数学基础模型
层次分析法

主讲人 张文斌

上海交通大学机械与动力工程学院博士生
曾获美国数学建模特等奖（Outstanding）
研究数学建模多年，掌握一定数模获奖技巧
熟悉数学建模方法、编程及论文写作

目录

1、层次分析法概述

层次分析法（The analytic hierarchy process，AHP）是美国运筹学家匹茨堡大学教授萨蒂(T.L.Saaty)于上世纪70年代初，为美国国防部研究“根据各个工业部门对国家福利的贡献大小而进行电力分配”课题时，应用网络系统理论和多目标综合评价方法，提出的一种层次权重决策分析方法。

这种方法的特点是在对复杂的决策问题的本质、影响因素及其内在关系等进行深入分析的基础上，利用较少的定量信息使决策的思维过程数学化，从而为多目标、多准则或无结构特性的复杂决策问题提供简便的决策方法。

是对难于完全定量的复杂系统作出决策的模型和方法。

1、层次分析法概述

决策是指在面临多种方案时需要依据一定的标准选择某一种方案。日常生活中有许多决策问题。举例

1. 在海尔、新飞、容声和雪花四个牌号的电冰箱中选购一种。要考虑品牌的信誉、冰箱的功能、价格和耗电量。

2. 在泰山、杭州和承德三处选择一个旅游点。要考虑景点的景色、居住的环境、饮食的特色、交通便利和旅游的费用。

3. 在基础研究、应用研究和数学教育中选择一个领域申报科研课题。要考虑成果的贡献（实用价值、科学意义），可行性（难度、周期和经费）和人才培养。

1、层次分析法概述

人们在对社会、经济以及管理领域的问题进行系统分析时，面临的经常是一个由相互关联、相互制约的众多因素构成的复杂系统。层次分析法则为研究这类复杂的系统，提供了一种新的、简洁的、实用的决策方法。

层次分析法(AHP法) 是一种解决多目标的复杂问题的定性与定量相结合的决策分析方法。该方法将定量分析与定性分析结合起来，用决策者的经验判断各衡量目标能否实现的标准之间的相对重要程度，并合理地给出每个决策方案的每个标准的权数，利用权数求出各方案的优劣次序，比较有效地应用于那些难以用定量方法解决的课题。

1、层次分析法概述

层次分析法是社会、经济系统决策中的有效工具。其特征是合理地将定性与定量的决策结合起来，按照思维、心理的规律把决策过程层次化、数量化。是系统科学中常用的一种系统分析方法。

该方法自1982年被介绍到我国以来，以其定性与定量相结合地处理各种决策因素的特点，以及其系统灵活简洁的优点，迅速地在我国社会经济各个领域内，如工程计划、资源分配、方案排序、政策制定、冲突问题、性能评价、能源系统分析、城市规划、经济管理、科研评价等，得到了广泛的重视和应用。

3、层次分析法的步骤和方法

层次分析法根据问题的性质和要达到的总目标，将问题分解为不同的组成因素，并按照因素间的相互关联影响以及隶属关系将因素按不同层次聚集组合，形成一个多层次的分析结构模型，从而最终使问题归结为最低层(供决策的方案、措施等)相对于最高层(总目标)的相对重要权值的确定或相对优劣次序的排定。

