



ICEG - Instituto de Ciências Exatas  
e Geociências  
ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

**ECP114 – Pesquisa Operacional e  
Otimização**

**Prof. Dr. Carlos Amaral Hölbig**  
**Listas de Exercícios**

## **Pesquisa Operacional e Programação Linear**

- 1) **O método Simplex foi desenvolvido por George Dantzig em:**
  - a) 1850
  - b) 1917
  - c) 1947
  - d) 1951
- 2) **A pesquisa operacional pode ser empregada para resolver problemas de:**
  - a) Agricultura
  - b) Dieta alimentar
  - c) Indústria química
  - d) Todas as respostas anteriores
- 3) **A primeira fase de um estudo de pesquisa operacional é:**
  - a) Construção do modelo
  - b) Resolução do modelo
  - c) Validação do modelo
  - d) N.R.A.
- 4) **Consideramos como vertentes da pesquisa operacional:**
  - a) Programação linear
  - b) Programação dinâmica
  - c) Teoria dos grafos
  - d) Todas as respostas anteriores
- 5) **Na programação dinâmica, temos que:**
  - a) Todas as variáveis têm valores inteiros
  - b) As soluções são estáticas
  - c) Procura-se verificar a trajetória temporal das variáveis
  - d) N.R.A.
- 6) **Teoria dos grafos normalmente é utilizada para otimizar:**
  - a) Fluxo máximo
  - b) Caminho mais curto
  - c) Árvore de ligação mínima
  - d) Todas as respostas anteriores

**7) Construa os modelos dos exemplos abaixo e os resolva computacionalmente:**

- a) A Empresa Afia Bem Ltda. produz na Seção B três modelos de facas: a Padrão (P), a Média (M) e a Grande (G). No processo de fabricação das facas são utilizadas, primeiramente, três máquinas que fazem o corte da lâmina, a modelagem e a afiação. Uma quarta máquina faz o cabo das facas e uma quinta faz a montagem. Os tempos, em segundos, gastos em cada máquina são a seguir especificados:

<div>Máquina</div> <div>Modelo</div>	Corte	Modelagem	Afiação	Cabo	Montagem
Padrão	10	10	12	19	19
Médio	10	15,5	16	21	21
Grande	12	17	19	24	22

Os tempos disponíveis, diariamente, de cada máquina são de 4 horas para o corte, 6 horas para a modelagem, 6 horas para a afiação, 8 horas para o cabo e 8 horas para a montagem. Uma faca do modelo Padrão tem uma lâmina de  $25 \text{ cm}^2$ , uma do modelo Médio tem  $32 \text{ cm}^2$  e uma do modelo Grande,  $45 \text{ cm}^2$ . Cada chapa metálica que dá origem às lâminas tem  $2,00 \text{ m} \times 1,00 \text{ m}$ . A disponibilidade diária de chapas metálicas é de 2,5 chapas. As contribuições para os lucros são de \$ 3,20, \$ 4,00 e \$ 4,70 unidades monetárias para os modelos Padrão, Médio e Grande, respectivamente. Deseja-se formular o modelo para calcular as quantidades a serem produzidas dos tipos Padrão, Médio e Grande que maximizem o lucro da empresa.

