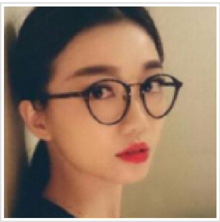
知行合一

厚积薄发，格物致知。简单点，做事的动机简单点。



卡尔曼滤波 -- 从推导到应用(一)

标签： 滤波算法

2013-12-30 01:26 33899人阅读 评

分类：

算法推导系列（21）

前言

卡尔曼滤波器是在估计线性系统状态的过程中，以最小均方差为目的而推导出的几个递推数

以从贝叶斯推断的角度来推导。

本文将分为两部分：

第一部分，结合例子，从最小均方差的角度，直观地介绍卡尔曼滤波的原理，并给出较为详细的数学推导。

第二部分，通过两个例子给出卡尔曼滤波的实际应用。其中将详细介绍一个匀加速模型，并直观的对比系统状态模型的建立对滤波的影响。

第一部分

先看一个对理解卡尔曼滤波能起到作用的的笑话:

一片绿油油的草地上有一条曲折的小径,通向一棵大树.一个要求被提出:从起点沿着小径走到树下.

“很简单.” A说,于是他丝毫不差地沿着小径走到了树下.

现在，难度被增加了：蒙上眼。

“也不难，我当过特种兵。” B说，于是他歪歪扭扭地走到了树旁。“唉，好久不练，生疏了。” （只凭自己的预测能力）

“看我的，我有 DIY 的 GPS！” C说，于是他像个醉汉似地歪歪扭扭的走到了树旁。“唉，这个 GPS 没做好，漂移太大。”（只依靠外界有很大噪声的测量）

“我来试试。” 旁边一也当过特种兵的拿过 GPS, 蒙上眼，居然沿着小径很顺滑的走到了树下。（自己能预测+测量结果的反馈）

“这么厉害！你是什么人?”

“卡尔曼 ! ”

“卡尔曼？！ 你就是卡尔曼？”众人大吃一惊。

“我是说这个 GPS 卡而慢。”

此段引用自 highgear 的 《授之以渔：卡尔曼滤波器...大泄蜜...》 (点击可跳转到该网页)

这个小笑话很有意思的指出了卡尔曼滤波的核心，预测+测量反馈，记住这种思想。

--分割线---

--

在介绍卡尔曼滤波前，简单说明几个在学卡尔曼过程中要用到的概念。即什么是协方差，它有什么含义，以及什么叫最小均方差估计，什么是多元高斯分布。如果对这些有了了解，可以跳过，直接到下面的分割线。

均方差：它是"误差"的平方的期望值（误差就是每个估计值与真实值的差），也就是多个样本的时候，均方差等于每个样本的误差平方再乘以该样本出现的概率的和。

方差：方差是描述随机变量的离散程度，是变量离期望值的距离。

注意两者概念上稍有差别，当你的样本期望值就是真实值时，两者又完全相同。最小均方差估计就是指估计参数时要使得估计出来的模型和真实值之间的误差平方期望值最小。

两个实变量之间的协方差：

$$\operatorname{cov}(X,Y) = \operatorname{E}((X-\mu)(Y-\nu))$$

它表示的两个变量之间的总体误差，当Y=X的时候就是方差。下面说说我对协方差的通俗理解，先抛去公式中的期望不谈，即假设样本X,Y发生的概率就是1，那么协方差的公式就变成了：

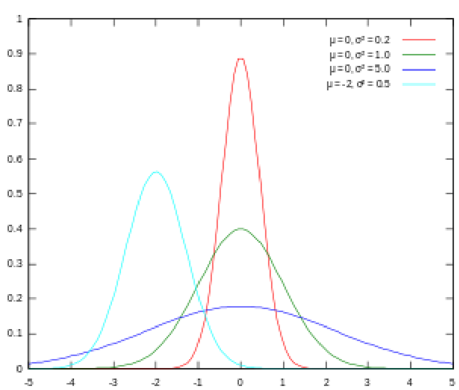
$$(X-\mu)(Y-\nu)$$

这就是两个东西相乘，马上联想到数值图像里的相关计算。如果两个变量的变化趋势一致，也就是说如果其中一个大于自身的期望值，另外一个也大于自身的期望值，那么两个变量之间的协方差就是正值。如果两个变量的变化趋势相反，即其中一个大于自身的期望值，另外一个却小于自身的期望值，那么两个变量之间的协方差就是负值。协方差矩阵只不过就是元素多了组成了矩阵，其中协方就是方差，具体公式形式请见wiki。