运用层次分析法构造系统模型时，大体可以分为以下四个步骤：

1. 建立层次结构模型
2. 构造判断(成对比较)矩阵
3. 层次单排序及其一致性检验
4. 层次总排序及其一致性检验

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 建立层次结构模型

将决策的目标、考虑的因素（决策准则）和决策对象按它们之间的相互关系分为最高层、中间层和最低层，绘出层次结构图。

最高层：决策的目的、要解决的问题。

最低层：决策时的备选方案。

中间层：考虑的因素、决策的准则。

对于相邻的两层，称高层为目标层，低层为因素层。

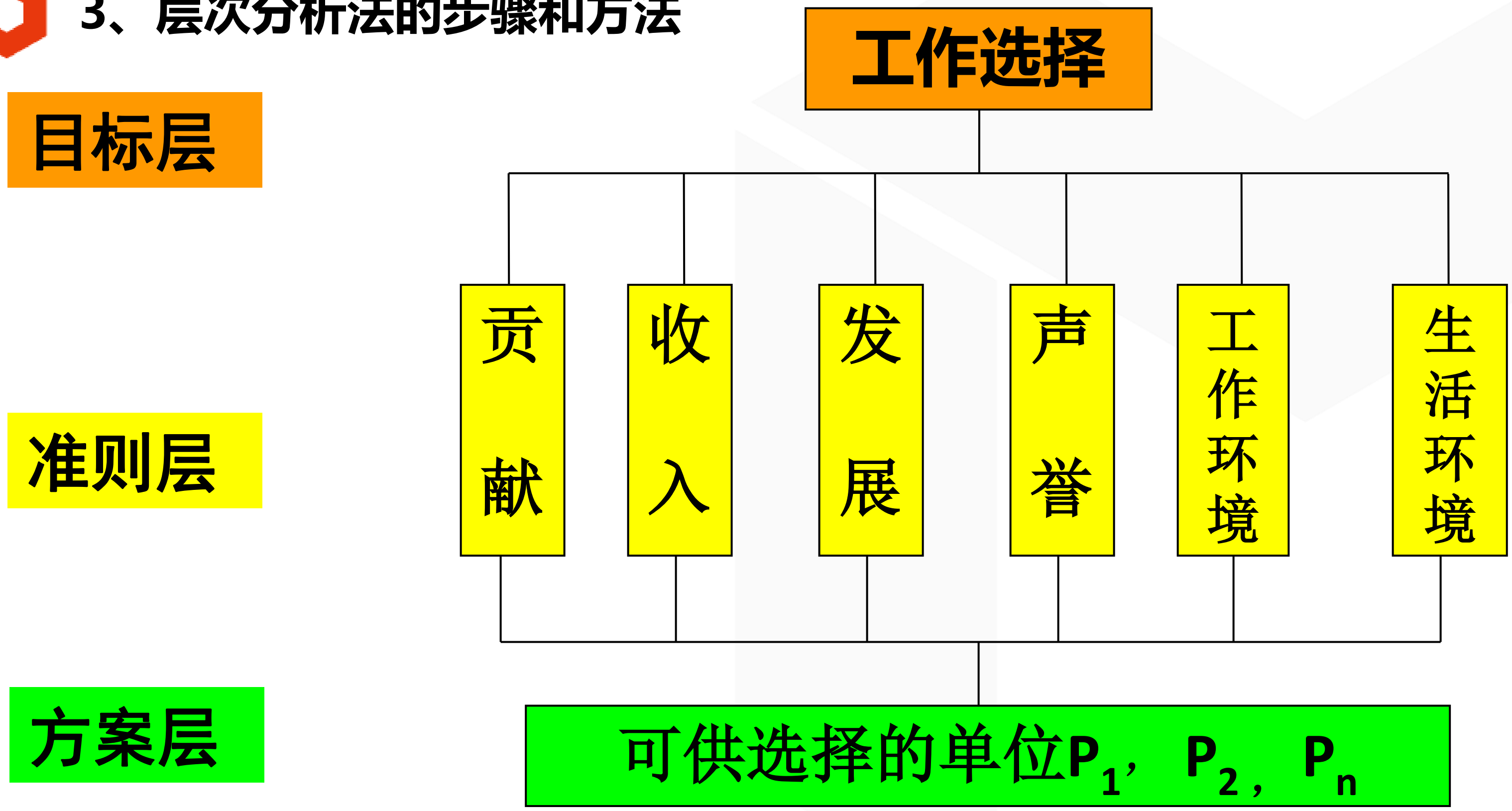
3、层次分析法的步骤和方法

➢ 建立层次结构模型

例1-1　大学毕获得大学毕业学位的毕业生，在“双向选择”时，用人单位与毕业生都有各自的选择标准和要求。就毕业生来说选择单位的标准和要求是多方面的，例如：

①能发挥自己才干作出较好贡献（即工作岗位适合发挥自己的专长）；
②工作收入较好（待遇好）；
③生活环境好（大城市、气候等工作条件等）；
④单位名声好（声誉等）；
⑤工作环境好（人际关系和谐等）
⑥发展晋升机会多（如新单位或前景好）等毕业生就业选择问题

