

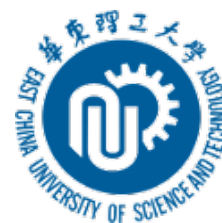


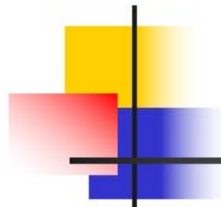
8. 蚁群优化

堵威

华东理工大学 自动化系

2021.4.29



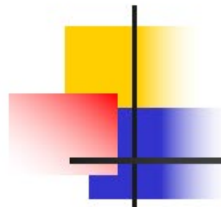


本章内容

1. 背景知识

2. 信息素模型

3. 蚂蚁系统



本章内容

1. 背景知识

2. 信息素模型

3. 蚂蚁系统

背景知识

• 自然界中的蚂蚁

- 简单的生物，1只蚂蚁有10000个神经元
- 一百万只蚂蚁有100亿个神经元 \approx 一个普通人
- 地球上有约8800种蚂蚁，共1万亿只；蚂蚁占地球上所有陆地动物总质量的15%
- 1979年，在北海道发现了一个拥有3亿只蚂蚁的蚁群，45000个蚁巢



背景知识

• 自然界中的蚂蚁

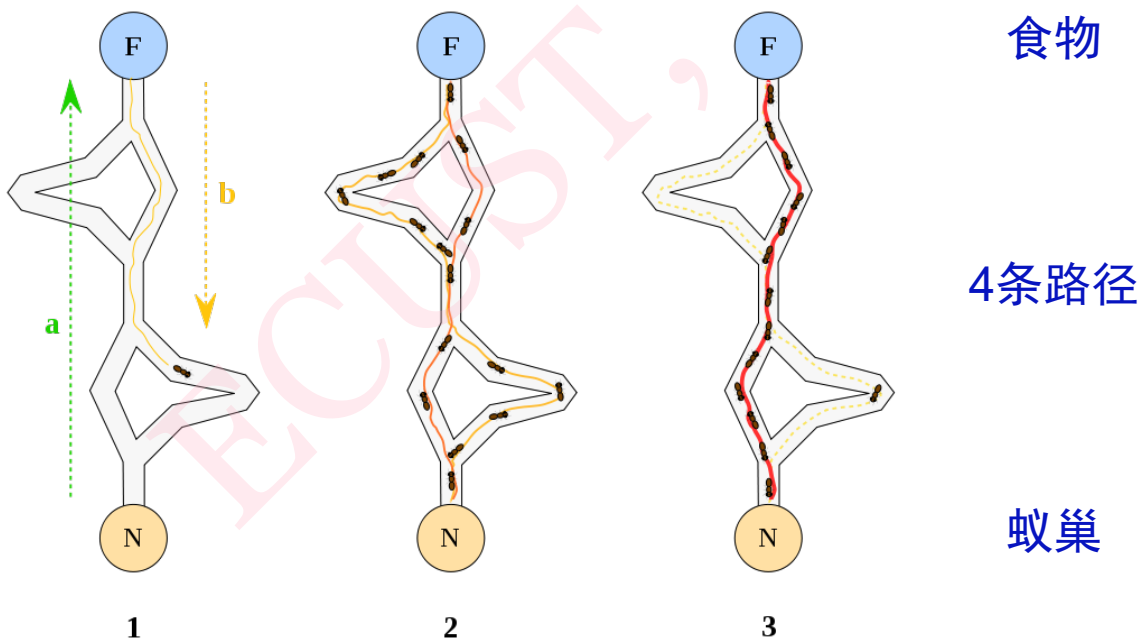
- 除了找到通往食物源，蚂蚁也擅长合作完成其他任务
- 建立复杂的洞穴通道网络（地下、树上）
- 专门的场所用于存储、交配和哺育幼虫
- 在地上或水上搭建跨越缝隙的链路（制造筏子渡河等）