其实，这种相乘的形式也有点类似于向量投影，即两个向量的内积。再远一点，联想频谱系数的确定，要确定一个函数f(x)在某个频率w上的频谱，就是<f(x),cos(wt)>,< ,>表俗的讲是将f(x)投影到cos(wt)上，要讲清傅里叶的本质需要另写一篇博文，这里提到这对知识的相互理解。

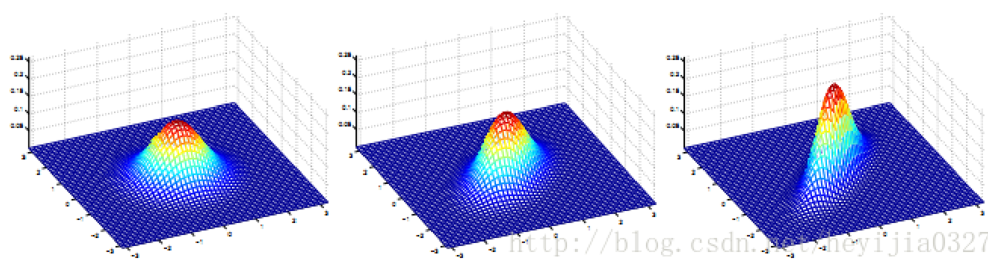
高斯分布：概率密度函数图像如下图,四条曲线的方差各不相同,方差决定了曲线的胖瘦高矮。

概率密度函数



绿线代表标准正态分布

多元高斯分布：就是高斯分布的低维向高维的扩展，图像如下。



对应多元高斯分布的公式也请自行谷歌，以前高斯公式中的方差也变成了协方差，对应上面三张图的协方差矩阵分别如下：

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}; \quad .\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}.$$

注意协方差矩阵的主对角线就是方差，反对角线上的就是两个变量间的协方差。就上面的二元高斯分布而言，协方差越大，图像越扁，也就是说两个维度之间越有联系。

--分割线--

这部分每讲一个数学性的东西，接着就会有相应的例子和直观的分析帮助理解。

首先假设我们知道一个线性系统的状态差分方程为

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1}$$

其中x是系统的状态向量，大小为n*1列。A为转换矩阵，大小为n*n。u为系统输入，大小为k*1。B是将输入转换为状态的矩阵，大小为n*k。随机变量w为系统噪声。注意这些矩阵的大小，它们与你实际编程密切相关。

看一个具体的匀加速运动的实例。

有一个匀加速运动的小车，它受到的合力为 ft , 由匀加速运动的位移和速度公式，能得到由 t-1 到 t 时刻的位移和速度变化公式：

$$x_t = x_{t-1} + (\dot{x}_{t-1} \times \Delta t) + \frac{f_t (\Delta t)^2}{2m}$$

$$\dot{x}_t = \dot{x}_{t-1} + \frac{f_t \Delta t}{m} .$$

该系统系统的状态向量包括位移和速度，分别用 xt 和 xt的导数 表示。控制输入变量为u，也就是加速度，于是有如下形式:

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} x_t \\ \dot{x}_t \end{bmatrix}. \quad \mathbf{u}_t = \frac{f_t}{m}.$$

所以这个系统的状态的方程为:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ \dot{x}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ \dot{x}_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(\Delta t)^2}{2} \\ \Delta t \end{bmatrix} \frac{f_t}{m}.$$

这里对应的的矩阵A大小为 2*2 ,矩阵B大小为 2*1。

貌似有了这个模型就能完全估计系统状态了，速度能计算出，位移也能计算出。那还要卡尔曼干嘛，问题是很多实际系统复杂到根本就建不了模。并且，即使你建立了较为准确的模型，只要你在某一步有误差，由递推公式，很可能不断将你的误差放大A倍（A就是那个状态转换矩阵），以至于最后得到的估计结果完全不能用了。回到最开始的那个笑话，如果那个完全凭预测的特种兵在某一步偏离了正确的路径，当他站在错误的路径上（而他自己以为是正确的）做下一步预测时，肯定走的路径也会错了，到最后越走越偏。

既然如此，我们就引进反馈。从概率论贝叶斯模型的观点来看前面预测的结果就是先验，测量出的结果就是后验。

测量值当然是由系统状态变量映射出来的，方程形式如下：

$$z_k = Hx_k + v_k .$$

注意Z是测量值，大小为m*1(不是n*1，也不是1*1，后面将说明），H也是状态变量到测量的转换矩阵。大小为m*n。随机变量v是测量噪声。

同时对于匀加速模型，假设下车是匀加速远离我们，我们站在原点用超声波仪器测量小车离我们的距离。

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \end{bmatrix}$$

也就是测量值直接等于位移。可能又会问，为什么不直接用测量值呢？测量值噪声太大了，根本不能直接用它来进行计算。试想一个本来是朝着一个方向做匀加速运动的小车，你测出来的位移确是前后移动（噪声影响），只根据测量的结果，你就以为车子一会往前开一会往后开。

