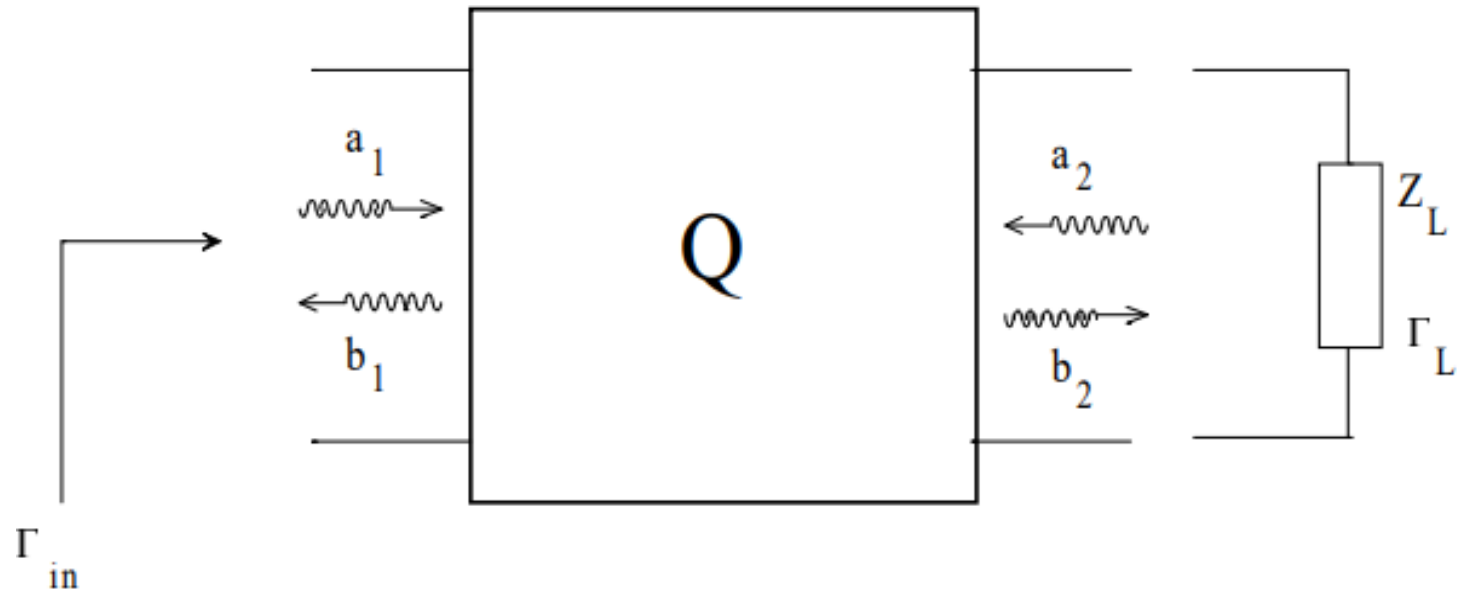
- Pour un quadripôle caractérisé par ses paramètres **S** et chargé par un coefficient de réflexion Γ_L , le coefficient de réflexion à l'entrée s'écrit :

$$\Gamma_{\text{in}} = \frac{b_1}{a_1} \text{ avec } \Gamma_L = \frac{b_2}{a_2}$$

- On utilise la définition des paramètres S

$$b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2$$

$$b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2$$



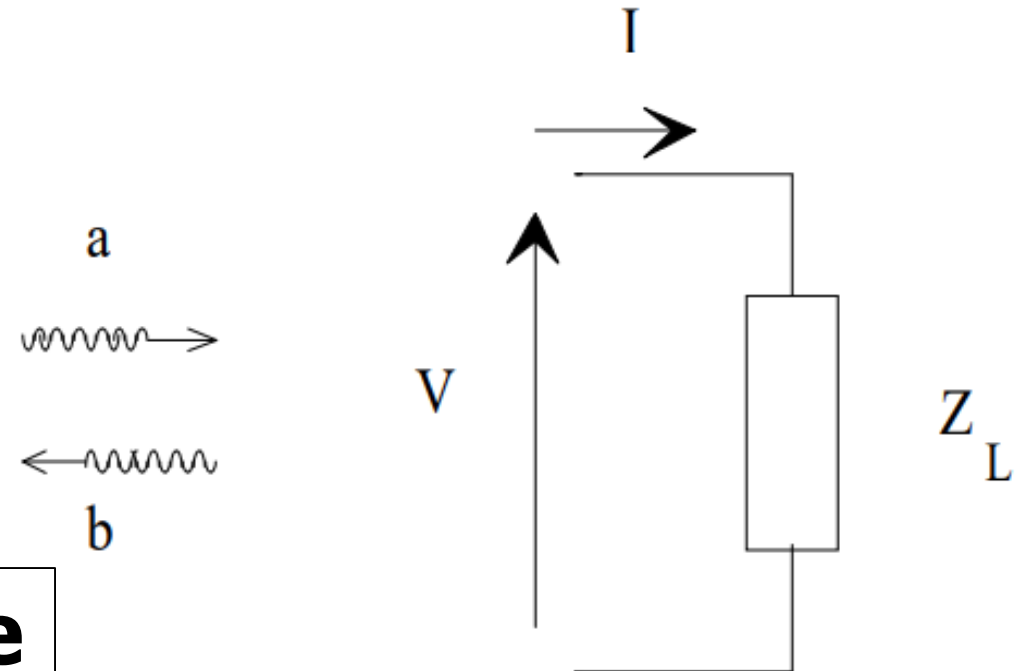
- Une charge sera dite adaptée si elle ne réfléchit aucune puissance (Γ_0).
- Dans le cas où l'impédance de charge Γ_L est égale à l'impédance de normalisation, le coefficient de réflexion à l'entrée d'un quadripôle chargé est égal à **S_{11}** .
- Sinon, un terme correctif tient compte des réflexions en sortie.

e. Notion de puissance

Le dipôle

- Dans le domaine tension-courant, lorsque la tension et le courant sont exprimés en valeur crête, la puissance délivrée à un dipôle s'écrit :

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(V \cdot I^*)$$



Puissance délivrée à un dipôle

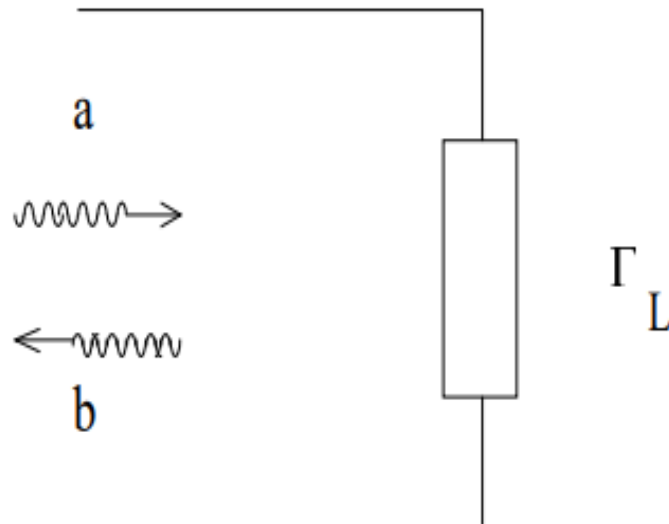
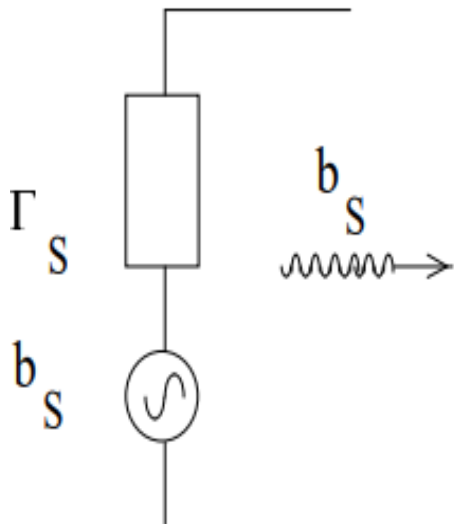
- Dans le formalisme d'onde, la puissance délivrée se met sous la forme :

$$P = \frac{1}{2} \left(|a|^2 - |b|^2 \right)$$

Cette relation s'interprète de la façon suivante: la puissance dissipée par un dipôle est égale à la différence entre la puissance incidente et la puissance réfléchie par ce dipôle.

Le générateur

- Le générateur de puissance a pour vocation de délivrer une onde entretenue d'amplitude constante et indépendante de la charge connectée à ses bornes.
- Dans le cas général, un générateur est représenté par :



Générateur chargé

- L'onde incidente **a** est la somme de l'onde directe **b_s** délivrée par le générateur et de l'onde **b** réfléchie sur l'impédance interne du générateur

$$a = b_s + \Gamma_s b = b_s + \Gamma_s \Gamma_L a$$

- Si l'une des charges **Γ_L** ou **Γ_s** est adaptée, l'onde réfléchie **$b \cdot \Gamma_s$** n'existe pas et la seule énergie délivrée à la charge est celle fournie par le générateur.

- La puissance disponible d'un générateur est la puissance maximale qu'il peut délivrer si la charge est choisie de façon optimale (elle doit être conjuguée de l'impédance interne du générateur).

$$\Gamma_S = \Gamma_L^*$$

- Cette condition de transfert maximum de puissance s'écrit :

$$Z_S = Z_L^*$$

- L'onde b réfléchiée par la charge se met sous la forme :

$$\mathbf{b} = \Gamma \mathbf{a}$$

- On en déduit l'expression de l'onde directe a :

$$a = \frac{b_s}{1 - \Gamma_s \Gamma_L}$$

- Si la condition de transfert maximum de puissance est satisfaite, l'onde directe devient :

$$a = \frac{b_s}{1 - |\Gamma_s|^2}$$

- La puissance délivrée par le générateur à la charge s'écrit alors

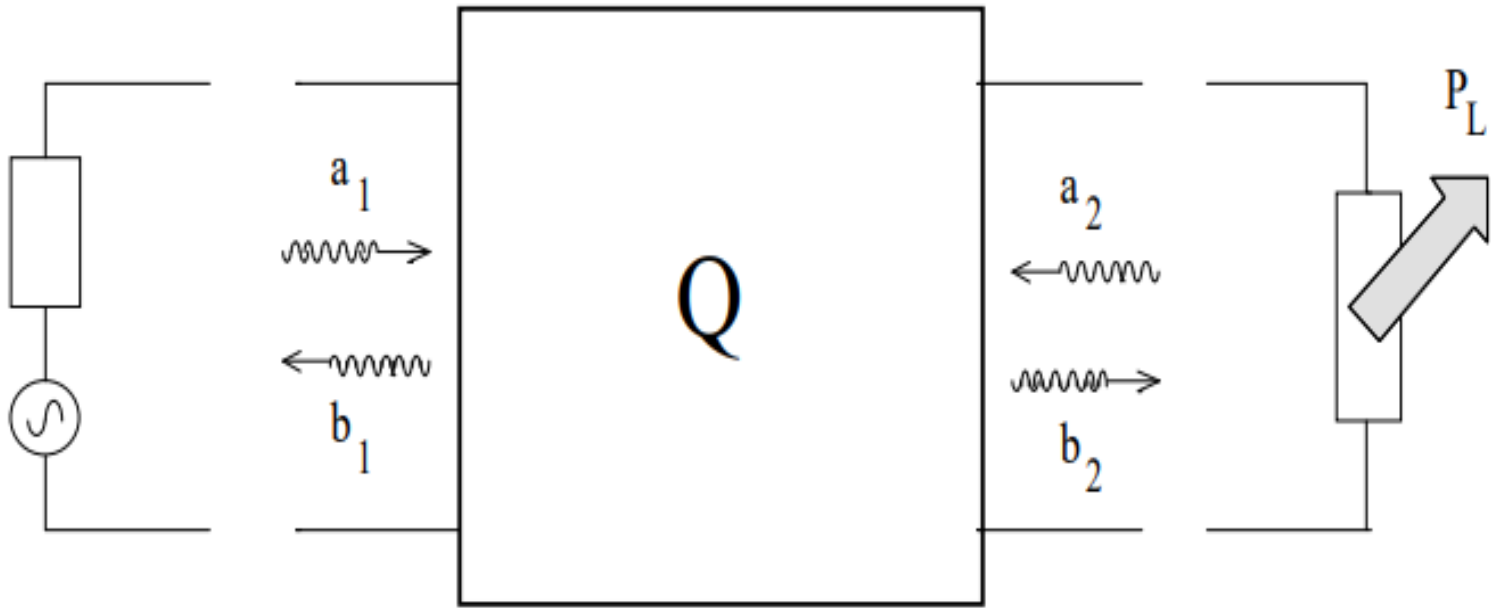
$$P_{av} = \frac{1}{2} \left(|a|^2 - |b|^2 \right) = \frac{1}{2} |a|^2 \left(1 - |\Gamma_L|^2 \right) = \frac{1}{2} \frac{|b_s|^2}{1 - |\Gamma_s|^2}$$

- Dans le domaine tension courant, cette condition s'écrit :

$$P_{av} = \frac{|V_s|^2}{8R_s}$$

Pertes d'insertion

- Les pertes d'insertion d'un quadripôle se définissent comme le rapport de la puissance délivrée à la charge P_L sur la puissance disponible du générateur P_{av} .



