泰勒公式最初是如何想到的?

数学 微积分 数学分析

关注者 203 | 被浏览 15699

泰勒公式最初是如何想到的?

添加评论 分享 邀请回答 举报 ··· 关注问题 写回答

14 个回答 默认排序

先忧后乐
还有谁!!!

26 人赞同了该回答

帖看过的一篇论文

泰勒起源于插值

▲ 26 ▼ 2 条评论 分享 收藏 ···

相关问题

强大数定律和弱大数定律的本质区别？ 12 个回答

数理逻辑 = › ，| - 这两个符号有什么区别？ 4 个回答

大数定律是必然的吗？ 25 个回答

在进行线性回归时，为什么最小二乘法是最优方法？ 61 个回答

贝叶斯学派与频率学派有何不同？ 44 个回答

相关 Live 推荐

如何学好本科数学？

集体行为的数学模型

牛顿到拉普拉斯：微积分建构史

泰勒公式最初是如何想到的?

泰勒级数的发现及其思想方法

廖大庆， 孔莉芳， 刘 嫚
(空军勤务学院 基础部数学教研室,江苏 徐州 221000)

[摘 要] 研究了泰勒级数的发现过程,分析了其中的数学思想方法,指出了数学思想的继承性以及合情推理在数学发现中的作用.在数学教学中应重视合情推理的教学,它是培养学生创新能力的有效手段.

[关键词] 泰勒级数；插值法；合情推理；数学史
[中图分类号] O10;O11 [文献标识码] C [文章编号] 1672-1454(2014)03-0065-04

泰勒级数是大学微积分教材中的基本内容,学生在学习这部分内容时,机械地学着将函数展开成泰勒级数没有太多的问题.但是,在理解该结论时总是感觉少了一点什么.本文从历史的角度,探讨泰勒级数的发现过程,揭示其中蕴涵的数学思想方法.

1 插值法

泰勒级数的发现与插值法的研究是紧密相联的.17 世纪,人们关心如何在两个数之间精确插值.通常的做法是确定出有限个函数值,然后,通过插值的算法,计算出其余点函数的值.例如,若知道 $y_0=f(x_0)$, $y_1=f(x_1)$,此时,可通过插值公式

$$f(x_0+s\Delta x)\approx y_0+s\Delta y_0 \tag{1}$$

来计算 $f(x_0+s\Delta x)$,其中 $\Delta y_0=y_1-y_0$, $\Delta x=x_1-x_0$.按(1)可以计算 ln40.3 的值.因为 $y_0=\ln 40=3.68888$, $y_1=\ln 41=3.71357$,所以,

$$\ln 40.3=\ln(40+0.3\times 1)\approx 3.68888+0.3\times 0.02469=3.69629.$$

实际上,$\ln 40.3=3.69635$,可见损失了小数点后两位数.

为了得到更精确的计算值,1620 年前后,布里格斯采用了如下的计算方法.设

$$y_0=f(x_0),\quad y_1=f(x_1),\quad y_2=f(x_2),$$

$$\Delta x=x_1-x_0=x_2-x_1,\quad \Delta y_0=y_1-y_0,\quad \Delta y_1=y_2-y_1,\quad \Delta^2 y=\Delta y_1-\Delta y_0,$$

则有下面的近似公式

$$f(x_0+s\Delta x)\approx y_0+s\Delta y_0+\frac{1}{2}s(s-1)\Delta^2 y_0. \tag{2}$$

因为

$$y_0=\ln 40=3.68888,\quad y_1=\ln 41=3.71357,\quad y_2=\ln 42=3.73767,$$

此时

$$\Delta x=1,\quad \Delta y_0=0.02469,\quad \Delta y_1=0.02410,\quad \Delta^2 y_0=-0.00059.$$

按公式(2)再计算

$$\ln 40.3\approx 3.68888+0.3\times 0.02469+\frac{1}{2}\cdot 0.3\cdot(-0.7)\cdot(-0.00059)=3.69635.$$

