



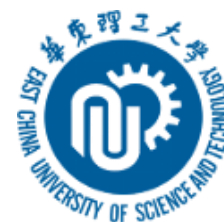
# 2. 遗传算法

---

堵威

华东理工大学 自动化系

2021.3.11





# 回顾

---

- 为什么要提出智能优化算法

- 实际优化问题：非线性、非连续、多峰、多目标

- 智能来自哪里？

- 生物进化、生物群体行为、物理现象、社会活动 ...

- 智能优化算法

- “是基于计算智能的机制求解复杂优化问题**最优解或满意解**的方法，学术界也称之为**meta-heuristics**。智能优化通过对生物、物理、化学、社会、艺术等系统或领域中的**相关行为、功能、经验、规则、作用机理的认知**，揭示优化算法的设计原理，在特定问题特征的导引下提炼相应的特征模型，设计智能化的迭代搜索型优化算法。”（清华大学王凌教授在《中国大百科全书（第二版）》中对智能优化算法的描述）



# 回顾

---

- 启发式算法/元启发式算法/进化算法/群智能算法
- 智能的特征
  - 自适应、随机性、交流、反馈、探索与开发
- 优化问题
  - 无约束优化、约束优化、多目标优化、多峰优化、组合优化
- 计算复杂性
  - 多项式时间

# 进化计算 vs 机器学习

## 国务院 新一代人工智能发展规划



中华人民共和国中央人民政府

www.gov.cn



### 新一代人工智能发展规划

人工智能的迅速发展将深刻改变人类社会生活、改变世界。为抢抓人工智能发展的重大战略机遇，构筑我国人工智能发展的先发优势，加快建设创新型国家和世界科技强国，按照党中央、国务院部署要求，制定本规划。

#### 一、战略态势

人工智能发展进入新阶段。经过60多年的演进，特别是在移动互联网、大数据、超级计算、传感网、脑科学等新理论新技术以及经济社会发展强烈需求的共同驱动下，人工智能加速发展，呈现出深度学习、跨界融合、人机协同、群智开放、自主操控等新特征。大数据驱动知识学习、跨媒体协同处理、人机协同增强智能、群体集成智能、自主智能系统成为人工智能的发展重点，受脑科学研究成果启发的类脑智能蓄势待发，芯片化硬件化平台化趋势更加明显，人工智能发展进入新阶段。当前，新一代人工智能相关学科发展、理论建模、技术创新、软硬件升级等整体推进，正在引发链式突破，推动经济社会各领域从数字化、网络化向智能化加速跃升。

人工智能成为国际竞争的新焦点。人工智能是引领未来的战略性技术，世界主要发达国家把发展人工智能作为提升国家竞争力、维护国家安全的重大战略，加紧出台规划和政策，围绕核心技术、顶尖人才、标准规范等强化部署，力图在新一轮国际科技竞争中掌握主导权。当前，我国国家安全和国际竞争形势更加复杂，必须放眼全球，把人工智能发展放在国家战略层面系统布局、主动谋划，牢牢把握人工智能发展新阶段国际竞争的战略主动，打造竞争新优势、开拓发展新空间，有效保障国家安全。

### 国家发展战略



- **进化**：通过扰动和淘汰产生适应环境的系统（进化计算）
- **学习**：从环境经验数据归纳得到适应环境的模型（机器学习）
- **进化计算与机器学习已成为人工智能领域的两大研究方向，相辅相成，联系紧密**



# 本章内容

---

## 1. 概述

## 2. 遗传学的历史

查尔斯·达尔文、格雷戈尔·孟德尔

## 3. 遗传学

## 4. 遗传算法的历史

## 5. 二进制遗传算法

## 6. 连续遗传算法



# 本章内容

---

## 1. 概述

## 2. 遗传学的历史

查尔斯·达尔文、格雷戈尔·孟德尔

## 3. 遗传学

## 4. 遗传算法的历史

## 5. 二进制遗传算法

## 6. 连续遗传算法



# 概述

---

- 遗传算法 (genetic algorithm, GA)

- 是最早、最著名且应用最广泛的智能优化算法/进化算法
- 模仿自然选择来解决优化问题
- 遗传算法最早是为了研究自适应系统

- 自然选择的一些基本性质

- 一个生物系统包含个体的一个种群，许多个体具有繁殖的能力
- 个体的寿命有限
- 种群中有差异
- 生存能力与繁殖能力正相关



# 本章内容

---

## 1. 概述

## 2. 遗传学的历史

查尔斯·达尔文、格雷戈尔·孟德尔

## 3. 遗传学

## 4. 遗传算法的历史

## 5. 二进制遗传算法

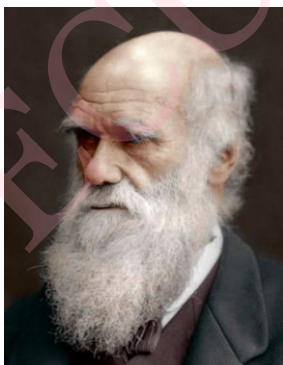
## 6. 连续遗传算法



# 遗传学的历史

## • 查尔斯·达尔文——求学历史

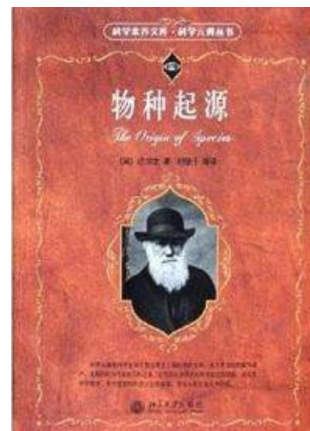
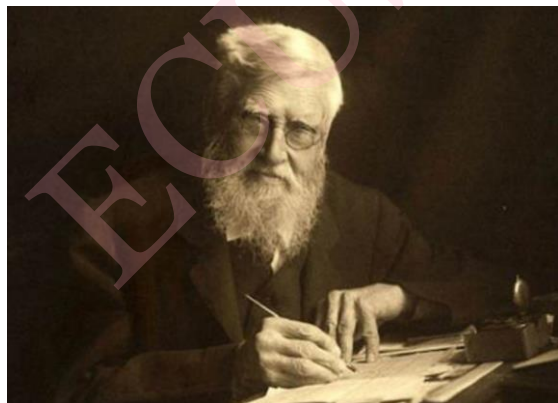
- 1809年生于英格兰，是一个富裕的医生家庭的孩子
- 游手好闲，被父亲送到剑桥大学，希望成为牧师
- 兴趣在探索和研究自然，立志成为**博物学家**
- 1831年登上**贝格尔号**舰，开始为期5年的勘测南美洲南端之旅
- 旅行中收集了各种各样的物种，并发现：**在相邻的岛屿上，相似的物种却大不相同，但却能适应各自独特的环境**