**Pertes d'insertion
d'un quadripôle**

- La puissance délivrée à la charge s'écrit :

$$P_L = \frac{1}{2} \left(|b_2|^2 - |a_2|^2 \right)$$

- Dans le cas particulier où la charge est l'impédance de référence ($\Gamma_L = \mathbf{0}$)

$$P_L = \frac{1}{2} |b_2|^2$$

- Egalement dans le cas particulier où l'impédance interne du générateur est égale à l'impédance de référence ($\Gamma_s = \mathbf{0}$), la puissance disponible du générateur s'écrit :

$$P_{av} = \frac{1}{2} |a_1|^2$$

- Les pertes d'insertion d'un quadripôle inséré entre deux impédances égales à l'impédance de normalisation s'écrivent :

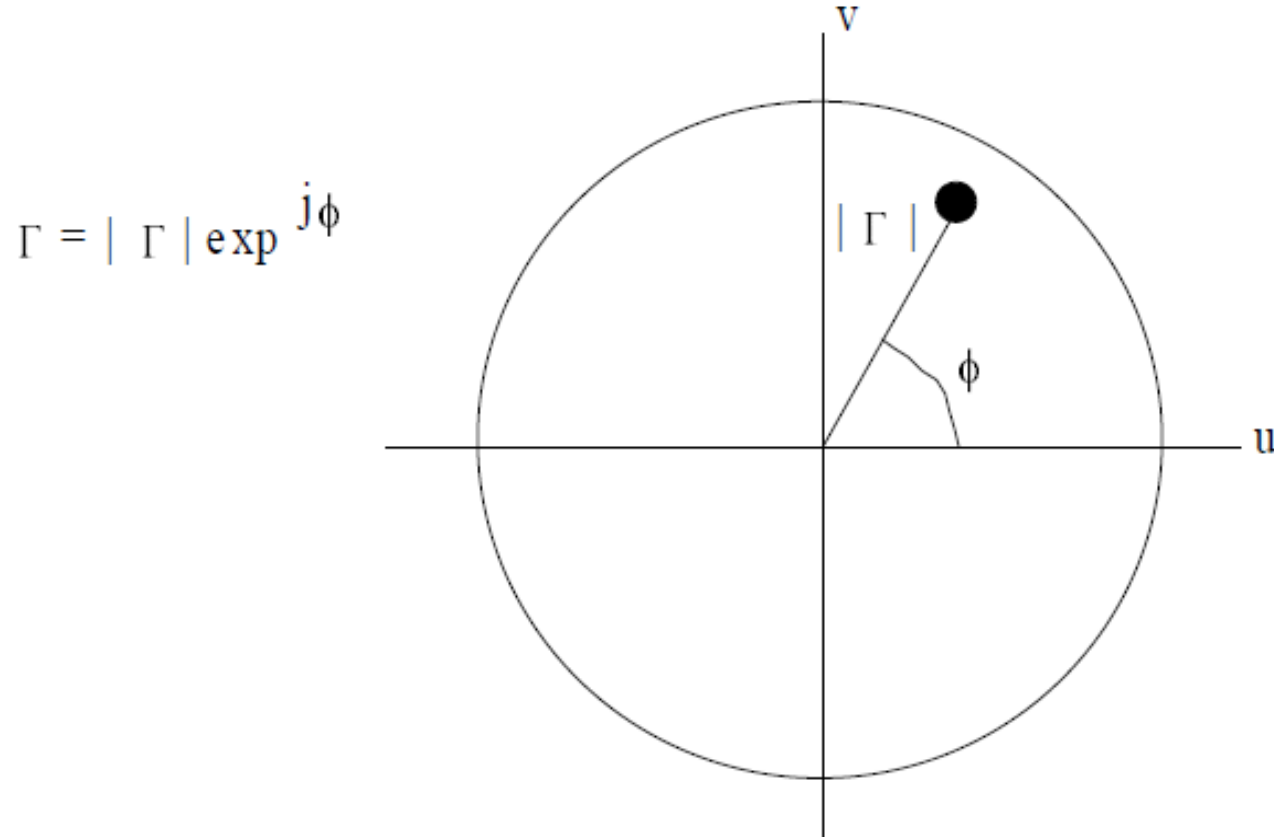
$$IL \text{ (Insertion Loss)} = \left| \frac{b_2}{a_1} \right|^2 = |S_{21}|^2$$

2.4. Abaque de Smith et adaptation

2.4.1. Abaque de Smith : (au point arrêté GpB)

- L'abaque de Smith est un outil graphique développé par un ingénieur des Laboratoires Bell (Bell Labs) permettant, entre autre, de réaliser rapidement le **passage du domaine d'onde au domaine tension-courant** de façon rapide et efficace.
- L'abaque de Smith représente le coefficient de réflexion tracé en format polaire (**module** et **phase**).

- Les **coefficients de réflexion** des circuits passifs seront donc inscrits dans un disque de rayon unitaire correspondant à la réflexion totale ($|\Gamma| = 1$).



Plan des impédances complexes

Pour une conversion facile vers le domaine des impédances, les contours à partie réelle constante et à partie imaginaire constante sont superposés à cette représentation polaire

- Dans le système de coordonnées cartésiennes, le **coefficient de réflexion** s'écrit:

$$\Gamma = u + jv$$

- La relation entre le **coefficient de réflexion** Γ et son **impédance normalisée** associée est connue :

$$\Gamma = u + jv = \frac{Z-1}{Z+1} = \frac{(r+jx)-1}{(r+jx)+1} = \frac{r^2+x^2-1}{(r+1)^2+x^2} + j \frac{2x}{(r+1)^2+x^2}$$

- En utilisant r et x comme paramètres, on obtient les relations suivantes :

$$\left(u - \frac{r}{r+1}\right)^2 + v^2 = \frac{1}{(r+1)^2}$$

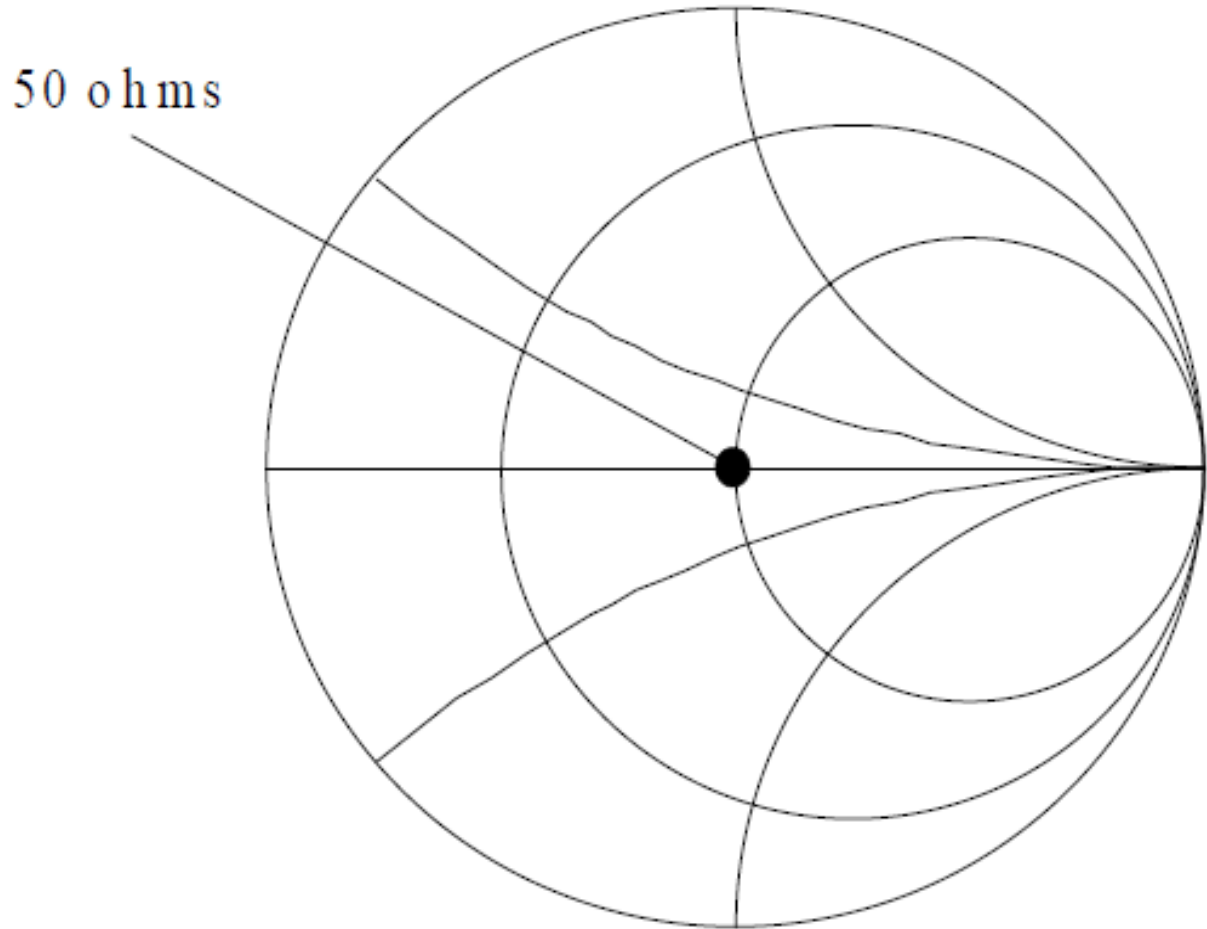
Equation qui représente les cercles à partie réelle d'impédance constante.

$$(u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$$

Equation qui représente les cercles à partie imaginaire d'impédance constante (dans le second cas).

- Ainsi le lieu des points à partie réelle r constante est un cercle de centre $(r/(r + 1); 0)$ et de rayon $1/(r + 1)$.
- De même le lieu des points à partie imaginaire x constante est un cercle de centre $(1; 1/x)$ et de rayon $1/x$.
- L'abaque de Smith est donc constitué de l'ensemble (figure donnée aux étudiants) :
 - ✓ des cercles à partie réelle d'impédance constante ($0 < r < \infty$).
 - ✓ des cercles à partie imaginaire d'impédance constante intersectant le disque unitaire.

a. Pour une charge résistive de 50 ohms



Le coefficient de réflexion associé à la charge résistive de 50 ohms est nul.

b. Pour une charge capacitive

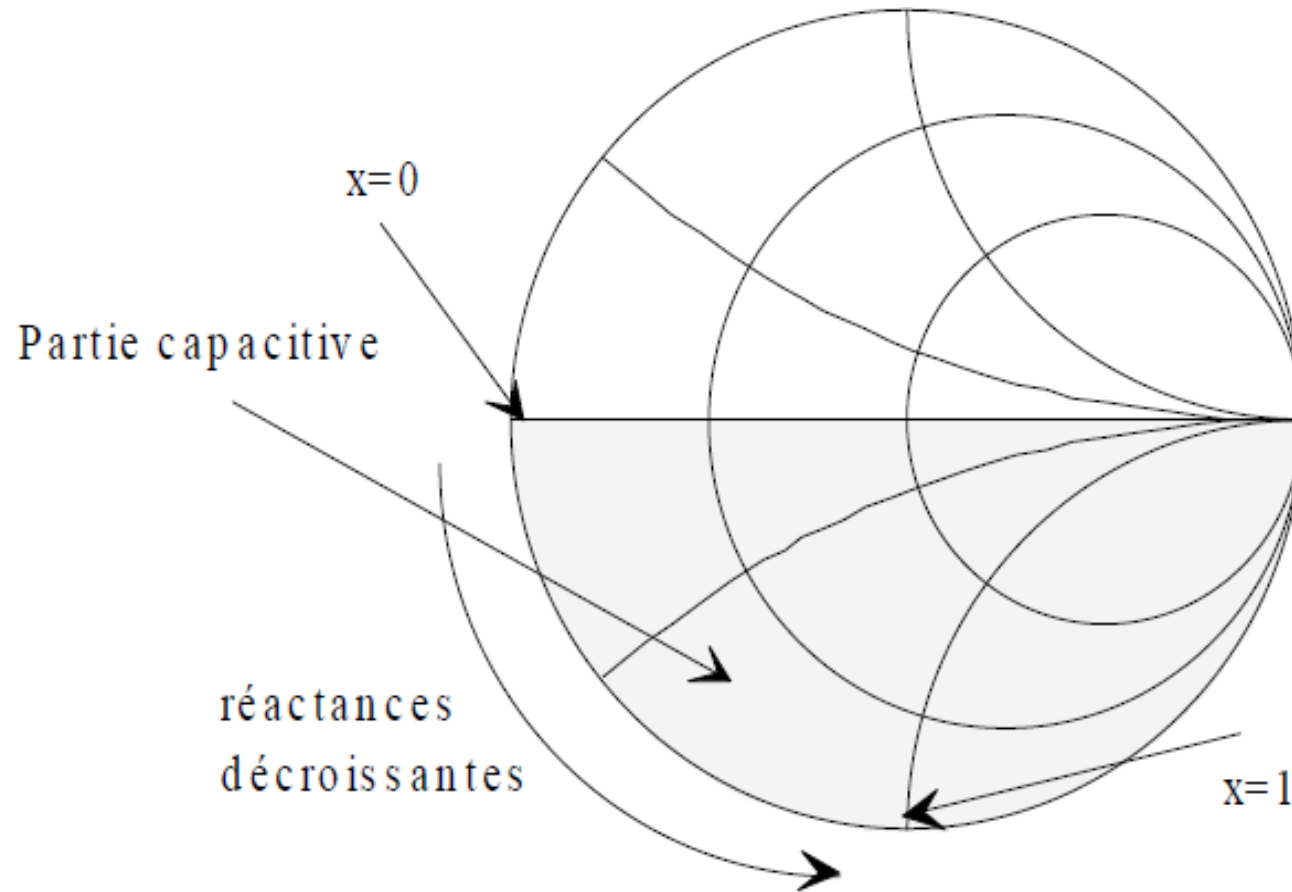
- La partie imaginaire du coefficient de réflexion d'une charge capacitive est toujours négative ($V < 0$) puisque la réactance x est négative.
- Son point représentatif se situe donc dans la partie inférieure de l'abaque de Smith.
- Si elle est sans perte, elle est placée sur le cercle extérieur ($|\Gamma| = 1$ si $r = 0$).

- La partie réelle **u** du coefficient de réflexion peut se mettre sous la forme suivante:

$$u = 1 - \frac{r^2 + 2}{(r + 1)^2 + x^2}$$

- On voit que **u** tend vers **1** si la réactance x devient de plus en négative.

- Le déplacement vers les réactances décroissantes est indiqué sur la figure suivante.

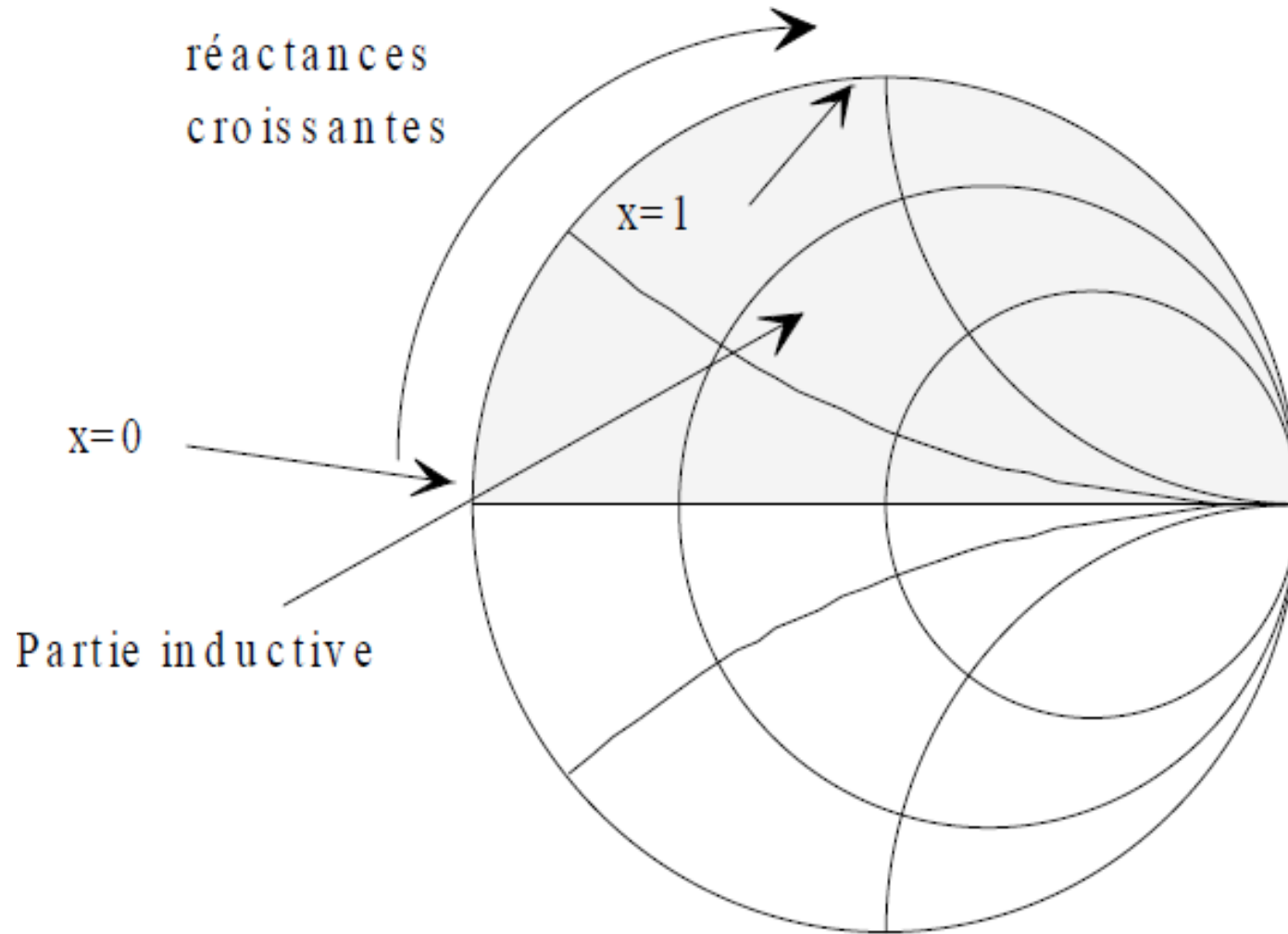


**Lieu des charges
capacitives**

c. Pour une charge inductive

- Avec un raisonnement similaire à celui utilisé pour la capacité, on peut dire que la charge inductive se situe dans la partie supérieure de l'abaque (réactance positive).
- Si elle est sans perte, elle est placée sur le cercle extérieur.
- **u** tend vers **1** si la réactance **x** devient de plus en plus positive.