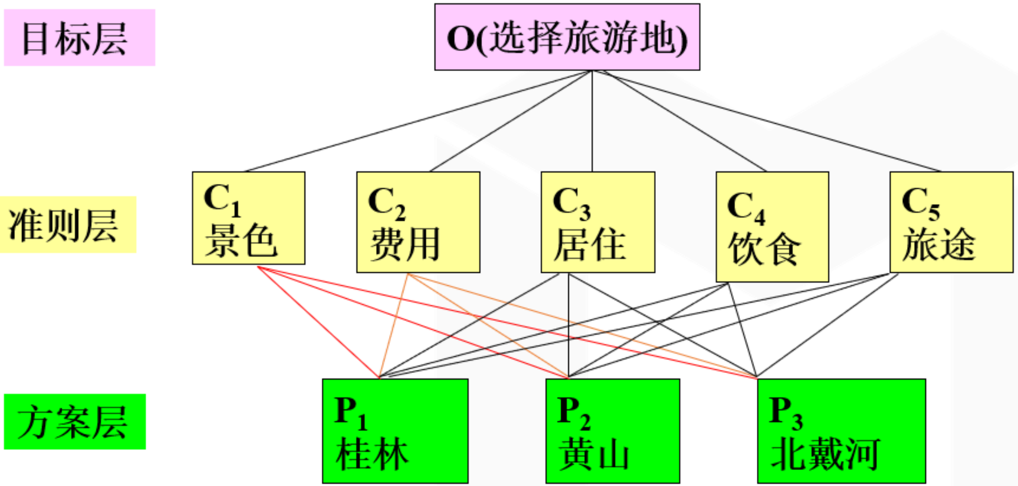
3、层次分析法的步骤和方法



3、层次分析法的步骤和方法

➢ 建立层次结构模型

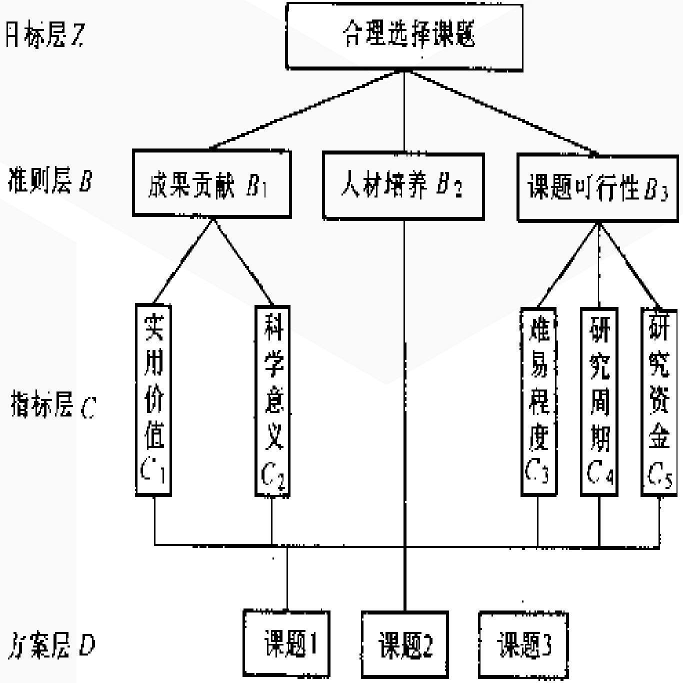
例1-2 **(选择旅游地)**如何在3个目的地中按照景色、费用、居住条件等因素选择。



3、层次分析法的步骤和方法

➢ 建立层次结构模型

例1-3 **(科研课题的选择)**某研究所现有三个科研课题，限于人力及物力，只能研究一个课题。有三个须考虑的因素：(1)科研成果贡献大小(包括实用价值和科学意义)；(2)人材的培养；(3)课题的可行性(包括课题的难易程度、研究周期及资金)。在这些因素的影响下，如何选择课题?



