

基於幾何方法的無人機編隊飛行與防撞設計

Design of UAV Formation Flight and Collision Avoidance Based on Geometric Approach

朱弘正, 蕭照焜
淡江大學航空太空工程學系
淡江大學航空太空工程學系

Chu, Hung-Cheng, Shiau, Jaw-Kuen
Department of Aerospace Engineering, Tamkung University
Department of Aerospace Engineering, Tamkung University

摘要

本論文主要是研究無人機編隊飛行 (UAV Formation Flight) 的導引律與防撞控制，編隊飛行導引律的部分採用領導及追隨的控制方法 (Leader-Follower Method)，設定理想僚機 (Desire Follower) 的位置，計算僚機 (Follower) 與理想僚機之間的誤差，將非線性的系統線性化並設計控制器，完成導引律的數學式。防撞控制分為長僚機的防撞方法與僚機間的防撞方法，長僚機的防撞方法採用幾何碰撞錐法的方式，基於幾何方法，考慮視線向量 (Line-of-Sight Vector) 和相對速度向量，加上碰撞半徑的限制來形成判斷條件，採取變更航向角的方式來完成長僚機的防撞。僚機間的防撞也是採取幾何的方式，考慮僚機間的距離形成單一判斷條件，採取變更僚機的加速度來完成防撞。最後在模擬中加入速度和加速度的限制，設計直線、轉彎和隊形變換的方式觀察編隊飛行和防撞控制在 MATLAB 上的模擬結果。

關鍵字: 編隊飛行、領導及追隨的控制方法、防撞控制、變換隊形

Abstract

This paper mainly studies the design of the guidance law and collision avoidance control for UAV formation flight. The leader-follower approach was adopted for the guidance law development. The error between the follower's position and the desired position was used for the generation of the guidance law. The collision avoidance controls involve the collision avoidance for leader and follower, and for follower and follower. The collision avoidance control for leader and follower is based on a geometric collision-cone approach using the line-of-sight vector, the relative speed and the distance between leader and follower as conditions for generation of the control action. The collision avoidance law for the follower and follower is mainly based on the distance between the followers. Gain scheduling was also incorporated for the formation control to avoid large transient during mode transition between collision avoidance control and formation control. Computer simulations, including straight flight, level turn and regrouping were conducted to demonstrate the success of the UAV formation flight and collision avoidance control.

關鍵字: Formation flight; Leader-Follower Method; Collision Avoidance Control

1 緒論

近年來無人機產業越來越興盛，不僅是在民生上，在軍事上的用途更是廣泛，造價低、構造簡單、可控性高和靈活度高等優點，無人機可區分為兩大類：旋翼型與定翼型，一般在生活中常見的旋翼型無人機主要的功能有空中拍攝、地形勘探或是在研究中常常被用來作搭載其他類型的感測器做實驗，相較於旋翼型的無人機，定翼型的無人機能取代部分的旋翼型，並且還能用於軍事方面，像是情報蒐集、空中偵查、邊境巡邏、目標跟蹤或是大氣研究等任務。但無論無人機的性能有多出色，單一個無人機還是有許多無法完成的任務，而效率也不好，這時候就衍伸出了編隊飛行這個構想，利用多架的無人機來解決這些問題。

編隊飛行是以兩架或兩架以上的無人機在空中按照設定好的隊形排列飛行，編隊飛行不僅僅只是提高執行任務的效率，同時也可以節省能量或是油耗，編隊飛行這一系列的過程中主要有維持隊形 (Formation Holding)、飛行防撞 (Obstacle Avoidance) 和編對重整 (Formation Regrouping)，維持隊形表示以長機 (Leader) 為主設計一個固定的隊形接著控制僚機進入隊形，最常見的編隊方式是根據長機和僚機的關係設計導引律和控制器讓僚機進入隊形後維持在理想僚機的位置，之後就能隨著隊形的需要改變理想僚機的位置達成隊形變換 (Switch Formation)，飛行防撞主要是防止無人機在空中發生碰撞，進而設計一套判斷程序準確的避開障礙物或是其他的無人機，重新編隊接著防撞程序進行，當防撞程序完成後，使僚機重新回到隊形中。

在編隊飛行中，淡江大學航太系研究室的徐邦承學長使用勢場法 (Potential Field Method) 計算編隊飛行的導引律 [1]，本論文則是使用領導及追隨機的控制方法計算，設定理想僚機的位置，讓僚機追隨理想僚機的飛行軌跡，最終將僚機與理想僚機之間的誤差趨近於零就表示完成編隊，接著模擬以定翼機作為假設，考慮距離、速度、航向角等參數，加入加速度限制和速度限制，並將僚機的加速度作為輸入控制，最後以質點的方式在慣性座標系中進行模擬。