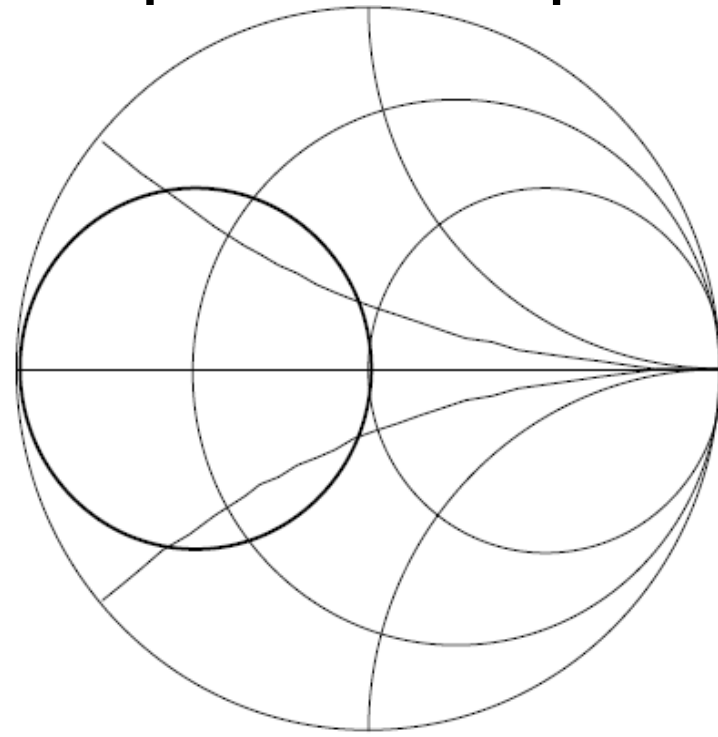
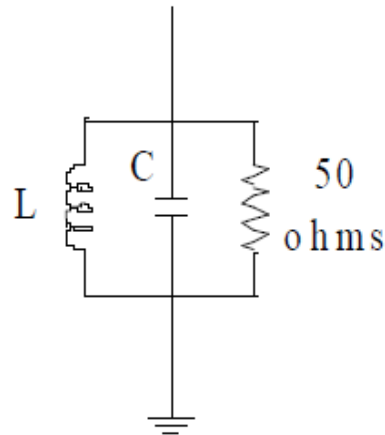
- Le déplacement vers les réactances croissantes est indiqué sur la figure correspondante.



Lieu des charges inductives

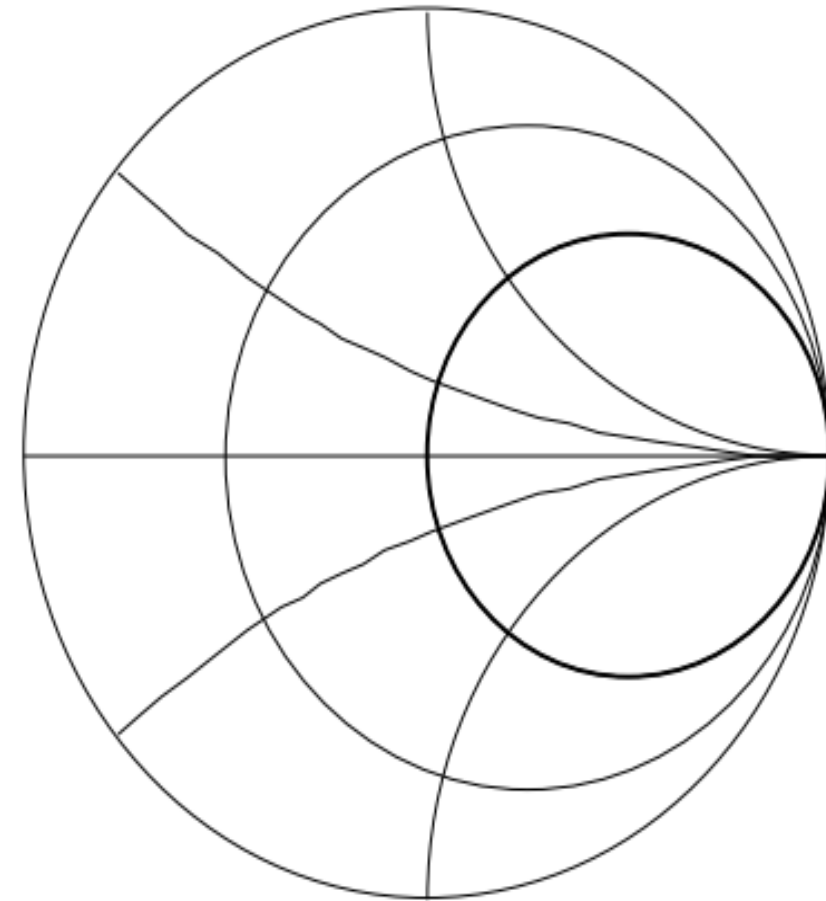
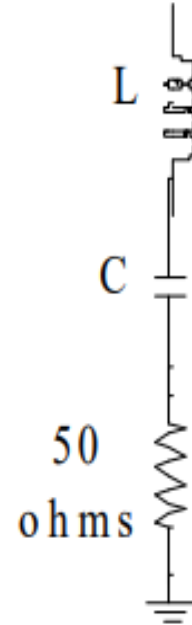
d. Le circuit résonant parallèle

- Aux fréquences basses le circuit est plutôt inductif, devient purement résistif à la résonance (les susceptances s'annulent et l'admittance équivalente vaut 0.02 siemens) puis possède un comportement de plus en plus capacitif lorsque la fréquence augmente.



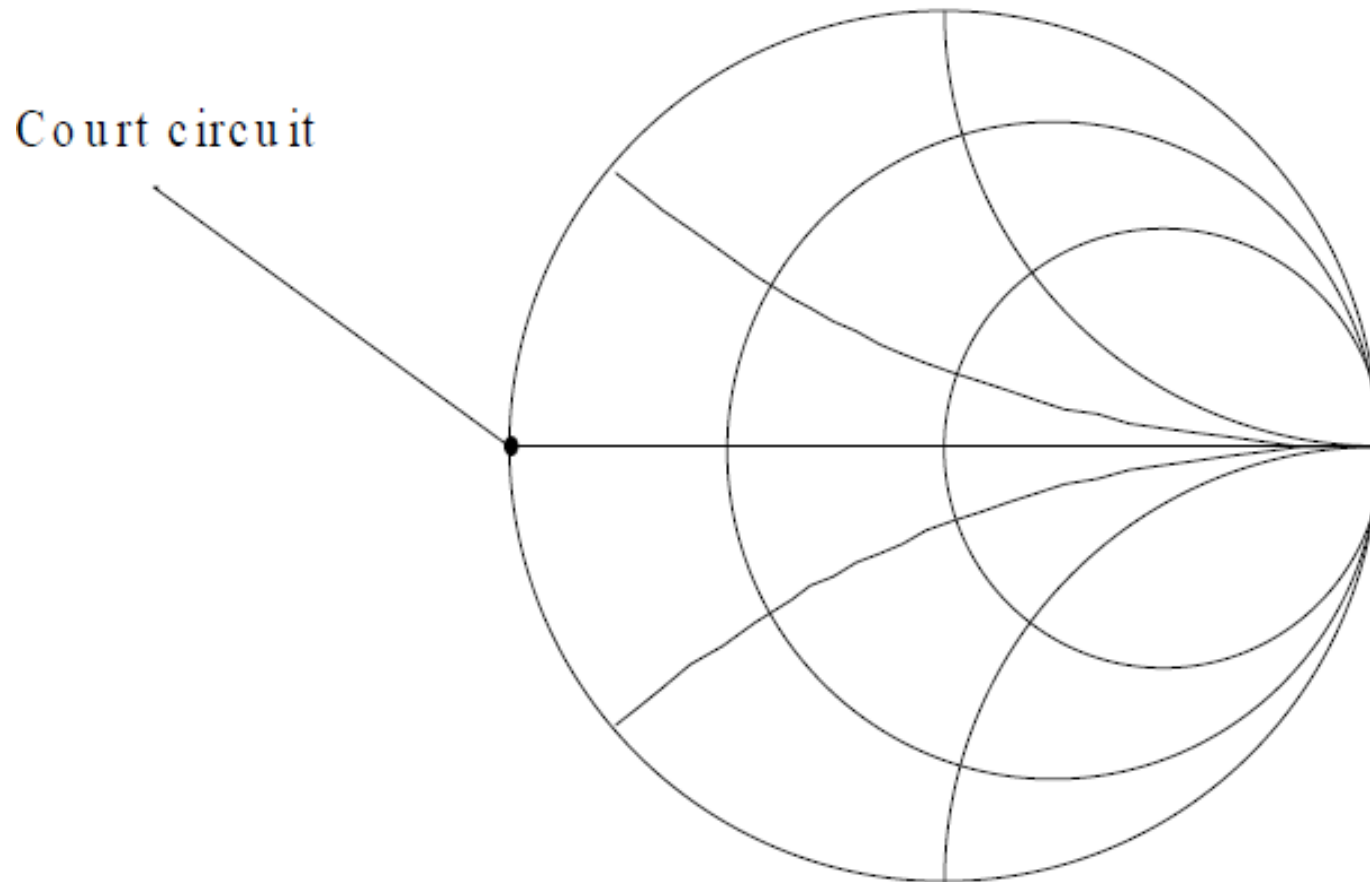
e. Le circuit résonnant série

- Aux **fréquences basses** le circuit est plutôt **capacitif**, devient purement **résistif à la résonance** (les réactances s'annulent et l'impédance équivalente vaut 50 ohms) puis possède **un comportement de plus en plus inductif** lorsque la fréquence augmente.



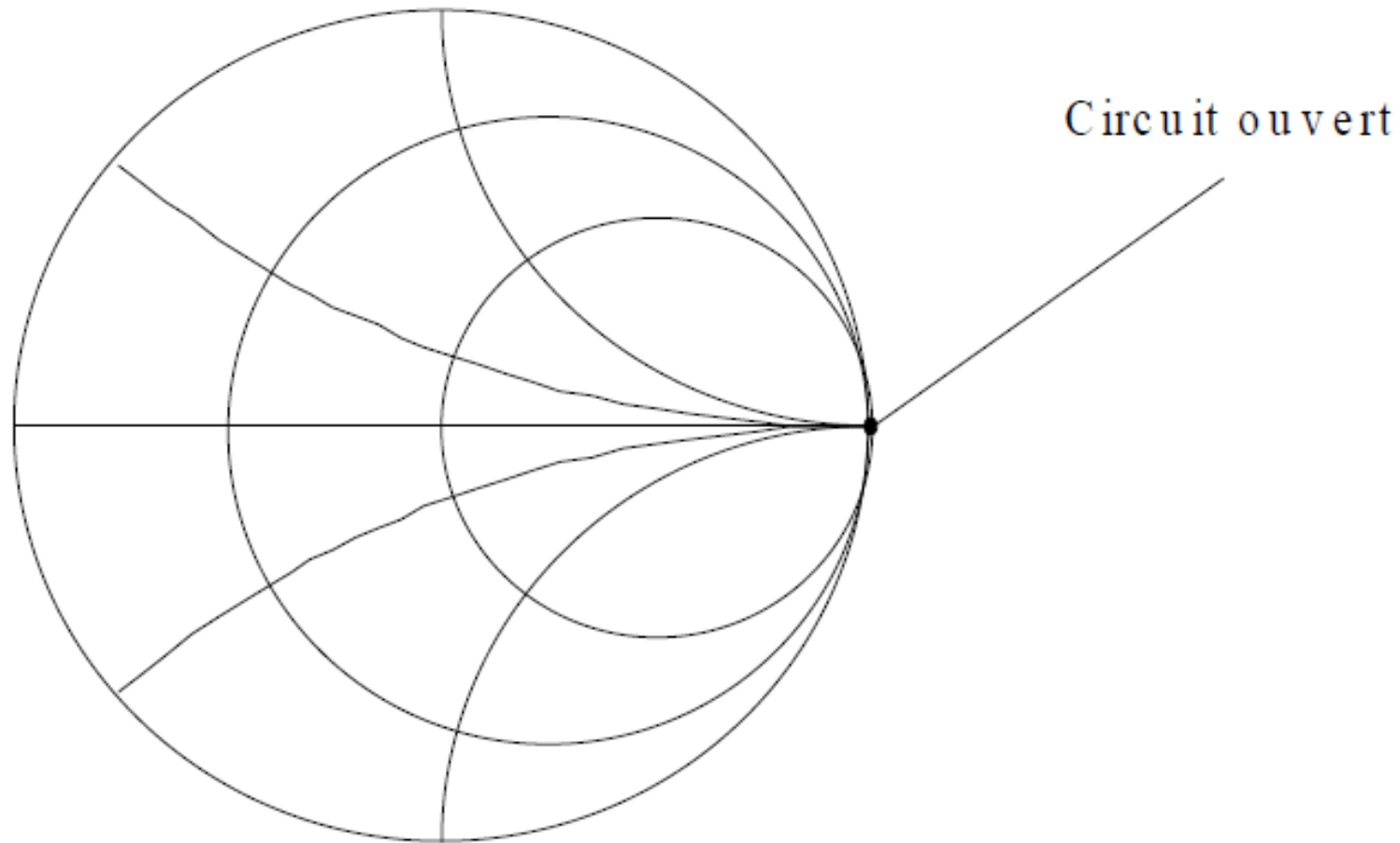
f. Le court-circuit

- La résistance r et la réactance x s'annulent simultanément.
Le coefficient de réflexion vaut alors **-1**.



