

# 信号与系统

## 第5章 连续时间系统的复频域分析

课程性质：必修

# 目录

## CONTENTS

- 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区
- 2.常用拉普拉斯变换
- 3.拉普拉斯反变换
- 4.线性系统拉普拉斯变换分析方法
- 5.线性系统模拟

# 1.拉普拉斯变换及其性质

- 一、拉普拉斯变换(laplace transform)的定义 (简称拉氏变换)

**复数(plural)** 
$$S = \sigma + j\omega$$

$\sigma$  —使 $f(t)$ 在区间 $[0, \infty)$ 内积分收敛而选定的常数(constant)

$\omega$  —角频率(angular frequency), 变量(variable)

$S$  —称复频率(complex frequency)、广义频率(generalized frequency)

# 1.拉普拉斯变换及其性质

- 一、拉普拉斯变换的定义

**正变换** 
$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

**反变换** 
$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} F(s) e^{st} ds$$

$f(t)$ 和 $F(s)$ 是一对拉普拉斯变换对（Laplace pairs）。

# 1.拉普拉斯变换及其性质

- **二、拉普拉斯变换存在的条件**

(1) 在 $t \geq 0$ 的任一有限区间(finite interval)内,  $f(t)$ 分段连续

(2) 在 $t$ 充分大时,  $f(t)$ 满足不等式(inequality)

$$|f(t)| \leq M e^{ct}$$

其中 $M$ 和 $c$ 都是实常数(real constant), 即 $f(t)$ 为指数级函数。

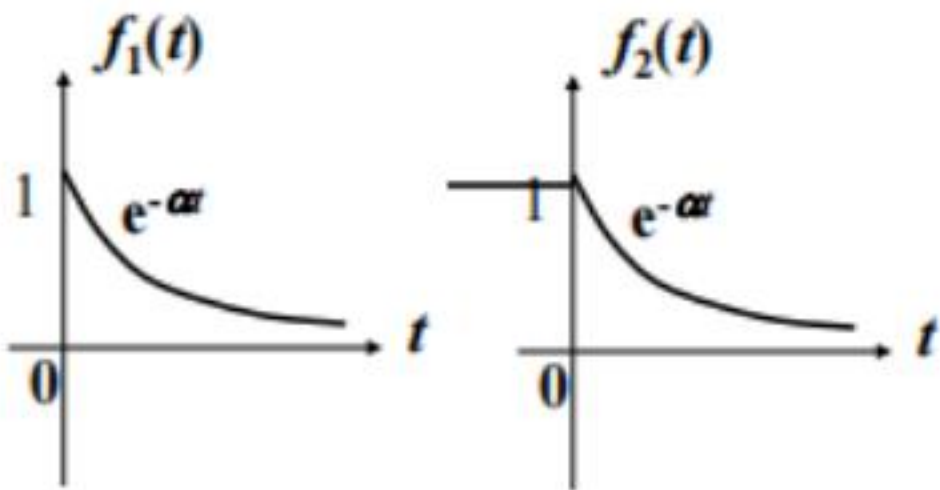
则  $F(s) = \int_{0_-}^{\infty} f(t) e^{-st} dt$  在  $\sigma > c$  的范围内存在。

# 1. 拉普拉斯变换及其性质

## • 三、拉普拉斯变换的唯一性(uniqueness)

$f(t)$ 和 $F(s)$ 一一对应

**例 求图示两个函数的拉氏变换式  
(Laplace transform)**



**解** 由于定义的拉氏变换积分下限是 $0^-$ ，两个函数的拉氏变换式相同

$$F(s) = \frac{1}{s + \alpha}$$

当取上式的反变换时，只能表示出 $t > 0$ 区间的函数式

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s + \alpha}\right] = e^{-\alpha t} \quad (t \geq 0)$$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

- 拉普拉斯变换(laplace transform)的性质

## 1、线性叠加性(linear superposition)

$$f_1(t) \leftrightarrow F_1(s) \quad f_2(t) \leftrightarrow F_2(s)$$

那么  $A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t) \leftrightarrow A_1 F_1(s) + A_2 F_2(s)$

若  $f_1(t) \leftrightarrow F_1(j\omega) \quad f_2(t) \leftrightarrow F_2(j\omega)$

那么  $A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t) \leftrightarrow A_1 F_1(j\omega) + A_2 F_2(j\omega)$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 2、延时特性(delay characteristic)