对于状态方程中的系统噪声w和测量噪声v，假设服从如下多元高斯分布，并且w,v是相互独立的。其中Q,R为噪声变量的协方差矩阵。

$$p(w) \sim N(0, Q),$$

$$p(v) \sim N(0, R).$$

看到这里自然要提个问题，为什么噪声模型就得服从高斯分布呢？请继续往下看。

对于小车匀加速运动的的模型，假设系统的噪声向量只存在速度分量上，且速度噪声的方差是一个常量0.01，位移分量上的系统噪声为0。测量值只有位移，它的协方差矩阵大小是1*1，就是测量噪声的方差本身。那么：

$$Q=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0.01\end{bmatrix}$$

Q中，叠加在速度上系统噪声方差为0.01，位移上的为0，它们间协方差为0，即噪声间没有关联。

理论预测（先验）有了，测量值（后验）也有了，那怎么根据这两者得到最优的估计值呢？首先想到的就是加权，或者称之为反馈。

我们认定 $\hat{x}'_k$ 是预测（先验）值，$\hat{x}_k$是估计值，$\hat{z}_k$为测量值的预测，在下面的推导中，请注意估计和预测两者的区别，不混为一谈。由一般的反馈思想我们得到估计值：

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= \hat{x}'_k + K_k\left(z_k-\hat{z}_k\right)\\ &= \hat{x}'_k + K_k\left(z_k-H\hat{x}'_k\right)\end{aligned}$$

其中，$\left(z_k-H\hat{x}'_k\right)$ 称之为残差，也就是预测的和你实际测量值之间的差距。如果这
测和测量出的完全吻合。这种反馈递推的形式又让我联想到数值分析里用来求解线性方程组时的一
Gauss-Seidel迭代法，有兴趣的可以看看。

现在的关键就是求取这个K。这时最小均方差就起到了作用，顺便在这里回答为什么噪声必须
布，在进行参数估计的时候，估计的一种标准叫最大似然估计，它的核心思想就是你手里的这些相互间独立的样本既然出现了，那就说明这些样本概率的乘积应该最大（概率大才出现嘛）。如果样本服从概率高斯分布，对他们的概率乘积取对数ln后，你会发现函数形式将会变成一个常数加上样本最小均方差的形式。因此，看似直观上很容易理解的最小均方差理论上来源就出于那里（详细过程还请自行谷歌，请原谅，什么都讲的话就显得这边文章没有主次了）。

先看估计值和真实值间误差的协方差矩阵，提醒一下协方差矩阵的对角线元素就是方差，求这个协方差矩阵，就是为了利用他的对角线元素的和计算得到均方差.

$$P_k = E\left[e_k e_k^T\right] = E\left[\left(x_k-\hat{x}_k\right)\left(x_k-\hat{x}_k\right)^T\right]$$

这里请注意ek是向量，它由各个系统状态变量的误差组成。如匀加速运动模型里，ek便是由位移误差和速度误差，他们组成的协方差矩阵。表示如下：

$$P_k=\begin{bmatrix}E\left(s_{err}s_{err}^T\right) & E\left(s_{err}v_{err}^T\right)\\ E\left(v_{err}s_{err}^T\right) & E\left(v_{err}v_{err}^T\right)\end{bmatrix}$$

其中，Serr代表位移误差，Verr代表速度误差,对角线上就是各自的方差。

把前面得到的估计值代入这里能够化简得：

$$\begin{aligned}P_k = E\ [&[(I-K_kH)(x_k-\hat{x}'_k)-K_kv_k]\\ &[(I-K_kH)(x_k-\hat{x}'_k)-K_kv_k]^T]\end{aligned} \qquad (1)式$$

同理，能够得到预测值和真实值之间误差的协方差矩阵：

$$P'_k = E\left[e'_k e'^T_k\right] = E\left[\left(x_k-\hat{x}'_k\right)\left(x_k-\hat{x}'_k\right)^T\right]$$

注意到系统状态x变量和测量噪声之间是相互独立的。于是展开（1）式可得：

$$\begin{aligned}P_k &= (I-K_kH)\,E\left[(x_k-\hat{x}'_k)(x_k-\hat{x}'_k)^T\right](I-K_kH)\\ &+ K_kE\left[v_kv_k^T\right]K_k^T\end{aligned}$$