# 遗传学的历史

## • 查尔斯·达尔文——《物种起源》

- 1836年，回到英格兰开始撰写《物种起源》，整合自然选择的理论，即适应性最强的个体会生存下来并把它们的特征传给后代——适者生存
- 写书的过程中犹豫是否要宣扬进化论，与圣经相悖；直至另一位在海上旅行的博物学家阿尔弗雷德·华莱士寄给他一篇文章
- 《物种起源》在1859年出版，首印1250本当天售罄



# 遗传学的历史

## • 查尔斯·达尔文——《物种起源》的缺陷

- 《物种起源》及进化论尽管迅速获得了科学公信力，但是也有不少批评：1) 宗教方面；2) 不清楚父代的特征是如何传给子代的
- 关于遗传的错误概念：1) 父母的特征会在后代中融合在一起；2) 后天获得的特征会传给后代



# 遗传学的历史

## • 格雷戈尔·孟德尔——人物简介

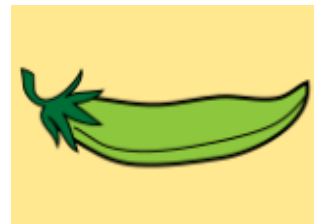
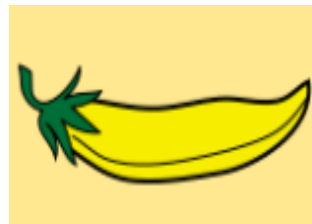
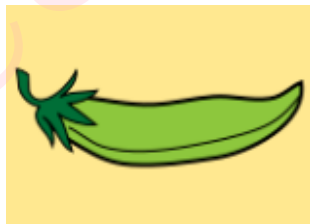
- 是理解并解释遗传如何发生的第一人
- 1822年，生于捷克斯洛伐克一个穷苦的农民家庭，但是家人发现，孟德尔适合做学者而不是体力劳动者
- 为了继续学业，21岁加入圣托马斯修道院



# 遗传学的历史

## • 格雷戈尔·孟德尔——探索遗传奥秘

- 研究豌豆的育种：观察到豌豆有各种各样的特征（光滑、粗糙；偏绿，偏黄；.....）；孟德尔意识到这些特征是由一些看不见的遗传单元所控制
- 孟德尔称之为元素，一些元素强大，能更多地控制豌豆的特征，其他元素弱小，对豌豆的特征影响较小
- 基因，显性，隐性



# 遗传学的历史

## • 格雷戈尔·孟德尔——探索遗传奥秘

- 孟德尔首先理解了遗传学、遗传性和显性，**弥补了达尔文工作的缺失，解释了自然选择的过程**
- 1865年，孟德尔在一个会议上介绍他的工作，却被忽视
- 1868年，成为修道院的管理者，远离学术，直至1884年逝世
- 1900年左右，他工作才被荷兰生物学家Hugo de Vries、德国植物学家Carl Correns和奥地利农学家Erich von Tschermak重新发现





# 本章内容

---

## 1. 概述

## 2. 遗传学的历史

查尔斯·达尔文、格雷戈尔·孟德尔

## 3. 遗传学

## 4. 遗传算法的历史

## 5. 二进制遗传算法

## 6. 连续遗传算法



# 遗传学

## • 基因

- 人类个体的每个特征由一对基因控制（二倍体），有些植物和动物的特征由单组基因决定（单倍体），有些由多组决定（多倍体）
- 二倍体遗传学：显性基因、隐性基因
- 如果显性、隐性基因都出现在个体中，则由显性基因决定个体的这个特征
- 隐性基因仅在两个基因相同的时候才决定这个特征

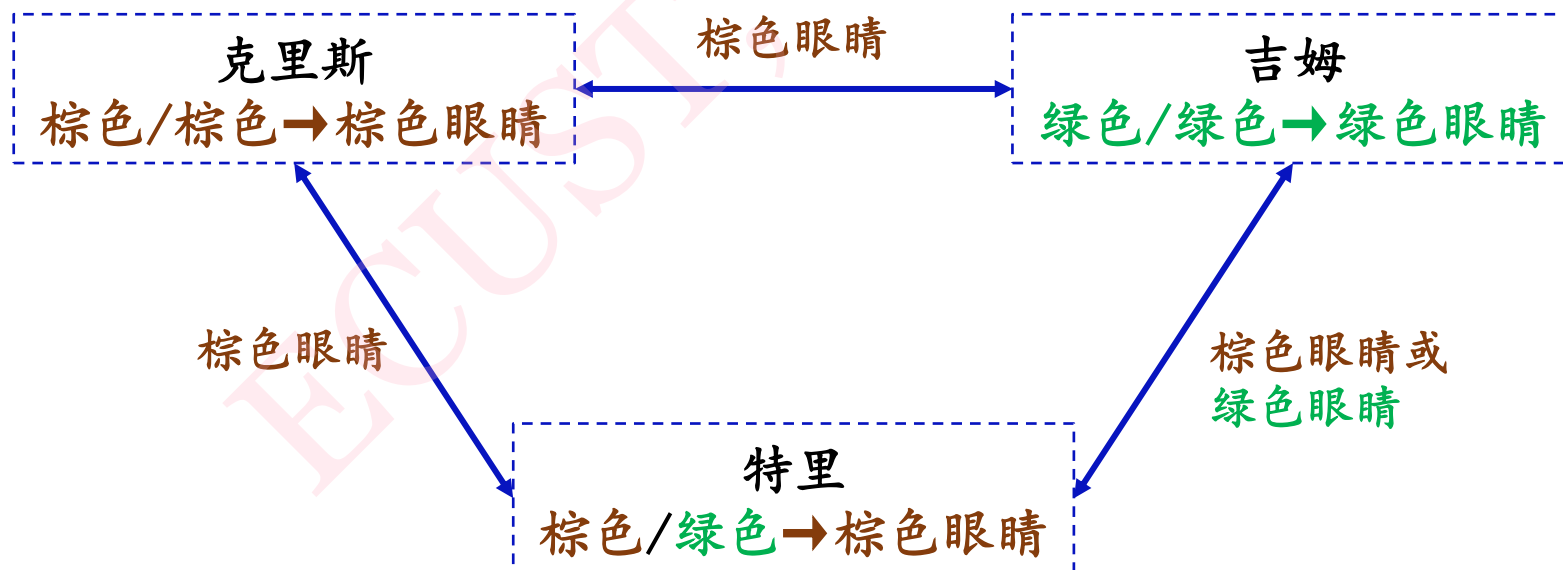




# 遗传学

## • 交配

-例：考虑3个个体——**克里斯**有两个棕色眼睛的基因，**吉姆**有两个绿色眼睛的基因，**特里**有一个棕色眼睛基因和一个绿色眼睛基因（**棕色眼睛基因是显性**）