3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次分析法的思维过程的归纳

将决策问题分为3个或多个层次：

最高层：目标层。表示解决问题的目的，即层次分析要达到的总目标。通常只有一个总目标。

中间层：准则层、指标层、....。表示采取某种措施、政策、方案等实现预定总目标所涉及的中间环节；一般又分为准则层、指标层、策略层、约束层等。

最低层：方案层。表示将选用的解决问题的各种措施、政策、方案等。通常有几个方案可选。

每层有若干元素，层间元素的关系用相连直线表示。

层次分析法所要解决的问题是关于最低层对最高层的相对权重问题，按此相对权重可以对最低层中的各种方案、措施进行排序，从而在不同的方案中作出选择或形成选择方案的原则。

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 构造判断（成对比较）矩阵

在确定各层次各因素之间的权重时，如果只是定性的结果，则常常不容易被别人接受，因而Santy等人提出：一致矩阵法，即：

1. 不把所有因素放在一起比较，而是两两相互比较。
2. 对此时采用相对尺度，以尽可能减少性质不同的诸因素相互比较的困难，以提高准确度。

判断矩阵是表示本层所有因素针对上一层某一个因素的相对重要性的比较。判断矩阵的元素a_{ij}用Santy的1—9标度方法给出。

心理学家认为成对比较的因素不宜超过9个，即每层不要超过9个因素。

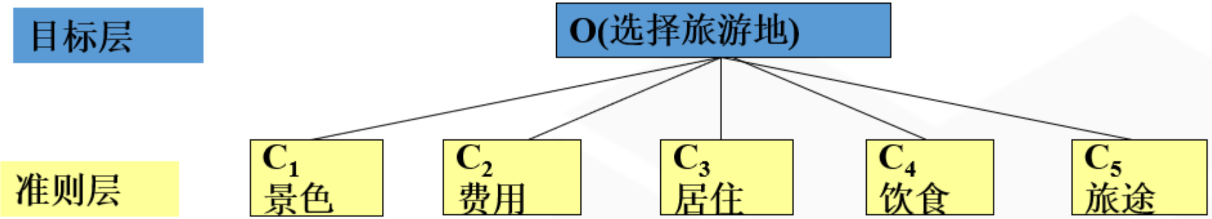
3、层次分析法的步骤和方法

➢ 构造判断（成对比较）矩阵

标度	含义
1	表示两个因素相比，具有同样重要性
3	表示两个因素相比，一个因素比另一个因素稍微重要
5	表示两个因素相比，一个因素比另一个因素明显重要
7	表示两个因素相比，一个因素比另一个因素强烈重要
9	表示两个因素相比，一个因素比另一个因素极端重要
2，4，6，8	上述两相邻判断的中值
倒数	因素i与j比较的判断a_{ij}，则因素j与i比较的判断$a_{ji}=1/a_{ij}$

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 构造判断（成对比较）矩阵



选择旅游地

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 \end{array} \\
\begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{array} & A=\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 7 & 5 & 5 \\ 1/4 & 1/7 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 1/5 & 2 & 1 & 1 \\ 1/3 & 1/5 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

设要比较各准则$C_1,C_2,\dots,C_n$对目标O的重要性

$$C_i : C_j \Rightarrow a_{ij}$$

$$A=(a_{ij})_{n\times n},\ a_{ij}>0,\ a_{ji}=\frac{1}{a_{ij}}$$

A~成对比较阵

稍加分析就发现上述成对比较矩阵有问题

要由A确定$C_1,\dots,C_n$对O的权向量

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 构造判断（成对比较）矩阵

成对比较的不一致情况

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 4 & \cdots \\ 2 & 1 & 7 & \cdots \\ \cdots\cdots & & & \end{bmatrix}$$

不一致

$a_{21}=2\ (C_2:C_1)$

$a_{13}=4\,(C_1:C_3)$

一致比较

$\Rightarrow$ $a_{23}=8\,(C_2:C_3)$

允许不一致，但要确定不一致的允许范围

3、层次分析法的步骤和方法

➤ 构造判断（成对比较）矩阵

考察完全一致的情况

$W(=1) \Rightarrow w_1, w_2, \cdots w_n$ 可作为一个排序向量

令 $a_{ij} = w_i / w_j$ 成对比较

$$A = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \cdots & \frac{w_2}{w_n} \\ \cdots\cdots & & & \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix}$$

满足 $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$，$i, j, k = 1,2,\cdots,n$ 的正互反阵A称一致阵。

一致阵性质

- A的秩为1，A的唯一非零特征根为n $Aw = nw$
- 非零特征根n所对应的特征向量归一化后可作为权向量

对于不一致(但在允许范围内)的成对比较阵A， Saaty等人建议用对应于最大特征根λ的特征向量作为权向量w，即

$$Aw = \lambda w$$

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次单排序及其一致性检验

对应于判断矩阵最大特征根λmax的特征向量，经归一化(使向量中各元素之和等于1)后记为W。

W的元素为同一层次因素对于上一层次因素某因素相对重要性的排序权值，这一过程称为层次单排序。

能否确认层次单排序，需要进行一致性检验，所谓一致性检验是指对A确定不一致的允许范围。

定理：n 阶一致阵的唯一非零特征根为n

定理：n 阶正互反阵A的最大特征根$\lambda \geq n$, 当且仅当$\lambda = n$时A为一致阵

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次单排序及其一致性检验

由于λ连续的依赖于a_{ij}，则λ比n大的越多，A 的不一致性越严重。用最大特征值对应的特征向量作为被比较因素对上层某因素影响程度的权向量，其不一致程度越大，引起的判断误差越大。因而可以用 λ-n 数值的大小来衡量 A 的不一致程度。

定义一致性指标：

$$CI=\frac{\lambda-n}{n-1}$$

CI=0，有完全的一致性

CI接近于0，有满意的一致性

CI 越大，不一致越严重

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次单排序及其一致性检验

为衡量CI 的大小，引入**随机一致性指标 RI**。方法为

随机构造500个成对比较矩阵 $A_1, A_2, \cdots, A_{500}$

则可得一致性指标 $CI_1, CI_2, \cdots, CI_{500}$

$$RI = \frac{CI_1 + CI_2 + \cdots CI_{500}}{500} = \frac{\frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_{500}}{500} - n}{n-1}$$