在飛行防撞中，使用幾何碰撞錐法的方式 (Geometric Collision-Cone Approach)，利用位置、速度和角度來作為判斷的標準，加以進行防撞控制或是路徑的選擇。此篇論文會將防撞控制應用在編隊飛行，在第三章的防撞設計的部分，會設計長機與僚機的防撞控制與僚機間的防撞控制，並在第四章數值模擬會呈現在隊形變換時防撞控制的效果。

基於編隊飛行和防撞控制的幾何方法，文獻 [2] 使用領導及追隨機的控制方法來推導長機和僚機之間的關係，並提出一種速度的調整方法來保持編隊的準確性。文獻 [3] 使用領導及追隨機的控制方法來推導編隊飛行導引律，並結合 PD 控制器去追蹤航向角、速度和高度的命令。文獻 [4] 將無人機的動態模型結合領導及追隨機的控制方法，設計一組能在近距離或是超近距離的編隊飛行下的控制器，且能保持整體編隊飛行的穩定。文獻 [5] 使用領導及追隨機的控制方法計算僚機與長機的相對位置，並設計模糊邏輯的控制器控制僚機的速度和姿態來減少相對位置的誤差。文獻 [6] 使用領導及追隨機的控制方法來進行編隊飛行，並提出一種用於編隊飛行的燃油效率的控制方法來減少長機與僚機的燃料差異。文獻 [7] 專注在保持隊形和隊形形成方面，利用幾何的關係設計隊形及僚機的位置，使用 PID 控制器維持隊形，並提出三種隊形形成的策略，讓隊形最終呈現三角形編隊。

在防撞控制的部分，文獻 [8] 和文獻 [9] 同樣使用幾何碰撞追法的方式，定義碰撞和檢測半徑，考慮視線向量 (Line-of-Sight) 和相對速度向量，確保無人機可以準確的避開障礙物。文獻 [10] 提出一種在障礙物周圍設定一個圓圈的警戒範圍的多架無人機分散式防撞的導引演算法，通過視線向量和接近點 (Closest Point of Approach) 計算是否有碰撞威脅，再利用警戒範圍引導無人機防撞的路徑和角度。文獻 [11] 談到在編隊飛行中障礙物防撞和重新編隊的控制，長機和僚機分別都有自己的防撞方法和編隊重組，並且提出了四種防撞後的編隊重組策略。文獻 [12] 使用幾何方法檢測無人機碰撞的可能性並化成非線性最佳化的問題加以解決。文獻 [13] 提出一種新型的分佈式衝突檢測的演算法，只需要利用位置和速度即可達成。文獻 [14] 根據伽利略相對原理預測兩架無人機水平交錯距離 (Horizontal Miss Distance) 和防撞的保留時間 (Reserved Time)，提出封閉式的解決方法 (Closed-Form Solution) 來達成無人機的防撞，並分析速度變換和自動駕駛響應的延遲對水平交錯距離和保留時間的影響。文獻 [15] 通過簡單的幾何方式描述防撞方法，並提出一種向量共享分辨 (Vector Sharing Resolution)，在計算到無人機會衝突的情況下，兩架無人機可以共享衝突區域並一起做出防撞的動作。

2 編隊飛行設計

編隊飛行主要是以長機帶著僚機在設定好的隊形中進行空中的飛行任務，為了進入及維持編隊的隊形，本章節對僚機設計了一套導引律，使僚機能穩定地跟隨長機並保持適當的距離，在良好的

通訊基礎下不會有脫隊的可能。

2.1 無人機運動模型

考慮每一架無人機的運動方程式如下：

$$\begin{aligned}\dot{X}_i &= v_i \cos \psi_i \\ \dot{Y}_i &= v_i \sin \psi_i \\ \dot{v}_i &= a_{xi} \\ \dot{\psi}_i &= \frac{a_{yi}}{v_i}\end{aligned}\quad (1)$$

其中下標 $i = L$ 表示為長機， $i = F$ 表示為僚機， X 和 Y 表示位置， v 表示速度，下標 a_x 表示為 x 軸的加速度，下標 a_y 表示為 y 軸的加速度， ψ 表示航向角。

2.2 座標定義

本篇論文做編隊飛行控制時，需要考慮到兩個不同的坐標系，慣性坐標系與飛機的體坐標系，體坐標是建立在長機身上，伴隨著長機的瞬時速度方向旋轉，長機和僚機的位置可以直接在慣性坐標系中定義，但理想僚機的位置是定義在長機的體坐標系下，如圖1所示，所以需要透過坐標轉換的方式取得理想僚機在慣性坐標系中的位置。

