

# 信号与系统


## 第1章 绪论

课程性质：必修



# 目录

## CONTENTS

- 1.信号和系统的概念
  - 2.奇异函数
  - 3.信号的简单处理
  - 4.线性非时变系统分析
- 

# 1.信号和系统的概念

- **信号与系统(signal and system)**

电子信息类本科阶段的专业基础课。

学生应熟练地掌握本课程所讲述的基本概念、基本理论和基本分析方法，并利用这些经典理论分析、解释和计算信号、系统及其相互之间约束关系。

本课程涉及到了很多公式，但是并不复杂，只要掌握了基本原理，就能学好本门课程。

# 1.信号和系统的概念

- **消息 (Message) :**  
信号的传输内容。如, 标记、文字、图片、声音、影像等。
- **信息 (Information) :**  
消息中赋予人们的新知识、新概念。 (内涵)
- **信号 (Signal) :**  
指消息的表现形式与传送载体。  
例如电信号、声波信号。

# 1.信号和系统的概念

## 系统 (System)

- **系统 (System) :**

由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。

- 如通信系统、控制系统、经济系统、生态系统等



- **系统可以看作是变换器、处理器**

- **电系统具有特殊的重要地位**

在电子技术领域中，“系统”、“电路”、“网络”三个名词在一般情况下可以通用。

# 1.信号和系统的概念

## 一、信号的描述

**物理(physics)上：信号是信息寄寓变化的形式**

**数学(mathematics)上：信号是一个或多个变量的函数**

**自变量(independent variable)：时间、位移、周期、频率、幅度、相位**

**形态(form)上：信号表现为一种波形**

# 1.信号和系统的概念

## 二、信号的特性

- **时间特性(time characteristic):**

信号表现出一定波形的时间特性，如出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的大小及随时间变化的快慢等。

- **频率特性(frequency characteristic):**

任意信号在一定条件下总可以分解为许多不同频率的正弦分量(quadrature phase)，即具有一定的频率成分。信号的频谱分析(spectrum analysis)就是研究信号的频率特性。

# 1.信号和系统的概念

## 三、信号的分类(signal classification)

信号的分类方法很多，可以从不同的角度对信号进行分类

- **按实际用途划分：**

电视信号

雷达信号

控制信号

通信信号

广播信号

- **按所具有的时间特性划分：**

1.确定性(certainty)信号和随机(stochastic)信号

2.连续信号(continuous signal)和离散信号(discrete signal)

3.周期信号(periodic signal)和非周期信号(aperiodic signal)

4.能量信号(energy signal)和功率信号(power signal)

5.一维信号(one-dimensional signal)和多维信号  
(multidimensional signal)

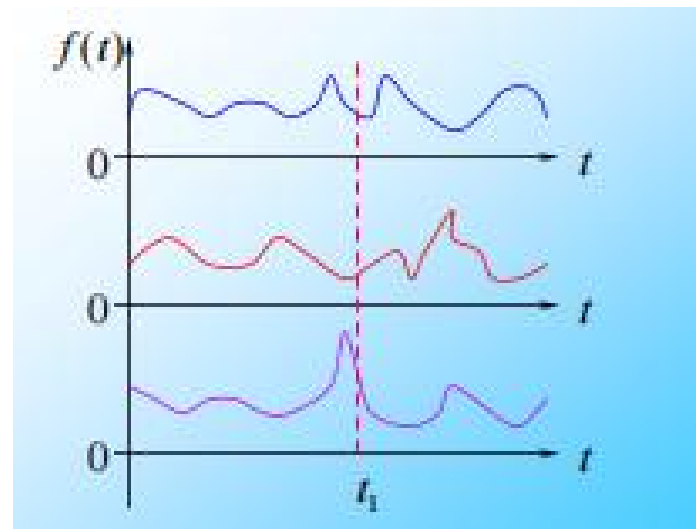
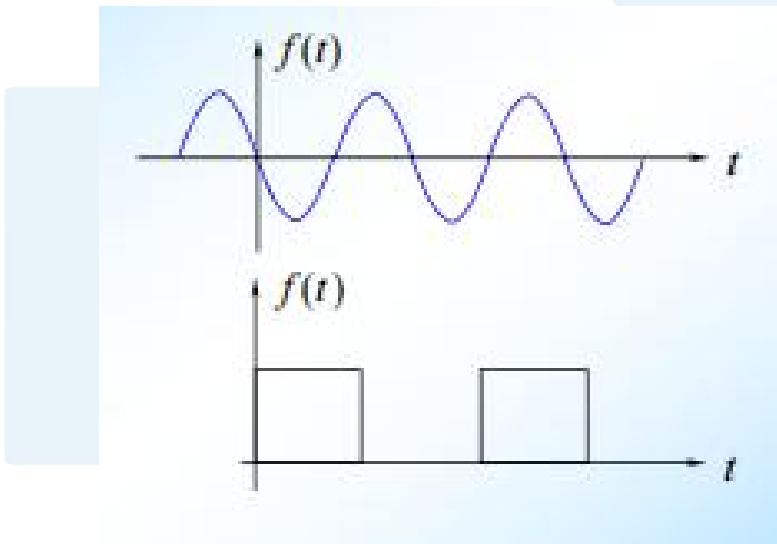


# 1.信号和系统的概念

## A.确定性信号和随机信号

**确定性信号(deterministic signal)**指一个可以表示为确定的时间函数的信号即对于指定的某一时刻 $t$ ，信号有确定的值 $f(t)$ 。

**随机信号(random signal)**不是一个确定的时间函数，通常只知道它取某一值的概率。

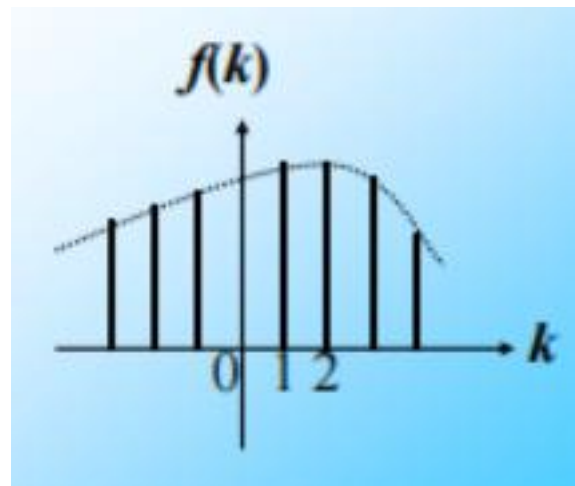
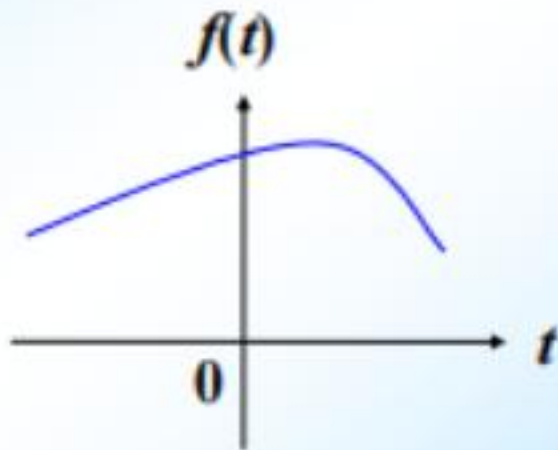