Saaty的结果如下

随机一致性指标 RI

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次单排序及其一致性检验

定义一致性比率 $$CR = \frac{CI}{RI}$$

一般，当一致性比率 $CR = \dfrac{CI}{RI} < 0.1$ 时，

认为A的不一致程度在容许范围之内，有满意的一致性，通过一致性检验。可用其归一化特征向量作为权向量，否则要重新构造成对比较矩阵A，对 a_{ij} 加以调整。

一致性检验：利用一致性指标和一致性比率<0.1及随机一致性指标的数值表，对A进行检验的过程。

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次单排序及其一致性检验

“选择旅游地”中准则层对目标的权向量及一致性检验

准则层对目标的成对比较阵

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 7 & 5 & 5 \\ 1/4 & 1/7 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 1/5 & 2 & 1 & 1 \\ 1/3 & 1/5 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

最大特征根λ=5.073

权向量(特征向量)w =$(0.263,0.475,0.055,0.090,0.110)^T$

一致性指标 $CI=\dfrac{5.073-5}{5-1}=0.018$　　随机一致性指标 RI=1.12 (查表)

一致性比率CR=0.018/1.12=0.016<0.1　　通过一致性检验

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次单排序及其一致性检验

正互反阵最大特征根和特征向量的简化计算

和法——取列向量的算术平均

例 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 6\\ 1/2 & 1 & 4\\ 1/6 & 1/4 & 1\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{列向量归一化}} \begin{bmatrix}0.6 & 0.615 & 0.545\\ 0.3 & 0.308 & 0.364\\ 0.1 & 0.077 & 0.091\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{求行和归一化}} \begin{bmatrix}0.587\\ 0.324\\ 0.089\end{bmatrix}=w$

$$Aw=\begin{bmatrix}1.769\\ 0.974\\ 0.268\end{bmatrix} \xrightarrow{Aw=\lambda w} \lambda=\frac{1}{3}\left(\frac{1.769}{0.587}+\frac{0.974}{0.324}+\frac{0.268}{0.089}\right)=3.009$$

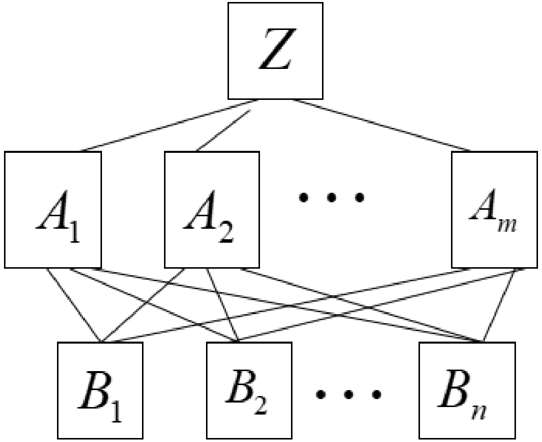
精确结果:$w=(0.588,0.322,0.090)^T$, $\lambda=3.010$

- 精确计算的复杂和不必要
- 简化计算的思路——一致阵的任一列向量都是特征向量，一致性尚好的正互反阵的列向量都应近似特征向量，可取其某种意义下的平均。

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次总排序及其一致性检验

- 计算某一层次所有因素对于最高层(总目标)相对重要性的权值，称为层次总排序。
- 这一过程是从最高层次到最低层次依次进行的。



A层m个因素$A_1, A_2, \cdots, A_m$，

对总目标Z的排序为

$$a_1, a_2, \cdots, a_m$$

B层n个因素对上层A中因素为A_j

的层次单排序为

$$b_{1j}, b_{2j}, \cdots, b_{nj} \quad (j = 1,2,\cdots,m)$$

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次总排序及其一致性检验

B层的层次总排序为：

$$B_1: a_1b_{11} + a_2b_{12} + \cdots a_mb_{1m}$$
$$B_2: a_1b_{21} + a_2b_{22} + \cdots a_mb_{2m}$$
$$\cdots$$
$$B_n: a_1b_{n1} + a_2b_{n2} + \cdots a_mb_{nm}$$

A \ B	$A_1, A_2, \cdots, A_m$ $a_1, a_2, \cdots, a_m$	B层的层次总排序
B_1	b_{11} b_{12} b_{1m}	$\sum_{j=1}^{m} a_j b_{1j} = b_1$
B_2	b_{21} b_{22} b_{2m}	$\sum_{j=1}^{m} a_j b_{2j} = b_2$
$\vdots$	$\vdots$ $\vdots$ $\vdots$	
B_n	b_{n1} b_{n2} b_{nm}	$\sum_{j=1}^{m} a_j b_{nj} = b_n$