# 遗传学

## • 交配

- 假设绿色的眼睛会有一些**进化的好处**
  - 具有绿色眼睛的雌性非常有吸引力
  - 绿色眼睛也许更容易接受某段光谱，从而使狩猎时更成功
- 绿色眼睛的个体比棕色眼睛更容易存活，有更多繁殖的机会
- **自然选择，适者生存**——达尔文在贝格尔号舰上推断得到的





# 遗传学

---

## • 变异

- 生命和生物过程的**基本缺陷**，包括**辐射和疾病**，都会导致变异
- **绝大部分变异是中性的**（生物的复原力和冗余性），对**提高适应性**很重要
- **显著影响生物后代的变异是有害的**：有超过6000种经常发生的单基因变异会导致疾病
- **有时变异是有益的**：紫色眼睛，紫色虹膜与角膜的高适应性相关导致更敏锐的视力
- 伴随着自然选择的变异有助于改进物种的生存能力，**没有变异的物种会停滞**



# 本章内容

---

## 1. 概述

## 2. 遗传学的历史

查尔斯·达尔文、格雷戈尔·孟德尔

## 3. 遗传学

## 4. 遗传算法的历史

## 5. 二进制遗传算法

## 6. 连续遗传算法

# 遗传算法的历史

## • 关键人物及事件

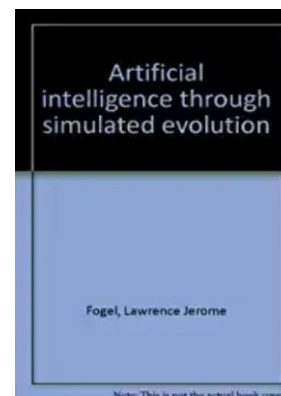
- **冯·诺依曼**：二战后对人工智能产生了兴趣，1953年邀请意大利挪威数学家**Nils Barricelli**研究**人工生命**：Barricelli利用计算机编写进化过程的仿真程序，创建人工生命
- 生物学家**Alexander Fraser**紧随Barricelli之后利用计算机程序对进化做仿真，1957年撰写了《**利用数字计算机对遗传系统仿真**》一文



# 遗传算法的历史

## • 关键人物及事件

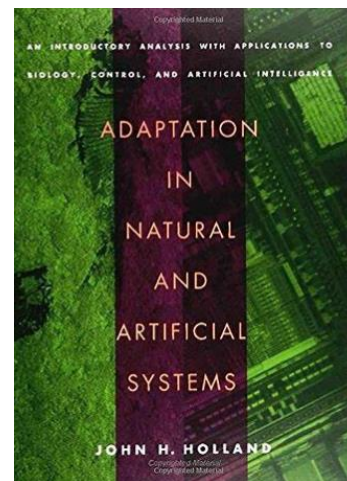
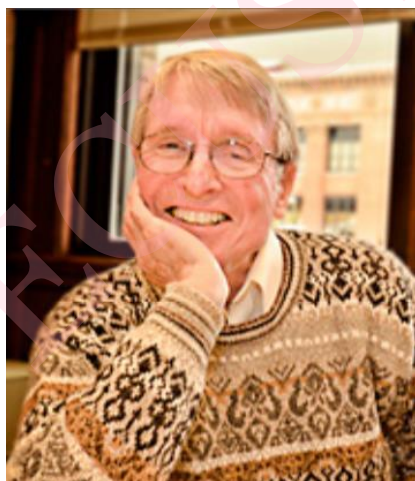
- 20世纪50年代，英国统计学家George Box想利用人工进化解决实际问题：如何在工厂放置机器从而最大化小部件的产量？为此开发了“进化的操作”技术优化运行中的工业过程
- 1966年，进化计算先驱Lawrence Fogel和Alvin Owens、Jack Walsh撰写了关于遗传算法的第一本书《由模拟进化到人工智能》



# 遗传算法的历史

## • 关键人物及事件

- 20世纪60年代，密歇根大学心理学、电气工程和计算机科学的教授John H. Holland对自适应系统很感兴趣（系统如何适应周围的环境）
- 1975年，Holland教授写出了遗传算法开山之作《自然和人工系统中的适应性》





# 本章内容

---

## 1. 概述

## 2. 遗传学的历史

查尔斯·达尔文、格雷戈尔·孟德尔

## 3. 遗传学

## 4. 遗传算法的历史

## 5. 二进制遗传算法

## 6. 连续遗传算法





# 二进制遗传算法

## • 一个简单的例子

- 轻型移动机器人的设计：希望机器人有充足的能量以绕过崎岖的地形，且活动时间范围足够大而无需经常返回基站。

1. 定义适应度函数 (fitness function)：用于评价问题的每一个可能的解

$$\text{适应度} = \text{时间范围(h)} + \text{能量(W)} - \text{重量(kg)}$$

2. 编码 (encoding)：电机的类型和伏数，电源的类型和伏数

000 = 5V 步进电机  
001 = 9V 步进电机  
010 = 12V 步进电机  
011 = 24V 步进电机  
100 = 5V 伺服电机  
101 = 9V 伺服电机  
110 = 12V 伺服电机  
111 = 24V 伺服电机

000 = 12V 镍镉蓄电池  
001 = 24V 镍镉蓄电池  
010 = 12V 锂离子电池  
011 = 24V 锂离子电池  
100 = 12V 太阳能电池板  
101 = 24V 太阳能电池板  
110 = 12V 聚变反应堆  
111 = 24V 聚变反应堆

# 二进制遗传算法

000 = 5V 步进电机  
001 = 9V 步进电机  
010 = 12V 步进电机  
011 = 24V 步进电机  
100 = 5V 伺服电机  
101 = 9V 伺服电机  
110 = 12V 伺服电机  
111 = 24V 伺服电机