与准确值比较,计算结果小数点后的 5 位数都相同.牛顿将公式(1),(2)作了推广.设

[收稿日期] 2013-01-31

$$y_i=f(x_i)\quad (i=0,1,2,\cdots,n),\quad \Delta x=x_i-x_{i-1},$$

则

$$f(x_0+s\Delta x)\approx y_0+C_s^1\Delta y_0+C_s^2\Delta^2 y_0+\cdots+C_s^n\Delta^n y_0, \tag{3}$$

其中

$$C_s^k=\frac{s(s-1)\cdots(s-k+1)}{k!}.$$

$\Delta^k y_0$ 为 k 阶差分,定义为 $\Delta^{k+1}y_0=\Delta^k y_1-\Delta^k y_0$.若知道 $y_i=f(x_i)$, $(i=0,1,2,3,4)$,则可计算下面的各阶差分

$$\begin{array}{ll} y_0 & \\ y_1 & \Delta y_0 \end{array}$$

泰勒公式最初是如何想到的?

$$y_i = f(x_i) \quad (i=0,1,2,\cdots,n), \quad \Delta x = x_i - x_{i-1},$$

则

$$f(x_0 + s\Delta x) \approx y_0 + C_s^1 \Delta y_0 + C_s^2 \Delta^2 y_0 + \cdots + C_s^n \Delta^n y_0, \tag{3}$$

其中

$$C_s^k = \frac{s(s-1)\cdots(s-k+1)}{k!}.$$

$\Delta^k y_0$ 为 k 阶差分,定义为 $\Delta^{k+1} y_0 = \Delta^k y_1 - \Delta^k y_0$. 若知道 $y_i = f(x_i)$,$(i=0,1,2,3,4)$,则可计算下面的各阶差分

$$\begin{array}{lllll} y_0 & & & & \\ y_1 & \Delta y_0 & & & \\ y_2 & \Delta y_1 & \Delta^2 y_0 & & \\ y_3 & \Delta y_2 & \Delta^2 y_1 & \Delta^3 y_0 & \\ y_4 & \Delta y_3 & \Delta^2 y_2 & \Delta^3 y_1 & \Delta^4 y_0 \end{array}$$

通过简单的验证可知,按公式(3),必有 $f(x_i) = y_i$. 例如

$$f(x_0) = f(x_0 + 0 \cdot \Delta x) = y_0, \quad f(x_1) = f(x_0 + 1 \cdot \Delta x) = y_0 + 1 \cdot \Delta y_0 = y_1,$$

$$f(x_2) = f(x_0 + 2 \cdot \Delta x) = y_0 + 2 \cdot \Delta y_0 + \frac{2 \cdot 1}{2} \Delta^2 y_0 = y_2.$$

实际上,(3)式中体现的思想是:寻找一个 n 次多项式 $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$,满足 $p(x_i) = y_i (i=0,1,2,\cdots,n)$,(3)式右边实际上就是 $p(x_0 + s\Delta x)$. 显然,(1),(2)式实际上是分别用线性函数和抛物线函数对研究的函数进行近似.

2 寻觅泰勒级数

泰勒(Brook Taylor,1685—1731)是 18 世纪早期英国牛顿学派最优秀的代表人物,1705 年人剑桥大学圣约翰学院,1709 年毕业并获法学学士学位,1714 年获法学博士学位,1714—1718 年担任皇家学会秘书. 他在《正的和反的增量方法》(1715 年)一书中首先发表了这个级数(1712 年在给他的老师梅钦的一封信中宣布过这一发现). 他是在研究插值公式(3)时得到它的. 他是这样考虑的:令 $x = x_0 + n\Delta x$,则 $f(x) = f(x_0 + n\Delta x)$. 由公式(3)得

$$f(x) \approx y_0 + n\Delta y_0 + \frac{n(n-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \Delta^3 y_0 + \cdots. \tag{4}$$