背景知识

• 自然界中的蚂蚁

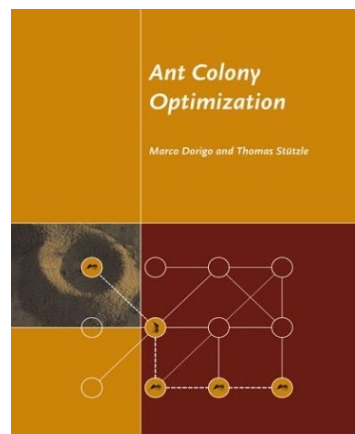
- 蚂蚁间通信：信息素（分泌的化学物质），蚂蚁沿着一条路径来到食物源并把食物带回的同时，留下信息素的痕迹
- 通向食物的最短路径：正反馈的强化

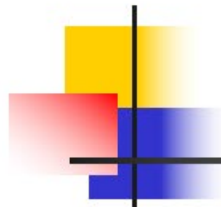


背景知识

- 蚁群优化 (Ant colony optimization, ACO)

- 受启发于蚂蚁留下信息素的行为
- 蚁群优化的研究者：蚁群优化不等于进化算法（候选解之间不直接交换解的信息）
- 蚁群优化：智能优化算法（受生物启发，基于种群的优化算法）
- 1991年，Marco Dorigo在其博士论文中提出蚁群优化





本章内容

1. 背景知识

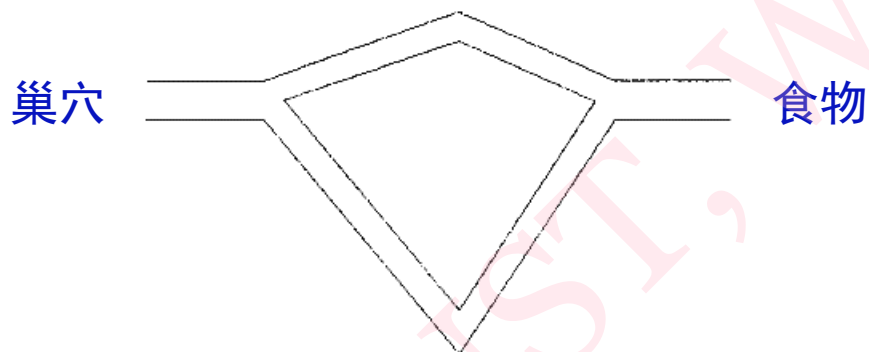
2. 信息素模型

3. 蚂蚁系统

信息素模型

• 信息素模型的实验

- 观察一个蚁巢和一个食物源，两条路径（一长、一短）



研究表明：在95%的实验中，超过80%的蚂蚁会走较短路径

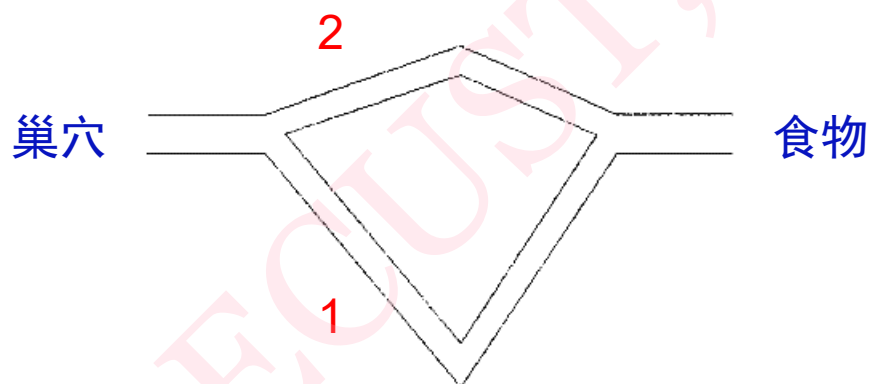
- 蚂蚁到达岔路口时 → 随机决策挑选路径
- 选择较短路径的蚂蚁比选择较长路径的蚂蚁更快回巢
- 蚂蚁的移动：正反馈现象（智能优化算法的特征）