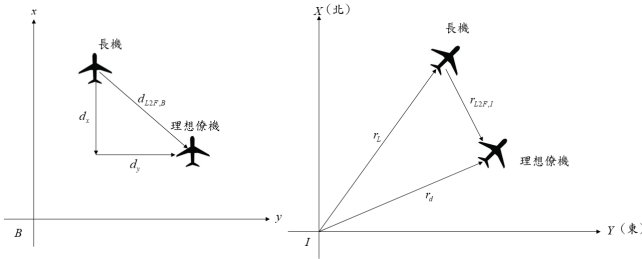


圖 1: 座標轉換關係

圖1中的大寫 B 代表體坐標系 (Body Frame)，定義體坐標係在水平面上兩軸以大寫 x 和 y 表示， $d_{L2F,B}$ 表示長機相對理想僚機的距離向量， d_x 表示長機相對理想僚機 x 軸的距離向量， d_y 表示長機相對理想僚機 y 軸的距離向量。大寫 I 代表慣性坐標系 (Inertial Frame)，定義慣性座標系在水平面上兩軸的方向為向東與向北，以 X 和 Y 表示， r_d 表示理想僚機的位置向量， r_L 表示長機的位置向量， $r_{L2F,I}$ 表示長機與理想僚機之間的距離向量，根據圖??中的長機與理想僚機的關係， r_d 可以寫成：

$$r_d = r_L + r_{L2F,I} \quad (2)$$

透過旋轉矩陣將體坐標理想僚機位置換到慣性座標系並展開成 x 和 y 軸形式：

$$\begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \psi_L & -\sin \psi_L \\ \sin \psi_L & \cos \psi_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.3 編隊飛行控制

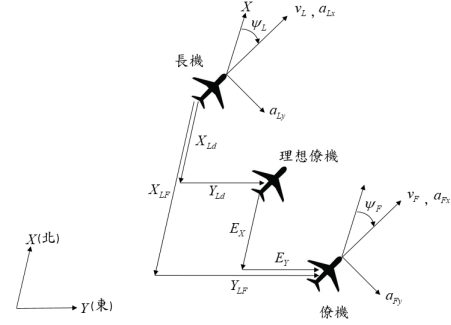


圖 2: 長僚機編隊隊形

圖2是兩架無人飛機編隊的隊形，理想僚機的符號以下標 d 表示。 X_{LF} 表示長機與僚機之間的 X 軸距離， Y_{LF} 表示長機與僚機之間的 Y 軸距離， X_{Ld} 表示長機與理想僚機之間的 X 軸距離， Y_{Ld} 表示長機與理想僚機之間的 Y 軸距離， E_X 表示理想僚機與僚機之間 X 軸的誤差， E_Y 表示理想僚機與僚機之間 Y 軸的誤差。誤差的計算式可以表示成：

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} E_X \\ E_Y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X_{LF} - X_{Ld} \\ Y_{LF} - Y_{Ld} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (X_L - X_F) - (X_L - X_d) \\ (Y_L - Y_F) - (Y_L - Y_d) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4)$$

其中 X_F 和 Y_F 分別代表慣性座標系中僚機的位置分量。在 (2.2) 章說到 X_d 和 Y_d 的計算方式，所以將 (3) 式代入 (4) 式：

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} E_X \\ E_Y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (X_L - X_F) \\ (Y_L - Y_F) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \cos \psi_L & -\sin \psi_L \\ \sin \psi_L & \cos \psi_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (5)$$

對 (5) 式微分一次和兩次：

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{E}_X \\ \dot{E}_Y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{X}_L - \dot{X}_F \\ \dot{Y}_L - \dot{Y}_F \end{bmatrix} \\ &\quad + \dot{\psi}_L \begin{bmatrix} -\sin \psi_L & -\cos \psi_L \\ \cos \psi_L & -\sin \psi_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{E}_X \\ \ddot{E}_Y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \ddot{X}_L - \ddot{X}_F \\ \ddot{Y}_L - \ddot{Y}_F \end{bmatrix} \\ &+ \dot{\psi}_L^2 \begin{bmatrix} -\cos \psi_L & \sin \psi_L \\ -\sin \psi_L & -\cos \psi_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} \\ &+ \ddot{\psi}_L \begin{bmatrix} -\sin \psi_L & -\cos \psi_L \\ \cos \psi_L & -\sin \psi_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

假設無人機是以穩定狀態轉彎 (Steady-State Turn)，因此 $\ddot{\psi}_L = 0$ 。將 (1) 式微分得到 \ddot{E}_X 和 \ddot{E}_Y 代入 (7)，並整理 (7) 式變成以下的形式：

$$\ddot{e} = f + bu \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} e &= \begin{bmatrix} E_X \\ E_Y \end{bmatrix} \\ f &= \begin{bmatrix} a_{Lx} \cos \psi_L - a_{Ly} \sin \psi_L \\ a_{Lx} \sin \psi_L + a_{Ly} \cos \psi_L \end{bmatrix} \\ &+ \left(\frac{a_{Ly}}{v_L}\right)^2 \begin{bmatrix} -\cos \psi_L & \sin \psi_L \\ -\sin \psi_L & -\cos \psi_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} \\ b &= \begin{bmatrix} -\cos \psi_F & \sin \psi_F \\ -\sin \psi_F & -\cos \psi_F \end{bmatrix} \\ u &= \begin{bmatrix} a_{Fx} \\ a_{Fy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