记 $n = \frac{x - x_0}{\Delta x}, n-1 = \frac{x - x_1}{\Delta x}, n-2 = \frac{x - x_2}{\Delta x}$ 等等,(4)式可改写为

$$f(x) \approx y_0 + (x - x_0) \frac{\Delta y_0}{\Delta x} + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{2!} \frac{\Delta^2 y_0}{(\Delta x)^2} + \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{3!} \frac{\Delta^3 y_0}{(\Delta x)^3} + \cdots. \tag{5}$$

泰勒现在考虑的问题是:$\Delta x \to 0, n \to \infty$ 时,(5)式右边的极限. 他假设 x 和 y 都是 t 的函数,且 x 是随 t 均匀增加的函数,有 $x(0) = x_0, x(h) = x_1, x(2h) = x_2$ 等,于是

$$\Delta x = x(h) - x(0) \approx \dot{x}(0)h, \quad \Delta y_i = y_{i+1} - y_i = y(ih+h) - y(ih) \approx \dot{y}(ih)h,$$

从而

$$\Delta y_0 \approx \dot{y}(0)h, \quad (\text{此处 } \dot{y}_0 = \dot{y}(0) \text{ 为 } y \text{ 在 } t=0 \text{ 时的流数}),$$

$$\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0 \approx \dot{y}(h)h - \dot{y}(0)h \approx \ddot{y}(0)h^2,$$

$$\Delta^3 y_0 = \Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0 \approx \ddot{y}(h)h^2 - \ddot{y}(0)h^2 \approx \dddot{y}(0)h^3.$$

将 $\frac{\Delta y_0}{\Delta x} \approx \frac{\dot{y}_0}{\dot{x}_0}, \frac{\Delta^2 y_0}{(\Delta x)^2} \approx \frac{\ddot{y}_0}{\dot{x}_0^2}, \frac{\Delta^3 y_0}{(\Delta x)^3} \approx \frac{\dddot{y}_0}{\dot{x}_0^3}, \cdots$ 替换到(5)式,有

泰勒公式最初是如何想到的?

$$f(x) \approx y_0 + (x - x_0)\frac{\dot{y}_0}{\dot{x}_0} + \frac{(x-x_0)^2}{2!}\frac{\ddot{y}_0}{\dot{x}_0^2} + \frac{(x-x_0)^3}{3!}\frac{\dddot{y}_0}{\dot{x}_0^3} + \cdots. \tag{6}$$

在得到上式时，还考虑了当 $\Delta x \to 0$ 时，x_1, x_2 等皆趋于 x_0，所以，$x - x_1 \to x - x_0, x - x_2 \to x - x_0$. (6)式是泰勒级数的最初形式. 考虑到两个变量的流数比实际上就是导数，(6)式可以改写成人们熟悉的形式：

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{1!}f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \frac{(x-x_0)^3}{3!}f'''(x_0) + \cdots.$$

3 其中蕴涵的思想及其启示

仔细分析泰勒级数的发现过程，使我们欣赏到大师的心智创造的生动过程.

泰勒级数和插值方法联系上了，这一点在微积分教科书中已经很难觅到其踪影. 由上述发现过程我们注意到由公式(2)到泰勒级数是多么自然的发展，数学家们在一步一步对问题进行研究、认识，从中可以感觉到数学思想发展的继承性. 外尔(Weyl,1885－1955)说过："…数学是所有学科中最古老的一门科学. 如果不去追溯自古希腊以来各个时代所发现与发展起来的概念、方法和结果，我们就不能理解前50年数学的目标，也不能理解它的成就."[1] 我们经常讲，要将数学的思想方法渗透到教学中，实际上做起来是有不少困难的. 其中的一个难点就是现在的教科书是定理、定义等的集合，数学发现的原貌读者很少能看到. 比如，插值法和泰勒级数之间的联系，微积分教材中很少出现，插值法仅仅在计算方法中有论述. 从这个角度说，学习数学，读一些数学史，大有裨益.