信息素模型

• 信息素模型的实验

– 信息素是否会挥发？

– 另一个实验，探索蚂蚁对新增的通向食物的较短路径的反应：开始时只设置一条路径；30分钟后，再增加一条更短的路径



研究表明：在20%的实验中，超过50%的蚂蚁聚集在较短路径上

信息素模型

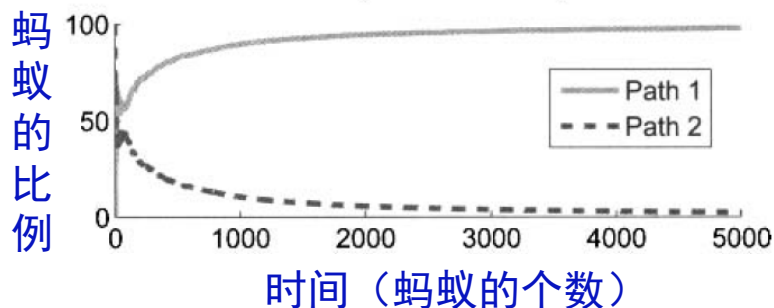
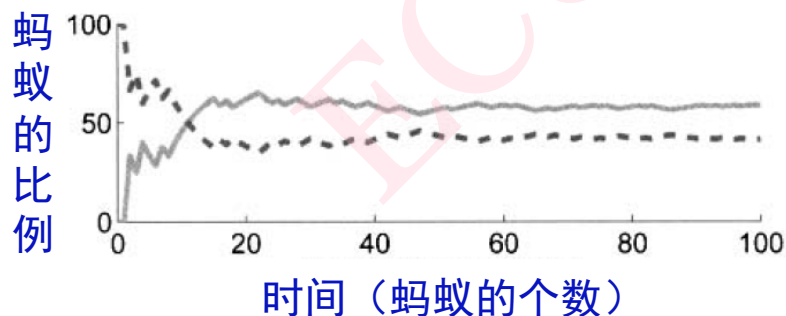
• 信息素模型

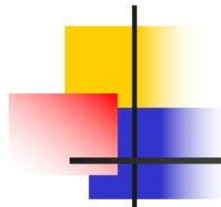
– Deneubourg等学者提出了信息素的数学模型

已知：有两条可选路径，蚂蚁选择路径1的概率为

$$p_1 = \frac{(m_1 + k)^h}{(m_1 + k)^h + (m_2 + k)^h}$$

其中， m_i 是在前面已选择路径 i 的蚂蚁的数目， h 和 k 是由实验确定的参数（ $k \approx 20$, $h \approx 2$ ）。





本章内容

1. 背景知识

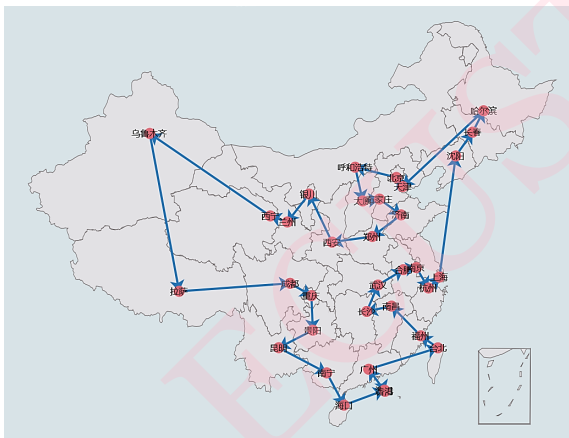
2. 信息素模型

3. 蚂蚁系统

蚂蚁系统

• 基本介绍

- 最早发表的蚁群优化算法是蚂蚁系统
- 用旅行商问题 (Travelling Salesman Problem) 可以方便地说明蚂蚁系统

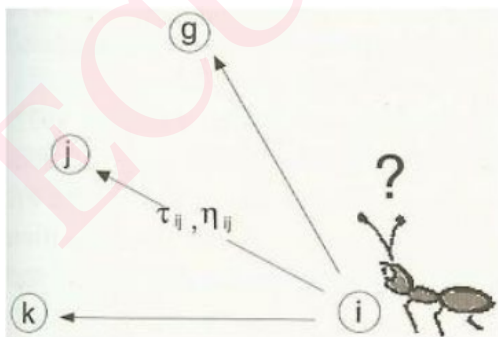


- 给定一系列城市和每对城市之间的距离, 求解访问每一座城市一次并回到起始城市的最短回路
- 组合优化中的一个NP-hard问题, 在运筹学和理论计算机科学中非常重要