公式 (8) 是一個非線性的系統， u 為輸入訊號，接著使用回授線性化 (Feedback Linearization) 的方式消除非線性的部分，將輸入控制 (Control Input) 設計成：

$$u = b^{-1}(-f + \varepsilon) \quad (10)$$

假設矩陣 b 的 $\det(b) \neq 0$ ，將 (10) 代回 (8) 得到：

$$\ddot{e} = \varepsilon \quad (11)$$

使用狀態回授 (State Feedback) 設計控制器，將誤差 e 和誤差的一次微分 \dot{e} 作為回授：

$$\varepsilon = -k_1 \dot{e} - k_2 e \quad (12)$$

通過 (12) 式和 (11) 式得到閉迴路系統：

$$\ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 e = 0 \quad (13)$$

透過設計安定時間與過衝的數值，利用安定時間與過衝的公式反推阻尼比 (damping ratio)

和自然頻率 (natural frequency)，最終可以得到 k_1 和 k_2 的數值，並從 (11)、(12) 和 (13) 式得到設計完成的輸入控制：

$$u = b^{-1}(-f - k_1 \dot{e} - k_2 e) \quad (14)$$

3 防撞系統設計

實際飛行中最忌諱的是無人飛機的相撞，無論在電腦的模擬結果如何，都需要一個防衛機制讓無人機避免在空中進行碰撞，本章的重點著重於兩架僚機在起始要進入編隊的狀況和僚機在進行隊形變換時，不會因為速度變化的太快，導致長機與僚機的碰撞，或是因為改變隊形的關係使兩架僚機在編隊的過程中閃避不及而造成相撞。

3.1 長僚機防撞設計

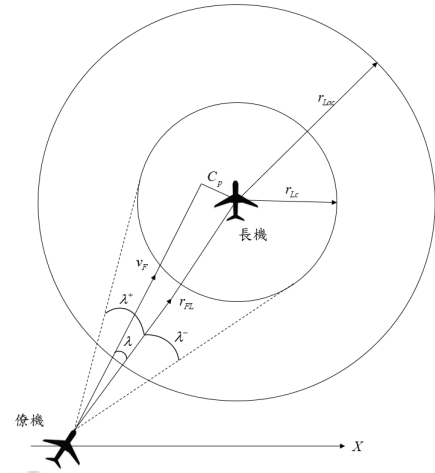


圖 3: 僚機防撞

圖3為長機與僚機要進入防撞模式的狀態， r_{Lc} 為長機的碰撞半徑，假設只要僚機進入到碰撞半徑圓圈內就會發生碰撞，在碰撞半徑 r_{Lc} 之外還有一個防撞半徑 r_{Lac} ，當僚機進入防撞半徑的圓圈內時才會啟動防撞控制， r_{FL} 表示僚機相對長機的視線向量， v_F 表示僚機的速度， λ 是視線與速度的夾角：

$$\lambda = \cos^{-1} \left[\frac{r_{FL} \cdot v_F}{|r_{FL}| |v_F|} \right] \quad (15)$$

C_p 表示最接近點 (Closest Point of Approach)：

$$C_p = |r_{FL}| \sin \lambda \quad (16)$$

λ^+ 表示視線向量向量和左側碰撞半徑切線的夾角， λ^- 表示視線向量和右側碰撞半徑切線的夾角， λ^+ 和 λ^- 會是相反的，以視線向量 r_{FL} 定義 λ^+ 為正角：

$$\lambda^+ = \begin{cases} \sin^{-1}\left(\frac{r_{Lc}}{|r_{FL}|}\right) & , \quad r_{Lc} \leq |r_{FL}| \\ \frac{\pi}{2} & , \quad r_{Lc} > |r_{FL}| \end{cases} \quad (17)$$

λ^- 為負角:

$$\lambda^- = \begin{cases} -\sin^{-1}\left(\frac{r_{Lc}}{|r_{FL}|}\right) & , \quad r_{Lc} \leq |r_{FL}| \\ -\frac{\pi}{2} & , \quad r_{Lc} > |r_{FL}| \end{cases} \quad (18)$$

在計算 λ^+ 和 λ^- 時，如果視線向量大於碰撞半徑，角度的運算不過超過 \sin 的值域，如果視線向量小於碰撞半徑，角度會超出值域並出現虛數，表示僚機已經發生碰撞，但在程式的計算中就算碰撞也不應該出現虛數的情況，所以定義若視線向量小於碰撞半徑， λ^+ 和 λ^- 分別會等於 $\frac{\pi}{2}$ 和 $-\frac{\pi}{2}$ ，如 (17) 式和 (18) 式所示。