在泰勒级数的寻觅过程中，稍为留神一下，就会注意到数学家活跃的思维过程，在理性中有直觉感性的东西，不畏困难，勇敢向前. 比如，从(5)式到(6)式，尽管经过了较合理的分析，但实际上，中间还是有较大的空隙的，但泰勒大胆地跨越了，顺利地到达了彼岸. 对此，德国著名数学家克莱因(Klein)曾评注道："无先例的大胆地通过极限". "泰勒实际上是用无穷小(微分)进行运算，同莱布尼茨一样认为其中没有什么问题. 有意思的是，一个 20 多岁的年轻人，在牛顿的眼皮底下，却离开了他的极限方法."这种合情推理方式在数学研究和发现中是随处可见的，严密性只是数学的一方面. 数学中不少漂亮的证明只是在作出数学发现后，补行的手续. 美国数学家波利亚在其著作《数学归纳与猜想》中，对合情推理的作用、模式进行了详尽的分析，呼吁广大教师多了解合情推理，教授合情推理的方法. 可惜，教科书中缺少这方面的尝试，强调数学严密性的一面，忽略了创新能力的培养. 实际上，翻开数学的历史，你会发现数学家的思维比教科书中展示的要丰富多彩. 有时，猜想成为定理，有时，猜想经论证是不对的. 以级数为例，刚开始时，数学家对级数的收敛性不是很清楚. 莱布尼兹认为 $1-1+1-1+1-1+1-\cdots$ 的和为 $\frac{1}{2}$，而且给出了理由. 欧拉在一篇文章[2]中认为

$$\cdots + \frac{1}{x^n} + \cdots + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 + x + x^2 + \cdots = 0.$$

理由如下

$$\frac{x}{1-x} = x + x^2 + x^3 + \cdots, \quad \frac{x}{x-1} = \frac{1}{1-\frac{1}{x}} = \cdots + \frac{1}{x^n} + \cdots + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1,$$

两式左右分别相加即为要的式子. 当然，上边两式不能同时展开，其推理有问题，但是，欧拉这样做了，发现有问题没关系，把问题解决就是了. 正是在这样的过程中，人们对研究的问题的理解加深了.

对于泰勒级数，欧拉在《微积分》一书中用很随意的方法推导出来. 给定 x_0, x，记 $\omega = x - x_0$，设 $\mathrm{d}x = \frac{\omega}{N}$，则 $x = x_0 + N\mathrm{d}x$. 显然，当 N 为无穷时，$\mathrm{d}x$ 为无穷小，于是，由插值公式(3)有

$$f(x_0 + N\mathrm{d}x) = y + N\mathrm{d}y + \frac{N(N-1)}{2!}\mathrm{d}^2y + \frac{N(N-1)(N-2)}{3!}\mathrm{d}^3y + \cdots. \tag{7}$$

因为 N 很大，所以 $N \approx N-1 \approx N-2 \approx \cdots$，(7)式可改写为

$$f(x_0 + N\mathrm{d}x) = y + N\mathrm{d}y + \frac{N^2}{2!}\mathrm{d}^2y + \frac{N^3}{3!}\mathrm{d}^3y + \cdots.$$

将 $N = \frac{x - x_0}{}$ 代入上式，得

泰勒公式最初是如何想到的?