- b) Uma padaria fabrica pães de sal, bolos e pizzas. Na fabricação de um quilo de pães, são utilizados 500 gramas de farinha, 4 ovos, 80 gramas de fermento, 0,4 litro de leite e 0,3 homem-hora; na fabricação de um quilo de bolo gastam-se 500 gramas de farinha, 3 ovos, 60 gramas de fermento, 0,4 litro de leite e 0,4 homem-hora; e na fabricação de pizzas são gastos 400 gramas de farinha, 4 ovos, 50 gramas de fermento, 0,5 litro de leite, 450 gramas de queijo mussarela e 0,3 homem-hora. A empresa dispõe, diariamente, de 40 quilos de farinha, 23 dúzias de ovos, 6 quilos de fermento, 34 litros de leite, 4,5 quilos de queijo mussarela e 40 homens/hora. A contribuição para o lucro dos pães é de \$ 3,40, dos bolos é de \$ 3,00 e das pizzas é de \$ 2,50. Deseja-se saber qual o modelo que deverá ser utilizado para que as quantidades produzidas de pães, bolos e pizzas, diariamente, maximizem o lucro da padaria.
- c) A empresa Açobom fabrica três produtos (PI, P2 e P3) utilizando quatro máquinas: corte, solda, dobra e embalagem. Na fabricação do produto PI, para cada unidade fabricada, gastam-se 3 minutos no corte, 4 na solda, 2 na dobra e 1 na embalagem. Na fabricação do produto P2 são necessários 3, 3, 1 e 0,5 minutos, respectivamente, nas máquinas de corte, solda, dobra e embalagem, e para a fabricação do produto P3, na mesma ordem das máquinas anteriormente enumeradas, 2, 1,5, 2 e 1. Para a fabricação desses produtos são utilizados laminados de aço padronizados, sendo que o produto PI gasta 2,0 metros, o P2 gasta 1,8 metro e o P3 gasta 1,8 metro. A quantidade disponível de laminado é de 125 metros e as máquinas que fazem o corte, a solda, a dobra e a embalagem têm disponibilidades totais de 150, 126, 130 e 70 horas, respectivamente. Levando-se em consideração que a contribuição para o lucro de uma unidade de PI é de \$ 38,00, de P2 é de \$ 36,00 e de P3 é de \$ 30,00, deseja-se saber qual deverá ser a produção que maximizará o lucro da empresa.

- d) Uma empresa que trabalha com mármore e granitos fabrica soleiras e peitoris. Ela repassa para os revendedores tendo um lucro de \$7,00 por soleira e \$8,50 por peitoril. Cada soleira tem  $0,6\text{m}^2$  de área e cada peitoril tem área de  $0,8\text{m}^2$ . A empresa dispõe de  $16\text{m}^2$  de granito diariamente para fazer as peças e tem 5 funcionários que trabalham 6 horas por dia. Na confecção de uma soleira gastam-se 24 minutos e na confecção do peitoril, 20. Sabendo que toda a produção é absorvida pelo mercado, construa o modelo matemático de produção diária que maximiza o lucro da empresa.
- e) A empresa Ciclo S.A. faz montagem de dois tipos de bicicletas: a do tipo Padrão e a do tipo Clássico. Ela recebe as peças de outras empresas e a montagem passa por duas oficinas. A montagem de uma bicicleta tipo Padrão requer uma hora na oficina I e duas horas e meia na oficina II. A montagem de uma bicicleta modelo Clássico requer uma hora e meia na oficina I e duas horas e meia na oficina II. A oficina I tem disponibilidade de 20 funcionários que trabalham 8 horas por dia, e a oficina II tem disponibilidade de 32 funcionários que trabalham, também, as mesmas 8 horas diariamente cada um. A demanda diária de bicicleta tipo Clássico é de 40 peças. Sabendo que a bicicleta modelo Padrão dá uma contribuição para o lucro de \$38,00 e a modelo Clássico da \$49,00, determine o modelo de programação linear que maximiza o lucro da empresa.
- f) Uma fábrica de brinquedos vai produzir três novos tipos de jogos para crianças: Plim, Plam e Plum. Esses brinquedos são montados a partir de peças de encaixes fabricados por outra empresa, nos modelos A, B e C. Na montagem do modelo Plim, são utilizadas duas peças do modelo A e três peças do modelo C; na montagem do modelo Plam são utilizadas quatro peças do modelo B e três peças do modelo C e na montagem do modelo Plum, duas peças de modelo A, duas peças do modelo B e quatro peças do modelo C. Na montagem do modelo Plim gastam-se três minutos, do modelo Plam três minutos e meio e do modelo Plum cinco minutos. A empresa dispõe, diariamente, de 3.000 peças do modelo A, 5.400 peças do modelo B e 8.100 do modelo C. No departamento de montagem existem 16 funcionários que trabalham seis horas por dia. A fábrica comercializa, diretamente, esses jogos em sua loja aos preços de \$4,80, \$5,10 e \$6,00 os modelos Plim, Plam e Plum, respectivamente. Construa o modelo para esse problema de programação linear.
- g) Uma loja representante de uma grande empresa de tintas faz misturas de tintas, a pedido, para seus clientes, na cor azul em três tonalidades diferentes. Como está na moda tom-sobre-tom, a procura tem sido muito grande e o dono da loja quer saber a produção que vai lhe proporcionar o maior lucro. A loja dispõe, para composição das três tonalidades, 55,5 unidades de tinta azul escura, 16 unidades de solventes, 35,5 unidades de tinta branca e 23 unidades de base. Sabe-se que o material gasto para fazer uma unidade de cada tonalidade é o constante na tabela abaixo:

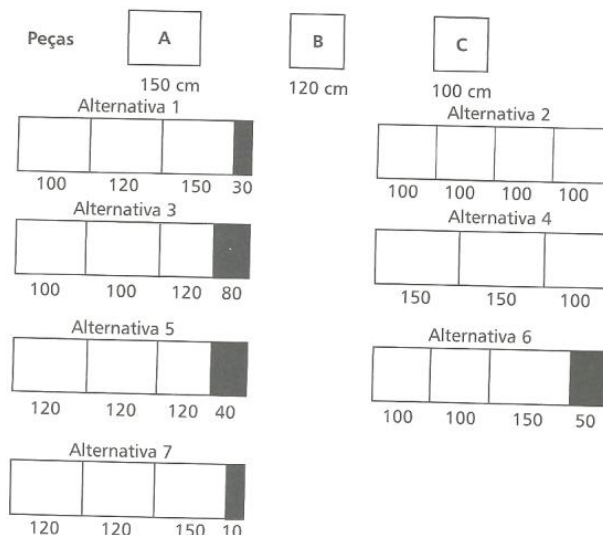
Material	Tonalidade I	Tonalidade II	Tonalidade III
Tinta Azul-escura	0,40	0,45	0,50
Tinta branca	0,30	0,25	0,15
Solvente	0,15	0,10	0,10
Base	0,15	0,20	0,25

Para cada unidade de tinta vendida o lucro para as tonalidades I, II e III é de \$12,00, \$13,80 e \$14,50, respectivamente. Faça a modelagem do problema, onde se deve calcular a quantidade de tinta de cada modalidade que deve ser produzida para que a loja obtenha lucro máximo.