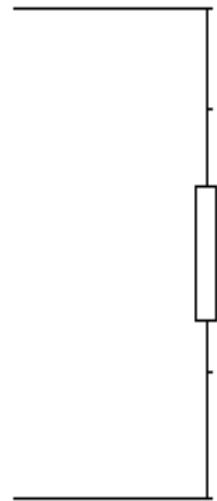
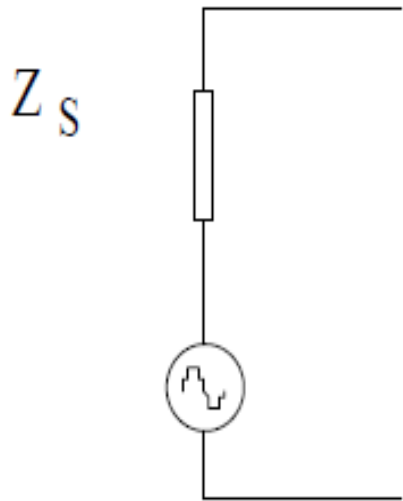
g. Le circuit ouvert

- La résistance r et la réactance x tendent simultanément vers l'infini. Le coefficient de réflexion vaut alors **1**.



2.4.2. Adaptation des circuits

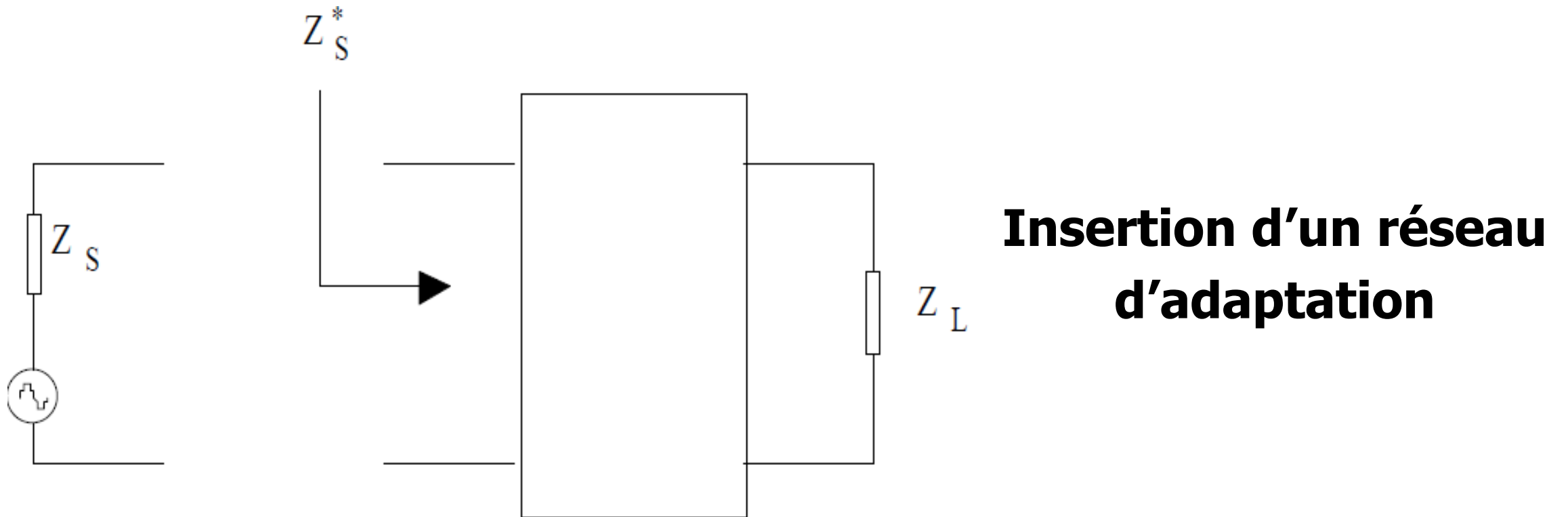
- Si on considère un générateur d'impédance complexe quelconque \mathbf{Z}_S connecté à une charge d'impédance complexe également quelconque \mathbf{Z}_L , on peut montrer que le transfert optimum de puissance intervient lorsque $\mathbf{Z}_S = \mathbf{Z}_L^*$



$$Z_L = Z_S^*$$

Adaptation d'une charge complexe

- Si les deux impédances ne sont pas conjuguées l'une de l'autre, on peut insérer **un réseau d'adaptation** de façon à ce que l'impédance qui charge effectivement le générateur soit bien le conjugué de son impédance interne.



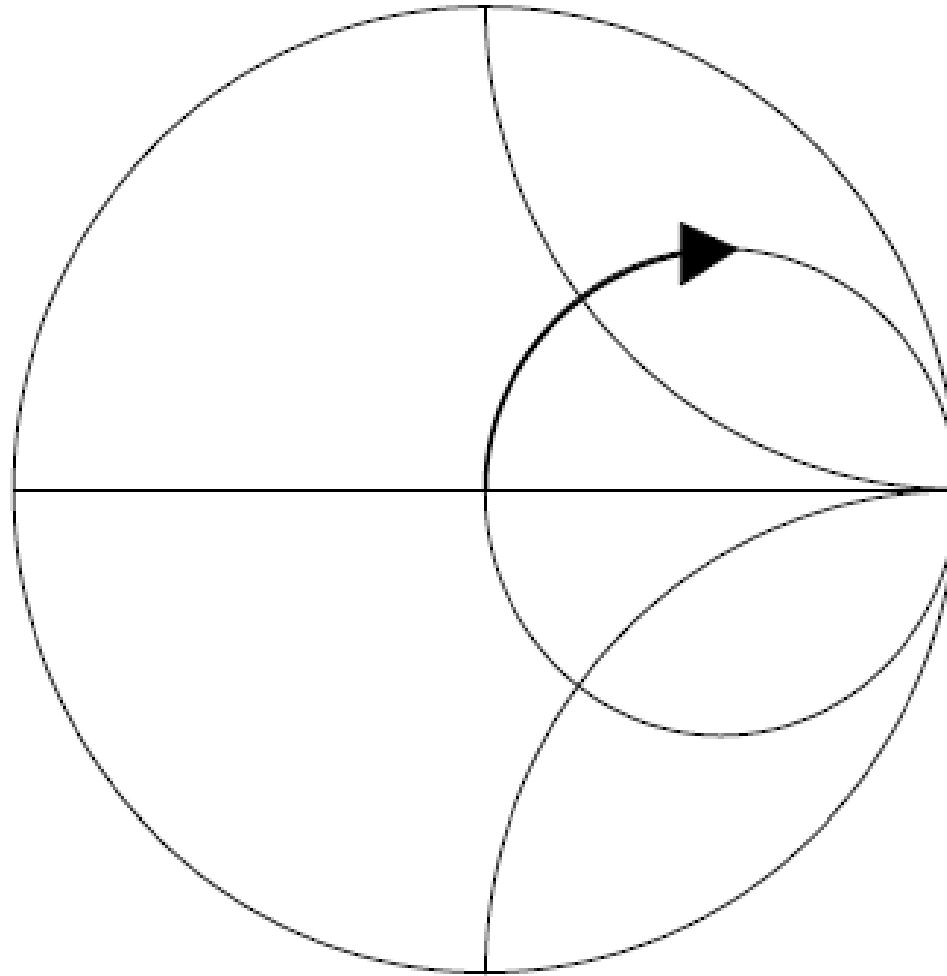
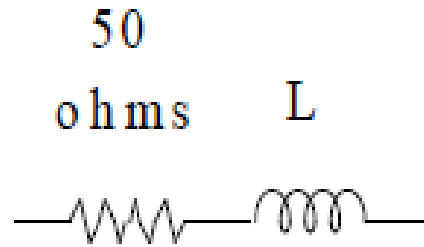
- Les réseaux d'adaptation sont constitués d'éléments passifs discrets ou distribués selon la technologie utilisée et la fréquence de travail.
- On peut toutefois trouver des circuits adaptations actifs à **base de transistors**. C'est une solution couramment retenue dans les circuits intégrés micro-ondes large bande.

NB: Rigoureusement, l'adaptation conjuguée de deux impédances n'est réalisable qu'en un seul point de fréquence. Dès que la bande dépasse 10 à 20% de la fréquence centrale, il s'agit de réaliser un compromis sur la bande de travail.

2.4.3. L'adaptation d'impédance

L'inductance série

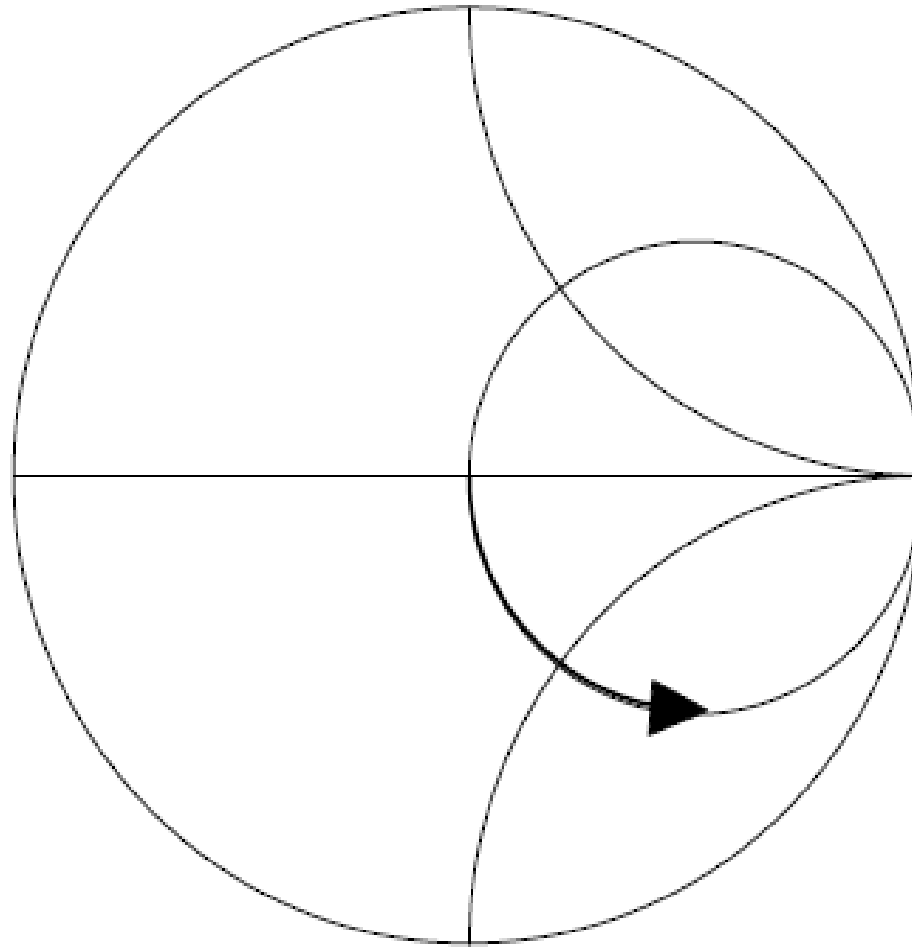
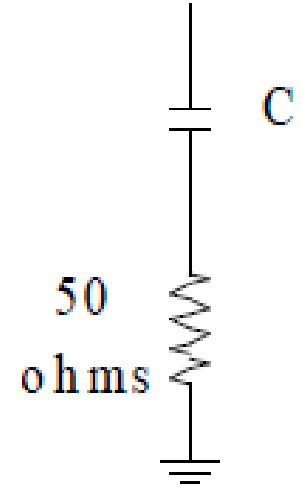
- Ajouter une partie **inductive** à une impédance revient à augmenter la **réactance de celle-ci sans changer sa résistance**.
- Lorsque l'inductance **L** augmente, on se déplace dans le sens de la flèche indiquée sur la figure ci-dessous.



Ajout d'une inductance série

La capacité série

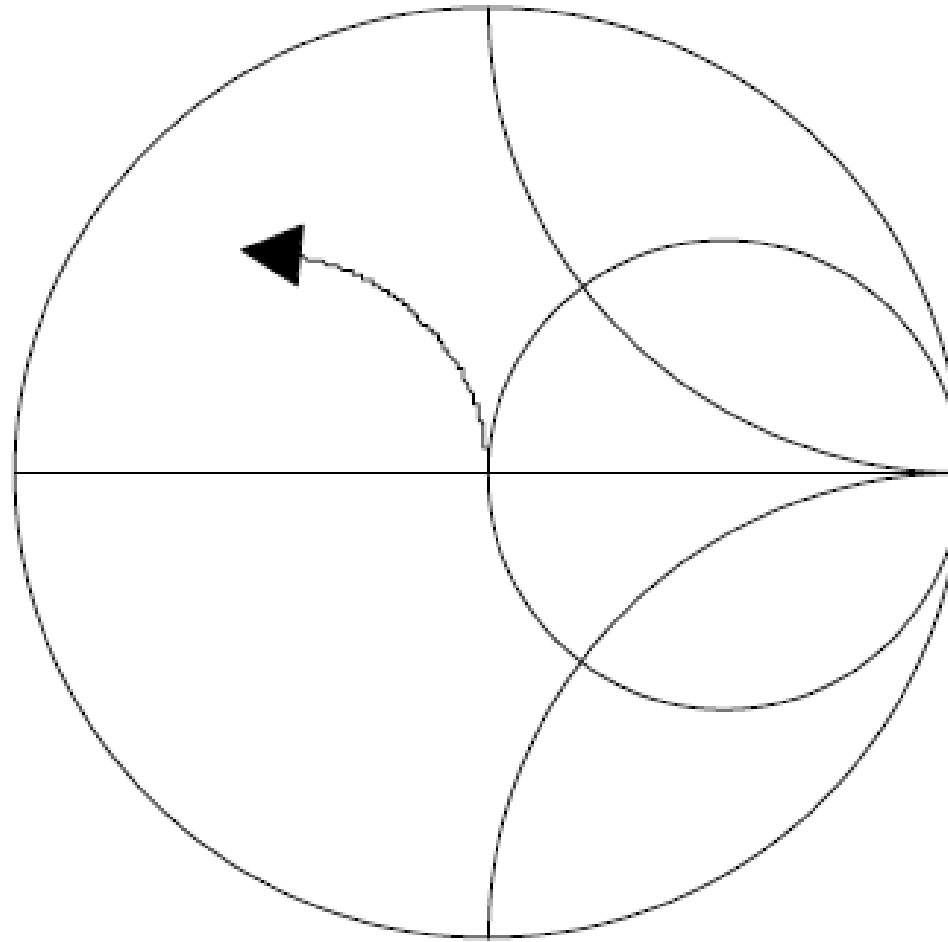
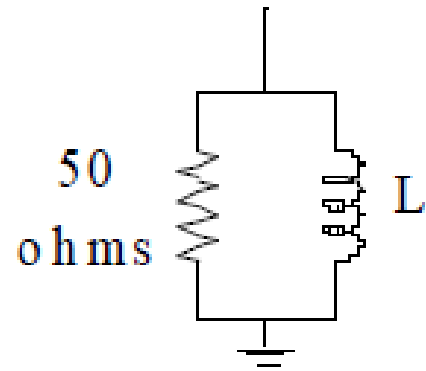
- Ajouter une partie **capacitive** à une impédance revient à diminuer la **réactance de celle-ci sans changer sa résistance**.
- Lorsque la capacité **C** diminue, on se déplace dans le sens de la flèche indiquée sur la figure ci-dessous.