000 = 12V 镍镉蓄电池  
001 = 24V 镍镉蓄电池  
010 = 12V 锂离子电池  
011 = 24V 锂离子电池  
100 = 12V 太阳能电池板  
101 = 24V 太阳能电池板  
110 = 12V 聚变反应堆  
111 = 24V 聚变反应堆

## • 一个简单的例子

3. 初始化个体 (initialization) : 假设种群中有2个个体

个体1 = 12V 步进电机, 24V 太阳能电池板 (010101)

个体2 = 9V 伺服电机, 24V 镍镉蓄电池 (101001)

等位基因: 0,1,0,1,0,1, 个体编码的每一位

基因: 010, 101, 101, 001, 包含特征信息的序列; 特定的基因成为基因型, 基因型代表的与问题相关参数成为表现型

染色体: 010101, 101001, 一个个体中全部基因的集合

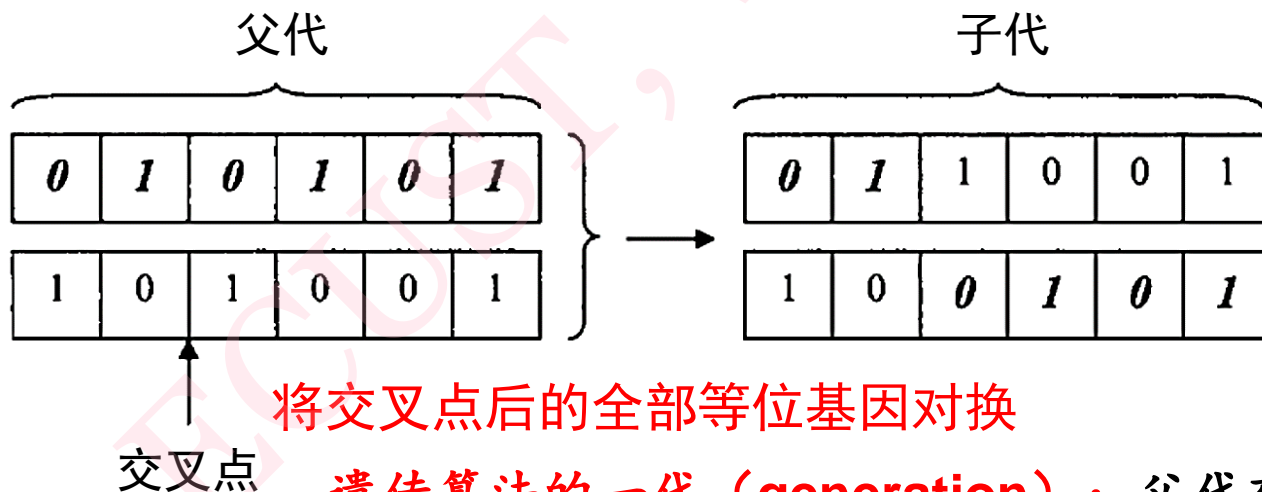
基因: 电机的伏数/类型, 电池的伏数/类型

基因型010→表现型12V步进电机, .....

# 二进制遗传算法

## • 一个简单的例子

4. 交叉 (crossover)：遗传算法的个体通常有几十或数百个，就像生物进化中种群的个体交配一样，两个个体间也可以交配，称为“交叉”。



将交叉点后的全部等位基因对换

遗传算法的一代 (generation)：父代交叉后，每个子代接收了两个父代的一些遗传信息：父代死亡，子代生存继续进化过程

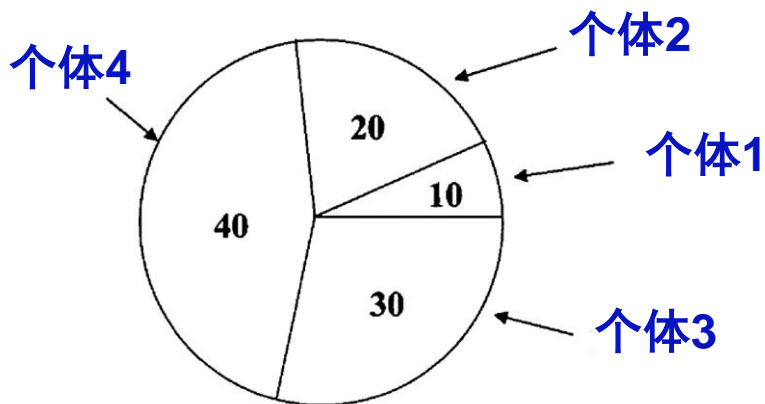
# 二进制遗传算法

## • 一个简单的例子

5. 选择 (selection) : 决定哪些个体可以进行交叉来生成后代, 由种群中个体的适应度决定。选择方法类型很多。

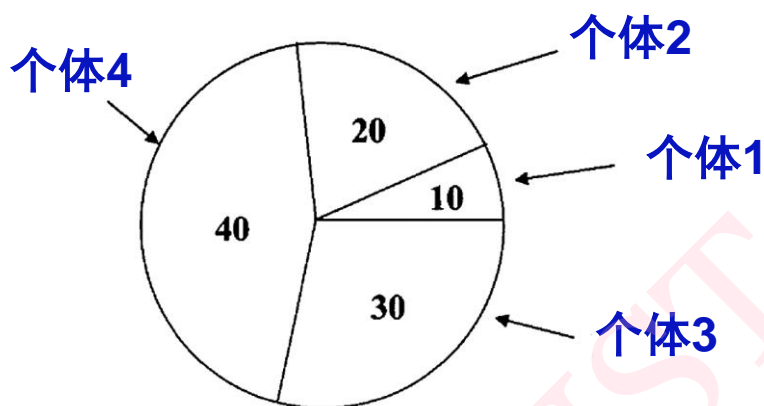
轮盘赌选择 (按适应度比例选择) :

个体1: 适应度=10, 个体3: 适应度=30,  
个体2: 适应度=20, 个体4: 适应度=40.