進行防撞控制時，首先判斷僚機是否進入到防撞半徑內:

$$|r_{FL}| \leq r_{Lac} \quad (19)$$

(19) 式以純量作為判斷，若視線向量的大小小於防撞半徑，進入到下一步防撞控制判斷，反之則否。假設僚機已經滿足 (19) 式進入防撞半徑內，接下來檢測僚機是否要啟動防撞控制，滿足以下兩個條件，需要啟動防撞控制:

$$r_{FL} \cdot v_F > 0 \quad (20)$$

$$C_p < r_{Lc} \quad (21)$$

(20) 式是依靠角度執行防撞控制的標準，當 r_{LF} 和 v_F 做內積的結果大於零時，表示兩向量的夾角會小於 90 度，這時候防撞控制就會啟動，開始進行閃避的動作，若是內積小於零或等於零時，夾角會大於 90 度或等於 90 度，而這兩種情況並不需要進行防撞控制。(21) 式以簡單的距離遠近判別，小於防撞半徑需要，反之則否。使用兩個限制條件是因為如果只取其中一條公式的情況下，會使僚機在不必要防撞時而進入防撞控制，導致僚機的飛行軌跡處於震盪的狀態，所以設計兩個條件來去除這種情況。

假設僚機已經檢測到需要進行防撞控制時，所能選擇飛行路徑的方式分別為向左或向右兩種方式，僚機會依據角度的大小判斷選擇朝右邊或左邊飛行，決定僚機向左或右飛行的判斷式如下:

$$\begin{cases} \delta_l \leq \delta_r & , \quad \text{左飛} \\ \delta_l > \delta_r & , \quad \text{右飛} \end{cases} \quad (22)$$

其中

$$\delta_l = |\lambda^+ - \lambda|$$

$$\delta_r = |\lambda^- - \lambda|$$

當僚機經過判斷後，選擇要朝左或右飛時，改變僚機的航向角來達到目的:

$$\psi_F = \begin{cases} \psi_{F,now} + \delta_l & , \quad \text{左飛} \\ \psi_{F,now} - \delta_l & , \quad \text{右飛} \end{cases} \quad (23)$$

無論僚機的位置相對於長機的何處，長機和僚機之間的防撞方法都是依照先前所說明的判斷式進行，並不會因為位置的不一樣或角度的改變導致判斷式需要修正。

3.2 僚機間防撞設計

再來探討僚機間的防撞方式，假設無人機要進入編隊陣行時，出現了僚機飛行的方向會有碰撞的可能，或是無人機在空中遭遇一些需要改變隊形的狀況，僚機的飛行路徑經過判斷會有交錯的情形，而且會因此有非常大的機率相撞，如圖 (4) 所示，為了防止這種情況發生，在此章會設計一種演算方法來解決上述的情形。

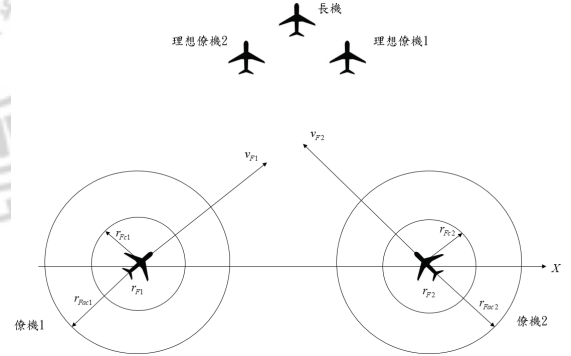


圖 4: 僚機間防撞

其中下標 1 和 2 分別表示僚機 1 和僚機 2， r_F 表示僚機的位置， v_F 表示僚機的速度方向， r_{Fc} 表示僚機的碰撞半徑， r_{Fac} 表示僚機的防撞半徑。僚機間的防撞判斷式和長機的防撞式使用的方法相似，但在這章只使用彼此的距離作為判斷的基礎，判斷式如下:

$$|r_{F1} - r_{F2}| \leq r_{Fac} \quad (24)$$

(24) 式表示兩架僚機的防撞半徑相切或是交錯時，就直接進入防撞控制。當已經知道僚機需要進入防撞控制時，僚機不再像長機的防撞以角度判斷向左或向右飛行，這次會強制讓僚機照著命令執行:

$$\begin{aligned} v_{F1} \geq v_{F2} &\implies a_{Fx2} = -2 \\ v_{F1} < v_{F2} &\implies a_{Fx1} = -2 \end{aligned} \quad (25)$$

(25) 式使用速度作為依據，如果僚機 1 的速度大於僚機 2，僚機 2 的 x 軸方向加速度為 $-2 m/s^2$ ，表示僚機 2 逐漸減速，讓僚機 1 先完成交換，相反的若僚機 2 的速度大於僚機 1，僚機 1 的 x 軸方向加速度為 $-2 m/s^2$ ，僚機 1 逐漸減速，讓僚機 2 先完成交換。