最后得到：

$$P_k = (I - K_k H) P'_k (I - K_k H)^T + K_k R K_k^T$$

继续展开：

$$P_k = P'_k - K_k H P'_k - P'_k H^T K_k^T + K_k \left(H P'_k H^T + R \right) K_k^T$$

接下来最小均方差开始正式登场了，回忆之前提到的，协方差矩阵的对角线元素就是方差。这样一来，把矩阵P的对角线元素求和，用字母T来表示这种算子，他的学名叫矩阵的迹。

$$T\left[P_k\right] = T\left[P'_k\right] - 2T\left[K_k H P'_k\right] + T\left[K_k \left(H P'_k H^T + R \right) K_k^T\right]$$

最小均方差就是使得上式最小，对未知量K求导,令导函数等于0，就能找到K的值。

$$\frac{dT\left[P_k\right]}{dK_k} = -2(H P'_k)^T + 2K_k \left(H P'_k H^T + R \right)$$

$$K_k = P'_k H^T \left(H P'_k H^T + R \right)^{-1}$$

注意这个计算式K，转换矩阵H式常数，测量噪声协方差R也是常数。因此K的大小将与预测值

关。不妨进一步假设，上面式子中的矩阵维数都是1*1大小的，并假设H=1，P'_k 不等于0。那么K

下：

$$K_k = \frac{P'_k}{P'_k + R} = \frac{1}{1 + R / P'_k}$$

所以 P'_k 越大，那么K就越大，权重将更加重视反馈,如果 P'_k 等于0，也就是预测值和真实值相等，那么K=0，估计值就等于预测值（先验）。

将计算出的这个K反代入Pk中，就能简化Pk，估计协方差矩阵Pk的：

$$\begin{aligned} P_k &= P'_k - P'_k H^T \left(H P'_k H^T + R \right)^{-1} H P'_k \\ &= P'_k - K_k H P'_k \\ &= (I - K_k H) P'_k \end{aligned}$$

因此递推公式中每一步的K就计算出来了，同时每一步的估计协方差也能计算出来。但K的公式中好像又多了一个我们还未曾计算出来的东西 P'_k ,他称之为预测值和真实值之间误差的协方差矩阵。它的递推计算如下：

请先注意到预测值的递推形式是：$\hat{x}'_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k$

$$P'_{k+1} = E\left[e'_{k+1} e^{T\prime}_{k+1}\right]$$

$$= E\left[\left(x_{k+1} - \hat{x}'_{k+1}\right)\left(x_{k+1} - \hat{x}'_{k+1}\right)^T\right]$$

$$= E\left[\left(A\left(x_k - \hat{x}_k\right) + \omega_k\right)\left(A\left(x_k - \hat{x}_k\right) + \omega_{k\,k}\right)^T\right]$$

由于系统状态变量和噪声之间是独立，故可以写成：

$$= E\left[\left(Ae_k\right)\left(Ae_k\right)^T\right] + E\left[\omega_k \omega_k^T\right]$$

$$= AP_k A^T + Q$$

由此也得到了 P'_k 的递推公式。因此我们只需设定最初的 P_k ,就能不断递推下去。

这里总结下递推的过程，理一下思路：

首先要计算预测值、预测值和真实值之间误差协方差矩阵。

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1}$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q$$

有了这两个就能计算卡尔曼增益K，再然后得到估计值，

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$$

最后还要计算估计值和真实值之间的误差协方差矩阵，为下次递推做准备。

$$P_k = (I - K_k H)P_k^-$$

至此，卡尔曼滤波的理论推导到此结束。还有一些如实际应用中状态方程建立不正确，预测纟

细节问题，以及一些总结留到第二部分讨论。

reference：

1.Greg Welch & Gary Bishop. << An Introduction to the Kalman Filter >>

2.Tony Lacey. << Tutorial:The Kalman Filter >>.

3.Ramsey Faragher. << Understanding the Basis of the Kalman Filter Via a Simple and Intuitive Derivation >>

4.highgear . 《授之以渔：卡尔曼滤波器...大泄蜜...》

5.很多概念定义来自维基百科

下一篇 卡尔曼滤波 -- 从推导到应用(二)

相关文章推荐

- Kalman滤波器从原理到实现
- 卡尔曼滤波(Kalman filtering)小结
- 对Kalman(卡尔曼)滤波器的理解
- 理解Kalman滤波的使用
- 卡尔曼滤波原理
- 卡尔曼滤波器学习笔记（二）
- 浅谈卡尔曼滤波（Kalman Filter）（一）
- Kalman filter卡尔曼滤波的原理说明
- 关于Kalman滤波器的理解
- 卡尔曼滤波 -- 从推导到应用(一) 到 (二)