Ajout d'une capacité série

L'inductance parallèle

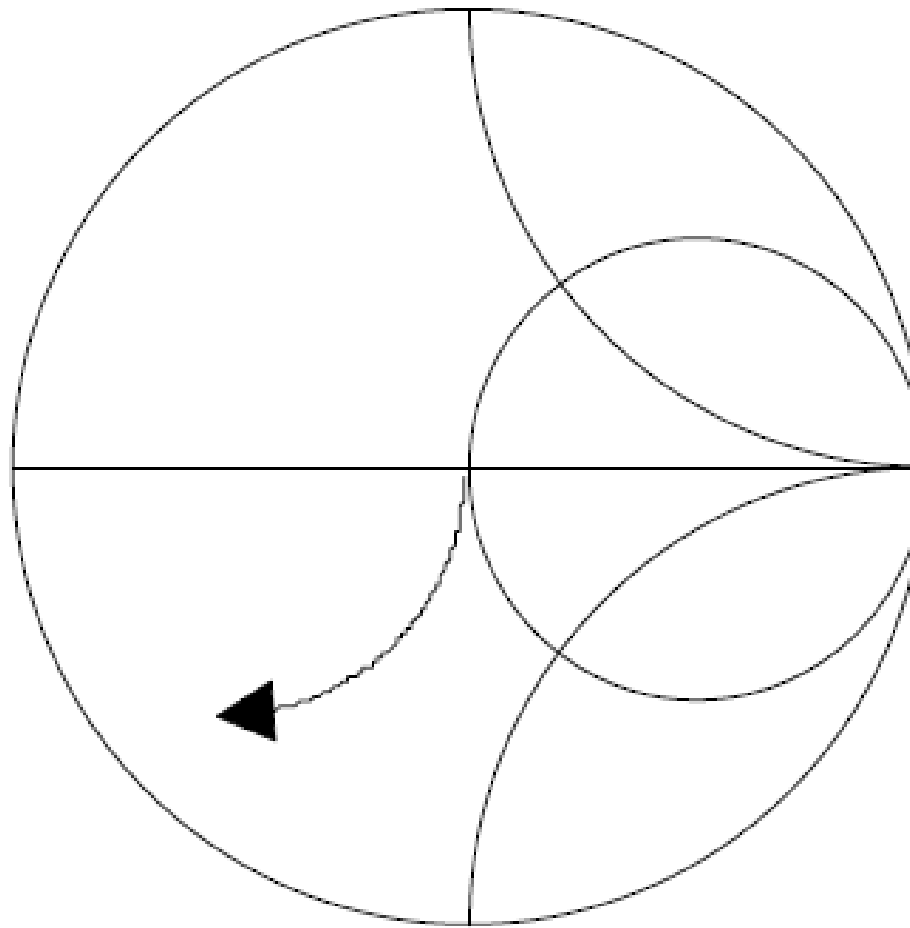
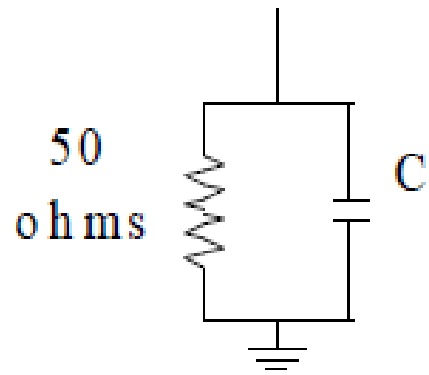
- Ajouter une partie **inductive** à une **admittance** revient à diminuer **la susceptance de celle-ci sans changer sa conductance**.
- Lorsque l'inductance **L** diminue, on se déplace dans le sens de la flèche indiquée sur la figure ci-dessous.



Ajout d'une inductance parallèle

La capacité parallèle

- Ajouter une partie **capacitive** à une **admittance** revient à augmenter la **susceptance de celle-ci sans changer sa conductance**.
- Lorsque la capacité **C** augmente, on se déplace dans le sens de la flèche indiquée sur la figure ci-dessous.

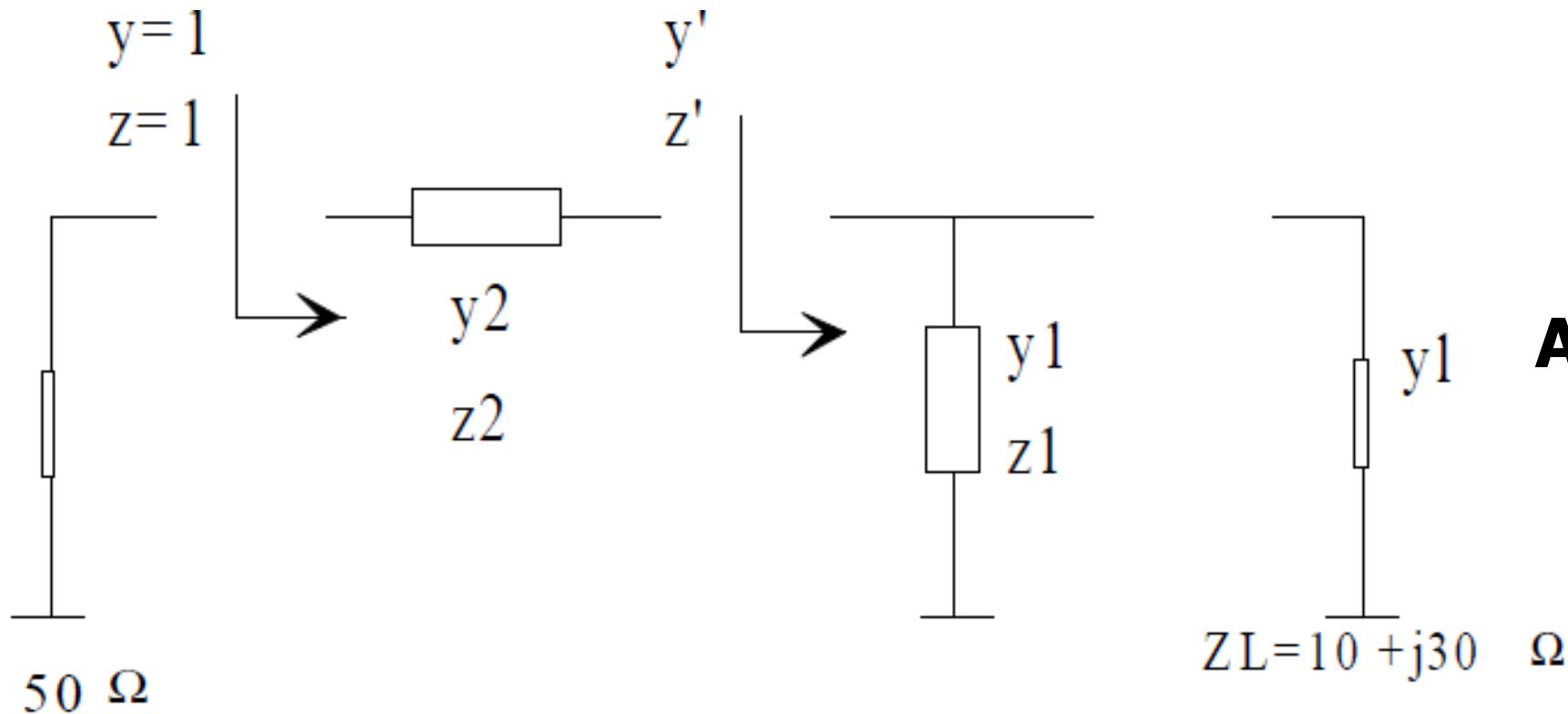


Ajout d'une capacité parallèle

(au point arrêté Gp A)

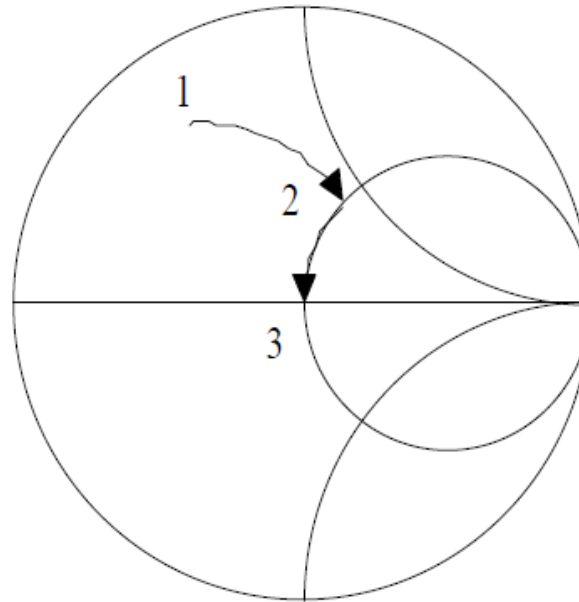
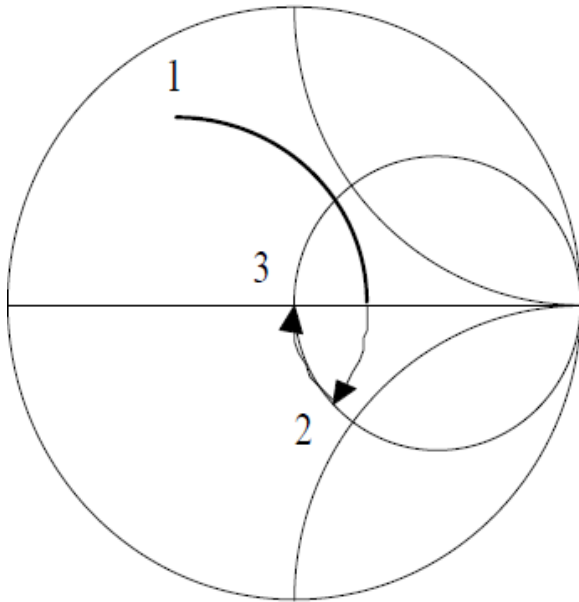
Exemple

On souhaite réaliser l'adaptation d'un dispositif d'impédance **$10\Omega + j30\Omega$** à un générateur d'impédance interne **50Ω** .



Adaptation d'une charge

- (1) On place le point représentatif de l'impédance normalisée sur l'abaque de Smith.
- (2) On ajoute une capacité parallèle de valeur telle que l'impédance équivalente présente une partie réelle égale à 1 (**50Ω**)
- (3) On compense la partie réactive résiduelle avec une inductance série ou une capacité série.



**Parcours sur
l'abaque de Smith**

- Si on ne dispose pas d'un double abaque de Smith, il faut effectuer des transitions entre les domaines impédance et admittance.
- Les étapes sont alors les suivantes :
 - ✓ On normalise **$Z_L = 10\Omega + j30\Omega$** par rapport à **$50\Omega$**
 - ✓ On place l'impédance normalisée **z** sur l'abaque de Smith
 $z = 0.2 + j0.6$
 - ✓ On en déduit la valeur de l'admittance équivalente par symétrie par rapport à l'origine **$y = 0.5 - j1.5$**

✓ \mathbf{z}' doit être de la forme $\mathbf{z}' = \mathbf{1} + \mathbf{j} ()$. Il existe deux valeurs de \mathbf{y}_1 satisfaisant cette condition :

$$y_1 = +j$$

$$y_1' = +2j$$

✓ Ces deux valeurs conduisent après passage en impédance à

$$z' = 1 + j$$

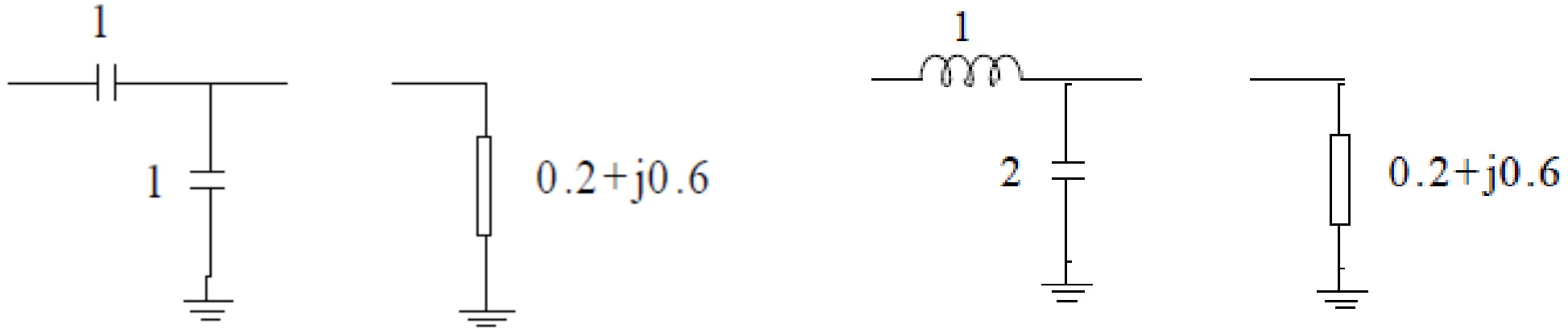
$$z' = 1 - j$$

✓ La partie imaginaire est compensée par l'impédance \mathbf{z}_2 qui prend elle aussi deux valeurs

$$Z_2 = -j$$

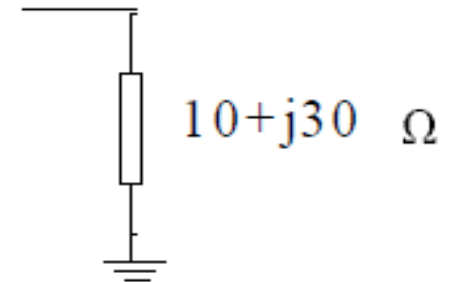
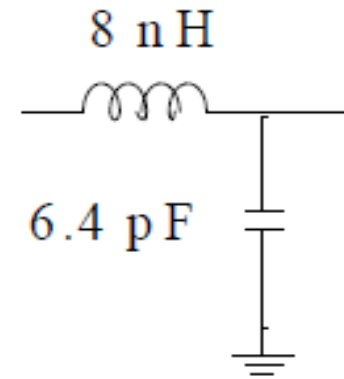
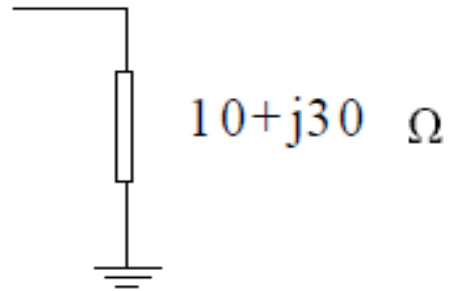
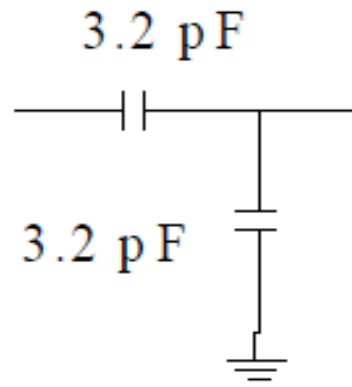
$$Z_2' = +j$$

✓ En conséquence, les deux solutions suivantes sont possibles :



Solutions normalisées par rapport à 50 ohms

- Si on dénormalise ces deux circuits par rapport à 50 ohms et 1GHz, on obtient :



Chapitre 3:

Ondes et polarisation

3.1. Présentation des milieux stratifiés et de leurs applications

- Dans un milieu **infini, linéaire, homogène** et **isotrope**, un champ électromagnétique variant dans le temps satisfait les équations appelées **équations d'onde inhomogènes** :

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \\ \nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -\nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \end{cases}$$

avec $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}'(\mathbf{r}, t) + \sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$

où $\mathbf{J}'(\mathbf{r}, t)$ est la source impressionnée.