若  $f(t)\varepsilon(t) \leftrightarrow F(s)$

则  $f(t-t_0)\varepsilon(t-t_0) \leftrightarrow F(s)e^{-st_0}$

若  $f(t)\varepsilon(t) \leftrightarrow F(j\omega)$

则  $f(t-t_0)\varepsilon(t-t_0) \leftrightarrow F(j\omega)e^{-j\omega t_0}$



# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 3、复频域位移(complex frequency domain displacement)

$$\text{若 } f(t) \leftrightarrow F(s)$$

$$\text{那么 } f(t) e^{-at} \leftrightarrow F(s + a)$$

若  $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$  , 且  $\omega_0$  为实常数 , 则

$$\left. \begin{aligned} f(t)e^{j\omega_0 t} &\leftrightarrow F[j(\omega - \omega_0)] \\ f(t)e^{-j\omega_0 t} &\leftrightarrow F[j(\omega + \omega_0)] \end{aligned} \right\}$$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 四、尺度变换(scale transformation)

若 $L[f(t)] = F(s)$ , 则

$$L[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \quad (a > 0)$$

若  $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$ ,  $a$  为非零实常数, 则

$$f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F(j\frac{\omega}{a})$$

时移和尺度变换都有时:

$$\text{若 } L[f(at - b)u(at - b)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) e^{-s\frac{b}{a}} \quad (a > 0, b > 0)$$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 五、时域微分(time-domain differential)

$$\text{若 } L[f(t)] = F(s), \text{ 则 } L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0_-)$$

$$\text{若 } f(t) \leftrightarrow F(j\omega), \text{ 则 } f'(t) \leftrightarrow j\omega F(j\omega)$$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 六、时域积分(time domain integration)

若  $f(t) \leftrightarrow F(s)$  , 则

$$f^{(-1)}(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{F(s)}{s}$$

若  $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$  , 则

$$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{F(j\omega)}{j\omega} + \pi F(0)\delta(\omega)$$

**推广(extension):**

$$f^{(-n)}(t) \leftrightarrow \frac{F(s)}{s^n} + \sum_{m=1}^n \frac{1}{s^{n-m+1}} f^{(-m)}(0_-)$$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 七、时域卷积(time-domain convolution)

若  $f_1(t) \leftrightarrow F_1(s)$  ,

$$f_2(t) \leftrightarrow F_2(s) ,$$

并且  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$  为因果信号,

则  $f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(s)F_2(s)$

若  $f_1(t) \leftrightarrow F_1(j\omega)$  ,  $f_2(t) \leftrightarrow F_2(j\omega)$  ,

则  $f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega)$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 八、复频域(complex frequency domain)卷积(时域相乘)

若  $f_1(t) \leftrightarrow F_1(s)$  ,

$$f_2(t) \leftrightarrow F_2(s) ,$$

并且  $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$  为因果信号,

则  $f_1(t) \cdot f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi j} F_1(s) * F_2(s)$

若  $f_1(t) \leftrightarrow F_1(j\omega)$  ,  $f_2(t) \leftrightarrow F_2(j\omega)$

则  $f_1(t) \cdot f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F_1(j\omega) * F_2(j\omega)$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 九、初值定理(initial value theorem)

若 $f(t)$ 及 $\frac{df(t)}{dt}$ 可以进行拉氏变换, 且  $f(t) \longleftrightarrow F(s)$ , 则

$$\lim_{t \rightarrow 0_+} f(t) = f(0_+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

## 十、终值定理(terminal value theorem)

设 $f(t)$ ,  $\frac{df(t)}{dt}$ 的拉氏变换存在, 若  $L[f(t)] = F(s)$ , 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

## 十一、复频域微分(differential) (对s微分)

若  $f(t) \leftrightarrow F(s)$  则

$$t^n f(t) \leftrightarrow (-1)^n \frac{d^n F(s)}{d^n s} \quad n \text{取正整数}$$

## 十二、复频域积分(integral) (对s积分)

若  $f(t) \leftrightarrow F(s)$  , 则  $\frac{f(t)}{t} \leftrightarrow \int_s^\infty F(\lambda) d\lambda$



# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

1	线性定理	齐次性	$L[af(t)] = aF(s)$
		叠加性	$L[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$
2	微分定理	一般形式	$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0)$ $L\left[\frac{d^2f(t)}{dt^2}\right] = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$ $\vdots$ $L\left[\frac{d^kf(t)}{dt^k}\right] = s^kF(s) - \sum_{i=1}^k s^{k-i} f^{(i-1)}(0)$ $f^{(i-1)}(t) = \frac{d^{i-1}f(t)}{dt^{i-1}}$
		初始条件为0时	$L\left[\frac{d^kf(t)}{dt^k}\right] = s^kF(s)$
3	积分定理	一般形式	$L\left[\int f(t)dt\right] = \frac{F(s)}{s} + \frac{\left[\int f(t)dt\right]_{t=0}}{s}$ $L\left[\int\int f(t)(dt)^2\right] = \frac{F(s)}{s^2} + \frac{\left[\int f(t)dt\right]_{t=0}}{s^2} + \frac{\left[\int\int f(t)(dt)^2\right]_{t=0}}{s}$ $\vdots$ $L\left[\int\cdots\int f(t)(dt)^n\right] = \frac{F(s)}{s^n} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{s^{n-k+1}} \left[\int\cdots\int f(t)(dt)^k\right]_{t=0}$
		初始条件为0时	$L\left[\int\cdots\int f(t)(dt)^n\right] = \frac{F(s)}{s^n}$

# 1.拉普拉斯变换、性质及其收敛区

4	延迟定理 (或称 $t$ 域平移定理)	$L[f(t-T)u(t-T)] = e^{-Ts} F(s)$
5	衰减定理 (或称 $s$ 域平移定理)	$L[f(t)e^{-at}] = F(s+a)$
6	终值定理	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
7	初值定理	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
8	卷积定理	$L[\int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau] = L[\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau] = F_1(s)F_2(s)$

## 2.常用拉普拉斯变换

- 基本信号(basic signal)的拉普拉斯变换(laplace transform)

1、单位阶跃函数(unit step function)  $\varepsilon(t)$

2、单边指数函数(unilateral exponential function)  $e^{-at} \cdot \varepsilon(t)$

3、单位冲激函数(unit impulse function)  $\delta(t)$

4、正弦函数(sine function)  $\sin \omega_0 t \cdot \varepsilon(t)$

## 2.常用拉普拉斯变换

序号	拉氏变换 $E(s)$	时间函数 $e(t)$			
1	1	$\delta(t)$	8	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$te^{-at}$
2	$\frac{1}{1-e^{-Ts}}$	$\delta_T(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t-nT)$	9	$\frac{a}{s(s+a)}$	$1-e^{-at}$
3	$\frac{1}{s}$	$1(t)$	10	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$e^{-at} - e^{-bt}$
4	$\frac{1}{s^2}$	$t$	11	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$
5	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{t^2}{2}$	12	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$
6	$\frac{1}{s^{n+1}}$	$\frac{t^n}{n!}$	13	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \sin \omega t$
7	$\frac{1}{s+a}$	$e^{-at}$	14	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$
			15	$\frac{1}{s-(1/T)\ln a}$	$a^{t/T}$

# 3.拉普拉斯反变换(inverse transformation)

一、由象函数(image function)求原函数(primitive function)的三种方法

(1) 部分分式法(partial fraction method)

(2) 利用留数定理(residue theorem)—围线积分法(contour integral method)

(3) 数值计算方法——利用计算机

# 3.拉普拉斯反变换(inverse transformation)

## 二、F(s)的一般形式

通常F(s)具有如下的有理分式(rational fraction)形式:

$$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0}$$

$a_i$ 和 $b_i$ 为实数(real number),  $m, n$ 为正整数(positive integer)。

当 $m < n$ , F(s)为有理真分式(rational proper fraction)

分解

$$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_m (s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_m)}{b_n (s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)}$$

### 3.拉普拉斯反变换(inverse transformation)

$$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_m(s - z_1)(s - z_2)\cdots(s - z_m)}{b_n(s - p_1)(s - p_2)\cdots(s - p_n)}$$