猜你在找

查看评论

36楼 zdczdccccc 2017-04-28 14:43发表

楼主，我有来自两个传感器对一个landmark的位置测量数据。我想使这个landmark的运动显得更为平滑，请问这样的情况
卡尔曼滤波适用吗

35楼 一路向前GO 2017-03-23 14:44发表

楼主，您这个是线性卡尔曼滤波，它的增益矩阵和测量值无关。

Re: 白巧克力亦唯心 2017-03-23 15:47发表

回复u014725451：恩

Re: 一路向前GO 2017-03-24 12:05发表

回复heyijia0327：博主写的很全面了,代码仿真写得很好!非常棒的博文,感谢楼主.
PS:如果能再讲讲EKF就更好了,please!^_^

Re: 白巧克力亦唯心 2017-03-24 15:05发表

回复u014725451：谢谢，熟悉了KF，EKF其实很容易的。x_t+1 = f(x_t). 由于f(x_t)函数是非线性的，把它一阶泰勒展开线性化后就跟卡尔曼滤波的差不多了。

34楼 韧翎御风 2017-03-18 12:00发表

> 引用“baidu_33918243”的评论：
> 大神，Kk代入Pk,跳步有点严重啊。。。。。。。。。可否贴上来？手写的也好啊..........

同问啊！！！？？谢谢博主

Re: 韧翎御风 2017-03-18 15:41发表

回复qq_36355662：不用了，我想明白了，多谢博主文章！！

33楼 qndhm 2017-02-20 22:36发表

公式经得住时间的考验，很棒!

32楼 qq_16413723 2017-02-17 09:47发表

这篇文章深入浅出，特别好，请问一下楼主那个pk （1）式是怎么得出的。

31楼 tangyao0629 2017-02-07 07:10发表

博主写的太精彩了，看了就基本理解了什么是卡尔曼滤波！

不过我也产生了一个疑问，和23L的问题一样。Pk代表的是预测值和真实值误差的协方差矩阵，然而在实际情况中我们并不知道真实值，所以我们要手动给一个初值，比如给0就代表开始的时候预测完全准确。

那么问题来了，Pk和卡尔曼增益k的计算只取决于几个数，A,B,H,Q,R，而这些数都是常数，所以只要用的是同一种sensor（R一样），测量的是同一种物理过程（A，B，H，Q一样），那么任何人都能使用同一套Pk和k，然后把他们各自的测量数据Zk带进去就行了。

请问我是哪里理解有误吗？因为我总感觉Pk和k应该由每一个时刻的预测值和测量值来决定，而不是提前就能决定。请博主不吝赐教！

对了还有一个小问题。。。既然k值最后会收敛，那就代表着对预测值和测量值的信任程度会收敛，也就是说随着迭代次数的增加，两个值的权重成了一个常数，请问这个应该怎么直观的理解呢？

Re: 白巧克力亦唯心 2017-02-07 09:36发表

回复tangyao0629：你理解的都没问题。

Re: tangyao0629 2017-02-08 05:14发表

> 引用“tangyao0629”的评论：
>
> 回复heyijia0327：感谢回复！
>
> 所以不管做加速运动，减速运动，或...

能不能这样理解。我想知道外面的温度，我问了老张和老王，老张说外面24°（预测值
面27°（观测值）。那么我就开始盘算了，老张平时满嘴跑火车，什么大象可以装冰箱，老鼠的儿子会下蛋，雾霾可以防导弹...呸呸呸，他说的温度应该不太准（预测值和真实值的误差方
老王，憨厚老实，踏实认真，总是住在别人家隔壁，随时帮忙生儿子，他说的温度应该比较准。
所以，我更信任老王，老王的权重0.7，老张0.3。我取这两个权重的时候并没有参考他们告诉我的值是多少，也没有参考这两个值怎么来的，我仅仅参考了他们给的值的误差的方差大不大。所以任何人跑来问温度，只要他们问的是老张和老王，那理论上他们都可以使用0.3和0.7这两个值，如果他们不想用，可以自己给个初值去计算。
而这就是卡尔曼滤波的核心思想，不关心测量值和预测值具体是多少，也不太关心预测值怎么算出来的，单纯就是用预测值误差的方差来迭代算出对两个值的信任程度k。所以别人只要用的是同样的sensor，测量的是同样的过程，那么都可以用我算出来的k。
请问这样理解是对的吗？

Re: tangyao0629 2017-02-08 02:55发表

回复heyijia0327：感谢回复！

所以不管做加速运动，减速运动，或者是匀速运动，他们的数学模型都是一样的，区别只是控制量（加速度）不同。那么理论上任何人，只要用同一种探测器，只要测的是任意一种运动，那么他们都可以用一模一样的一套增益k。