# 1.信号和系统的概念

## B.连续信号和离散信号

**连续时间信号(continuous signal):** 信号在讨论的时间范围内, 任意时刻都有定义 (即都可以给出确定的函数值, 可以有有限个间断点)。用 $t$ 表示连续时间变量。

**离散时间信号(discrete signal):** 在时间上是离散的, 只在某些不连续的规定时刻给出函数值, 其它时刻没有定义。用 $k$ 表示离散时间变量



# 1.信号和系统的概念



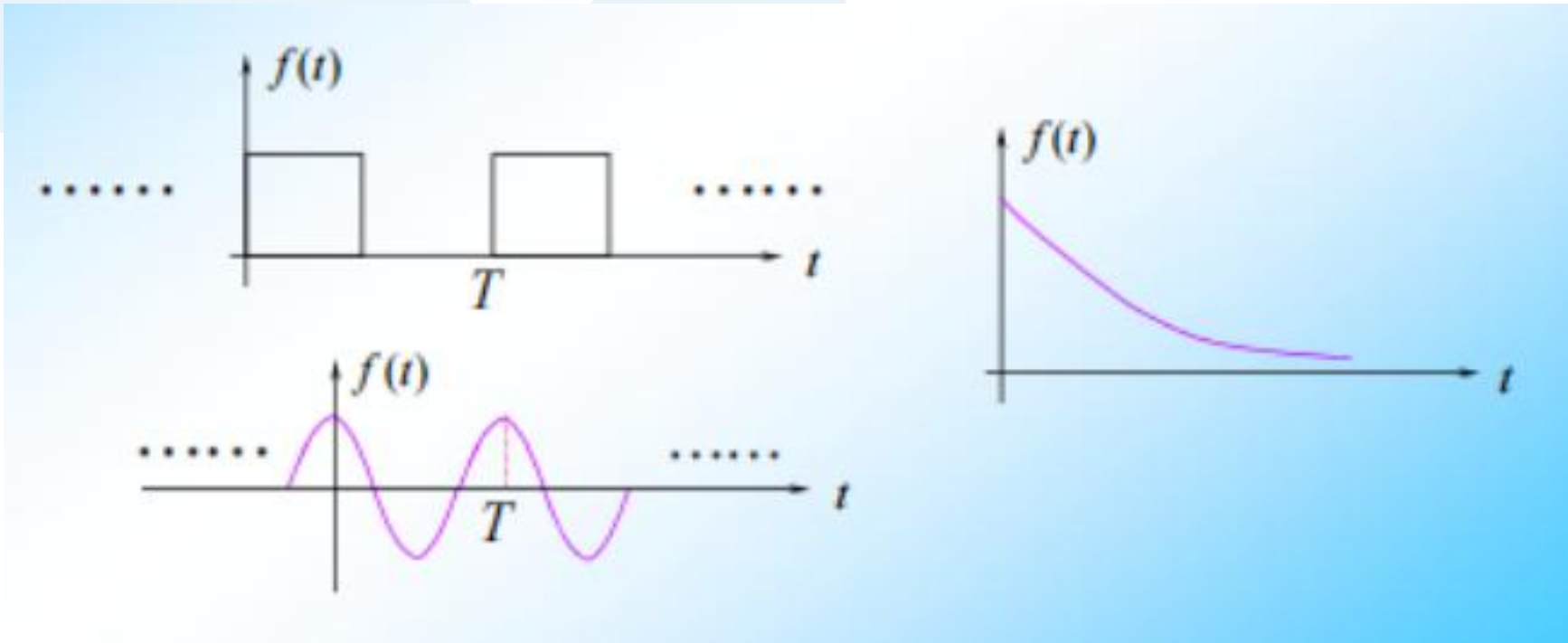
同样信号，不同信号  
处理方法，结果不同

# 1.信号和系统的概念

## C.周期信号和非周期信号

**周期信号(periodic signal)**是指一个每隔一定时间，周而复始且无始无终的信号。（在较长时间内重复变化）

**非周期信号(aperiodic signal)**在时间上不具有周而复始的特性。



# 1.信号和系统的概念

## C.周期信号和非周期信号

**周期信号(periodic signal):**

一个连续信号 $f(t)$ ，若对所有 $t$ 均有

$$f(t) = f(t+mT) \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

则称 $f(t)$ 为连续周期信号，满足上式的最小 $T$ 值称为 $f(t)$ 的周期。

一个离散信号 $f(k)$ ，若对所有 $k$ 均有

$$f(k) = f(k+mN) \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

则称 $f(k)$ 为离散周期信号，满足上式的最小 $N$ 值称为 $f(k)$ 的周期。

**非周期信号(aperiodic signal):** 不满足上式的信号称为非周期信号。不具有周期，或认为具有无限大的周期。

# 1.信号和系统的概念

## D.能量信号(energy signal)和功率信号(power signal)

信号可看作是随时间变化的电压或电流，信号 $f(t)$ 在1欧姆的电阻上的瞬时功率为 $f^2(t)$ ，在时间区间所消耗的总能量和平均功率定义为：

$$\text{总能量 } E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$$

$$\text{平均功率 } P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$$

- 能量信号**：信号总能量为有限值而信号平均功率(average power)为零。
- 功率信号**：平均功率为有限值而信号总能量为无限大(infinity)。

# 1.信号和系统的概念

## E.一维信号和 multidimensional 信号

**一维信号(one-dimensional signal):**

只由一个自变量描述的信号，如语音信号(speech signal);

**多维信号(multidimensional signal):**

由多个自变量描述的信号，如图像信号(image signal)。

**主要讨论确定性信号(deterministic signal)**

**先连续，后离散；先周期，后非周期**

## 2. 奇异函数

- 信号与系统分析中，常遇到函数本身有不连续点(discontinuous point)（跳变点）或其导数与积分有不连续点的情况，这类函数称为奇异函数(singular function)或奇异信号(singular signal)。
- 通常将实际信号按某种条件理想化，即可运用理想模型进行分析。
- 奇异信号分类：
  - (1) 斜变信号(skew signal)
  - (2) 阶跃信号(step signal)（重要）
  - (3) 冲激信号(impulse signal)（重要）
  - (4) 冲激偶信号(impulse couple signal)