零点(zero point)  $z_1, z_2, z_3 \dots z_m$  是  $A(s)=0$  的根(root), 称为  $F(s)$  的零点

$$(\because A(s) = 0 \Rightarrow F(s) = 0)$$

极点(pole)  $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$  是  $B(s)=0$  的根, 称为  $F(s)$  的极点

$$(\because B(s) = 0 \Rightarrow F(s) = \infty)$$



## 3.拉普拉斯反变换

### 三、拉氏逆变换(inverse Laplace transform)的过程

- 1.找出 $F(s)$ 的极点(pole)
- 2.将 $F(s)$ 展成部分分式(partial fraction)
- 3.求拉氏逆变换得 $f(t)$



# 3.拉普拉斯反变换

## 四、部分分式展开法( $m < n$ )

### 1.第一种情况：单实数(single real number)极点

$$F(s) = \frac{2s^2 + 3s + 3}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

(1) 找极点  $F(s) = \frac{2s^2 + 3s + 3}{(s+1)(s+2)(s+3)}$

(2) 展成部分分式  $F(s) = \frac{k_1}{s+1} + \frac{k_2}{s+2} + \frac{k_3}{s+3}$

求系数

$$F(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{-5}{s+2} + \frac{6}{s+3}$$

(3) 逆变换 根据  $L[e^{-\alpha}u(t)] = \frac{1}{s+\alpha}$

$$\text{得: } f(t) = e^{-t} - 5e^{-2t} + 6e^{-3t} \quad (t \geq 0)$$

### 3.拉普拉斯反变换

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{(s-\lambda_1)(s-\lambda_2)\cdots(s-\lambda_n)} = \frac{k_1}{s-\lambda_1} + \frac{k_2}{s-\lambda_2} + \cdots + \frac{k_n}{s-\lambda_n}$$

$$\text{其中 } k_j = (s-\lambda_j)F(s)\Big|_{s=\lambda_j} \quad \text{或} \quad k_j = \frac{N(s)}{D'(s)}\Big|_{s=\lambda_j}$$

$$\text{则上例 } F(s) = \frac{2s^2+3s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{k_1}{s+1} + \frac{k_2}{s+2} + \frac{k_3}{s+3}$$

$$k_1 = (s+1)F(s)\Big|_{s=-1} = (s+1)\frac{2s^2+3s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)}\Big|_{s=-1} = 1$$

$$\text{同理: } k_2 = (s+2)F(s)\Big|_{s=-2} = -5, \quad k_3 = (s+3)\Big|_{s=-3} = 6$$

$$\therefore F(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{-5}{s+2} + \frac{6}{s+3}$$

### 3.拉普拉斯反变换

#### 2.第二种情况：极点(pole)为共轭复数(conjugate complex)

$$F(s) = \frac{A(s)}{D(s) \left[ (s+\alpha)^2 + \beta^2 \right]} = \frac{F_1(s)}{(s+\alpha-j\beta)(s+\alpha+j\beta)}$$

共轭极点出现在  $-\alpha \pm j\beta$

$$F(s) = \frac{K_1}{s+\alpha-j\beta} + \frac{K_2}{s+\alpha+j\beta} + \dots$$

$$K_1 = (s+\alpha-j\beta)F(s) \Big|_{s=-\alpha+j\beta} = \frac{F_1(-\alpha+j\beta)}{2j\beta}$$

$$K_2 = (s+\alpha+j\beta)F(s) \Big|_{s=-\alpha-j\beta} = \frac{F_1(-\alpha-j\beta)}{-2j\beta}$$

可见  $K_1, K_2$  成共轭关系

假定  $K_1 = A + jB$  则  $K_2 = A - jB = K_1^*$

### 3.拉普拉斯反变换

$$\text{求 } f(t) \quad K_1 = A + jB \quad K_2 = A - jB = K_1^*$$

如果将上式中共轭复数极点有关部分的逆变换用 $f_c(t)$ 表示, 则

$$\begin{aligned} f_c(t) &= L^{-1} \left[ \frac{K_1}{s + \alpha - j\beta} + \frac{K_2}{s + \alpha + j\beta} \right] = K_1 e^{(-\alpha + j\beta)t} + K_1^* e^{(-\alpha - j\beta)t} \\ &= e^{-\alpha t} (K_1 e^{j\beta t} + K_1^* e^{-j\beta t}) \\ &= e^{-\alpha t} [(A + jB)e^{j\beta t} + (A - jB)e^{-j\beta t}] \\ &= 2e^{-\alpha t} [A \cos(\beta t) - B \sin(\beta t)] \end{aligned}$$

$$\frac{A + jB}{s + \alpha - j\beta} + \frac{A - jB}{s + \alpha + j\beta} \longleftrightarrow 2e^{-\alpha t} [A \cos(\beta t) - B \sin(\beta t)]$$