- La relation entre la densité de charge $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ et le courant de conduction $\sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ est

$$\nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

- Dans une région sans source impressionnée $J'=0$.

- ✓ Si le milieu est un diélectrique parfait, alors, $\sigma=0$ dans ce cas le **courant de conduction est nul ($\sigma \mathbf{E}=0$)** et $\rho=0$.
- ✓ Les équations d'onde inhomogènes deviennent des **équations d'ondes homogènes** :

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \end{cases}$$

Pour étudier la propagation des ondes planes, on résolve d'abord les **équations d'ondes homogènes**.

- Pour un ***champ électromagnétique sinusoïdal***, les équations d'ondes homogènes deviennent les **équations vectorielles homogènes de Helmholtz**,

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \end{cases}$$

avec

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

- Dans le système de coordonnées rectangulaires, on a les équations de Helmholtz scalaires homogènes.

$$\begin{cases} \nabla^2 E_x(\mathbf{r}) + k^2 E_x(\mathbf{r}) = 0 \\ \nabla^2 E_y(\mathbf{r}) + k^2 E_y(\mathbf{r}) = 0 \\ \nabla^2 E_z(\mathbf{r}) + k^2 E_z(\mathbf{r}) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \nabla^2 H_x(\mathbf{r}) + k^2 H_x(\mathbf{r}) = 0 \\ \nabla^2 H_y(\mathbf{r}) + k^2 H_y(\mathbf{r}) = 0 \\ \nabla^2 H_z(\mathbf{r}) + k^2 H_z(\mathbf{r}) = 0 \end{cases}$$

Remarque: Toutes ces équations ont la même forme et les solutions sont similaires.

a. Ondes planes en diélectrique parfait

- Dans une région sans source impressionnée ($J'=0$) dans un diélectrique parfait, un champ électromagnétique sinusoïdal satisfait l'équation de Helmholtz vectorielle homogène suivante:

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0 \end{cases}$$

$$\text{avec } k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

- Si l'intensité du champ électrique **E** est liée à la variable Z uniquement et indépendante des variables X et Y, alors le champ électrique E n'a pas de composante Z.
- Soit **E=e_xE_x**, alors l'intensité du champ magnétique **H** est

$$\mathbf{H} = \frac{j}{\omega\mu} \nabla \times \mathbf{E} = \frac{j}{\omega\mu} \nabla \times (\mathbf{e}_x E_x) = \frac{j}{\omega\mu} [(\nabla E_x) \times \mathbf{e}_x + E_x \nabla \times \mathbf{e}_x] = \frac{j}{\omega\mu} (\nabla E_x) \times \mathbf{e}_x$$

Grâce à la formule suivante

$$\nabla E_x = \mathbf{e}_x \frac{\partial E_x}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial E_x}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial E_x}{\partial z} = \mathbf{e}_z \frac{\partial E_x}{\partial z} \Rightarrow H = e_y \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} \text{ avec } H_y = \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z}$$

- Chaque composante de l'intensité du **champ électrique** satisfait l'équation de Helmholtz scalaire homogène.

- En considérant

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0$$

- ✓ nous trouvons une équation différentielle ordinaire du second ordre.

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + k^2 E_x = 0$$

✓ la solution générale est

$$E_x = E_{x0} e^{-jkz} + E'_{x0} e^{jkz}$$

Le premier terme représente une onde se déplaçant le long de la direction positive de l'axe **z**, tandis que le second terme conduit à l'inverse.

- Ici, seule l'onde se déplaçant le long de la direction positive de l'axe **z** est considérée

$$E_x(z) = E_{x0} e^{-jkz}$$

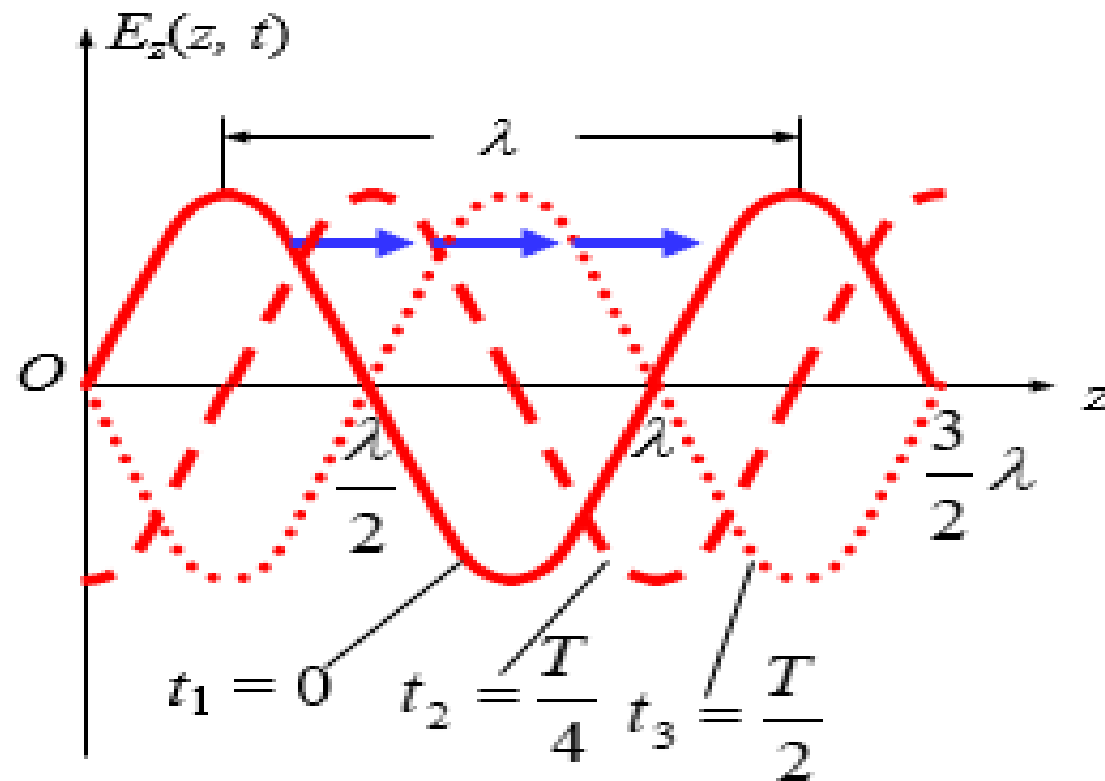
où E_{x0} est la valeur effective de l'intensité du **champ électrique** à $z = 0$.

- La valeur instantanée $\mathbf{E_x(z, t)}$ est

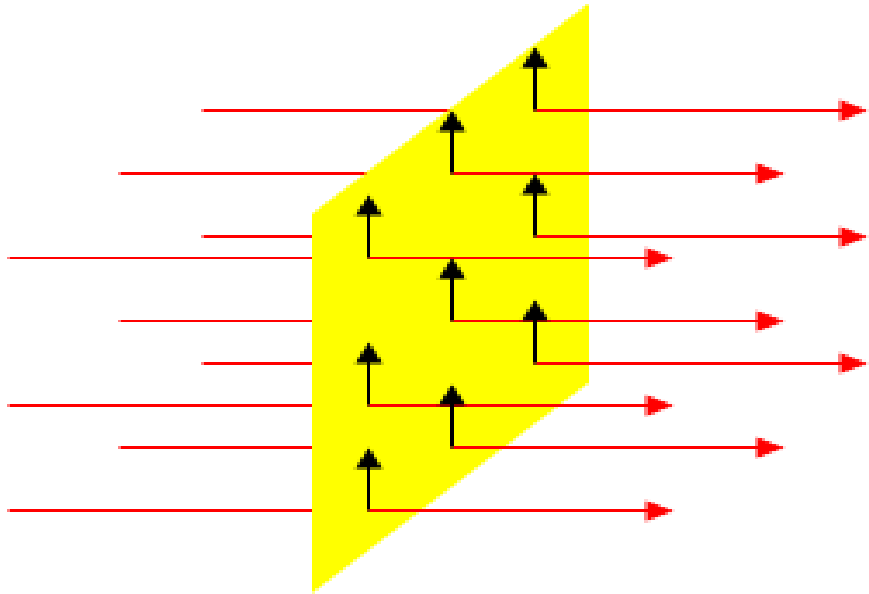
$$E_x(z, t) = \sqrt{2}E_{x0} \sin(\omega t - kz)$$

où ωt représente le changement de phase dans le temps et kz dans l'espace.

- Une illustration de l'intensité du champ électrique variant dans l'espace à différents moments est montrée dans la figure ci-dessous. L'onde se déplace le long de la direction z positive.



- La surface constituée de tous les points de même phase spatiale est appelée **front d'onde**.



Ici, le **plan $z=0$** est un **front d'onde**, et cette onde électromagnétique est appelée **onde plane**.

Comme $E_x(z)$ est indépendant des coordonnées x et y , l'intensité du champ est constante sur le front d'onde. Par conséquent, cette onde plane est appelée **onde plane uniforme**.

- L'intervalle de temps pendant lequel la phase temporelle (t) est modifiée de 2π est appelé la **période**, et il est noté **T**.
- Le nombre de périodes dans une seconde est appelé la **fréquence**, et il est noté f .
- En utilisant la relation $\omega T = 2\pi$; nous pouvons déterminer la période $T = 2\pi/\omega = 1/f$.

- La distance sur laquelle le facteur de phase spatiale ($\mathbf{k}\mathbf{r}$) est modifié de 2π est appelée longueur d'onde (λ) déterminée par l'expression suivante :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

La fréquence décrit la vitesse à laquelle une onde électromagnétique varie avec le temps, tandis que la longueur d'onde donne l'intervalle dans l'espace pour que l'onde se répète.

- La constante **k** représente la variation de phase par unité de longueur, et elle est appelée constante de phase, et la constante **k** donne le nombre d'ondes complètes par unité de longueur.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- La vitesse de variation de phase V_p peut être trouvée à partir du lieu d'un point avec le même angle de phase.
- Soit $\omega t - kz = \text{constant}$, et rien que $\omega dt - k dz = 0$, alors la vitesse de phase V_p est

$$V_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

- Considérant $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$, nous avons

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} < c$$

➤ Dans un diélectrique parfait, la vitesse de phase est régie par la propriété du milieu.

➤ Pour $\varepsilon_r > 1$ et $\mu_r \approx 0 \Rightarrow v_p < c$

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{1}{f \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

où $\lambda_0 = \frac{1}{f \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ λ_0 est la longueur d'onde de l'onde plane de fréquence f dans le vide.

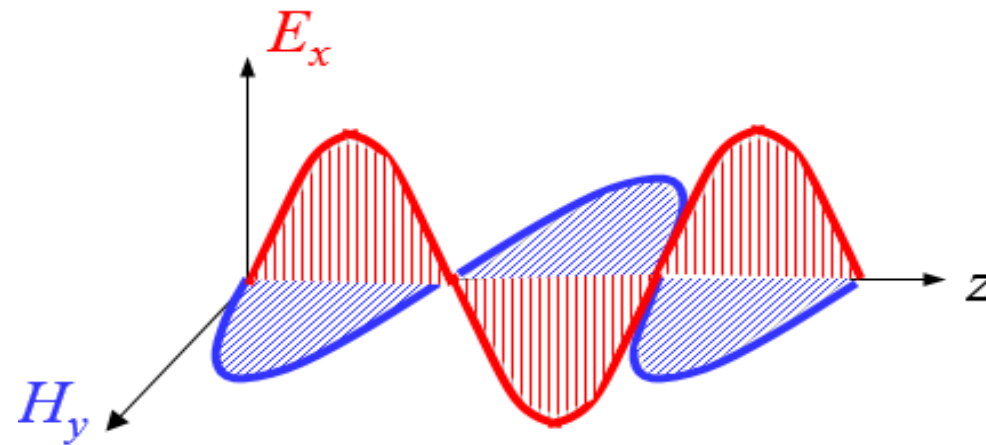
- La longueur d'onde d'une onde plane dans un milieu où $\epsilon_r > 1$ et $\mu_r \approx 1$ est inférieure à celle dans le vide ($\lambda < \lambda_0$). Ce phénomène peut être appelé le **rétrécissement de la longueur d'onde**.

- En utilisant $H_y = \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z}$, on trouve

$$H_y = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{x0} e^{-jkz} = H_{y0} e^{-jkz}$$

où $H_{y0} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{x0}$

- Dans les diélectriques parfaits, le champ électrique et le champ magnétique d'une onde plane uniforme sont en phase et ont tous deux la même dépendance spatiale, mais les amplitudes sont constantes.
- La figure ci-dessous montre la variation du champ électrique et du champ magnétique dans l'espace à **$t = 0$** .



- Le rapport de l'amplitude de l'intensité du champ électrique à celle de l'intensité du champ magnétique est appelé l'impédance intrinsèque notée par **Z**, et est donné par

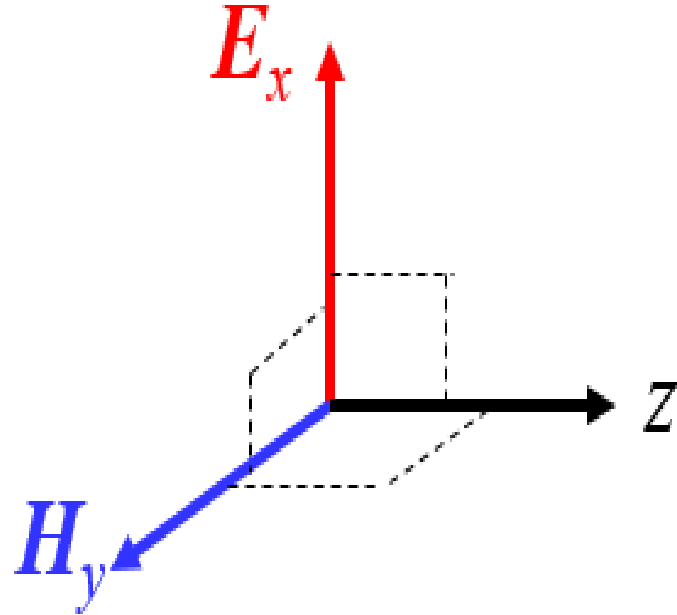
$$Z = \frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

L'impédance intrinsèque est un nombre réel. Dans le vide, l'impédance intrinsèque est notée Z_0 .