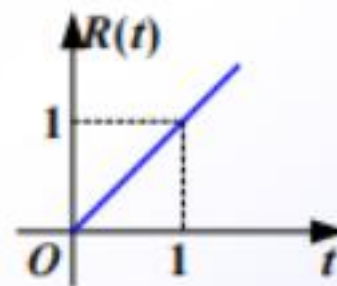


# 一、斜变信号

- 斜变信号(skew signal)也称斜坡信号或斜升信号。
- 它是从某一时刻开始随时间正比例增长(positive proportion)的信号。
- 如果增长的变化率是1, 就称为单位斜变信号。

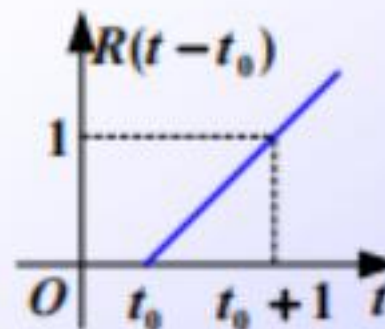
## (1) 单位斜变信号(unit skew signal)

$$R(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases}$$



如果将起始点移至 $t_0$ , 则可写成

$$R(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ t-t_0 & t \geq t_0 \end{cases}$$



## 二、阶跃信号(step signal)

用  $\varepsilon(t)$  表示, 也可用  $1(t)$ ,  $u(t)$  表示

- 定义

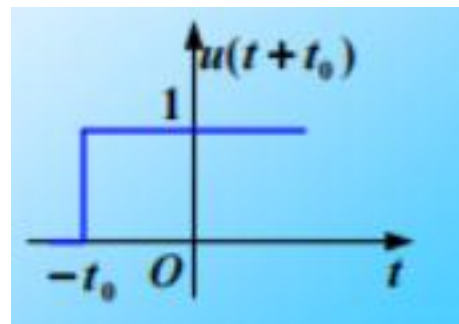
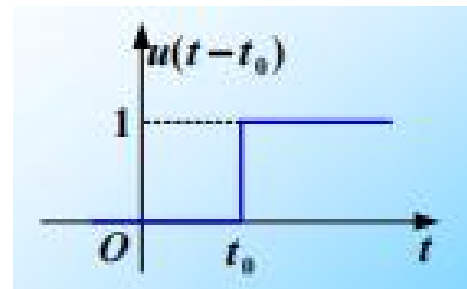
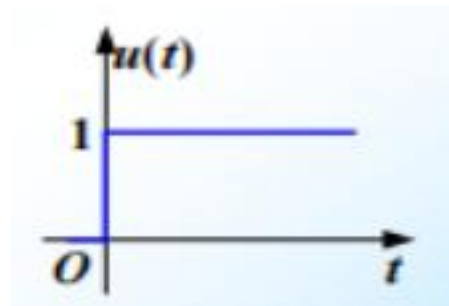
$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

0点无定义或1/2

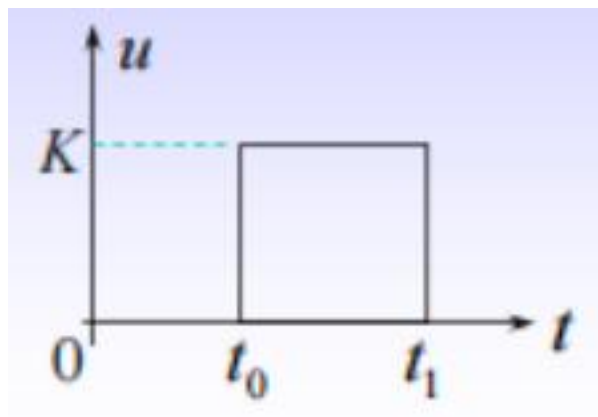
- 延迟的单位阶跃信号

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases}, t_0 > 0$$

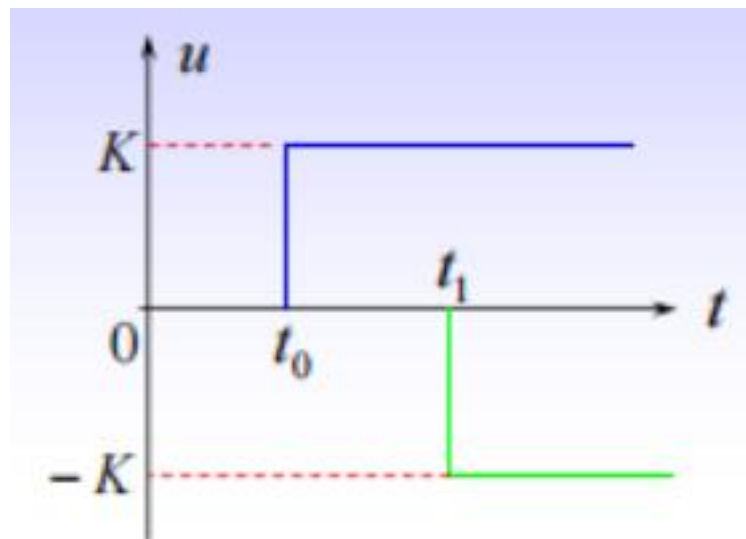
$$u(t + t_0) = \begin{cases} 0 & t < -t_0 \\ 1 & t > -t_0 \end{cases}, t_0 > 0$$



# 用单位阶跃信号描述其他信号



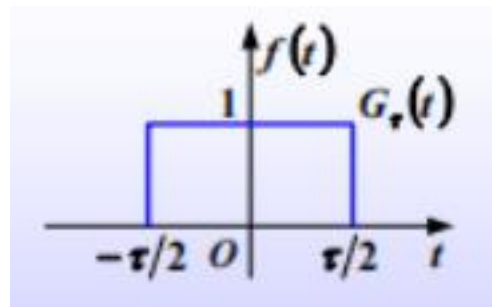
=



$$u = K\varepsilon(t - t_0) - K\varepsilon(t - t_1)$$
$$= K[\varepsilon(t - t_0) - \varepsilon(t - t_1)]$$

**门函数(Gate function): 也称窗函数**

$$f(t) = u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - u\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$$