# 3.拉普拉斯反变换

## 3.第三种情况：有重根(double root)存在

$$F(s) = \frac{N(s)}{(s - \lambda_1)^m (s - \lambda_{m+1}) \cdots (s - \lambda_n)}$$
$$= \frac{k_{11}}{(s - \lambda_1)^m} + \frac{k_{12}}{(s - \lambda_1)^{m-1}} + \cdots + \frac{k_{1m}}{s - \lambda_1} + \frac{k_{m+1}}{s - \lambda_{m+1}} + \cdots + \frac{k_n}{s - \lambda_n}$$

其中

$$k_{11} = (s - \lambda_1)^m F(s) \Big|_{s=\lambda_1}$$

$$k_{12} = \frac{d}{ds} [(s - \lambda_1)^m F(s)] \Big|_{s=\lambda_1}$$

$$k_{13} = \frac{1}{2} \frac{d^2}{ds^2} [(s - \lambda_1)^m F(s)] \Big|_{s=\lambda_1}$$

⋮

$$k_{1m} = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}} [(s - \lambda_1)^m F(s)] \Big|_{s=\lambda_1}$$

# 4.线性系统拉普拉斯变换分析方法

## 一、基本信号 $e^{st}$ 激励下的零状态响应(zero state response)

$$f(t) = e^{st} \quad \longleftrightarrow \quad y_f(t) = H(s)e^{st}$$

## 二、一般信号 $f(t)$ 激励下的零状态响应

输入(input)

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) e^{st} ds$$

零状态响应

$$\begin{aligned} y_f(t) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} [F(s) H(s)] e^{st} ds \\ &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} Y(s) e^{st} ds \end{aligned}$$

其中

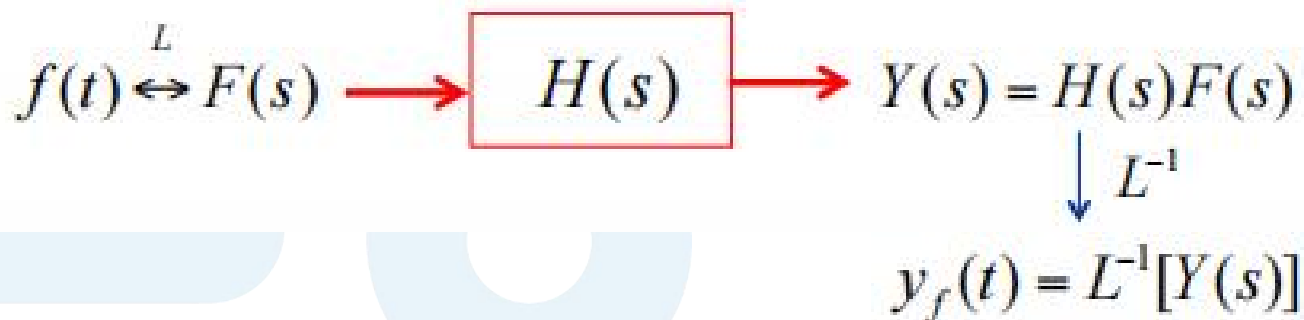
$$Y(s) = H(s)F(s) \quad Y(s) \text{ 是 } y_f(t) \text{ 的拉氏变换}$$

## 4. 线性系统拉普拉斯变换分析方法

$$\text{即 } y_f(t) \longleftrightarrow Y(s) = H(s)F(s)$$

$$y_f(t) = L^{-1}[Y(s)] = L^{-1}[H(s)F(s)]$$

系统复频域分析过程如下：



**注意：**

上述求得的系统响应是零状态响应(zero state response)，零输入响应(zero input response)要按时域(time domain)方法求出。

系统传递函数(transfer function)的定义：

$$H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)}$$

$Y(s)$ 为零状态响应

## 4. 线性系统拉普拉斯变换分析方法

例1：已知输入  $f(t)=10u(t)$ ，系统传递函数为

$$H(s) = \frac{2s+3}{s^2+2s+5}, \text{ 初始条件为零, 求系统响应。}$$

解：因初始条件为零，系统只有零状态响应

$$F(s) = L[f(t)] = L[10u(t)] = \frac{10}{s} \quad H(s) = \frac{2s+3}{s^2+2s+5}$$

$$Y(s) = H(s)F(s) = \frac{10(2s+3)}{s(s^2+2s+5)} = \frac{20s+30}{s[(s+1)^2+2^2]}$$