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\Omega \approx 120\pi \Omega$$

- La relation entre **l'intensité du champ électrique** et **l'intensité du champ magnétique** peut être écrite sous forme vectorielle comme suit :

$$H_y = \frac{1}{Z} \mathbf{e}_z \times E_x \quad \text{ou} \quad E_x = ZH_y \times \mathbf{e}_z$$



Représentation des intensités de champ électrique et magnétique dans l'espace

- Le champ électrique et le champ magnétique sont transversaux par rapport à la direction de propagation et l'onde est appelée **onde électromagnétique transversale**, ou **onde TEM**.
- Nous rencontrerons une onde non TEM qui a la composante de champ électrique (**onde TE**) ou magnétique (**onde TM**) dans la direction de propagation.

- A partir de l'intensité du champ électrique et de l'intensité du champ magnétique trouvées, nous pouvons trouver le vecteur de densité de flux d'énergie complexe \mathbf{S}_c comme

$$S_C = \mathbf{E}_x \times \mathbf{H}_y^* = \mathbf{e}_z \frac{E_{x0}^2}{Z} = \mathbf{e}_z Z H_{y0}^2$$

Le vecteur de densité de flux d'énergie complexe est réel, tandis que la partie imaginaire est nulle. Cela signifie que l'énergie se déplace dans le sens positif uniquement.

- La vitesse de l'énergie représente le déplacement de l'énergie dans le temps t . On obtient $v_e = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = v_p$

Exemple.

Une onde plane uniforme se propage avec la direction positive de l'axe z dans le vide, et la valeur instantanée de l'intensité du champ électrique est :

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{e}_x 20\sqrt{2} \sin(6\pi \times 10^8 t - 2\pi z) \quad \text{V/m}$$

Trouvez :

- (a) La fréquence et la longueur d'onde.
- (b) Les vecteurs complexes des intensités de champ électrique et magnétique.
- (c) Le vecteur de densité de flux d'énergie complexe.
- (d) La vitesse de phase et la vitesse d'énergie.

b. Ondes planes dans les matériaux conducteurs

- Si $\sigma \neq 0$, la première équation de Maxwell devient

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \varepsilon \mathbf{E} = j\omega \left(\varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E}$$

avec

$$\varepsilon_e = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$$

- L'équation ci-dessus peut être réécrite comme

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \varepsilon_e \mathbf{E}$$

où ε_e est appelée la **permittivité équivalente**.

- De cette façon, un champ électromagnétique sinusoïdal satisfait alors l'équation de Helmholtz vectorielle homogène suivante :

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E} + \omega^2 \mu \varepsilon_e \mathbf{E} = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H} + \omega^2 \mu \varepsilon_e \mathbf{H} = 0 \end{cases}$$

- En considérant $k_c = \omega \sqrt{\mu \varepsilon_e} = \omega \sqrt{\mu \left(\varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right)}$, nous obtenons :

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E} + k_c^2 \mathbf{E} = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H} + k_c^2 \mathbf{H} = 0 \end{cases}$$

- Si nous considérons $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E_x$ comme précédemment, et $\partial E_x / \partial x = \partial E_x / \partial y = 0$, alors la solution de l'équation est la même que celle dans le cas sans perte tant que \mathbf{k} est remplacé par \mathbf{k}_c , de sorte que :

$$E_x = E_{x0} e^{-jk_c z}$$

- Parce que \mathbf{k}_c est un nombre complexe défini par :

$$k_c = k' - jk''$$

avec

$$k' = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} + 1 \right)} \quad \text{et} \quad k'' = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} - 1 \right)}$$

- De cette façon, l'intensité du champ électrique peut être exprimée comme :

$$E_x = E_{x0} e^{-k''z} e^{-jk'z}$$

où

- ✓ le premier exposant conduit à une décroissance exponentielle de l'amplitude de l'intensité du champ électrique dans la direction **z**,
 - ✓ le deuxième exposant donne lieu à un retard de phase
-
- La partie réelle **k'** est appelée **constante de phase**, avec l'unité de **rad/m**

- La partie imaginaire $\mathbf{k''}$ est appelée **constante d'atténuation** avec l'unité de Np/m.
- La vitesse de phase est :

$$v'_p = \frac{\omega}{k'} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} + 1 \right]}}$$

- Cela dépend non seulement des **paramètres du milieu** mais aussi de **la fréquence**.

- Par conclusion, un milieu conducteur est un milieu dispersif.
La longueur d'onde est :

$$\lambda' = \frac{2\pi}{k'} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2} + 1 \right]}}$$

- La longueur d'onde est liée aux propriétés du milieu, et elle a une dépendance non linéaire de la fréquence.

- L'impédance intrinsèque qui est un nombre complexe est donnée par:

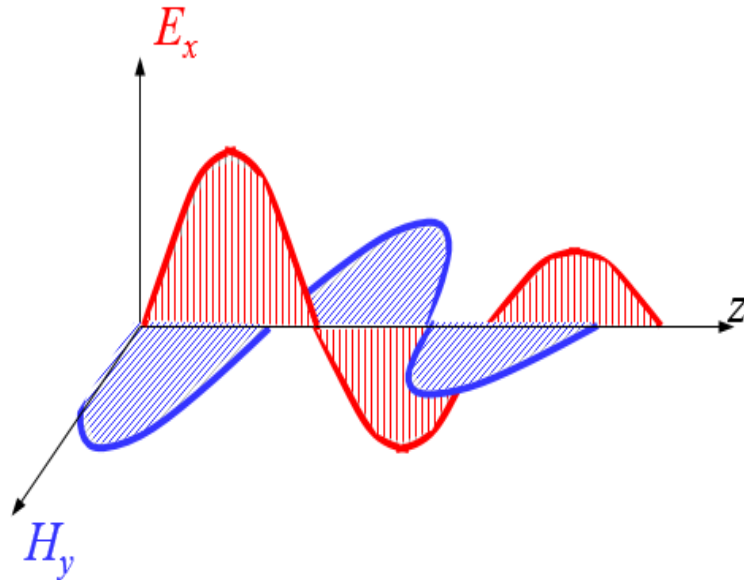
$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_e}}$$

- L'impédance intrinsèque étant un nombre complexe, elle conduit à un déphasage entre le champ électrique et le champ magnétique.

- L'intensité du champ magnétique est :

$$H_y = \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{k_c}{\omega\mu} E_{x0} e^{-jk_c z} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu} \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)} E_{x0} e^{-k''z} e^{-jk'z}$$

- L'amplitude de l'intensité du champ magnétique diminue également avec z , mais la phase est différente de celle de l'intensité du champ électrique.



- Etant donné que les intensités des champs électriques et magnétiques ne sont pas en phase, le vecteur de **densité de flux d'énergie complexe** a des parties réelles et imaginaires non nulles.
- Cela signifie qu'il y a à la fois un flux d'énergie et un échange d'énergie lorsqu'une onde se propage dans un milieu conducteur.

○ Deux cas particuliers :

(a) Si $\sigma \ll \omega\varepsilon$, comme dans un diélectrique imparfait, l'approximation est donnée par :

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2$$

alors :

$$k' = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \qquad k'' = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \qquad Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

- Les intensités des champs électriques et magnétiques sont essentiellement en phase.
- Il y a toujours un retard de phase et une atténuation dans ce cas.
- La constante d'atténuation est proportionnelle à la conductivité σ .

(b) Si $\sigma \gg \omega\epsilon$, comme dans les bons conducteurs, on prend

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} \approx \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$$

alors :

$$k' = k'' = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu \sigma} \quad Z_c = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} \approx (1 + j)\sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}}$$

- Les intensités des champs électriques et magnétiques ne sont pas en phase et les amplitudes montrent une décroissance rapide due à une grande conductivité σ .
- Dans ce cas, l'onde électromagnétique ne peut pas pénétrer profondément dans le milieu, et elle n'existe que près de la surface. Ce phénomène est appelé **effet de peau**.
- La profondeur de peau δ est la distance sur laquelle l'amplitude du champ est réduite d'un facteur de $1/e$,

$$e^{-k'' \delta} = e^{-1} \Rightarrow \delta = \frac{1}{k''} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$$

- La profondeur de peau est inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence f et de la conductivité σ .
- Les profondeurs de peau à différentes fréquences pour le cuivre :

f MHz	0.05	1	3×10^4
δ mm	29.8	0.066	0.00038

La profondeur de la peau diminue avec l'augmentation de la fréquence.

- Plusieurs fréquences de croisement pour différents matériaux :

Media	Frequencies MHz
Dry Soil	2.6 (Short Wave)
Wet Soil	6.0 (Short Wave)
Pure Water	0.22 (Medium Wave)
Sea Water	890 (Super Short Wave)
Silicon	15×10^3 (Microwave)
Germanium	11×10^4 (Microwave)
Platinum	16.9×10^{16} (Light Wave)
Copper	104.4×10^{16} (Light Wave)

- L'atténuation d'une onde plane est causée par la conductivité , ce qui entraîne une dissipation de puissance, et les conducteurs sont appelés **milieux avec perte**.
- Les diélectriques sans conductivité sont appelés milieux sans perte.
- Outre la perte de conducteur, il existe d'autres pertes dues à la **polarisation diélectrique** et à la **magnétisation**.
- La permittivité et la perméabilité sont toutes deux complexes, de sorte

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$$

$$\mu = \mu' - j\mu''$$

- La partie imaginaire représente la dissipation, et elles sont appelées respectivement perte diélectrique et perte magnétique.

⇒ Pour les **milieux non ferromagnétiques**, la perte d'aimantation peut être négligée.

⇒ Pour les **ondes électromagnétiques à basses fréquences**, la perte diélectrique peut être négligée.

3.2. Polarisation des ondes électromagnétiques et applications

Le comportement variable dans le temps de la direction de l'intensité du champ électrique est appelé la **polarisation de l'onde électromagnétique**.

- Supposons que la valeur instantanée de l'intensité du champ électrique d'une onde plane soit :

$$\mathbf{E}_x(z, t) = \mathbf{e}_x E_{xm} \sin(\omega t - kz)$$

- En un point donné de l'espace, le lieu de la pointe du vecteur d'intensité du champ électrique au cours du temps est **une droite parallèle à l'axe des x**.

On dit donc que l'onde a une polarisation linéaire.

- La valeur instantanée de l'intensité du champ électrique d'une autre onde plane de même fréquence est :

$$\mathbf{E}_y(\mathbf{Z}, t) = \mathbf{e}_y E_{ym} \sin(\omega t - kZ)$$

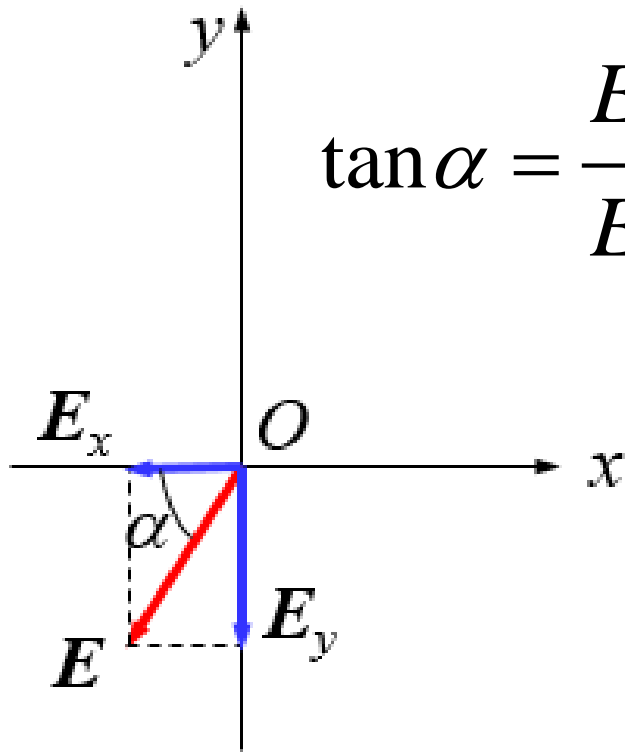
- Il s'agit également d'une **onde plane polarisée linéairement**, mais avec le champ électrique le long de la **direction y**.

- Si les deux **ondes planes orthogonales** et **linéairement polarisées** ci-dessus avec la même phase mais des amplitudes différentes coexistent, alors la valeur instantanée du champ électrique résultant est :

$$E(z, t) = \sqrt{E_x^2(z, t) + E_y^2(z, t)} = \sqrt{E_{xm}^2 + E_{ym}^2} \sin(\omega t - kz)$$

- La variation temporelle de l'amplitude du champ électrique résultant est toujours une fonction sinusoïdale, et la tangente de l'angle α entre le vecteur de champ et l'axe des x est :

$$\tan \alpha = \frac{E_y(z, t)}{E_x(z, t)} = \frac{E_{ym}}{E_{xm}}$$



$$\tan \alpha = \frac{E_y(z, t)}{E_x(z, t)} = \frac{E_{ym}}{E_{xm}}$$

La direction de polarisation du champ électrique résultant est indépendante du temps, et le lieu de la pointe du vecteur d'intensité du champ électrique au cours du temps est une ligne droite à un angle de α par rapport à l'axe des **x**.

Ainsi, le **champ E** résultant est toujours **une onde polarisée linéairement**.

Conclusion:

- ⇒ Si **deux ondes planes orthogonales polarisées linéairement** de même phase mais d'amplitudes différentes sont combinées, l'onde résultante est toujours **une onde plane polarisée linéairement**.
- ⇒ Inversement, une **onde plane polarisée linéairement** peut être résolue en deux ondes planes orthogonales polarisées linéairement de même phase mais d'amplitudes différentes.

Si les deux ondes planes ont des phases opposées et des amplitudes différentes, qu'en est-il de l'onde résultante ?