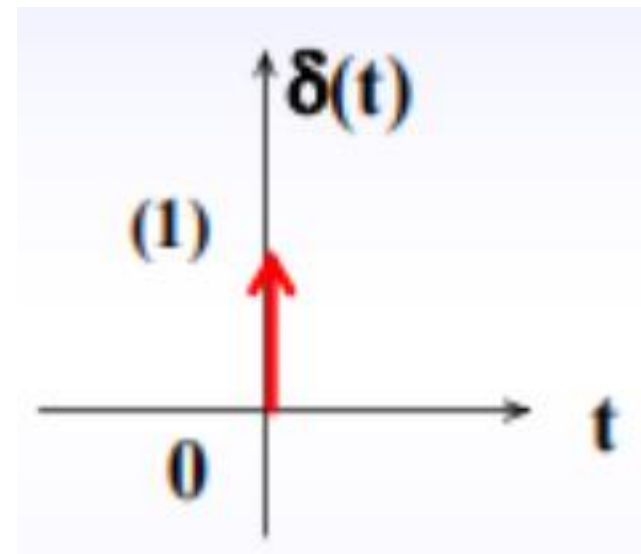


其他函数只要用门函数处理（乘以门函数），就只剩下门内的部分。

### 三、冲激信号

#### 定义1：狄拉克(Dirac)函数

$$\begin{cases} \delta(t) = 0 & t \neq 0 \\ \delta(t) = \infty & t = 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$

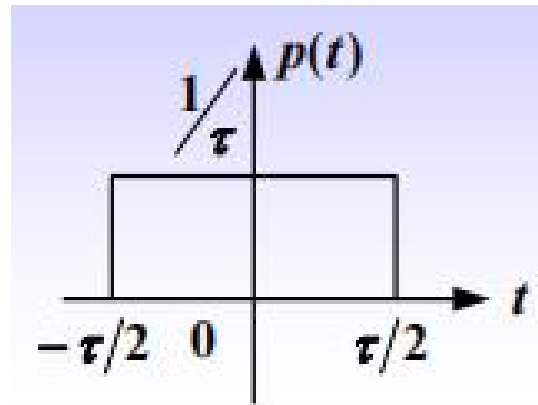


- 函数值只在 $t=0$ 时不为零；
- 积分面积(integral area)为1；
- $t=0$ 时,  $\delta(t) \rightarrow \infty$  , 为无界函数(unbounded function)。

### 三、冲激信号

#### 定义2

$$p(t) = \frac{1}{\tau} \left[ u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right]$$



$$\tau \rightarrow 0$$

面积1；脉宽(pulse width)  $\downarrow$ ；脉冲高度(pulse height)  $\uparrow$ ；  
则窄脉冲(pulse)集中于 $t=0$ 处。

三个特点：

◆ 面积(area)为1

◆ 宽度(width)为0

◆ 幅度(range)

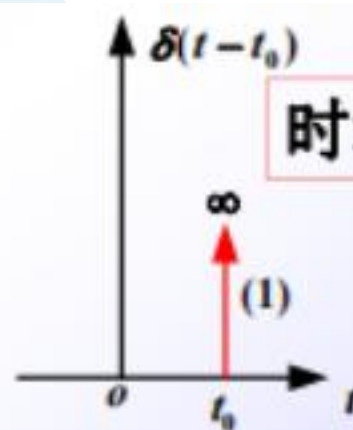
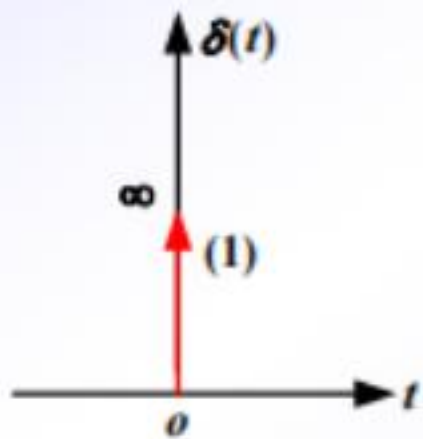
无穷  $t=0$

0  $t \neq 0$

### 三、冲激信号

#### 描述

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} p(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \left[ u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right]$$



时移的冲激函数

若面积为 $k$ ，则强度为 $k$

# 冲激函数的性质

## (1) 抽样性(筛选性)

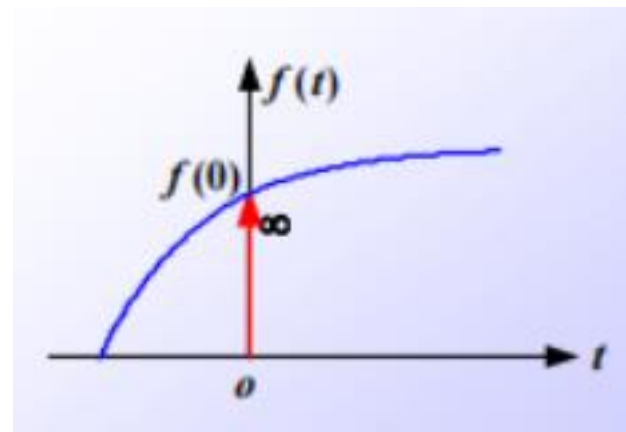
如果 $f(t)$ 在 $t=0$ 处连续, 且处处有界, 则有

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

对于移位情况(displacement):

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$$



# 冲激函数的性质

## (2) 奇偶性(parity)

$$\delta(t) = \delta(-t) \quad \text{偶函数(even function)}$$

## (3) $\delta(t)$ 的积分(integral)、与阶跃函数(step function)的关系

$$\int_{-\infty}^t \delta(\xi) d\xi = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} = u(t) \quad \frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$$

## (4) 尺度变换(scale transformation)

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t) \quad (a \neq 0, \text{实常数})$$

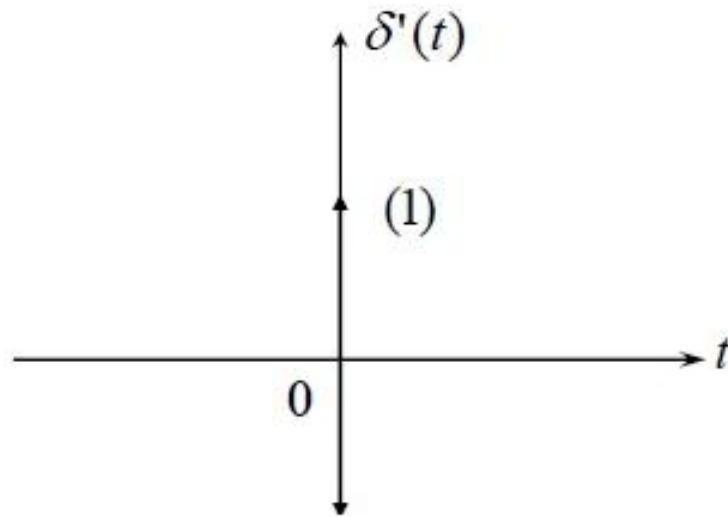


## 四、冲激偶信号

冲激函数的微分(differential) (阶跃函数的二阶导数)：将呈现正、负极性的一对冲激，成为冲激偶信号(impulse couple signal)，以  $\delta'(t)$  表示。