- h) Uma fabrica de móveis para escritórios produz estantes e mesas para computadores. Cada estante gasta  $2,5\text{m}^2$  de madeira, 14 parafusos, 0,40 kg de cola, 8 puxadores e 6 dobradiças e cada mesa para computador gasta  $2,0\text{m}^2$  de madeira, 18 parafusos, 0,22 kg de cola, 2 puxadores e 4 dobradiças. A empresa tem 18 empregados que trabalham oito horas por dia e sabe-se que uma estante gasta entre corte de madeira e o seu término quatro horas e meia e a mesa para computador, três horas. A loja dispõe, diariamente, de  $90\text{m}^2$  de madeira, 7 caixas de parafusos contendo, cada uma, 100 parafusos, 12 quilos de cola, 15 caixas de puxadores, cada uma contendo 12 pecas e 17 caixas de dobradiças, cada uma contendo 12 pecas. No mercado a empresa obtém um lucro de \$45,00 por cada estante vendida e \$36,00 por cada mesa para computador. O mercado impõe uma demanda máxima de 16 estantes e 25 mesas. Determine o modelo matemático para esse problema que maximiza o lucro da empresa.
- i) Uma fabrica de confecções produz camisetas, bonés e calções. Cada camiseta gera uma contribuição para o lucro de \$4,56, cada boné \$3,50, e cada calção de \$4,60. Na confecção de uma camiseta gastam-se 1,10 m de tecido, em cada boné 0,45 m e em cada calção 1,20 m. A fabrica conta com 25 costureiras que trabalham 6 horas por dia na confecção desses artigos. Cada camiseta leva 14 minutos para ser confeccionada, um boné 11 minutos e um calção 10 minutos. O mercado demanda até 500 camisetas, não mais que 100 calções e no mínimo 60 bonés. Sabendo que a fabrica dispõe de 748 metros de tecido, diariamente, monte o modelo de produção que maximiza o lucro da empresa.
- j) A colônia de Pescadores Mar Azul tem uma frota de barcos de pesca que atua diariamente nas águas territoriais de determinado país. A pesca tem restrições legais e, para evitar a pesca indiscriminada e predatória, a colônia recebeu permissão do órgão controlador para capturar, mensalmente, o máximo de 3000 toneladas de badejo, o máximo de 1200 toneladas de vermelho e 900 toneladas de cação. O órgão governamental também determinou que o máximo que a empresa pode pescar não deve ultrapassar 4600 toneladas. Devido a problemas surgidos em uma câmara fria, a quantidade de badejo a ser pescada não pode ser maior que o dobro da quantidade de vermelho. Sabendo-se que essa colônia repassa aos postos de venda da região o badejo ao preço de \$8,50 o quilo, o vermelho a \$9,00 e o cação a \$9,60, quais quantidades devem ser pescadas de cada espécie para que a receita da empresa pesqueira seja máxima? Construa o modelo de PL para este problema.
- k) Uma empresa da área agrícola dispõe de 2000 hectares para plantar cana, laranja, milho e soja. A diretoria da empresa resolveu, na repartição da área, que as plantações de cana e laranja devem, juntas, ocupar uma área de, no mínimo, 800 hectares, e que a de milho não deve ser menor do que 20% e milho e soja juntas, não devem ultrapassar 50% da área. Sabe-se que um hectare de cana dá uma contribuição para o lucro de 140,00 unidades monetárias, de laranja, 80,00, de milho, 75,00 e de soja, 160,00 unidades monetárias. Como deve ser dividida a área para que seja cumprida a determinação da diretoria da empresa de forma a ser obtido o lucro máximo? Modelo este problema.

- l) Uma fábrica de móveis em pranchas de 4,00m x 1,00m de comprimento e largura, respectivamente, para fabricação de seus móveis. No presente, necessita cortar 150 peças de 1,00m x 1,00m, 300 peças de 1,20m x 1,00m e 450 peças de 1,50m x 1,00m. Como poderá ser feito esse corte de forma que se tenha o mínimo de perda em madeira? Apresente o modelo para este caso.

Dica: as alternativas tecnológicas de corte são apresentadas a seguir.



Em primeiro lugar, é necessário enfatizar que se o exercício pede para ter o mínimo de perdas, obrigatoriamente, vamos ter que minimizar as sobras. As alternativas tecnológicas de corte que serão utilizadas constituirão as variáveis de decisão, pois são elas que indicarão como as pranchas deverão ser cortadas. As sobras (ou refugos) e os cortes terão como unidade 1 cm, ou seja, se em uma prancha há uma sobra de 10 cm, minimiza-se o valor  $10x$ , como no caso da alternativa de corte 7 em que se minimiza  $10x_7$ . Este é um tipo de problema muito conhecido na literatura, tornando-se, por isso um clássico. Este modelo serve, também, para o corte de outros materiais padronizados. Para facilidade de compreensão e também de resolução, monta-se uma tabela com as peças que compõem todas as alternativas e também com as sobras em cada prancha após o corte e que constituirão a função objetivo. Onde não existe a peça ou a sobra de madeira, recebeu na tabela o valor 0.

Alternativa Peça	1	2	3	4	5	6	7
A	1	0	0	2	0	1	1
B	1	0	1	0	3	0	2
C	1	4	2	1	0	2	0
Sobras	30	0	80	0	40	50	10