- Si les deux ondes planes polarisées linéairement ci-dessus ont une différence de phase de $\pi/2$, mais de même amplitude \mathbf{E}_m , c'est-à-dire :

$$\mathbf{E}_x(z, t) = \mathbf{e}_x E_m \sin(\omega t - kz)$$

$$\mathbf{E}_y(z, t) = \mathbf{e}_y E_m \sin(\omega t - kz + \frac{\pi}{2}) = \mathbf{e}_y E_m \cos(\omega t - kz)$$

- Alors la valeur instantanée de l'onde résultante est :

$$E(z, t) = \sqrt{E_x^2(z, t) + E_y^2(z, t)} = E_m$$

- La direction de l'onde résultante fait un angle de α par rapport à l'axe des \mathbf{x} , et

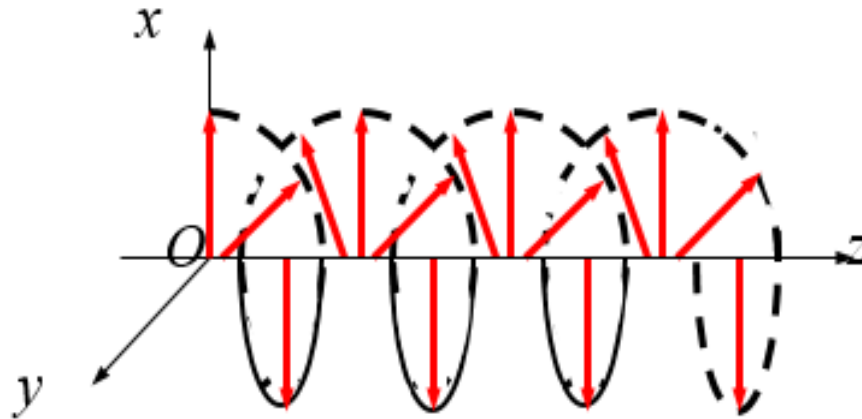
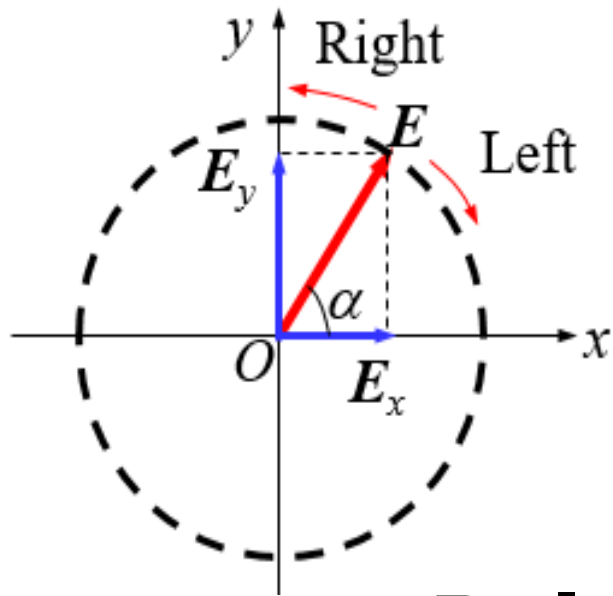
$$\tan \alpha = \frac{E_y(z,t)}{E_x(z,t)} = \cot(\omega t - kz) = \tan\left[\frac{\pi}{2} - (\omega t - kz)\right]$$

c'est-à-dire :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (\omega t - kz)$$

En un point Z donné, l'angle α est fonction du temps \mathbf{t} .

- La direction du vecteur d'intensité du champ électrique tourne avec le temps, mais l'amplitude reste inchangée.
- Par conséquent, le lieu de la pointe du vecteur d'intensité du champ électrique est un **cercle**, et on l'appelle **polarisation circulaire**.



$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (\omega t - kz)$$

Polarisation circulaire

- L'angle α diminuera avec l'augmentation du temps t .
- Lorsque les doigts de la main gauche suivent la direction de rotation, le pouce pointe vers la direction de propagation et cela s'appelle **l'onde polarisée circulairement de la main gauche**.
- Si \mathbf{E}_y est en retard sur \mathbf{E}_x de $\pi/2$, l'onde résultante fait un angle de $\alpha = \omega t - (\pi/2 + kz)$ par rapport à l'axe des \mathbf{x} .
- En un point \mathbf{z} donné, l'angle α augmentera avec l'augmentation du temps t .

- La direction de rotation et la direction de propagation \mathbf{e}_z obéissent à la règle de la main droite, et on l'appelle une **onde polarisée circulairement à droite**.

Conclusion:

- ⇒ Deux ondes orthogonales polarisées linéairement de la même amplitude et de différence de phase de $\pi/2$ donnent une onde polarisée circulairement.
- ⇒ Inversement, une onde polarisée circulairement peut être résolue en deux ondes orthogonales polarisées linéairement de même amplitude et une différence de phase de $\pi/2$.

⇒ Une onde polarisée linéairement peut être résolue en deux ondes polarisées circulairement avec des sens de rotation opposés, et vice versa.

- Si deux ondes planes orthogonales E_x et E_y , polarisées linéairement, ont des amplitudes et des phases différentes, c'est-à-dire :

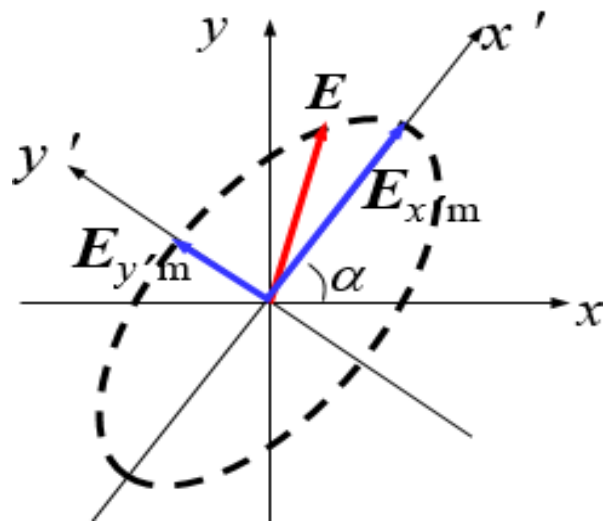
$$\begin{cases} \mathbf{E}_x(z, t) = \mathbf{e}_x E_{xm} \sin(\omega t - kz) \\ \mathbf{E}_y(z, t) = \mathbf{e}_y E_{ym} \sin(\omega t - kz + \phi) \end{cases}$$

- Les composantes \mathbf{E}_x et \mathbf{E}_y de l'onde résultante satisfont l'équation suivante :

$$\left(\frac{E_x}{E_{xm}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{ym}}\right)^2 - \frac{2E_x E_y}{E_{xm} E_{ym}} \cos\phi = \sin^2\phi$$

Cette équation décrit une ellipse.

- En un point \mathbf{z} donné, le lieu de la pointe du vecteur d'onde résultant au fil du temps est une ellipse (figure ci-dessous), et on l'appelle **une onde polarisée elliptiquement**.



Polarisation Elliptique

⇒ Si $\varphi < 0$, \mathbf{E}_y est en retard sur \mathbf{E}_x , et le vecteur d'onde résultant est tourné dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. C'est **une onde polarisée elliptiquement à droite**.

⇒ Si $\varphi > 0$, alors le vecteur d'onde résultant est tourné dans le sens des aiguilles d'une montre, et c'est **une onde polarisée elliptiquement à gauche**.

- Les **ondes polarisées linéairement** et **circulairement** peuvent toutes deux être considérées comme les cas particuliers de l'onde polarisée elliptiquement.
- Puisque toutes les ondes polarisées peuvent être résolues en **ondes polarisées linéairement**.

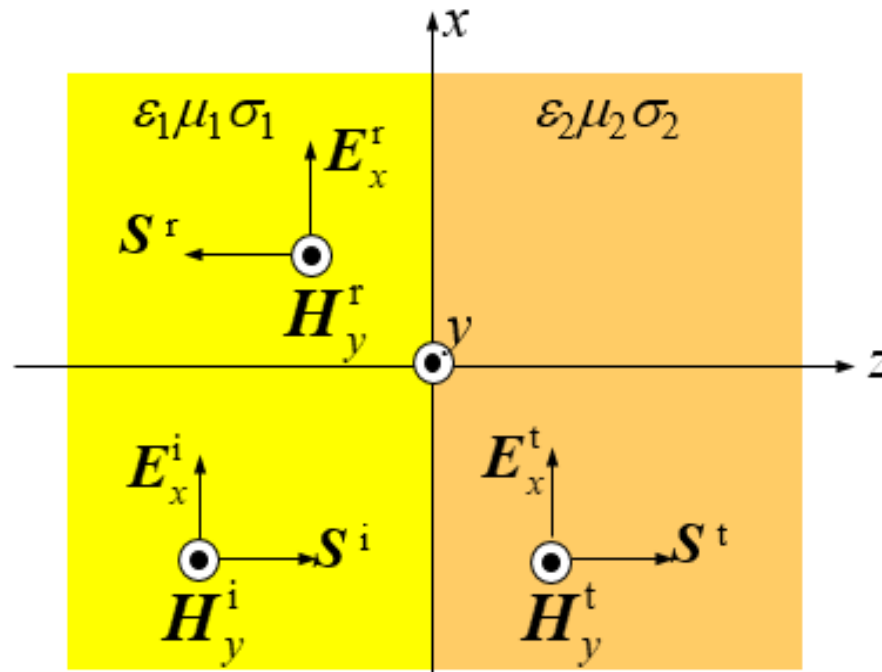
- Comme **une onde électromagnétique à polarisation circulaire** est moins atténuée par la **pluie**, elle est **utilisée dans les radars tous temps**.
- Dans les **communications mobiles par satellite** et les systèmes de positionnement du globe, comme la position du satellite change avec le temps, des **ondes à polarisation circulaire** doivent être utilisées.

- Certains dispositifs à micro-ondes utilisent la **polarisation de l'onde pour réaliser des fonctions spéciales**, comme dans les circulateurs en ferrite, les isolateurs en ferrite et autres.
- Le film stéréoscopique est pris en utilisant deux caméras avec deux lentilles polarisées orthogonalement.
- Par conséquent, le spectateur doit porter une paire de lunettes polarisées orthogonalement pour pouvoir voir l'effet tridimensionnel.

3.3. Réflexion d'une couche diélectrique

a. Incidence normale sur une surface plane

- Considérons une **frontière plane infinie** entre deux milieux **homogènes avec les paramètres des médias** $(\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1)$ et $(\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2)$.



**Réflexion d'une
couche diélectrique**

- Soit la frontière coïncide avec le plan $\mathbf{z} = \mathbf{0}$.
- Comme **une onde plane polarisée linéairement et orientée** suivant \mathbf{x} est normalement incidente sur la frontière du milieu **1**, une onde réfléchie et une onde transmise sont produites à la frontière.
- Puisque les composantes tangentielles des **intensités de champ électrique** doivent être continues à n'importe quelle frontière, la somme des composantes tangentielles des intensités de champ électrique des ondes incidentes et réfléchies est égale à celle de l'onde transmise.

- La polarisation ne peut pas être modifiée pendant la **réflexion** et la **transmission d'une onde polarisée linéairement**.
- Supposons que les intensités de champ électrique des ondes incidentes, réfléchies et transmises sont données sur la figure ci-dessous, et elles peuvent être exprimées comme suit :

✓ Onde incidente :

$$E_x^i = E_{x0}^i e^{-jk_{c1}Z}$$

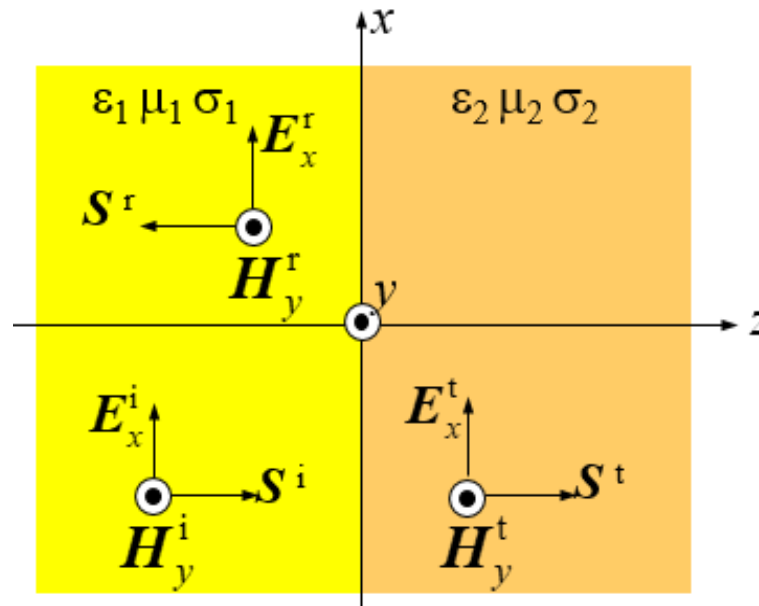
✓ Onde réfléchie :

$$E_x^r = E_{x0}^r e^{jk_{c1}Z}$$

✓ Onde transmise :

$$E_x^t = E_{x0}^t e^{-jk_{c2}Z}$$

où $E_{x0}^i, E_{x0}^r, E_{x0}^t$ sont les amplitudes à la frontière, respectivement.



○ Les intensités de champ magnétique comme :

✓ Onde incidente :

$$H_y^i = \frac{E_{x0}^i}{Z_{c1}} e^{-jk_{c1}Z}$$

✓ Onde réfléchie :

$$H_y^r = \frac{E_{x0}^r}{Z_{c1}} e^{jk_{c1}Z}$$

✓ Onde transmise :

$$H_y^t = \frac{E_{x0}^t}{Z_{c2}} e^{-jk_{c2}Z}$$

- Les composantes tangentielles des intensités de champ électrique doivent être continues à n'importe quelle frontière.
- Considérez qu'il n'y a pas de **courant de surface** à la **frontière** avec la **conductivité limitée**.
- Par conséquent, les composantes tangentielles des intensités de champ magnétique sont également continues à la frontière $z = 0$.

○ On a :

$$E_{x0}^i + E_{x0}^r = E_{x0}^t$$

$$\frac{E_{x0}^i}{Z_{c1}} - \frac{E_{x0}^r}{Z_{c1}} = \frac{E_{x0}^t}{Z_{c2}}$$

○ Nous trouvons :

$$E_{x0}^r = E_{x0}^i \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}}$$

$$E_{x0}^t = E_{x0}^i \frac{2Z_{c2}}{Z_{c2} + Z_{c1}}$$

○ Le rapport des composantes du **champ électrique de l'onde réfléchie à celle de l'onde incidente** à la frontière est défini comme le **coefficient de réflexion**, noté **R**.

- Le rapport des composantes du **champ électrique de l'onde transmise à celle de l'onde incidente** à la frontière est appelée **coefficient de transmission**, noté **T**.

$$R = \frac{E_{x0}^r}{E_{x0}^i} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}} \quad T = \frac{E_{x0}^t}{E_{x0}^i} = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c2} + Z_{c1}}$$

- Dans le milieu ①, les **intensités de champ électrique et magnétique** résultantes sont :

$$E_x(z) = E_{x0}^i (e^{-jk_{c1}z} + R e^{jk_{c1}z}) \quad H_y(z) = \frac{E_{x0}^i}{Z_{c1}} (e^{-jk_{c1}z} - R e^{jk_{c1}z})$$

○ Deux limites spéciales comme suit :

(a) Si le milieu ① est un diélectrique parfait ($\sigma_1 = 0$) et le milieu ② est un conducteur électrique parfait ($\sigma_1 = \infty$), les impédances intrinsèques du milieu sont respectivement,

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} = Z_1 \qquad Z_{c2} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = 0$$

Nous trouvons : **R=-1** et **T=0**