蚂蚁系统

• 蚁群优化仿真

- 每只蚂蚁从一个城市移动到另一个城市，仿真会将信息素留在蚂蚁经过的路径上
- 信息素不只被存放，还会挥发
- 蚂蚁从当前所在的城市移动到其他城市的概率与城市之间信息素的量成正比
- 蚂蚁知道当前城市到其他城市的距离（优化目标：找到最短路径）





蚂蚁系统

• 蚁群优化仿真

- **Step1, 初始化:** 设定路径信息素初值, 随机将N只人工蚂蚁放置到城市中
- **Step2, 选择机制:** 每只人工蚂蚁的选择机制是根据一定的概率选择下一个未访问的城市
- **Step3, 信息素更新:** 每只人工蚂蚁完成一步 (从一城市移动到另一个城市) 或者完成一个巡回 (完成对所有n个城市的访问) 后, 更新所有路径上的信息素浓度
- **Step4, 停止准则:** 若停止, 则输出结果, 否则, 转到Step 2

蚂蚁系统

• 蚁群优化仿真

- 解旅行商问题的简单蚂蚁系统，在每一代，城市i和城市j之间的一些信息素会挥发，信息素也会因蚂蚁在这两个城市间的移动而增加

While not (终止准则)

For q=1 to n-1

For 每只蚂蚁 $k \in [1, N]$

初始化每只蚂蚁 $k \in [1, N]$ 的起点城市 c_{k1}

初始化蚂蚁k已访问的城市集合: $C_k \leftarrow \{c_{k1}\}$, $k \in [1, N]$

For 每一个城市 $j \in [1, n]$, $j \notin C_k$

$$\text{概率 } p_{ij}^{(k)} \leftarrow (T_{ij}^\alpha / d_{ij}^\beta) / (\sum_{m=1, m \notin C_k}^n T_{im}^\alpha / d_{im}^\beta)$$

下一个j

选择概率

让蚂蚁k以概率 $p_{ij}^{(k)}$ 到城市j

用 $c_{k,q+1}$ 表示在上一行中选择的城市

$$C_k \leftarrow C_k \cup \{c_{k,q+1}\}$$

下一只蚂蚁

下一个q

$$L_k \leftarrow \text{由蚂蚁 } k \text{ 构建的路径总长度}, k \in [1, N]$$

n=城市的个数

α, β =指数型权重，用来调节信息素和距离的重要程度

Q=沉积常数

ρ =挥发率 $\in (0, 1)$

$T_{ij} = T_0$, 城市i和城市j之间的初始信息素, $i, j \in [1, n]$

d_{ij} =城市i和城市j之间的距离, $i, j \in [1, n]$

蚂蚁系统

• 蚁群优化仿真

- 解旅行商问题的简单蚂蚁系统，在每一代，城市i和城市j之间的一些信息素会挥发，信息素也会因蚂蚁在这两个城市间的移动而增加

n=城市的个数

α, β =指数型权重，用来调节信息素和距离的重要程度

Q=沉积常数

ρ =挥发率 $\in(0,1)$

$T_{ij}=T_0$ ，城市i和城市j之间的初始信息素, $i, j \in [1, n]$

d_{ij} =城市i和城市j之间的距离, $i, j \in [1, n]$

For 每一个城市 $i \in [1, n]$ 和 每一个城市 $j \in [1, n]$

For 每只蚂蚁 $k \in [1, N]$

If 蚂蚁k由城市i到城市j then

$$\Delta T_{ij}^{(k)} \leftarrow Q/L_k$$

else

$$\Delta T_{ij}^{(k)} \leftarrow 0$$

End if

下一只蚂蚁

$$T_{ij} \leftarrow (1-\rho) T_{ij} + \sum_{k=1}^N \Delta T_{ij}^{(k)}$$

信息素更新

下一对城市

下一代

蚂蚁系统

• 蚁群优化仿真

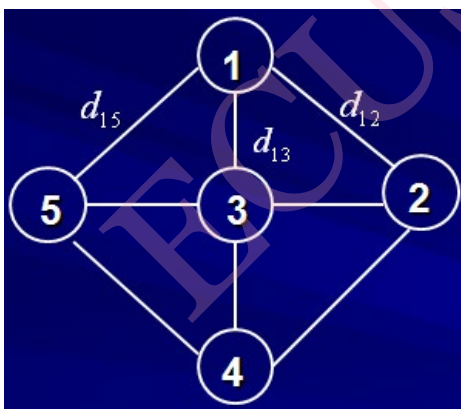
- 选择概率

$$p_{ij}^{(k)} \leftarrow (\tau_{ij}^{\alpha} / d_{ij}^{\beta}) / (\sum_{m=1, m \notin C_k}^n \tau_{im}^{\alpha} / d_{im}^{\beta})$$