4 數值模擬

此章節是要對編隊飛行設計和防撞設計進行驗證，考慮一架長機與兩架僚機轉彎編隊飛行的狀況。防撞設計會結合編隊飛行在設定的特殊條件下，從模擬圖中觀察防撞程序是否正確的動作。

4.1 模擬參數

在模擬僚機飛軌跡前，有三個初始條件需要設定：模擬的初始條件、編隊的隊形和控制器參數 k_1 與 k_2 ，根據輸入控制的 (14) 式中，需要用到的參數有長機和僚機的位置、速度和航向角，在防撞設計部分需要碰撞半徑和防撞半徑，表 (1) 是模擬的初始條件：

表 1: 編隊飛行初始條件

初始條件	長機	僚機 1	僚機 2
位置 (公尺)(x,y)	0,0	-20,15	-20,-15
速度 (公尺/秒)	5	4	4
航向角 (deg)	20	15	10
碰撞半徑 (公尺)	5	5	5
防撞半徑 (公尺)	15	15	15

編隊的隊形是由理想僚機的位置所決定，設定理想僚機的位置在長機後方，僚機 1 和僚機 2 的 d_x 向量為 (-20) ，僚機 1 的 d_y 向量為 (-20) ，僚機 2 的 d_y 向量為 (20) ，隊形呈現三角形的編隊。設計輸入控制的參數 k_1 和 k_2 的部分要回到第二章編隊飛行設計中，將二階閉迴路系統 (13) 與 s 平面上的二階系統特徵方程式 (26) 式比較：

$$\begin{aligned} \ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 e &= 0 \\ s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

結果為：

$$\begin{aligned} k_1 &= 2\zeta\omega_n \\ k_2 &= \omega_n^2 \end{aligned} \quad (27)$$

令安定時間為 6 秒與過衝為 0.05，利用安定時間與過衝的公式反推阻尼比 (damping ratio) 和自然頻率 (natural frequency)，得到：

$$\begin{aligned} \zeta &= 0.6901 \\ \omega_n &= 0.9419 \end{aligned} \quad (28)$$

將 (28) 式代入 (27) 式得到控制器的參數為：

$$\begin{aligned} k_1 &= 1.3 \\ k_2 &= 0.8872 \end{aligned} \quad (29)$$

最後把 (29) 式代入 (14) 式得到輸入控制如下：

$$u = b^{-1}(-f - 1.3\dot{e} - 0.8872e) \quad (30)$$

(30) 式會衍伸一個問題，如果僚機的位置設定的距離與理想僚機的位置相距太遠，僚機的加速度會非常大，在實際的情況中不可能產生極大的加速度，為了解決這種情況，給予加速度限制：

$$\begin{bmatrix} a_{Fx} \\ a_{Fy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pm 2 m/s^2 \\ \pm 2 m/s^2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

無論僚機加速或減速時，兩軸上的加速度皆不可超過 $2 m/s^2$ 和 $2 m/s^2$ 。雖然加速度已經限制，但是在做編隊時因為距離的關係可能會造成速度無限制的持續上升，所以不只是加速度需要限制，速度也必須限制：

$$2 m/s \leq v_F \leq 10 m/s \quad (32)$$

假設無人機能達到的最高速度為 $10 m/s$ ，維持無人機飛行的最低速度為 $2 m/s$ ，所以速度限制設定在 $10 m/s$ 至 $2 m/s$ 之間。使用 MATLAB 進行模擬時，需要在慣系坐標系中畫出無人機的飛行軌跡圖做驗證，所以對 (1) 式使用簡易的矩形積分法求下一次的位置、速度和航向角的公式：

$$\begin{aligned} X_i &= X_{i,now} + (v_i \cos \psi_i) \Delta t \\ Y_i &= Y_{i,now} + (v_i \sin \psi_i) \Delta t \\ v_i &= v_{i,now} + a_{xi} \Delta t \\ \psi_i &= \psi_{i,now} + \frac{a_{yi}}{v_i} \end{aligned} \quad (33)$$