这样的话卡尔曼增益k就和具体运动过程完全无关了，请问这个应该怎么直观的理解呢？

Re: 白巧克力亦唯心 2017-02-08 08:55发表

回复tangyao0629：加速，减速，匀速他们三个的系统模型不一样。

Re: tangyao0629 2017-02-09 01:25发表

回复heyijia0327：不一样吗，加速 减速 匀速用的公式都一样啊，区别是加速度是正，负，还是0。

Re: 白巧克力亦唯心 2017-02-09 09:07发表

回复tangyao0629：你的想法是对的，我想成模型中加速度那项系数是正负了。博客第二篇中有相应的代码，把程序中加速度g=10设成任意值，系统增益K的变换是一样的。

30楼 tangyao0629 2017-02-07 07:04发表

博主写的太精彩了，看了就基本理解了什么是卡尔曼滤波！

不过我也产生了一个疑问，和23L的问题一样。Pk代表的是预测值和真实值误差的协方差矩阵，然而在实际情况中我们并不知道真实值，所以我们要手动给一个初值，比如给0就代表开始的时候预测完全准确。

那么问题来了，Pk和卡尔曼增益k的计算只取决于几个数，A,B,H,Q,R，而这些数都是常数，所以只要用的是同一种sensor（R一样），测量的是同一种物理过程（A，B，H，Q一样），那么任何人都能使用同一套Pk和k，然后把他们各自

的测量数据Zk带进去就行了。

请问我是哪里理解有误吗？因为我总感觉Pk和k应该由每一个时刻的预测值和测量值来决定，而不是提前就能决定。请博主不吝赐教！

对了还有一个小问题。。。既然k值最后会收敛，那就代表着对预测值和测量值的信任程度会收敛，也就是说随着迭代次数的增加，两个值的权重成了一个常数，请问这个应该怎么直观的理解呢？

29楼 xiaopo2009 2017-02-04 23:32发表

非常棒，证明过程很清晰！

28楼 ym19920319 2017-01-09 14:35发表

博主您好！你写得非常棒，我也是刚接触卡尔曼滤波，之前看了很多关于公式推导的书籍和博客，唯
了推导过程，我现在有个小问题希望博主解答：
由（1）式展开得到pk是怎么得到的啊，现在就这条公式没搞明白。知道了状态变量和xk和噪声相互
能用到什么性质啊。

27楼 hutunotes 2016-12-28 13:17发表

很棒啊，但是还是不是很明白，系统的状态方程不一样，不是很懂怎么变换计算协方差和获取K值。

26楼 xzlj07 2016-10-19 00:59发表

感谢博主你的总结，正在了解关于kalman滤波相关的知识，你的文章解答了我很多疑惑，知其所以然。

25楼 qq_34837389 2016-06-30 09:55发表

Why Matrix can be differentiate like a value?
Kalman 's core is x(i)-^x(i)|y(i-1),
x|y is conditional random variable,
in geometry view, it is projection.
Use projection to construct a new random variable to "represent" or , "estimate" the unknown random variable current x.
Your derivation didn't mention this core thinking.
Kalman is linear estimator.

Re: 白巧克力亦唯心 2016-06-30 10:26发表

回复qq_34837389：At the beginning of the derivation, we assume X_{i+1} = AX_{i}+Bu, this means the system is a linear system. your derivation come from the bayesian inference, it's also a good idea. Thx.

24楼 gavinjunxie 2016-05-31 22:51发表

初学kalman filter，初识这个平台，多谢分享，会时时关注！

23楼 Sad_Sugar 2016-05-29 11:40发表

楼主讲的非常详细，看了以后受益匪浅！
我有一个小小的疑问：卡尔曼增益K、后验协方差P和先验协方差P'，这三个矩阵的更新只与A H Q R这四个矩阵以及初始设定的P有关，与观测值z无关。那么，预测或估计的准确率，在模型设定好之后，就已经完全确定了。是这样吗？还是我的理解有误？
如果确实是这样的话，似乎有点反直觉啊。我估计的准不准，在一开始就确定了，和测到的数据是完全没有关系的？
我在这一点的理解上一直没想太明白，不知博主能否给一些指点？

Re: Sad_Sugar 2016-09-29 10:02发表

回复Sad_Sugar：谢谢！感觉明白一些了！

Re: Trekke 2016-08-29 21:03发表

回复Sad_Sugar：kalman filter's core is on the variance-covariance matrix and the calculation of gain, whether you have good measurements or bad measurements, it is irrelevent. It is the designer's responsibility to have correct update/measurements models