# 二进制遗传算法

## • 一个简单的例子



算法：利用左图轮盘赌选择一个父代

生成一个服从均匀分布的随机数 $r \in [0,1]$

If  $r < 0.1$  then

Parent = 个体1

else if  $r < 0.3$  then

Parent = 个体2

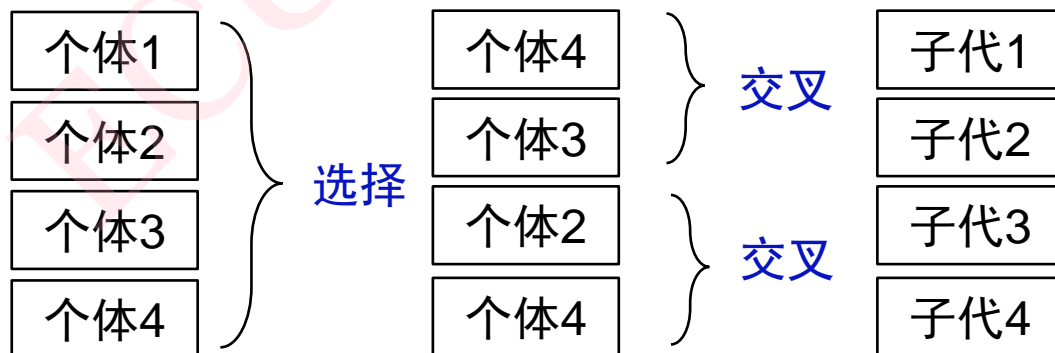
else if  $r < 0.6$  then

Parent = 个体3

else

Parent = 个体4

End



# 二进制遗传算法

## • 一个简单的例子



### 轮盘赌选择几点说明:

1. 每一个个体被选中的概率与它的适应度值成正比
2. 挑选一对父代时, 当第2个和第1个相同时, 再“转”一次
3. 选择过程伴随着交叉操作, 直至选择到的父代规模达到种群规模



# 二进制遗传算法

## • 一个简单的例子

算法：利用轮盘赌选择从 $N$ 个个体中选出一个父代（假设 $i \in [1, N]$ ，适应度 $f_i \geq 0$ ）

$f_i \leftarrow \text{fitness}(x_i)$  for  $i \in [1, N]$

$f_{\text{sum}} = \sum_{i=1}^N f_i$

Generate a uniformly distributed random number  $r \in [0, f_{\text{sum}}]$

$F \leftarrow f_1$

$k \leftarrow 1$

While  $F < r$

$k \leftarrow k + 1$

$F \leftarrow F + f_k$

End while

Parent  $\leftarrow x_k$



# 二进制遗传算法

## • 一个简单的例子

6. 变异 (mutation)：在交叉之后产生的子代个体，其变量可能以很小的概率发生转变。

- 变异是遗传算法的最后一步
- 生物进化中的变异相对较少见（对后代有显著影响的）
- 在遗传算法中，变异也很少（**2%的量级**，具体取决于问题、种群规模、编码等）
- 相较于生物进化的种群规模（百万级以上），遗传算法的种群规模较小（几十、数百个），更容易“近亲繁殖”





# 二进制遗传算法

## • 一个简单的例子

- 如对子代个体100010来说, 假设变异概率为1%, 那么每一位有1%的概率翻转到相反的值 ( $1 \rightarrow 0, 0 \rightarrow 1$ )
- 变异概率太高: 随机搜索
- 变异概率太低: 近亲繁殖

假设种群包含N个个体 $x_i$ , 每一个个体有n位, 且变异率为 $\rho$ , 对于 $i \in [1, N]$ 和 $k \in [1, n]$ , 有:

$$r \leftarrow U[0, 1]$$
$$x_i(k) \leftarrow \begin{cases} x_i(k) & \text{if } r \geq \rho \\ 0 & \text{if } r < \rho \text{ and } x_i(k) = 1 \\ 1 & \text{if } r < \rho \text{ and } x_i(k) = 0 \end{cases}$$



# 二进制遗传算法

## • 遗传算法框架

- 选择、交叉和变异

### 遗传算法的伪代码:

Parents  $\rightarrow$  {随机生成的种群}

While not (终止准则)

    计算种群中每个父代的适应度

    Children  $\leftarrow \emptyset$

    While |Children| < |Parents|

        用适应度根据概率**选择**出一对**交叉**的父代

        父代**交叉**生成子代 $c_1$ 和 $c_2$

        Children  $\leftarrow$  Children  $\cup \{c_1, c_2\}$

    Loop

        一些子代随机**变异**

    Parents  $\leftarrow$  Children

下一代

### 几点说明:

1. 终止准则

2. 编码方案

3. 种群规模

4. 选择方法 (竞标赛选择、排序选择)

5. 交叉策略 (单点交叉、多点交叉)

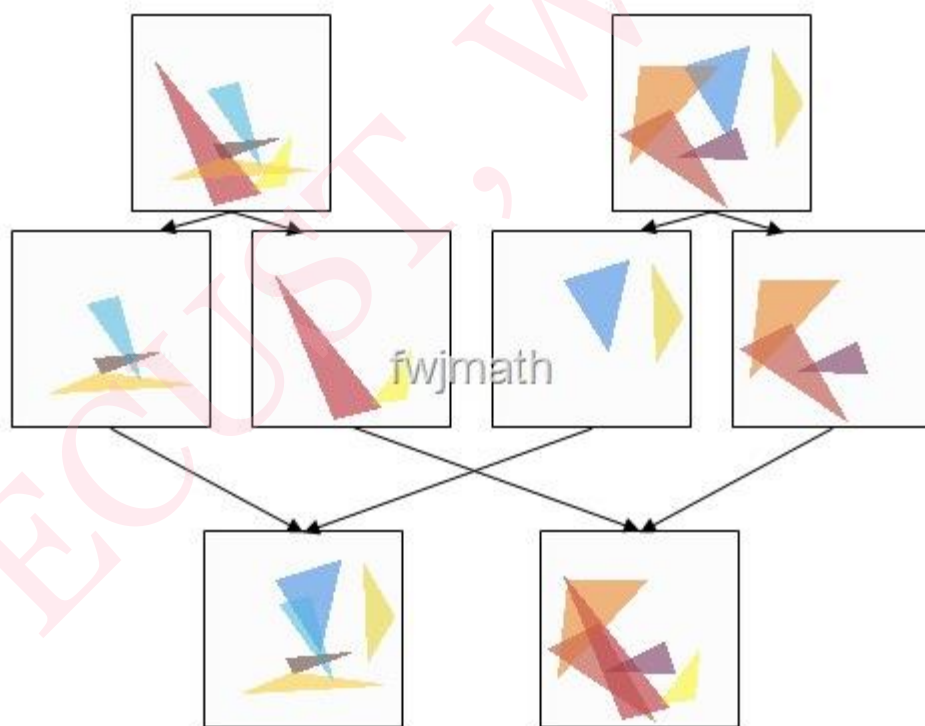
# 二进制遗传算法

- 用100个半透明三角形把Firefox图标尽可能像地画出来
  - 画出的样子是由这些三角形的具体位置和颜色决定的
  - 把一个一个的半透明三角形看作是画出样子的基因，而这100个基因就组成了每个画出样子个体的染色体