4.2 編隊飛行與防撞控制模擬

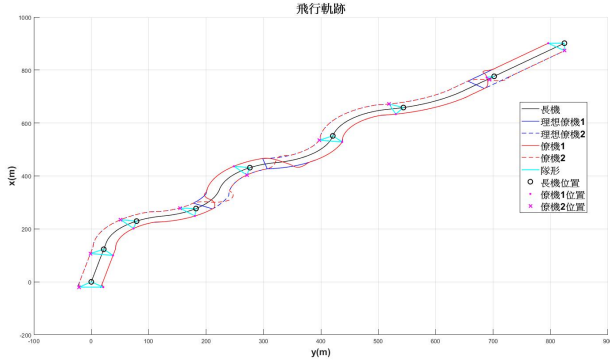


圖 5: 飛行軌跡

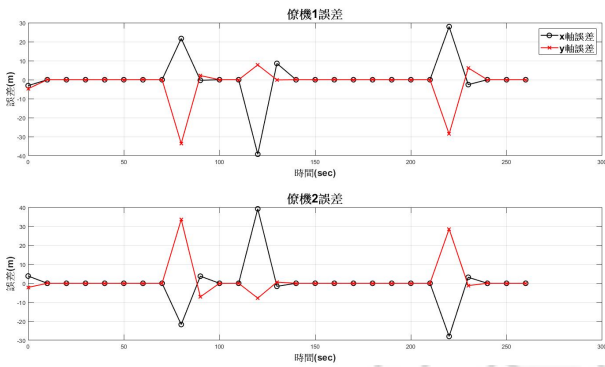


圖 6: 飛行軌跡

圖 (5) 為編隊飛行與防撞模擬的飛行軌跡，從飛行軌跡圖中的三次變換隊形發現若理想僚機的位置交換，誤差會瞬間變大，如圖 (6)，表示理想僚機位置交換後僚機分別開始加速，在交換的過程中會進入到防撞控制，並觀察防撞控制的動作。取第一次交換隊形時的情況討論，兩架僚機的航向角開始偏轉，透過僚機間的判斷式計算出僚機 1 優先交換，並同時進入長僚機與僚機間的防撞控制中，僚機 2 則是持續減速飛行，直到防撞控制解除後，僚機 2 會因為控制器參數的關係，在僚機與理想僚機的距離太遠時，所計算出來的輸入控制命令維持在最高的限制條件中，無法在變換後及時回到隊形中，而是先越過了理想僚機的位置，再重新回到隊形，經過 20 秒後，僚機 1 和 2 的誤差歸零重新回到隊形中。第二次和第三次同樣也是僚機 1 先進行交換，僚機 2 減速讓僚機 1 先通過，一樣會發生第一次變換的情形。

根據這三次隊形變換的結果，發現到長機在轉彎時，優先交換的僚機都會發生偏離隊形過遠的問題，為了解決偏離隊形的情況，採用增益規劃 (Gain Scheduling) 的方式，改變 k_1 和 k_2 ，但此方式不包括僚機初始進入隊形的狀況，只在編隊完成後執行其他任務時使用。假設僚機與理想僚機距離超過 20 公尺時加入增益規劃，將過衝和安定時間分別改為 0.05 和 20 秒，判斷條件、

阻尼比、自然頻率、 k_1 和 k_2 數值如下：

$$|r_F - r_d| \leq 20 \quad (34)$$

$$\zeta = 0.6901$$

$$\omega_n = 0.314$$

$$k_1 = 0.433$$

$$k_2 = 0.0986$$

所以當判斷式成立時，輸入控制會變成：

$$u = b^{-1}(-f - 0.433\dot{e} - 0.0986e) \quad (35)$$

加入增益規劃後，在第一次的變換隊形中，僚機與理想僚機的距離在變換隊形後突然增加，這時增益規劃啟動，將反應時間延長，減少加速度的時間，降低速度，增加僚機 1 在 90 秒的誤差，但會改善在 90 秒僚機 2 所造成偏離理想僚機位置過的狀況，整體的飛行軌跡會更為平滑。第二次與第三次變換狀況都和第一次相同。

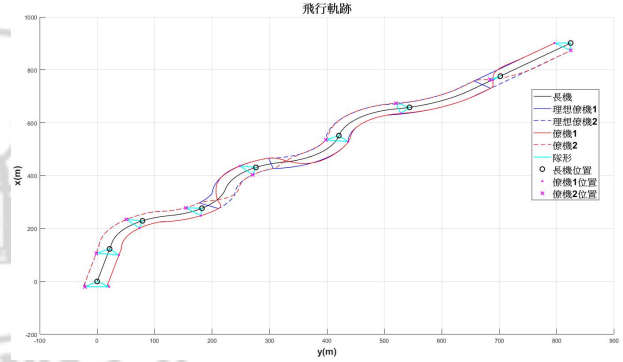


圖 7: 加入增益規劃的飛行軌跡

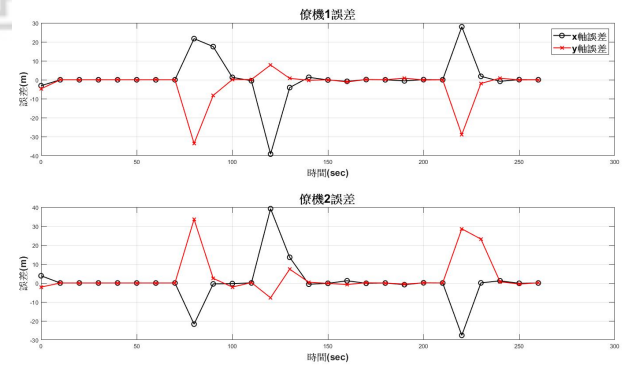


圖 8: 飛行軌跡

5 結論

本文使用簡易的無人機運動方程式和領導及跟隨的控制方法探討編隊飛行的導引律，設計 PD 控制器解決非線性的導引律公式，並設定較貼近實際的初始條件和加入一些限制條件，讓模擬結果更加真實，最後以質點的方式在二維平面進行直

