

复分析习题解答

匿名

2021 年 9 月 22 日

题 1(1.1.1) 证明: 具有正实部的解析函数族是正规族。

解答: 这里是解答。

题 2(Marty 定理) 区域 Ω 上亚纯函数族 \mathcal{M} 是正规族的充要条件是 \mathcal{M} 上函数的球面导数内闭一致有界。

解答: 这里是解答。

题 3(1.2.4) 设 $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ 是解析函数, 其中 $f(0) = 0, a \notin f(\mathbb{D}), a \in (0, 1)$ 。此时求证

$$|f'(0)| \leq \frac{2a \ln(\frac{1}{a})}{1-a^2}$$

当且仅当

$$f(z) = \frac{a - h(z)}{1 - ah(z)}, \quad h(z) = e^{\frac{1-e\sqrt{-1}\theta}{1+e\sqrt{-1}\theta} z \ln a}$$

时等号成立。