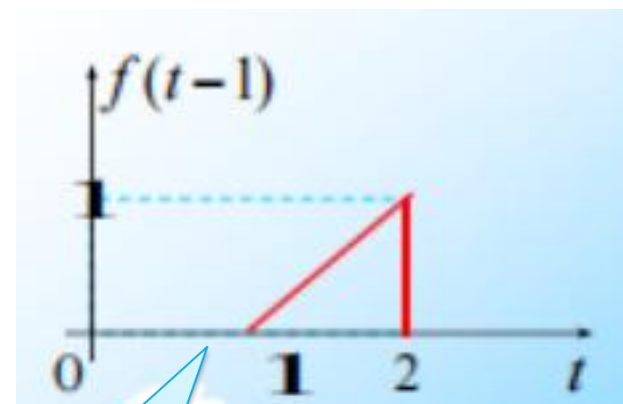
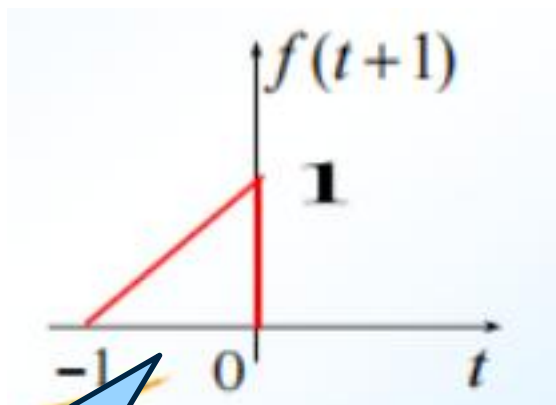
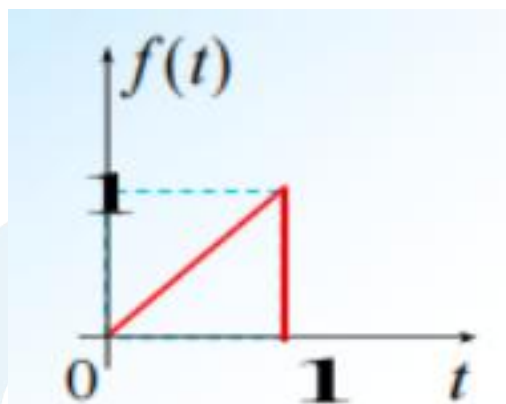
定义：

$$\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}$$



# 3. 信号的简单处理

## 一、信号的时移(time shift of signal)

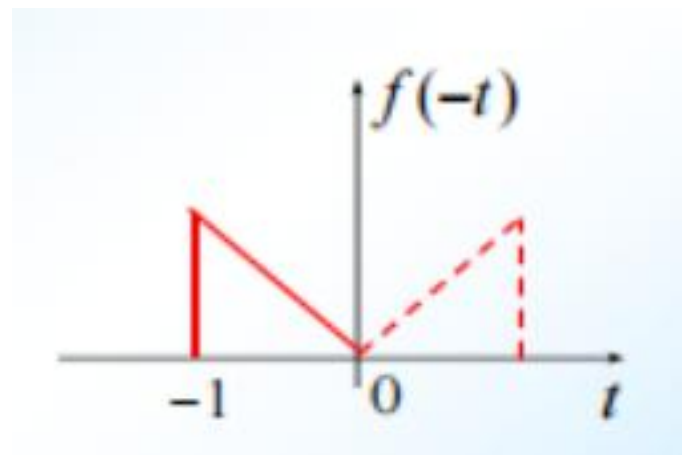
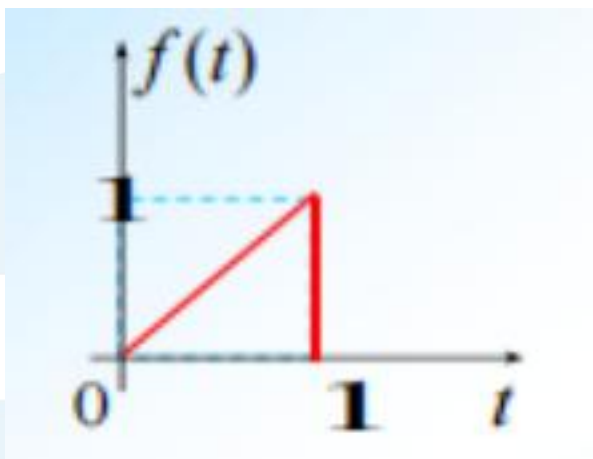


$f(t+t_0)$  将  $f(t)$  超前 (lead) 时间  $t_0$ ; 即将  $f(t)$  的波形向左移动  $t_0$ 。

$f(t-t_0)$  将  $f(t)$  延迟 (delay) 时间  $t_0$ ; 即将  $f(t)$  的波形向右移动  $t_0$ 。

### 3. 信号的简单处理

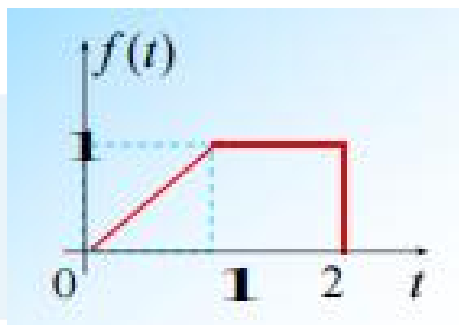
#### 二、信号的翻转(flip) (折叠、反折)



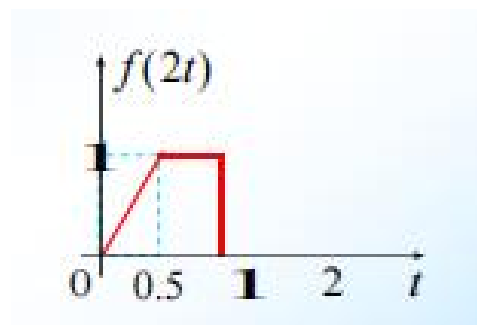
# 3. 信号的简单处理

## 三、信号的尺度变换(scale transformation)

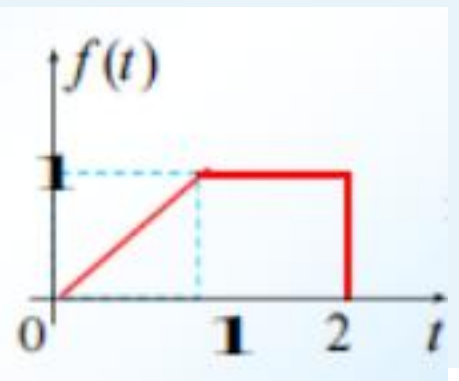
- $a > 1$  则  $f(at)$  将  $f(t)$  的波形沿时间轴(time axis)压缩(compress)至原来的  $1/a$