即 B 层第 i 个因素对总目标的权值为：（影响加和） $\sum_{j=1}^{m} a_j b_{ij}$

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次总排序及其一致性检验

设B层 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 对上层(A层)中因素 $A_j(j=1,2,\cdots,m)$ 的层次单排序一致性指标为 CI_j，随机一致性指为 RI_j，

则层次总排序的一致性比率为： $$CR=\frac{a_1CI_1+a_2CI_2+\cdots+a_mCI_m}{a_1RI_1+a_2RI_2+\cdots+a_mRI_m}$$

当 CR<0.1 时，认为层次总排序通过一致性检验。层次总排序具有满意的一致性，否则需要重新调整那些一致性比率高的判断矩阵的元素取值。

到此，根据最下层（决策层）的层次总排序做出最后决策。

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次总排序及其一致性检验

选择旅游地

记第2层（准则）对第1层（目标）的权向量为

$$w^{(2)} = (0.263, 0.475, 0.055, 0.090, 0.110)^T$$

同样求第3层(方案)对第2层每一元素(准则)的权向量

方案层对C_1(景色)的成对比较阵

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1/2 & 1 & 2 \\ 1/5 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

方案层对C_2(费用)的成对比较阵

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/8 \\ 3 & 1 & 1/3 \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

最大特征根 λ_1 =3.005
λ_2 =3.002 … λ_5 =3.0

权向量 $w_1^{(3)}$ =(0.595，0.277，0.129) $w_2^{(3)}$ =(0.082，0.236，0.682) … $w_5^{(3)}$ =(0.166，0.166，0.668)

3、层次分析法的步骤和方法

➢ 层次总排序及其一致性检验

组合权向量　　第3层对第2层的计算结果

$w^{(2)}$	0.263	0.475	0.055	0.090	0.110
$w_k^{(3)}$	0.595	0.082	0.429	0.633	0.166
	0.277	0.236	0.429	0.193	0.166
	0.129	0.682	0.142	0.175	0.668
λ_k	3.005	3.002	3	3.009	3
CI_k	0.003	0.001	0	0.005	0

RI=0.58 (n=3)，CI_k 均可通过一致性检验

方案P_1对目标的组合权重为0.595×0.263+ …=0.294

方案层对目标的组合权向量为(0.294, 0.246, 0.456)^T

3、层次分析法的步骤和方法

层次分析法的基本步骤归纳如下

1.建立层次结构模型

该结构图包括目标层，准则层，方案层。

2.构造成对比较矩阵

从第二层开始用成对比较矩阵和1~9尺度。

3.计算单排序权向量并做一致性检验

对每个成对比较矩阵计算最大特征值及其对应的特征向量，利用一致性指标、随机一致性指标和一致性比率做一致性检验。若检验通过，特征向量（归一化后）即为权向量；若不通过，需要重新构造成对比较矩阵。

3、层次分析法的步骤和方法

层次分析法的基本步骤归纳如下

4.计算总排序权向量并做一致性检验

计算最下层对最上层总排序的权向量。

利用总排序一致性比率

$$CR = \frac{a_1 CI_1 + a_2 CI_2 + \cdots + a_m CI_m}{a_1 RI_1 + a_2 RI_2 + \cdots + a_m RI_m}$$

