

Übungsblatt 6

Ausgabe am Montag, 20. November 2023.

Bearbeitung bis Montag, 27. November, 10:00 Uhr.

Aufgabe 1: (2 Punkte) Es sei Y eine Poisson-verteilte Zufallsvariable zum Parameter λ . Weiter sei Z die Zufallsvariable $(1 + Y)^{-1}$. Berechnen Sie den Erwartungswert von Z .

Aufgabe 2: (3 Punkte) Ein Geiger-Müller-Zählrohr und eine radioaktive Quelle seien so postiert, dass ein Teilchen, das von der Quelle emittiert wird, vom Zähler mit Wahrscheinlichkeit 10^{-4} registriert wird. Während der Beobachtungszeit emittiert die Quelle 30.000 Teilchen. Man berechne approximativ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- (a) der Zähler kein Teilchen registriert;
- (b) der Zähler mehr als zwei Teilchen registriert.

Aufgabe 3: (2 Punkte) Aus einer Gruppe von fünf Männern und fünf Frauen werden zufällig fünf Personen ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält die Auswahl höchstens zwei Frauen?

Aufgabe 4: (3 Punkte) Eine Warenlieferung von 50 Stück eines Artikels enthält genau 10 defekte Stücke. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält eine zufällige Stichprobe vom Umfang 10

- (a) genau zwei defekte Stücke?
- (b) mindestens zwei defekte Stücke?

Aufgabe 5: (2 Punkte) Ein „fairer“ Würfel werde so lange geworfen,

- (a) bis zum ersten Mal eine 6 erscheint bzw.
- (b) bis zum ersten Mal eine gerade Zahl erscheint.

Berechnen Sie jeweils die Erwartungswerte dieser beiden Zufallsexperimente.

Aufgabe 6: (4 Punkte) Anja (A) und Bettina (B) drehen in unabhängiger Folge abwechselnd ein Glücksrad mit den Sektoren A und B. Das Rad bleibe mit Wahrscheinlichkeit p (bzw. $1 - p$) in Sektor A (bzw. B) stehen. Gewonnen hat die Spielerin, welche als erste erreicht, dass das Glücksrad in ihrem Sektor stehen bleibt. Anja beginnt.

Berechnen Sie die Gewinnwahrscheinlichkeit von Anja und folgern Sie daraus, dass bei $p = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ beide Spielerinnen die gleiche Gewinnwahrscheinlichkeit haben.