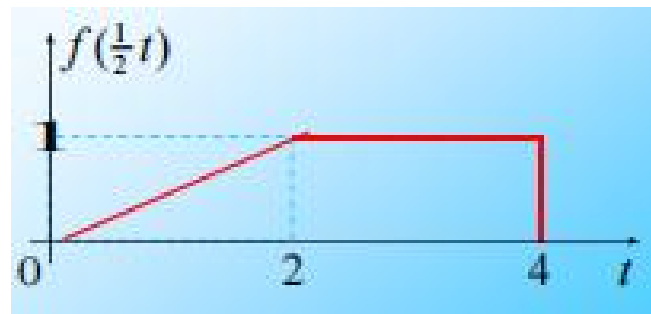
压缩



- $0 < a < 1$  则  $f(at)$  将  $f(t)$  的波形沿时间轴扩展(extend)至原来的  $1/a$



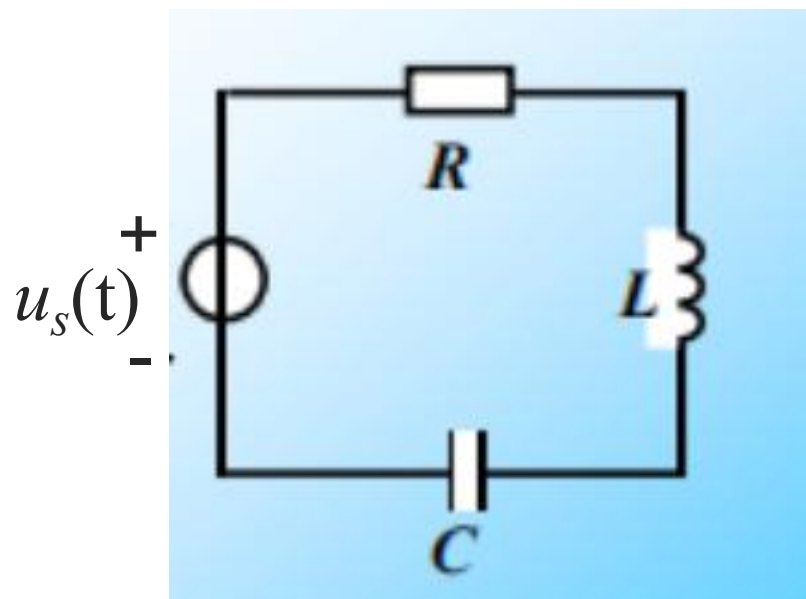
扩展



# 4.线性非时变系统分析

## 一、系统模型

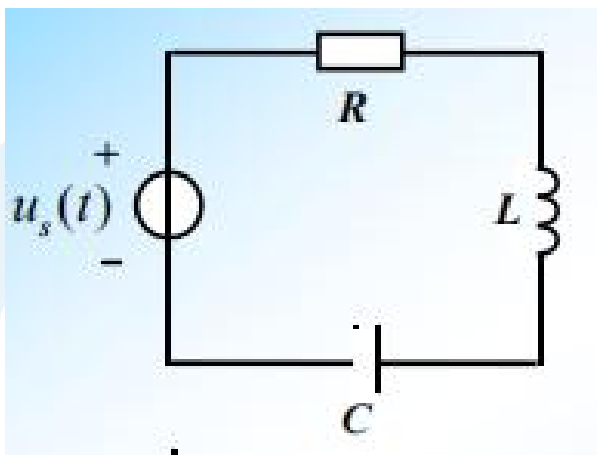
- **系统模型(system model): 系统物理特性的数学抽象。其表示形式有数学表达式(mathematical expression)、图形符号(graphical symbol)和方框图(block diagram)。**
- **系统的物理模型:**  
如电路模型(circuit model)  
由理想电路元件符号表示的系统模型
- **系统的数学模型: 系统的描述方程(descriptive equation)**  
由数学表达式表示的系统模型



## 4.线性非时变系统分析

不同的物理系统(physical system), 经过抽象(abstract)和近似(approximate), 有可能得到形式上完全相同的数学模型(mathematical model)。

- **相似系统(similar system): 用同一类型方程**



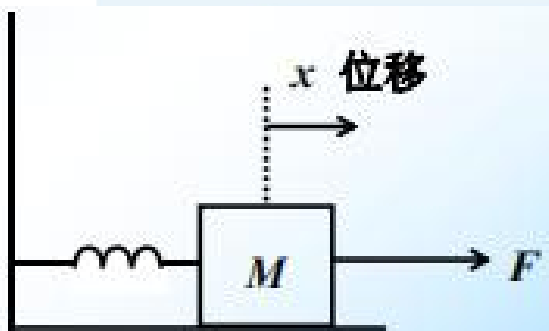
**例: 图示RLC串联电路(series circuit)**

$$u_s(t) = u_R + u_L + u_C$$

$$u_s(t) = L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q$$

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + D \frac{dx}{dt} + \frac{1}{k_T} x = F$$

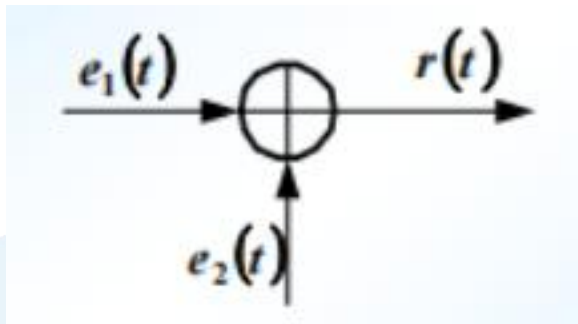
**平移机械系统**



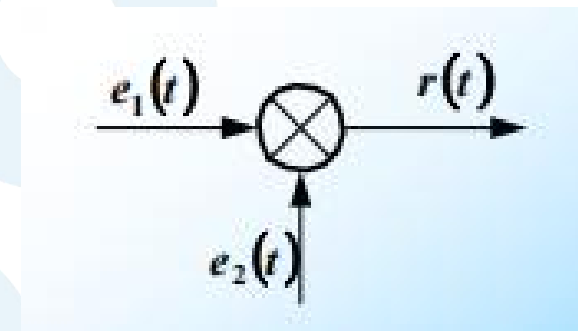
## 4.线性非时变系统分析

- 系统的框图(block diagram)表示

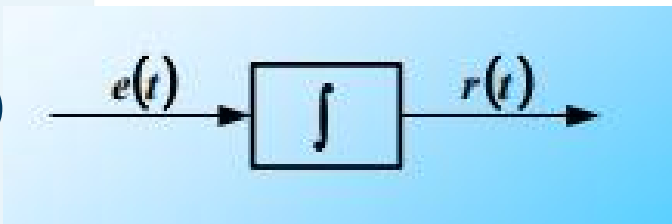
(1) 加法器(adder)