$$CR < 0.1$$

进行检验。若通过，则可按照总排序权向量表示的结果进行决策，否则需要重新考虑模型或重新构造那些一致性比率CR较大的成对比较矩阵。

4、层次分析法的注意事项

➢ 广泛应用

- 应用领域：经济计划和管理，能源政策和分配，人才选拔和评价，生产决策，交通运输，科研选题，产业结构，教育，医疗，环境，军事等。

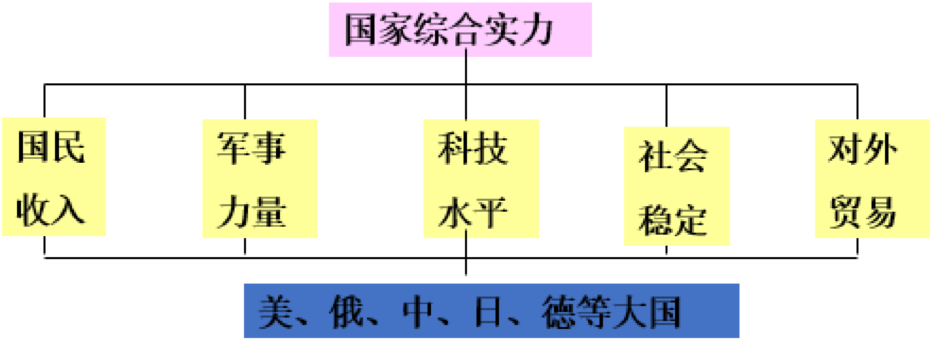
- 处理问题类型：决策、评价、分析、预测等。

- 建立层次分析结构模型是关键一步，要有主要决策层参与。

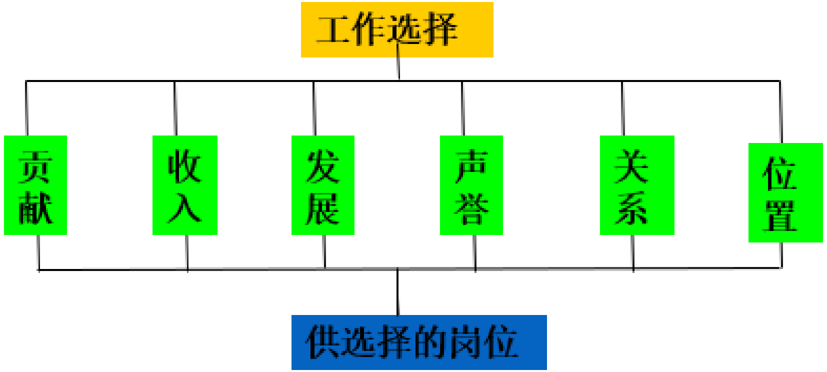
- 构造成对比较阵是数量依据，应由经验丰富、判断力强的专家给出。

4、层次分析法的注意事项

国家实力分析



工作选择



4、层次分析法的注意事项

层次分析法的优点

系统性——将对象视作系统，按照分解、比较、判断、综合的思维方式进行决策。成为成为继机理分析、统计分析之后发展起来的系统分析的重要工具；

实用性——定性与定量相结合，能处理许多用传统的最优化技术无法着手的实际问题，应用范围很广，同时，这种方法使得决策者与决策分析者能够相互沟通，决策者甚至可以直接应用它，这就增加了决策的有效性；

简洁性——计算简便，结果明确，具有中等文化程度的人即可以了解层次分析法的基本原理并掌握该法的基本步骤，容易被决策者了解和掌握。便于决策者直接了解和掌握。

4、层次分析法的注意事项

层次分析法的局限

囿旧——只能从原有的方案中优选一个出来，没有办法得出更好的新方案；

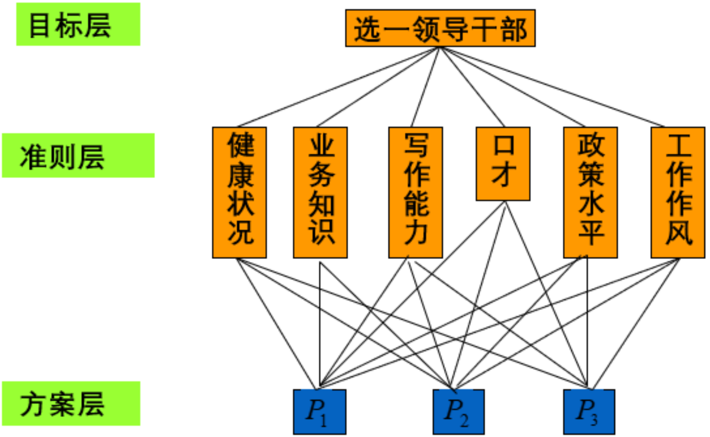
粗略——该法中的比较、判断以及结果的计算过程都是粗糙的，不适用于精度较高的问题。；

主观——从建立层次结构模型到给出成对比较矩阵，人主观因素对整个过程的影响很大，这就使得结果难以让所有的决策者接受。当然采取专家群体判断的办法是克服这个缺点的一种途径。

5、层次分析法应用实例

某单位拟从3名干部中选拔一名领导，选拔的标准有政策水平、工作作风、业务知识、口才、写作能力和健康状况。下面用AHP方法对3人综合评估、量化排序。

(1)建立层次结构模型



5、层次分析法应用实例

(2)构造成对比较矩阵及层次单排序

$$
A=\begin{array}{r}
\\
\text{健康情况}\\
\text{业务知识}\\
\text{写作能力}\\
\text{口才}\\
\text{政策水平}\\
\text{工作作风}
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc}\text{健康情况} & \text{业务知识} & \text{写作能力} & \text{口才} & \text{政策水平} & \text{工作作风}\end{array}\\
\begin{pmatrix}
1 & 1 & 1 & 4 & 1 & 1/2\\
1 & 1 & 2 & 4 & 1 & 1/2\\
1 & 1/2 & 1 & 5 & 3 & 1/2\\
1/4 & 1/4 & 1/5 & 1 & 1/3 & 1/3\\
1 & 1 & 1/3 & 3 & 1 & 1\\
2 & 2 & 2 & 3 & 1 & 1
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