α, β : 指数型权重, 用来调节信息素和距离的重要程度

τ_{ij} : 城市 i 和城市 j 之间的信息素, $i, j \in [1, n]$

d_{ij} : 城市 i 和城市 j 之间的距离, $i, j \in [1, n]$



蚂蚁 k 已经访问的城市集 $\{5\}$

蚂蚁 k 未访问的城市集 $\{2, 3\}$

$$p_{12}^{(k)} \leftarrow (\tau_{12}^{\alpha} / d_{12}^{\beta}) / (\tau_{12}^{\alpha} / d_{12}^{\beta} + \tau_{13}^{\alpha} / d_{13}^{\beta})$$

$$p_{13}^{(k)} \leftarrow (\tau_{13}^{\alpha} / d_{13}^{\beta}) / (\tau_{12}^{\alpha} / d_{12}^{\beta} + \tau_{13}^{\alpha} / d_{13}^{\beta})$$



蚂蚁系统

• 蚁群优化仿真

– 信息素更新

$$\tau_{ij} \leftarrow (1-\rho) \tau_{ij} + \sum_{k=1}^N \Delta \tau_{ij}^{(k)}$$

$\sum_{k=1}^N \Delta \tau_{ij}^{(k)}$: 信息素增量, 所有蚂蚁留下的信息

ρ : 挥发率 $\in (0,1)$

– 蚂蚁系统中的参数

– 蚂蚁的个数 N , 种群规模

– α, β : 指数型权重, 用来调节信息素和距离的重要程度

– Q : 沉积常数

– ρ : 挥发速率

– τ_0 : 每个城市之间信息素初始量

– $N=n$ (蚂蚁数=城市的个数)

– $\alpha=1, \beta=5$

– $Q=100$

– $\rho \in [0.5, 0.99]$

– $\tau_0 \approx 10^{-6}$



蚂蚁系统

• 蚁群优化仿真

一些讨论：

- 可以在上述蚂蚁系统算法中添加：初始化、精英和变异
- **初始化**：可以用简单的启发式算法初始化某些个体，如强制在蚂蚁在每个决策点一定要访问最近的城市
- **精英**：可以通过记录在每一代中最好的几只蚂蚁并强制它们在下一代重复同一条路径来实施精英（保证从一代到下一代不会丢掉最好的路径）
- **变异**：如用某个变异概率随机转换路径

蚂蚁系统

• 蚁群优化仿真

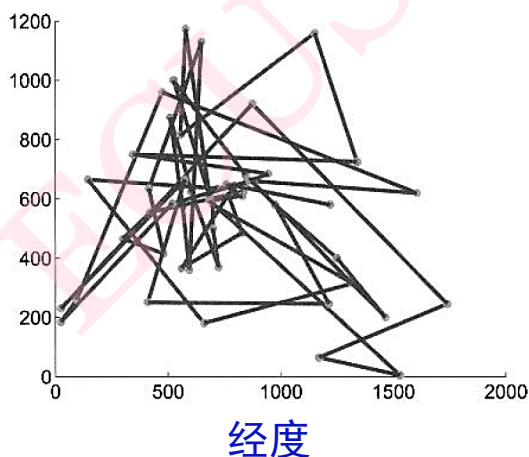
- 例：用上述蚂蚁系统算法求解Berlin52旅行商问题（德国柏林52个地点），找出访问每个节点一次且总距离最短的行程。该问题是一个对称的旅行商问题（从节点i到节点j的距离与从节点j到节点i的距离相同）