Re: 白巧克力亦唯心 2016-05-29 12:52发表

回复Sad_Sugar：K是权衡观测和预测的，所以观测起作用了。

Re: Sad_Sugar 2016-05-30 17:13发表

回复heyijia0327：是，观测数据是会对估计值起作用。我想表达的是，无论观测数据是多少，估计值和真实值的协方差、预测值和真实值的协方差这两个量都是不受影响的是吗？
有点像香农定理，只要给定带宽和信噪比，就能在理论上给出信息传送速率的上限，而不管具体是如何传送信息的。是不是这样？

Re: 白巧克力亦唯心 2016-05-31 09:05发表

回复Sad_Sugar：是的，实际上最后K会收敛。

22楼 dangyuluo 2016-05-19 23:50发表

感觉像是翻译自 http://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf 这篇文章，不知道是不是这样？

21楼 nv5096 2016-04-30 22:09发表

楼主你好，看了你的文章受益匪浅，但是仍然存在一个疑问：对于文中讲到的标准的离散卡尔曼滤波
型服从高斯分布？

Re: 白巧克力亦唯心 2016-04-30 23:22发表

回复nv5096：因为最小化均方误差可以从最大似然在高斯模型假设下推导出来的。

Re: nv5096 2016-05-01 09:26发表

回复heyijia0327：我参考的是国内的教材资料：中科大的叶中付教授编写的《统计信
赵树杰和赵建勋教授编写的《信号检测与估计理论》，书中均未要求信号模型必须服从
希望楼主能够给出相关资料予以帮助，不胜感激！

Re: 白巧克力亦唯心 2016-05-01 09:49发表

回复nv5096：你搜下最大似然估计和最小二乘，我是在机器学习的课程中学习的。

Re: nv5096 2016-05-01 10:02发表

回复heyijia0327：好的，谢谢楼主！

20楼 zzz592281147 2016-04-13 19:12发表

看了你的文章受益很多，我才开始接触卡尔曼滤波，所以看着你的文章反复推了几遍终于有点眉目了，现在还有点疑惑，Q和R分别是系统噪声的协方差矩阵和测量噪声协方差矩阵，那么这个的矩阵值在实际中是如何确定的呢，或者实际中系统噪声和测量噪声是如何确定的？谢谢博主

Re: 白巧克力亦唯心 2016-04-13 19:28发表

回复zzz592281147：一般是根据经验，手动调试这两个参数使得滤波效果达到预期。

19楼 kevinfrankchen 2016-03-05 11:37发表

请问博主是北航3系学长吗？

Re: 白巧克力亦唯心 2016-03-05 15:35发表

回复kevinfrankchen：不是的。

18楼 baidu_33918243 2016-02-03 04:55发表

大神，Kk代入Pk,跳步有点严重啊。。。。。。。。。可否贴上来？手写的也好啊.........

17楼 suke945 2015-12-06 13:20发表

题主写的真是特别好，学到了好多东西，特地注册一个号来感谢题主！

16楼 vesper305 2015-11-19 15:47发表

（3）预测值和真实值之间误差的协方差矩阵，展开式中，噪声w的下标多了一个k

15楼 vesper305 2015-11-19 15:44发表

您好，这篇博客关于Kalman滤波器的推导部分很精彩，但是还是有几处小的问题：
1.（1）式，也就是Pk的展开式中第二个(I−K_k H)应该是有一个转置符号的

2. 在对求迹的等式求微分的时候，能否加上公式：d tr(BAC)/ dA = B^TC^T，这样比较清晰（参考维基百科Kalman滤波器推导）

请教一下，既然卡尔曼增益和测量值无关，那么是否可以先线下计算好之后，直接在Online算法中使用？

Re: 白巧克力亦唯心 2015-11-19 16:26发表

回复vesper305：谢谢你的细心回复。在推导中可以看出卡尔曼增益K和测量值是有关的，是动态变化的。直观理解，其实增益K反应的是对测量值的相信程度。如果你用一个常数，应该可以，但是滤波效果不一定好。