$$= \frac{6}{s} + \frac{-6s+8}{(s+1)^2+2^2} = \frac{6}{s} + \frac{-6(s+1)}{(s+1)^2+2^2} + \frac{14}{(s+1)^2+2^2}$$

$$y_f(t) = L^{-1}[Y(s)] = (6 - 6e^{-t} \cos 2t + 7e^{-t} \sin 2t)u(t)$$



## 4. 线性系统拉普拉斯变换分析方法

例2: 已知输入  $f(t) = e^{-t}u(t)$  , 初始条件为  $y(0^-) = 2$  ,

$$y'(0^-) = 1, H(s) = \frac{s+5}{s^2+5s+6}, \text{ 求系统响应。}$$

解: 先求零输入响应

$$H(s) \text{ 的极点为: } \lambda_1 = -2 \quad \lambda_2 = -3$$

$$\text{零输入响应} \quad y_x(t) = c_1 e^{-2t} + c_2 e^{-3t}$$

代入初始条件:

$$\left. \begin{aligned} y_x(0^-) &= y(0^-) = c_1 + c_2 = 2 \\ y'_x(0^-) &= y'(0^-) = -2c_1 - 3c_2 = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} c_1 &= 7 \\ c_2 &= -5 \end{aligned}$$

$$\text{得: } y_x(t) = 7e^{-2t} - 5e^{-3t} \quad t \geq 0$$

其次求零状态响应

## 4. 线性系统拉普拉斯变换分析方法

其次求零状态响应(zero state response)

$$F(s) = L[f(t)] = L[e^{-t}u(t)] = \frac{1}{s+1}$$

$$Y(s) = H(s)F(s) = \frac{s+5}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{2}{s+1} + \frac{-3}{s+2} + \frac{1}{s+3}$$

$$\therefore y_f(t) = L^{-1}[Y(s)] = (2e^{-t} - 3e^{-2t} + e^{-3t})u(t)$$

系统的全响应(full response)为:

$$\begin{aligned} y(t) &= y_f(t) + y_x(t) \\ &= (7e^{-2t} - 5e^{-3t}) + (2e^{-t} - 3e^{-2t} + e^{-3t}) \\ &= 2e^{-t} + 4e^{-2t} - 4e^{-3t} \quad t \geq 0 \end{aligned}$$

# 4.线性系统拉普拉斯变换分析方法

## 三、单位冲激响应(unit impulse response)

当输入  $f(t) = \delta(t)$  时, 单位冲激响应为  $y(t) = h(t)$

$$F(s) = L[\delta(t)] = 1$$

系统的零状态响应(zero state response)为:

$$y(t) = h(t) = L^{-1}[F(s)H(s)] = L^{-1}[H(s)]$$

所以

$$h(t) = L^{-1}[H(s)]$$

或

$$h(t) \longleftrightarrow H(s)$$

单位冲激响应 $h(t)$ 与传递函数 $H(s)$ 是一对拉氏变换(laplace transform)

## 5.线性系统模拟

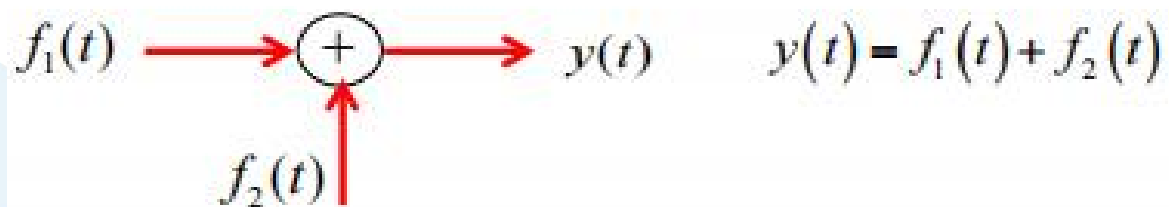
系统模拟(system simulation):

对于线性系统模拟, 是指在已知系统**数学模型**(mathematical model)的情况下, 用一些基本单元 (基本运算器(basic arithmetic unit)) 组成该系统, 称为系统的模拟。