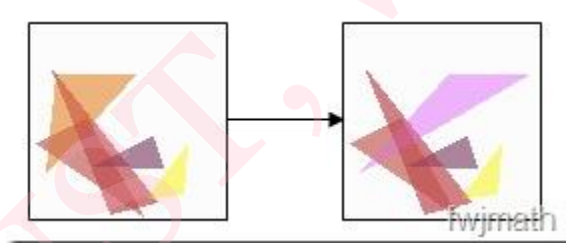
# 二进制遗传算法

- 用100个半透明三角形把Firefox图标尽可能像地画出来
  - 繁衍后代，父代的基因组合产生新的个体



# 二进制遗传算法

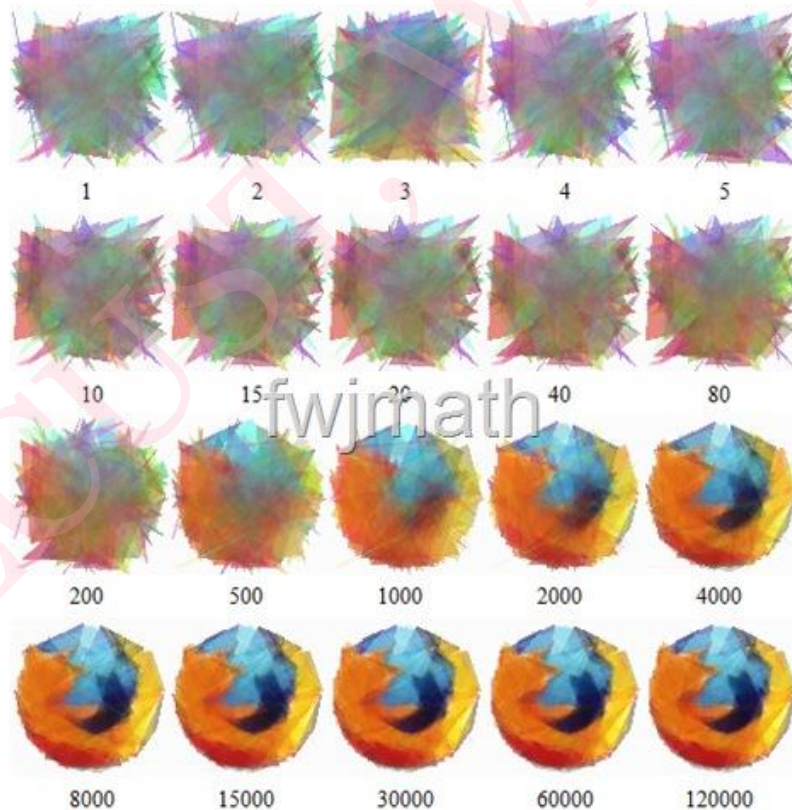
- 用100个半透明三角形把Firefox图标尽可能像地画出来
  - 为了产生新的基因，使基因的种类更多样化，在组合的时候，其中的一个透明三角形的位置或者颜色会随机改变



- 怎么评价画出的样子像不像Firefox图标呢？最直接的方法是一个一个像素比较，颜色相差得越多就越不像。

# 二进制遗传算法

- 用100个半透明三角形把Firefox图标尽可能像地画出来
  - 定义好基因，写好交叉、变异、评价适应性、淘汰和终止的代码之后，随机产生一个适当大小的种群，开始迭代



# 二进制遗传算法

- 用遗传算法画蒙娜丽莎





# 二进制遗传算法

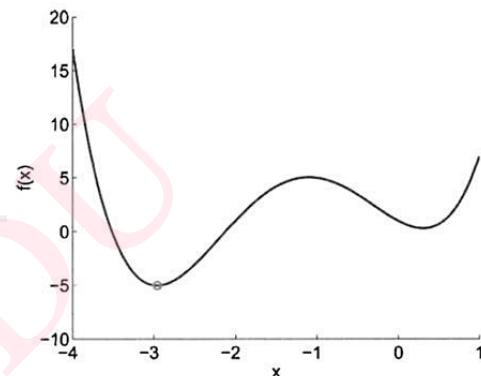
---

- 用遗传算法画黑天鹅





# 二进制遗传算法



## • 求解具体问题1

– 求如下最小化问题在 $[-4, -1]$ 区间中的最优解

$$\min_x f(x) \quad \text{其中} \quad f(x) = x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 4x + 1$$

1. 适应度函数已知

2. 编码：设定编码精度为0.2，那么需要表示 $(-1 - (-4))/0.2 + 1 = 16$ 个数， $2^4$ （准确度、复杂度）

$0000 = -4.0,$	$0001 = -3.8,$	$1000 = -2.4,$	$1001 = -2.2,$
$0010 = -3.6,$	$0011 = -3.4,$	$1010 = -2.0,$	$1011 = -1.8,$
$0100 = -3.2,$	$0101 = -3.0,$	$1100 = -1.6,$	$1101 = -1.4,$
$0110 = -2.8,$	$0111 = -2.6,$	$1110 = -1.2,$	$1111 = -1.0.$



# 二进制遗传算法

## • 求解具体问题1

3. 初始化种群：种群大小选为4，随机生成初始种群

$$x_1=1100, x_2=1011, x_3=0010, x_4=1001$$

4. 评估种群的适应度：种群大小选为4，随机生成初始种群

$$f(x_1)=3.71, f(x_2)=2.50, f(x_3)=1.92, f(x_4)=-0.65$$

原问题是求最小值，为了便于确定每个个体适应度值所占的百分比，对每个适应度值做变换：

$$\begin{aligned} f(x_1) &= -(3.71) + 10 = 6.29, & f(x_2) &= -(2.50) + 10 = 7.50, \\ f(x_3) &= -(1.92) + 10 = 8.08, & f(x_4) &= -(-0.65) + 10 = 10.65 \end{aligned}$$

# 二进制遗传算法

0000 = -4.0, 0001 = -3.8, 1000 = -2.4, 1001 = -2.2,  
0010 = -3.6, 0011 = -3.4, 1010 = -2.0, 1011 = -1.8,  
0100 = -3.2, 0101 = -3.0, 1100 = -1.6, 1101 = -1.4,  
0110 = -2.8, 0111 = -2.6, 1110 = -1.2, 1111 = -1.0.