14楼 fifi_nam 2015-10-01 23:52发表

看着提示自己推了一遍 明天再找些例子看看 还是蛮难理解的 谢谢楼主的文章

13楼 allyrosea 2015-05-06 11:29发表

看了好多卡尔曼滤波的都看不懂，博主这个帖子太棒了！！！

12楼 Unist_new_life 2015-02-15 20:25发表

佩服楼主！你的文章对我帮助很大，我也正在看。可以向你请教吗？

Re: 白巧克力亦唯心 2015-02-15 22:27发表

回复Unist_new_life：嗯嗯，谢谢鼓励。你有什么疑问呢？

Re: Unist_new_life 2015-02-16 21:38发表

回复heyijia0327：矩阵求导那一部分，能不能详细的推导一下啊。我推导的结果和你不一样。主要是矩阵的顺序和转置和你不一致。麻烦你了。非常感谢！

Re: Unist_new_life 2015-02-16 21:30发表

回复heyijia0327：现在基本可以理解。我是做机器学习，滤波方向的。以后要多向您学习啊！文章真心不错！

Re: 白巧克力亦唯心 2015-02-16 23:17发表

回复Unist_new_life：恩，好的。关于矩阵，网易公开课MIT的线性代数这门课程不错。祝好运。

11楼 _小庄 2015-01-31 21:35发表

楼主在哪儿读书呀？也做机器人方向吗

Re: 白巧克力亦唯心 2015-01-31 22:08发表

回复junshen1314：嗯，移动机器人方向，在帝都读书。

Re: _小庄 2015-01-31 22:26发表

回复heyijia0327：对于A不易获得的系统，是不是用卡尔曼滤波不太合适？比如气压计是个单值测量系统，我不太清楚他具体
的模型，这样是不是用卡尔曼不太合适？谢谢楼主！

Re: 白巧克力亦唯心 2015-01-31 22:45发表

回复junshen1314：不清楚模型，你要用的话也可以用。如果你监控的这个状态不会突变，由于没有模型，你此时预测可以用上一时刻的值加一个随机噪声来模拟产生。这样子处理，和你纯粹是测量相比，至少你的结果会是平滑的，至于效果如何就与你调试相关了。不过最好有一个模型，那样更精确，你也可以用机器学习方面的算法进行拟合预测。

10楼 东方赤龙曲和政 2015-01-21 22:14发表

佩服，牛

9楼 昜囯 2015-01-19 18:43发表

跪拜大神！\(^o^)/~

Re: 白巧克力亦唯心 2015-01-19 18:53发表

回复GH234505：O(∩_∩)O~

8楼 zhoufeng112233 2015-01-13 21:53发表

谢谢了、、、、我是学金融的

7楼 zhoufeng112233 2015-01-10 20:46发表

您好，看了您这篇文章，受益匪浅，在此表示感谢！正在学习卡尔曼滤波，不知道可否推荐些书籍教材什么的。。

Re: 白巧克力亦唯心 2015-01-10 22:55发表

回复zhoufeng112233：你好，谢谢鼓励。关于书籍的话就得看你的用途了，金融里能用它，图像跟踪也能用它，信号处理的也用它，更蛋疼的是数学系的纯理论(不是博客里的这种基础数学)的也有它 看你专业需要了我没读太多关于这方面的书。工程上用它的话，主要是对系统模型的建立和理解，如博客里型，平衡系统里的倾角和陀螺仪角速度模型等等。kalman 滤波是一种思想，理解了这种思具体去研究就行了，一般是到网上找论文找tutorials，祝好运。

6楼 reaper_07 2014-10-19 21:50发表

学习了 谢谢

5楼 VBNET专区 2014-10-16 18:06发表

很不错哦

Re: 白巧克力亦唯心 2014-10-16 21:48发表

回复zhangyubishoulin：谢谢。

4楼 awkwardgirl 2014-09-02 19:31发表

大神，你的步骤中的【将计算出的这个K反代入Pk中，就能简化Pk，估计协方差矩阵Pk的】是怎么得出来的，感觉其他的都能推的出来，卡在这步了，跪求

Re: 白巧克力亦唯心 2014-09-03 17:22发表

回复awkwardgirl：你好，请你找到博文中，关于Pk推导的"继续展开："，得到形如 Pk = A - B -C +D的式子 。将K代入后，将发现式子 式中的 最后两项（C、D）部分将抵消。只需稍微注意就能看到了。

3楼 Rain773 2014-01-31 14:36发表

请问一下 你又C语言的opencv例子么 最好是车辆跟踪的

2楼 chinaren_xf 2014-01-26 20:36发表

虽然看不懂，但是知道这个挺好，慢慢啃吧，看不懂看个几十遍在百度慢慢查，大大的东西起码指引了方向

1楼 coder会烧菜 2013-12-30 17:51发表

俊哥来捧个场！加油~

Re: 白巧克力亦唯心 2013-12-30 19:01发表

回复yinjunfly111：额，初来乍到，望俊哥罩着。

您还没有登录,请[登录]或[注册]

* 以上用户言论只代表其个人观点，不代表CSDN网站的观点或立场