線和轉彎的飛行模擬，並從飛行軌跡圖和誤差圖得到成功的編隊飛行，此種導引律可以應用在大部分編隊飛行的情況，只要設定好理想僚機跟隨的長機和本身的位置，三架以上無人機編隊飛行是可行的。防撞控制使用幾何的方式研究長機與僚機和僚機與僚機之間的防撞關係，設計不同的判斷條件和解決方式，像是以角度和相對位置作為判斷條件和改變航向角或加速度解決碰撞的辦法等等，最後也是以質點的方式進行變換隊形的模擬，並從飛行軌跡圖和速度圖觀察出防撞控制成功的啟動和執行。本文的方法只能應用在三架無人機編隊飛行與防撞控制，未來可以在運動方程式中加入航行角 (Flight Path Angle)，考慮包含高度控制的三維之間的編隊飛行，並設計更為精確的控制器控制僚機的輸入響應，防撞控制方面可以設計球形的幾何形狀，把高度也加入防撞控制中，不僅能在平面上閃避，也能以不同高度做防撞的動作，讓防撞條件更加多元，應用層面更廣，最後使用電腦模擬和三架無人機實際飛行進行驗證。

參考文獻

- [1] 徐邦承, 四旋翼編隊飛行- 群組飛行的模擬與實現, 淡江大學航太系碩士班碩士論文, 民國 105 年 6 月.
- [2] Yuan, Wen, et al. "Multi-UAVs formation flight control based on leader-follower pattern." Control Conference (CCC), 2017 36th Chinese. IEEE, 2017.
- [3] You, Dong Il, and David Hyunchul Shim. "Autonomous formation flight test of multi-micro aerial vehicles." Journal of Intelligent Robotic Systems 61.1-4 (2011): 321-337.
- [4] Zhang, Jialong, et al. "Design and flight stability analysis of the UAV close cooperative formation control laws." 2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC). IEEE, 2018.
- [5] Rezaee, Hamed, Farzaneh Abdollahi, and Mohammad Bagher Menhaj. "Model-free fuzzy leader-follower formation control of fixed wing UAVs." Fuzzy Systems (IFSC), 2013 13th Iranian Conference on. IEEE, 2013.
- [6] Choi, Jongug, and Yudan Kim. "Fuel efficient three dimensional controller for leader-follower UAV formation flight." Control, Automation and Systems, 2007. ICCAS'07. International Conference on. IEEE, 2007.
- [7] Luo, Delin, et al. "Uav formation flight control and formation switch strategy." Computer Science Education (ICCSE), 2013 8th International Conference on. IEEE, 2013.
- [8] Seo, Joongbo, et al. "Collision avoidance strategies for unmanned aerial vehicles in formation flight." IEEE Transactions on aerospace and electronic systems 53.6 (2017): 2718-2734.
- [9] Chao, Xiong, Xie Wu-Jie, and Dong Wen-Han. "The design of automatic air collision avoidance system based on geometric." 2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC). IEEE, 2018.
- [10] Lee, Yongwoo, and Youdan Kim. "Distributed unmanned aircraft collision avoidance using limit cycle." Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on. IEEE, 2011.
- [11] Luo, Delin, Ting Zhou, and Shunxiang Wu. "Obstacle avoidance and formation regrouping strategy and control for UAV formation flight." Control and Automation (ICCA), 2013 10th IEEE International Conference on. IEEE, 2013.
- [12] Jian, Yang, et al. "Multi-agent coordination in high velocity UAVs conflict detection and resolution." Control Conference (CCC), 2015 34th Chinese. IEEE, 2015.
- [13] Mahjri, Imen, Amine Dhraief, and Abdelfettah Belghith. "A three dimensional scalable and distributed conflict detection algorithm for unmanned aerial vehicles." Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), 2016 IEEE. IEEE, 2016.
- [14] Peng, Liangfu, and Yunsong Lin. "A closed-form solution of horizontal maneuver to collision avoidance system for UAVs." Control and Decision Conference (CCDC), 2010 Chinese. IEEE, 2010.
- [15] Park, Jung-Woo, Hyondong Oh, and Min-Jea Tahk. "UAV collision avoidance based on geometric approach." (2008).