使用的参数如下：N=53； $\alpha=1$ ， $\beta=5$ ；Q=20； $\rho=0.9$ ； $\tau_0=10^{-6}$

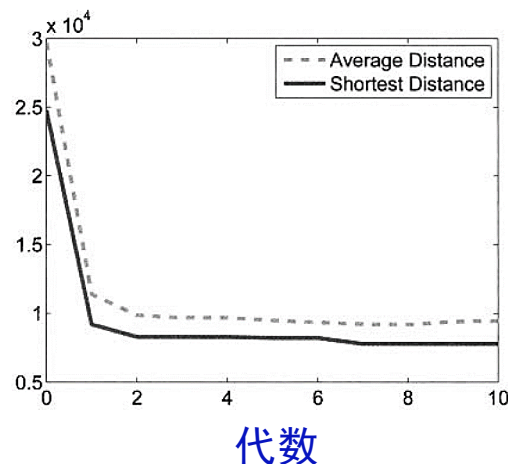
随机初始化、每一代两只精英蚂蚁、无变异

53个随机行程
中最好的初始
行程，总距离
为24780

纬度



距离



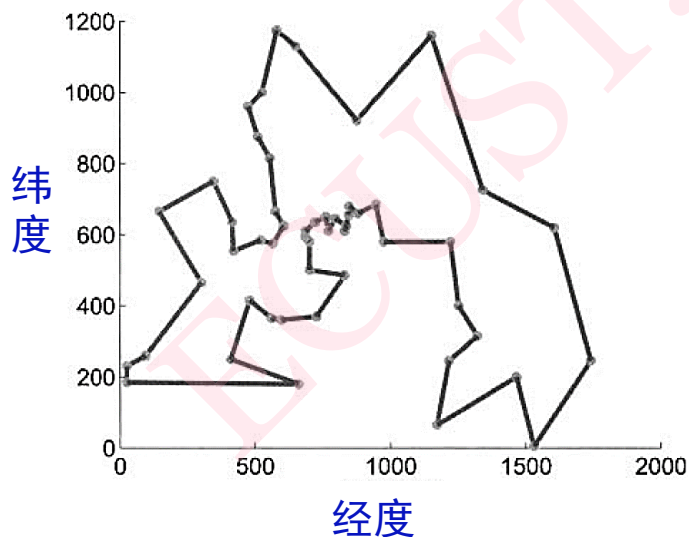
10代之后，找
到了最好的行
程，总距离为
7796

蚂蚁系统

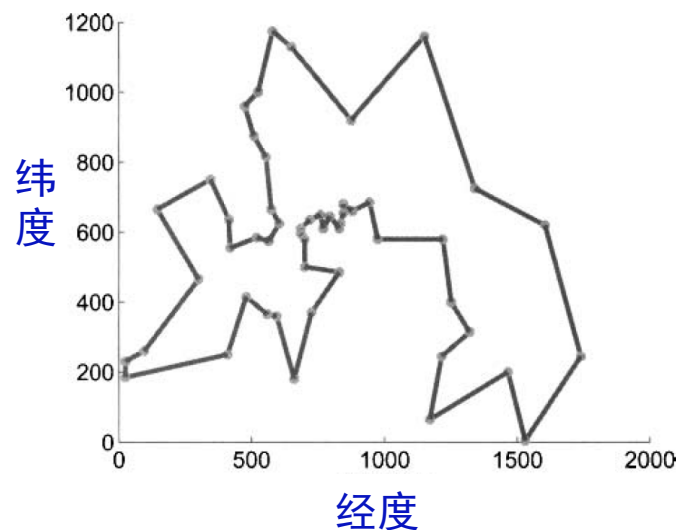
• 蚁群优化仿真

- 例：用上述蚂蚁系统算法求解Berlin52旅行商问题（德国柏林52个地点），找出访问每个节点一次且总距离最短的行程。该问题是一个对称的旅行商问题（从节点i到节点j的距离与从节点j到节点i的距离相同）

10代之后找到的最好行程，总距离为7796



该问题的最优行程，总距离为7542



$$51! = 1.6 \times 10^{66}$$

蚂蚁系统

- 蚁群优化的核心思想

- 选择机制：信息素越多的路径，被选中的概率越大
- 信息素更新机制：路径越短，信息素增加越快
- 协作机制：个体之间通过信息素进行信息交流





结束