4/4

$$f(x_0+N\mathrm{d}x)=y+N\mathrm{d}y+\frac{N(N-1)}{2!}\mathrm{d}^2y+\frac{N(N-1)(N-2)}{3!}\mathrm{d}^3y+\cdots. \quad (7)$$

因为 N 很大,所以 $N\approx N-1\approx N-2\approx\cdots$,(7)式可改写为

$$f(x_0+N\mathrm{d}x)=y+N\mathrm{d}y+\frac{N^2}{2!}\mathrm{d}^2y+\frac{N^3}{3!}\mathrm{d}^3y+\cdots.$$

将 $N=\frac{x-x_0}{\mathrm{d}x}$ 代入上式,得

$$f(x)=f(x_0)+(x-x_0)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+\frac{(x-x_0)^2}{2!}\frac{\mathrm{d}^2y}{(\mathrm{d}x)^2}+\frac{(x-x_0)^3}{3!}\frac{\mathrm{d}^3y}{(\mathrm{d}x)^3}+\cdots.$$

上式就是泰勒级数表示式.

在教学中,经常提到培养学员的创新思维,实际上学习合情推理就是重要的途径,确实,在我们的课堂里应当给予合情推理应有的关注.

[参 考 文 献]

[1] 李文林. 数学史概论[M]. 3 版. 北京:高等教育出版社,2011.
[2] [美]莫里斯·克莱因. 古今数学思想[M]. 2 版. 朱学贤,申又枨,叶其孝,等译. 上海:上海科学技术出版社,2007.
[3] [美]爱德华 C H. 微积分发展史[M]. 张鸿林译. 北京:北京出版社,1987.

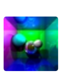
Taylor Series' Discovery and Its Method of Thinking

LIAO Da-qing, KONG Li-fang, LIU Man
(Basic Course Department of Air Force Logistics College, Xuzhou 221000, China)

Abstract: Author studies process of Taylor series' discovery and its method of thinking. Role of rational resoning and inheritance of mathematics thought are emphasized. Method of rational resoning ought to be teached in mathematics teaching.

Key words: Taylor series; interpolation; rational resoning; mathematics history

发布于 2016-01-07



胖胖小
码农

45 人赞同了该回答

▲ 26 ▼ 2 条评论 分享 收藏 ···

泰勒公式最初是如何想到的?

朋友们请轻拍，下面的步骤只是给初学者理解思路用的，各种存在性啥的证明，参见各种教材)。

假设：

$f(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + ... + b_nx^n + ...$

那么,其各阶导数为：

$f'(x) = b_1 + 2b_2x + ...$

$f''(x) = 2b_2 + 3*2*b_3x + ...$

$f'''(x) = 3*2*1*b_3 + 4*3*2*b_4x + ...$

......

$f^{(k)}(x) = k!b_n + ...$

......

把x=0带入上面一系列公式，得到：

$f(0) = b_0$

$f'(0) = b_1$

$f''(0) = 2b_2$

......

$f^{(k)}(0) = k!b_n$

.....

很容易得到：

$b_0 = f(0)$

$b_1 = f'(0)$

$b_2 = \frac{1}{2}f''(0)$

....

$b_n = \frac{1}{k!}f^{(k)}(0)$

....

将这一系列系数带回原来的函数，得到麦克劳伦公式：

$f(x) = f(0) + f'(0) + \frac{1}{2!}f''(0) + ... + \frac{1}{k!}f^k(0) + ...$

假设x=y-a带入上面的公式，进行同样的推导，可以得到泰勒公式。

最后，我觉得数学书上的讲法很不人性(至少我手上这本复旦版数学分析是这样的)，基本上就是扔出一个式子，然后一个显然可得，但是我自己学的时候，还是自己默默的像上面这样推导了一下的，个人觉得其实不是那么显然(当然也许我比较愚钝。。。)。

编辑于 2015-08-16

▲ 45 ▼ 11 条评论 分享 收藏 ··· 收起

杜昆泰
智能科学/音乐爱好者/数学爱好者

6 人赞同了该回答

是不断的尝试用函数一个局部的信息（函数值 ，各阶导数值 ）去 预言 另一个点 的函数值得到的。 它起源于工程中已知某些好测的值求某个不好测点的函数值

编辑于 2016-01-11

▲ 6 ▼ 3 条评论 分享 收藏 ···

丁小文
Ph.D. candidate

▲ 26 ▼ 2 条评论 分享 收藏 ···

另外，因为任何一个函数Taylor公式算出来的那个系数也不一定能收敛到自己，从这个意义上，Taylor这组基x^n不合格，要找更好的基，于是Fourier出来了。。。