(2) 乘法器(multiplier)



(3) 积分器(integrator)



## • 系统描述      描述系统模型的两种方法

### 输入-输出描述法(input-output description method):

- 着眼于激励与响应的关系，而不考虑系统内部变量情况；
- 单输入/单输出系统；
- 列写一元 $n$ 阶微分方程。

### 状态变量分析法(state variable analysis method):

- 不仅可以给出系统的响应，还可以描述内部变量  
如电容电压 $u_c(t)$ 或电感电流 $i_L(t)$ 的情况。
- 研究多输入/多输出系统；
- 列写多个一阶微分方程。



# 4.线性非时变系统分析

## 二、系统的分类

线性系统(linear system)

非线性系统(nonlinear system)

非时变（定常）系统(Non-time varying system)

时变系统(Time-varying system)

### 重点研究：

确定性信号(deterministic signal)作用下的集总参数线性时不变系统  
线性非时变 (Linear Time Invariant) 系统，简称LTI系统。

# 4.线性非时变系统分析

## 1.线性系统与非线性系统

**线性系统(linear system):** 就是指具有线性特性的系统, 即系统同时具有齐次性(homogeneity) (均匀性) 和叠加性(Superimposition)

**非线性系统(nonlinear system):** 不具线性特性的系统

**线性特性:** 指齐次性, 叠加性。

**齐次性 (均匀性):** 当输入激励改为原来的 $k$ 倍时, 输出响应也相应地改变为原来的 $k$ 倍,  $k$ 为常数。

$$f(t) \rightarrow y(t) \quad \longrightarrow \quad kf(t) \rightarrow ky(t)$$

## 4.线性非时变系统分析

**叠加性：**当有几个激励(motivate)同时作用于系统时，系统的总响应等于各个激励分别作用于系统所产生的响应之和。

$$\left. \begin{array}{l} f_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ f_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array} \right\} \rightarrow f_1(t) + f_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$$

对于线性系统的线性特性，归纳起来就是：

将两个特性表达式合并为一个方程：

若  $f_1(t) \rightarrow y_1(t) \quad f_2(t) \rightarrow y_2(t)$

则  $k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \rightarrow k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)$

此方程代表了**线性特性(linear characteristic)**，包含了齐次性和叠加性。

## 4.线性非时变系统分析

- **零状态响应(zero state response)**: 初始状态为零 (电容电压为零, 电感电流为零) 的情况下, 对外加激励的响应。
- **零输入响应(zero input response)**: 电路的外加激励为零, 由动态元件的初始储能引起的响应。

**分解特性(decomposition properties)**:

系统的响应可以分解为仅与激励相关的**零状态响应**和仅与初始状态相关的**零输入响应**, 这种性质称为分解特性。

$$y(t) = y_x(t) + y_f(t)$$

## 4.线性非时变系统分析

- **零输入线性(zero input linearity):**

零输入响应 $y_x(t)$ 与初始状态 $x(0)$ 之间满足线性特性(linear characteristic)

当系统有多个初始状态时, 零输入响应对每个初始状态呈线性(linear)。

- **零状态线性(zero state linearity):**

零状态响应 $y_f(t)$ 与激励 $f(t)$ 之间满足线性特性

当系统有多个输入时, 零状态响应对每个输入呈线性。

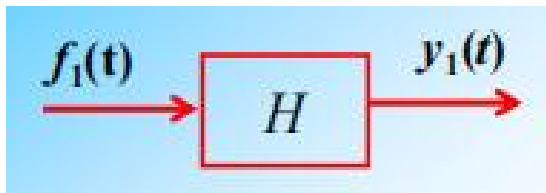
**线性系统(linear system):**

一个系统如果满足以下三个条件, 则称为线性系统, 否则称为非线性系统:

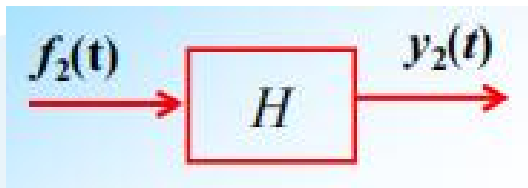
- (1) 分解特性; (2) 零输入线性; (3) 零状态线性

## 4.线性非时变系统分析

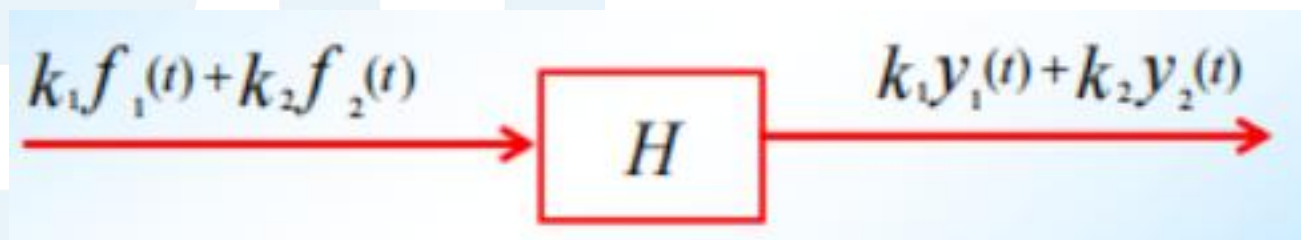
### 线性特性



$$y_1(t) = H[f_1(t)]$$



$$y_2(t) = H[f_2(t)]$$



$$H[k_1f_1(t) + k_2f_2(t)] = k_1y_1(t) + k_2y_2(t)$$

$H[f(t)]$  表示系统对 $f(t)$ 的响应(response)

$$y(t) = H[f(t)]$$

$H[\bullet]$  表示系统(system)