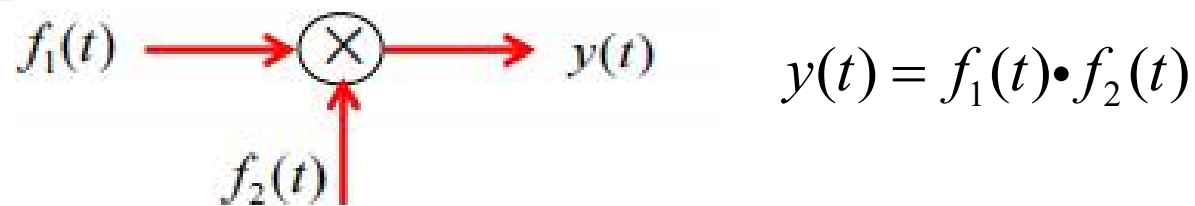
## 5.线性系统模拟

### 基本运算器(basic arithmetic unit)

#### 加法器(adder)

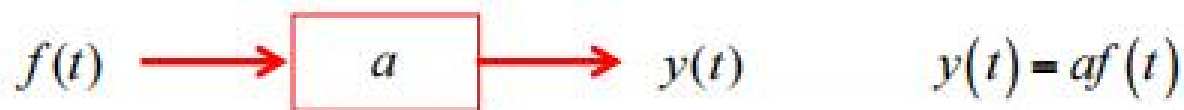


#### 乘法器(multiplier)



## 5.线性系统模拟

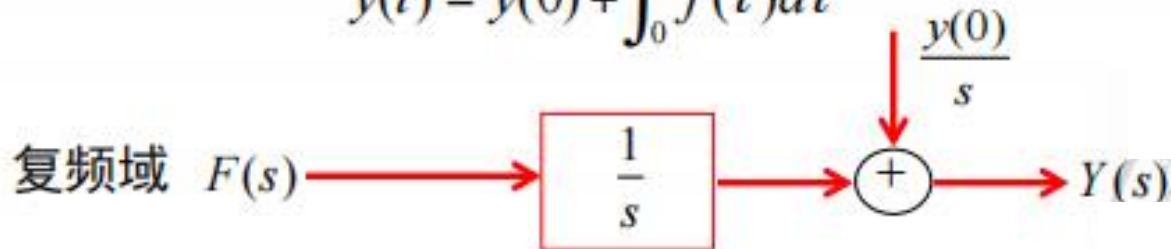
数乘器(digital multiplier) (标量乘法器, 比例器)



积分器(integrator)



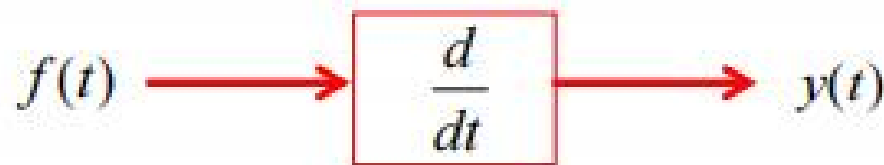
$$y(t) = y(0) + \int_0^t f(\tau) d\tau$$



$$Y(s) = \frac{y(0)}{s} + \frac{F(s)}{s}$$

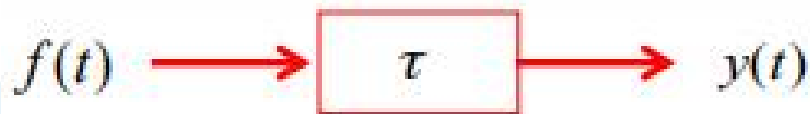
## 5.线性系统模拟

微分器(differentiator)

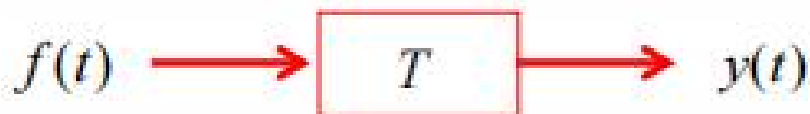


$$y(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

延时器(delayer)



$$y(t) = f(t - \tau)$$



$$y(t) = f(t - T)$$

## 5.线性系统模拟

常用的模拟图有四种形式：

直接形式实现、 并联(parallel connection)形式实现、  
串联(series connection)形式实现、 混联(Hybrid linkage)  
形式实现

- (1) 从微分方程(differential equation)实现系统模拟(simulation)
- (2) 从传递函数(transfer function)实现系统模拟
- (3) 梅森公式(Mason's Formula)实现系统模拟





**谢谢聆听**

**Thanks for listening!**