编辑于 2015-11-02

▲ 10 ▼ 5 条评论 分享 收藏 ···

钱洁
学生

2 人赞同了该回答

微分学主要就是用多项式曲线逼近一般的函数曲线。多项式基最容易想到，但也有不少问题。于是有了傅立叶级数和泛函的内容

发布于 2016-02-19

▲ 2 ▼ 添加评论 分享 收藏 ···

匿名用户

26 人赞同了该回答

我本来建议看一下《古今数学思想》的第20章。但后来突然想到了德国那位克莱因，于是翻了一下，现在我建议看《高观点下的初等数学》的第9章的第2节。它把此定理的直觉、逻辑、历史、应用诸方面都做了说明，相信能完全解决你的疑惑。
对了，他在文中还吐槽了一句：**值得注意的是，许多人，甚至包括许多教科书的作者，却不了解以上道理。**相信我，单从书籍内容来说，这个吐槽对现代的绝大多数教科书仍然适用。

编辑于 2016-08-02

▲ 26 ▼ 3 条评论 分享 收藏 ···

YangminZ
CS/微积分爱好者/日漫/推理小说/旅游&瞎拍

7 人赞同了该回答

这是很自然想到的。不是说历史上是怎么想到的（懒得考证了），单从怎么研究无限小增量，应该是能够自然想到Taylor公式的，当然这样说总归有些马后炮。。。
首先考虑一下微分学究竟在研究什么，一个核心的问题就是无限小增量: f(x+Δx)-f(x)=?
对于这个问题，按照不同程度的描述，能够给出不同的回答。再引用一下Landau的无穷小记号,o(1)=o(Δx^0),o(Δx),o(Δx^2),...,o(Δx^p)，这样可以说Taylor公式几乎就呼之欲出了。
比如，最广泛研究的对象——连续函数，定义是：limf(x+Δx)-f(x)=0，或者用Landau表示为f(x+Δx)-f(x)=o(1)=o(Δx^0)，**连续函数的增量是自变量增量的0阶无穷小量**。我一直认为，像教科书里面把连续函数和可导函数乃至p阶可导函数分开来看不好，统一起来就能理解Taylor公式了。
这实质上是一个对增量的估计，但是这个近似描述，，，没卵用，，，因为实在太过粗糙了。那么我们需要精细一点的近似，描述到**自变量增量的1阶无穷小量**吧，于是就有了导数：f(x+Δx)-f(x)=AΔx+o(Δx^1)。对于这个增量公式，可以得到唯一线性主要部分A，就是导数（可以证明唯一存在）:A=f'(x)。
然后思路就很清晰了，想要得到比导数更精细的描述，自然就要描述到p阶无穷小量，然后稍微搞一下就能发现，这个要求有p阶导数，再用中值定理随便搞一下，Taylor公式就出来了。

发布于 2015-08-15

▲ 26 ▼ 2 条评论 分享 收藏 ···

泰勒公式最初是如何想到的?

JohnnyLee
搬得一手好板儿砖

72 人赞同了该回答

我高中的时候就像一个问题，如果知道整个世界现在的状态，和所有的物质的趋势，还知道物质之间的作用关系，是不是就可以预测整个世界的发展走向（我当时主要是在考虑人类的未来是否早已注定）？？？？这个问题困扰了我整个高中。直到我大一高数课上学到了泰勒公式，我发现原来几百年前就有人想到这种思想并把它公式化了！最初的想法可能就是想用有关函数在一个点的所有状态都已知，去用这一个点的状态（包括此点的所有趋势，也就是各阶导数）去预测或者说表达整个方程的曲线！！！但是却还是有个冗余项，也就是这种预测还是有一些误差的！当我当时刚看到这个公式的一瞬，感觉原来历史中可能相似的人，相似的想法太多了，顿时汗毛耸立。