## 4.线性非时变系统分析

**例题1、判断系统是否为线性系统**  $y(t) = t \cdot f(t)$

**解：**考虑两个任意输入 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$

$$y_1(t)=tf_1(t) \quad ; \quad y_2(t)=tf_2(t)$$

$$\text{令 } f(t)=k_1f_1(t)+k_2f_2(t)$$

**若 $f(t)$ 是系统的输入，则相应的输出可以表示为：**

$$y(t)=tf(t)=t[k_1f_1(t)+k_2f_2(t)]$$

$$=k_1tf_1(t)+k_2tf_2(t)=k_1y_1(t)+k_2y_2(t)$$

$$\text{即 } k_1f_1(t)+k_2f_2(t) \rightarrow k_1y_1(t)+k_2y_2(t)$$

**系统具有线性特性，所以是线性系统。**

# 4.线性非时变系统分析

## 2.时变系统与非时变系统

**非时变系统(non-time variant system):** 其内部的参数是不随时间变化的系统，称为时不变系统或定常系统。它具有时不变特性 (Time Invariance)

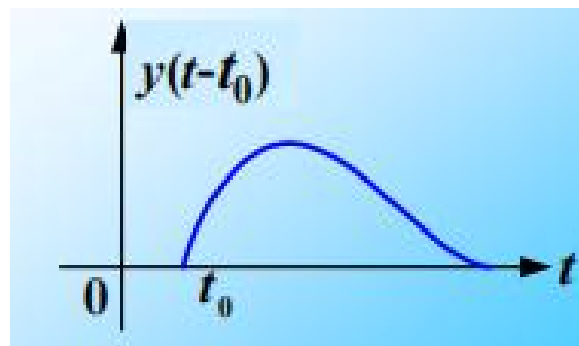
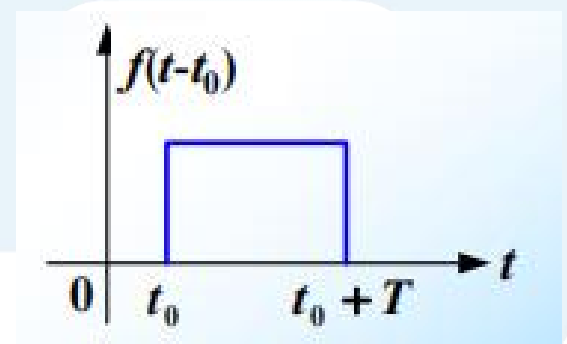
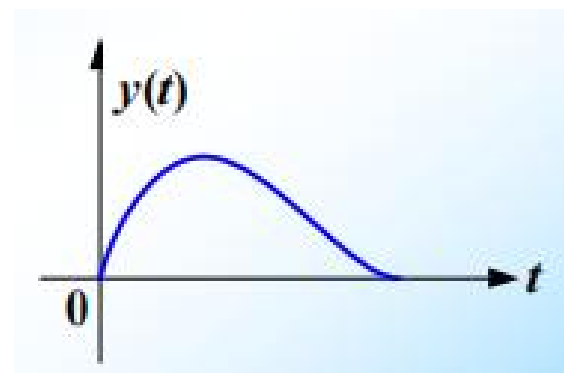
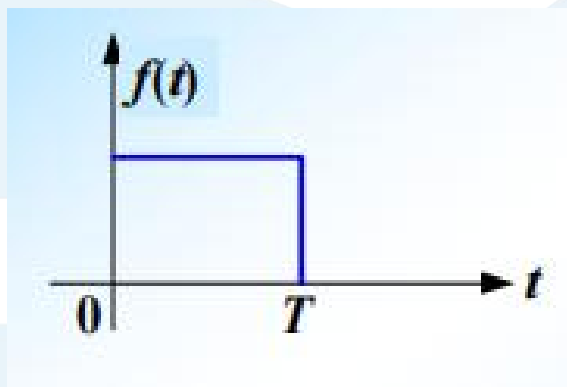
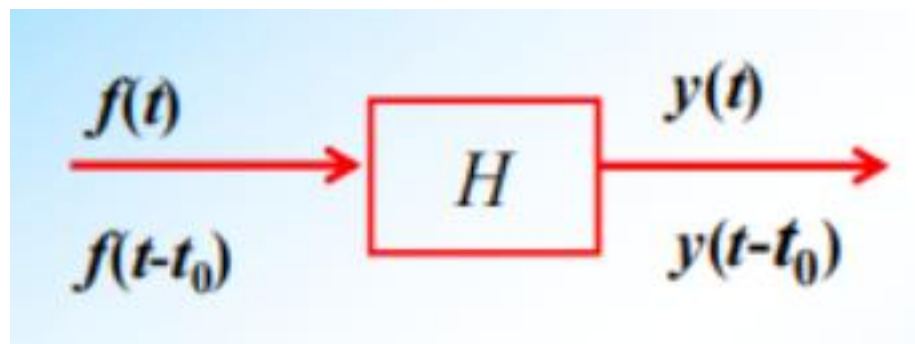
**非时变特性:** 只要初始状态不变，系统的输出响应形状不随激励施加的时间不同而改变。

**时变系统(time-varying system):** 其内部的参数是随时间变化的系统。



## 4. 线性非时变系统分析

非时变性



# 4.线性非时变系统分析

## 三、系统分析方法

系统分析就是在给定系统的构成和参数的情况下去研究系统的特性。

**范围：** 确定性信号经LTI系统的基本分析方法

系统分析一般分三步：

**第一步：建模(model)——建立系统的数学模型(mathematical model)**

**第二步：处理(handle)——对数学模型进行数学处理**

**第三步：解释(explain)——对数学结果进行物理解释**

# 4.线性非时变系统分析

## LTI系统的基本分析方法

### 1.在建立系统模型方面

根据建立数学模型时选取变量的观点和方法的不同，对系统的数学描述方法可分为两类：

输入-输出描述法(input-output description method)和状态变量描述法(state variable description method)。

### 2.在系统数学模型的求解方法方面

按求解方法，大体可分为时域法(time domain method)和变换域法(transformation domain method)。

## 4.线性非时变系统分析

### 1) 时域分析(time domain analysis)

就是直接处理时间变量的方法。

#### ◆ 经典法求解

连续系统：微分方程(differential equation)

离散系统：差分方程(difference equation)

#### ◆ 卷积积分（或卷积和）法(convolution integral method)

这里除了介绍基本方法外，还将重点介绍卷积法（对连续系统的卷积积分，离散系统的卷积和）

## 4.线性非时变系统分析

### 2) 变换域分析(transform domain analysis)

就是将信号与系统模型的时间变量函数变成相应变换域的某种变量函数(variable function)。

- 傅里叶变换(fourier transform)—FT
- 拉普拉斯变换(laplace transform)——LT
- z变换——ZT
- 离散傅里叶变换(discrete Fourier transform)—DFT
- 离散沃尔什变换(discrete Walsh transform)——DWT

## 4.线性非时变系统分析

在线性时不变系统(linear time-invariant system)中，时域法和变换域法都以线性和时不变性为分析问题的基准。首先把激励信号分解为某种基本单元信号，然后求出在这些基本单元信号分别作用下系统的零状态响应(zero state response)，最后叠加(superposition)。

### 思路

从输入输出描述→状态变量描述

从连续信号分析→离散信号分析

从时间域分析→变换域分析



**谢谢聆听**

**Thanks for listening!**