## • 求解具体问题1

5. 选择：选用轮盘赌选择，先求出各自的概率

$$p_1 = f_1 / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 0.19, p_2 = f_2 / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 0.23,$$

$$p_3 = f_3 / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 0.25, p_4 = f_4 / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) = 0.33.$$

个体	基因型	表现型	适应度	选择概率
$x_1$	1100	-1.6	3.71	0.19
$x_2$	1011	-1.8	2.50	0.23
$x_3$	0010	-3.6	1.92	0.25
$x_4$	1001	-2.2	-0.65	0.33

假设选出了 $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_4$ 和 $x_1$

# 二进制遗传算法

0000 = -4.0, 0001 = -3.8, 1000 = -2.4, 1001 = -2.2,  
0010 = -3.6, 0011 = -3.4, 1010 = -2.0, 1011 = -1.8,  
0100 = -3.2, 0101 = -3.0, 1100 = -1.6, 1101 = -1.4,  
0110 = -2.8, 0111 = -2.6, 1110 = -1.2, 1111 = -1.0.

## • 求解具体问题1

6. 交叉：根据选择得到的父代，进行交叉操作（交叉点随机产生）

个体	父代 基因型	子代 基因型	适应度
$x_3$	0010	0001	8.11
$x_4$	1001	1010	1.00
$x_4$	1001	1000	-2.30
$x_1$	1100	1101	4.56

$f(x_1)=3.71, f(x_2)=2.50, f(x_3)=1.92, f(x_4)=-0.65$



$f(x_1)=8.11, f(x_2)=1.00, f(x_3)=-2.30, f(x_4)=4.56$

# 二进制遗传算法

## • 求解具体问题1

6. 交叉：根据选择得到的父代，进行交叉操作（交叉点随机产生）

个体	父代 基因型	子代 基因型	适应度
$x_3$	0010	0001	8.11
$x_4$	1001	1010	1.00
$x_4$	1001	1000	-2.30
$x_1$	1100	1101	4.56

7. 变异：设定1%的变异概率，此代没有个体进行变异操作

$$f(x_1)=3.71, f(x_2)=2.50, f(x_3)=1.92, f(x_4)=-0.65$$



$$f(x_1)=8.11, f(x_2)=1.00, f(x_3)=-2.30, f(x_4)=4.56$$

# 二进制遗传算法

## • 求解具体问题2

– 求如下最小化问题的最优解，其中 $x, y \in [-5, 5]$

$$\min_{x, y} f(x, y)$$
$$f(x, y) = e - 20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \right) - \exp \left( \frac{\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y)}{2} \right)$$

1. 适应度函数已知

2. 编码：假设要求编码精度高于0.25，那么至少需要表示  
 $(5 - (-5)) / 0.25 + 1 = 41$ 个数， $2^6 = 64$ ，分辨率 $10 / 63 = 0.159$

$x$ 基因型 =  $x_g \in [0, 63]$ ,  $x$ 表现型 =  $-5 + 10x_g / 63 \in [-5, 5]$

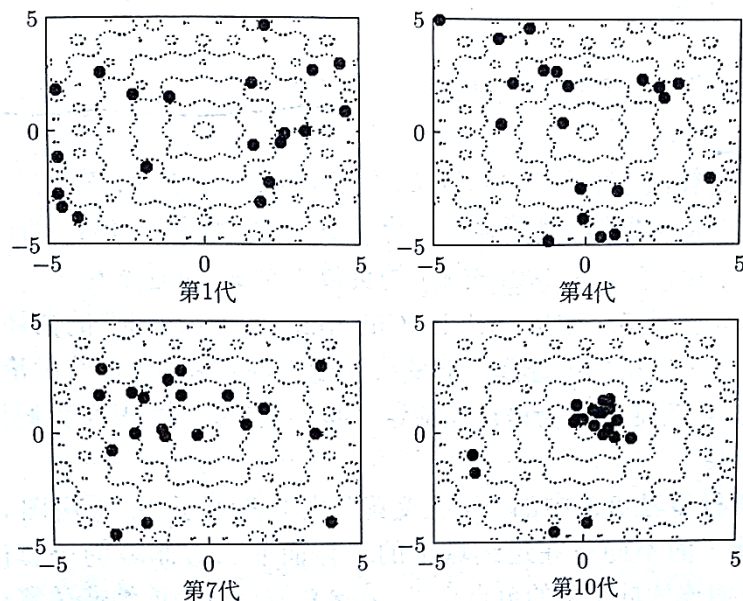
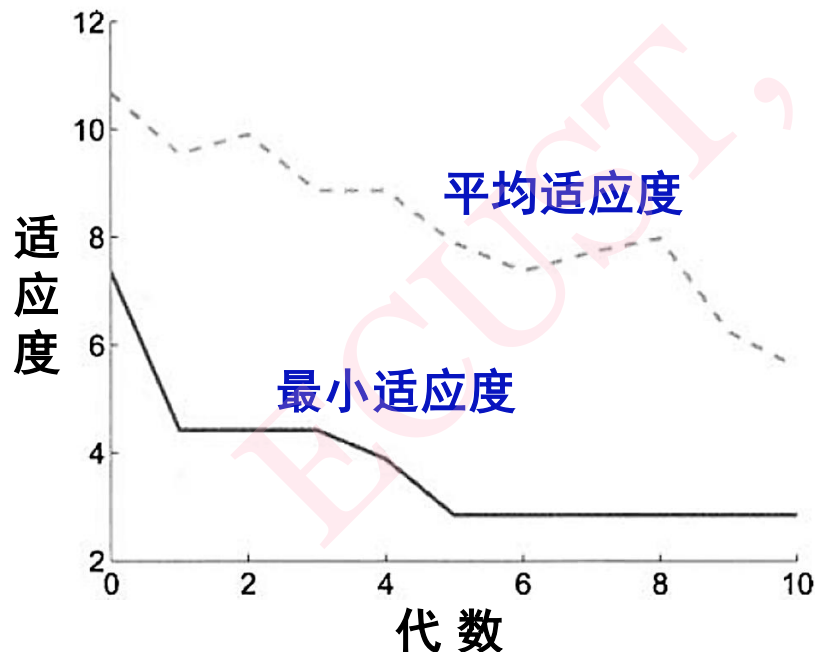
$y$ 基因型 =  $y_g \in [0, 63]$ ,  $y$ 表现型 =  $-5 + 10y_g / 63 \in [-5, 5]$