发布于 2015-10-15

▲ 72 ▼ 27 条评论 分享 收藏 ···

匿名用户

6 人赞同了该回答

可能是听歌时想到的吧

发布于 2016-07-14

▲ 6 ▼ 添加评论 分享 收藏 ···

泰姬
这个世界和我一样难懂。

1 人赞同了该回答

从个人的感性经验出发是以下这个思路：

1.想要找到一个对于任意函数f近似表示的方法

2.微分是个合理的选择

3.由微分对函数的逼近式$f(x)=f(x0)+f'(x0)\delta x+o(\delta x)$可见，$f'(x0)$是个极为粗糙的近似值

4.现在的任务是对$f'(x0)$进行近似表示

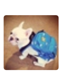
5.方法同2.3两步，只不过表达式左边是一阶导数

6.以此类推，每一次都对前一阶导数近似表示，最终精度达到对n-1阶导数的近似表示

7.这就得到了带有佩亚诺余项的泰勒公式

发布于 2016-08-30

▲ 1 ▼ 添加评论 分享 收藏 ···



souncool
学生

不知道最初是怎么想到的，反正我是这么想的：

还是从最基本的求导公式说起,$f(x0+h)-f(x0)=f'(x0)\cdot h$,再看其二阶形式，注意这里的二阶并不是简单的将x0替换成x0+h，要想得到$f''(x0)$,应该按照一阶将$f(x0)$变换成$f(x0+h)-f(x0)$的形式，将$f(x0+h)$变成$f(x0+2h)-f(x0+h)$,这样就得到二阶导数公式左边为$f(x0+2h)-2f(x0+h)+f(x0)$。按照这样的变换，可以看出在x0领域内，x0+h处的函数值与函数在x0处的一阶导

值，则可知x0+h处的函数值。而二阶公式则表明，若知道x0处

▲ 26 ▼ 2 条评论 分享 收藏 ···

点的导数得到另一点函数值的原理。即，导数能反映领域的值，且导数的阶数越高，能反映的领域越大。所以，从这个角度也可以看出使用泰勒公式的前提是这个函数必须有无穷阶的导数，因为只有无穷大与无穷小的乘积才可能是常数值。

沿着这个思路，可以直接得到泰勒公式的另一种形式，即令展开处坐标值为0，则有（此处公式打不出来，口述为从第一项到第n项的和，第k项为二项式系数Cnk,f的第k阶导数，h的k次方三个因子的积。用公式的话很简洁。）使n，h的乘积为x0则可得到泰勒公式的原本形式。这个形式的优势是能据此推导积分公式，证明求导与积分的互逆性。

反正整个推导过程挺有乐趣的，中途会冒出很多基础而本质的问题，值得仔细去思考。

发布于 2017-02-08

李小红

外国网站找到的

泰勒公式最初是如何想到的?

发布于 2017-02-08

▲ 0 ▼ 添加评论 分享 收藏 ··· 收起

木木十六
程序猿

泰勒公式通古今——微积分史学习扎记之二
这篇不错。

发布于 2016-07-30

▲ 0 ▼ 添加评论 分享 收藏 ···

余敬民
工程师

大家说会不会是泰勒看到拉格朗日中值公式之后在后面随着规律多写了几项发现的，他的误差刚好就是最后一项。刚开始写出来发现是这么回事，但不知道怎么证明，知道后来柯西的出现？有没有这个感觉？

发布于 2016-09-30

▲ 0 ▼ 1 条评论 分享 收藏 ···

1 个回答被折叠（为什么？）

杨文超 使用匿名身份回答
编辑话题经验

写回答...

▲ 26 ▼ 2 条评论 分享 收藏 ···

泰勒公式最初是如何想到的?