A的最大特征值 $\lambda_{\max}=6.35,$

相应的特征向量为：

$$W^{(2)}=(0.16,0.19,0.19,0.05,0.12,0.30)^T$$

一致性指标 $CI=\dfrac{6.35-6}{6-1}=0.07$

随机一致性指标 RI=1.24 (查表)

一致性比率CR=0.07/1.24=0.0565<0.1

通过一致性检验

5、层次分析法应用实例

假设3人关于6个标准的判断矩阵为：

健康情况

$$B_1^{(3)}=\begin{pmatrix}1 & 1/4 & 1/2\\ 4 & 1 & 3\\ 2 & 1/3 & 1\end{pmatrix}$$

业务知识

$$B_2^{(3)}=\begin{pmatrix}1 & 1/4 & 1/4\\ 4 & 1 & 1/2\\ 5 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

写作能力

$$B_3^{(3)}=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1/3\\ 1/3 & 1 & 1\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

口才

$$B_4^{(3)}=\begin{pmatrix}1 & 1/3 & 5\\ 3 & 1 & 7\\ 1/5 & 1/7 & 1\end{pmatrix}$$

政策水平

$$B_5^{(3)}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 7\\ 1 & 1 & 7\\ 1/7 & 1/7 & 1\end{pmatrix}$$

工作作风

$$B_6^{(3)}=\begin{pmatrix}1 & 7 & 9\\ 1/7 & 1 & 5\\ 1/9 & 1/5 & 1\end{pmatrix}$$

5、层次分析法应用实例

由此可求得各属性的最大特征值和相应的特征向量。

特征值	健康情况	业务知识	写作能力	口才	政策水平	工作作风
λ_{max}	3.02	3.02	3.05	3.05	3.00	3.02

$$W^{(3)}=\begin{pmatrix} 0.14 & 0.10 & 0.32 & 0.28 & 0.47 & 0.77 \\ 0.63 & 0.33 & 0.22 & 0.65 & 0.47 & 0.17 \\ 0.24 & 0.57 & 0.46 & 0.07 & 0.07 & 0.05 \end{pmatrix}$$

均通过一致性检验

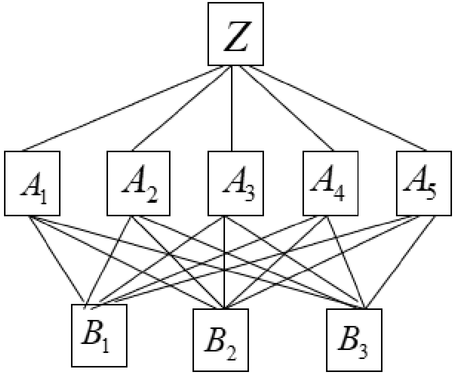
5、层次分析法应用实例

(3)层次总排序及一致性检验

$$W = W^{(3)} W^{(2)} = \begin{pmatrix} 0.14 & 0.10 & 0.32 & 0.28 & 0.47 & 0.77 \\ 0.63 & 0.33 & 0.22 & 0.65 & 0.47 & 0.17 \\ 0.24 & 0.57 & 0.46 & 0.07 & 0.07 & 0.05 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.16 \\ 0.19 \\ 0.19 \\ 0.05 \\ 0.12 \\ 0.30 \end{pmatrix} \qquad W = \begin{pmatrix} 0.40 \\ 0.34 \\ 0.26 \end{pmatrix}$$

即在3人中应选择A担任领导职务。

练习题



A_1, A_2, A_3, A_4, A_5

分别分别表示景色、费用、居住、饮食、旅途。

B_1, B_2, B_3

分别表示苏杭、北戴河、桂林。

其中假定构造成对比较矩阵为

$$A=\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 7 & 5 & 5 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 2 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B_1=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_2=\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{8} \\ 3 & 1 & \frac{1}{3} \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad B_3=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \quad B_4=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \\ \frac{1}{4} & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B_5=\begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{1}{4} \\ 4 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

问题：试利用层次分析法计算最佳旅游。

感谢各位聆听!

Thanks for Listening

Q&A