# 二进制遗传算法

## • 求解具体问题2

### 3. 初始化种群、评估种群、选择、交叉、变异

种群规模设置为20，变异率为2%，运行10代：





# 本章内容

---

## 1. 概述

## 2. 遗传学的历史

查尔斯·达尔文、格雷戈尔·孟德尔

## 3. 遗传学

## 4. 遗传算法的历史

## 5. 二进制遗传算法

## 6. 连续遗传算法



# 连续遗传算法

## • 二进制域扩展至连续域

– 上一节的两个例子都是连续域的优化问题，编码时考虑精度

### 二进制遗传算法的伪代码：

Parents  $\rightarrow$  {随机生成的种群}

While not (终止准则)

    计算种群中每个父代的适应度

    Children  $\leftarrow \emptyset$

    While |Children| < |Parents|

        用适应度根据概率选择出一对交叉的父代

        父代交叉生成子代 $c_1$ 和 $c_2$

        Children  $\leftarrow$  Children  $\cup \{c_1, c_2\}$

    Loop

    一些子代随机变异

    Parents  $\leftarrow$  Children

下一代

### 连续域遗传算法：

\*初始化种群：

– 生成N个个体，第i个个体记为 $x_i$ ，  
 $x_i = [x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)]$

– 第k维的搜索域是 $[x_{\min}(k), x_{\max}(k)]$

For i=1 to N

    For k=1 to n

$x_i(k) \leftarrow U[x_{\min}(k), x_{\max}(k)]$

    下一个k

下一个i

# 连续遗传算法

## • 二进制域扩展至连续域

二进制遗传算法的伪代码:

Parents  $\rightarrow$  {随机生成的种群}

While not (终止准则)

    计算种群中每个父代的适应度

    Children  $\leftarrow \emptyset$

    While |Children| < |Parents|

        用适应度根据概率选择出一对交叉的父代

        父代交叉生成子代 $c_1$ 和 $c_2$

        Children  $\leftarrow$  Children  $\cup$  { $c_1, c_2$ }

    Loop

        一些子代随机变异

    Parents  $\leftarrow$  Children

下一代

连续域遗传算法:

\*计算适应度、选择

\*交叉

交叉点

两个  
父代

4.72	0.68	3.73	6.69	1.54
5.82	1.10	9.22	3.61	8.30



两个  
子代

4.72	0.68	3.73	3.61	8.30
5.82	1.10	9.22	6.69	1.54

# 连续遗传算法

## • 二进制域扩展至连续域

### 二进制遗传算法的伪代码:

Parents  $\rightarrow$  {随机生成的种群}

While not (终止准则)

    计算种群中每个父代的适应度

    Children  $\leftarrow \emptyset$

    While |Children| < |Parents|

        用适应度根据概率选择出一对交叉的父代

        父代交叉生成子代 $c_1$ 和 $c_2$

        Children  $\leftarrow$  Children  $\cup$   $\{c_1, c_2\}$

    Loop

    一些子代随机变异

    Parents  $\leftarrow$  Children

下一代

### 连续域遗传算法:

\*变异: 为 $x_i(k)$ 分配一个在其搜索域上均匀分布的随机数, 让其变异

$r \leftarrow U[0, 1],$

$$x_i(k) \leftarrow \begin{cases} x_i(k) & r \geq \rho \\ U[x_{\min}(k), x_{\max}(k)] & r < \rho \end{cases}$$

$\rho$ 为变异率。



# 连续遗传算法

## • 两种算法变异率的一点讨论

- **二进制遗传算法**：每一个个体的每一维都是离散化的，假设把一个连续的维度离散化为 $m$ 位，变异率为 $\rho_b$

\* 每一位有 $\rho_b$ 的概率变异，即 $1 - \rho_b$ 的概率不变异

\* 那么每个维度不发生变异的概率为 $(1 - \rho_b)^m$ ，借助泰勒级数，每个维度不发生变异的概率近似为： $(1 - \rho_b)^m \approx 1 - m\rho_b$  ( $\rho_b$ 很小)

\* 每一维发生变异的概率为 $1 - (1 - m\rho_b) = m\rho_b$

- **连续遗传算法**：变异率为 $\rho_c$

每一维度有 $m$ 位且变异率为 $\rho_b$ 的二进制遗传算法的变异过程近似地等价于 变异率为 $\rho_c$ 的连续遗传算法的变异过程

# 连续遗传算法

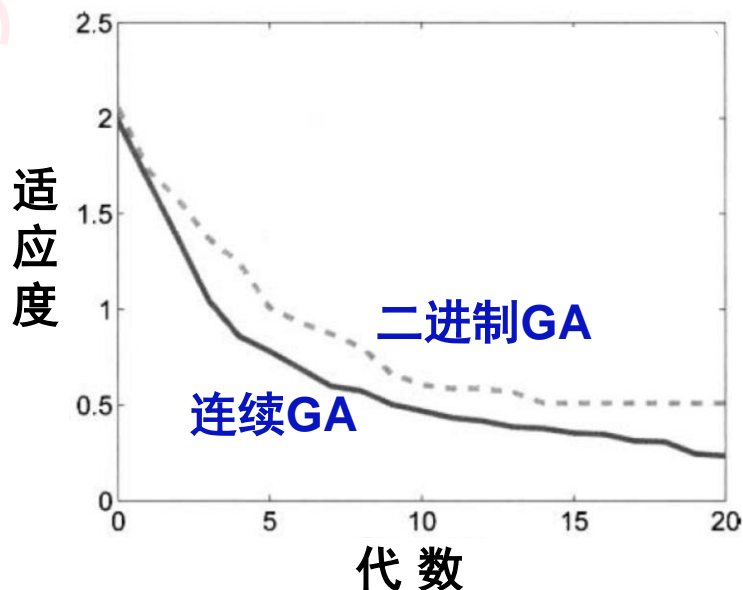
## • 两种算法性能对比

—例：如下最小化问题的最优解，其中 $x, y \in [-1, 1]$

$$\min_{x,y} f(x,y)$$
$$f(x,y) = e - 20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \right) - \exp \left( \frac{\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y)}{2} \right)$$

**二进制遗传算法：**种群规模为10，4位编码，变异率2%，运行20代

**连续遗传算法：**种群规模为10，变异率为8%，运行20代





# 结束

---

