

# 电路原理

信息学院 常青

[changqing@ecust.edu.cn](mailto:changqing@ecust.edu.cn)

# 第12章 三相电路

- ▶ 三相电源与三相电路
- ▶ 对称三相电路的分析
- ▶ 不对称三相电路分析

相线关系是重点

抽单相是重点

基本要求：

三相制供电的基本概念

三相电路的连接方式

对称三相制的概念

相序、相电压、相电流、线电压、线电流概念

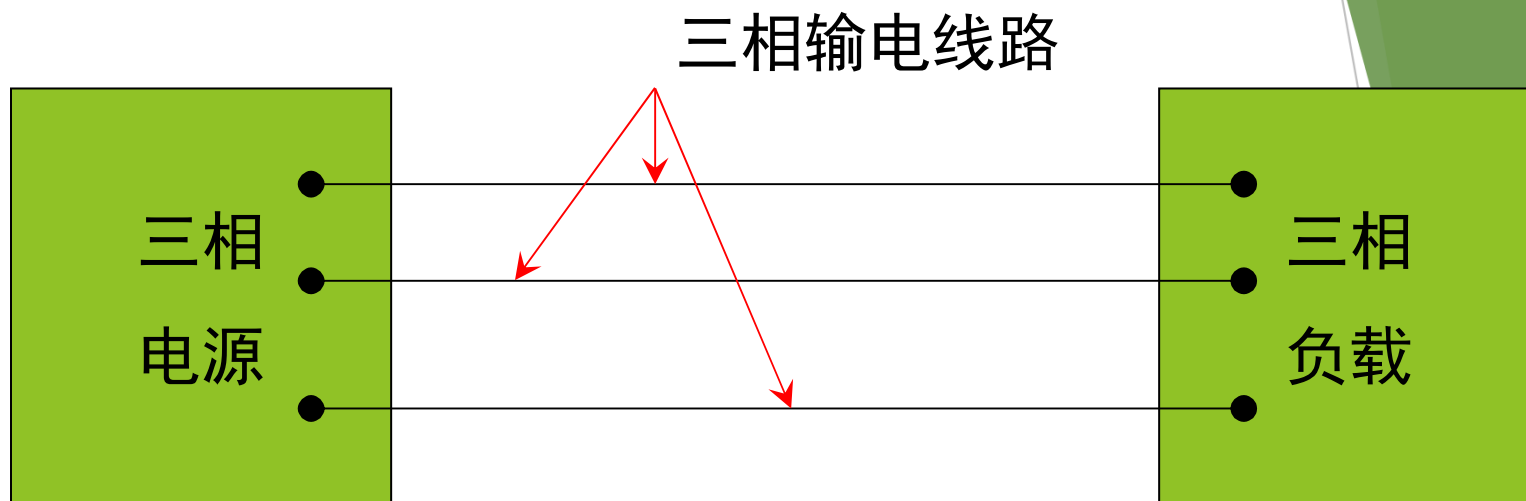
对称三相电路的分析与计算

三相电路功率的计算与测量

## § 12-1 三相电路

三相电路实际上是一种特殊的交流电路。正弦交流电路的分析方法对三相电路完全适用。由于三相电路的对称性，可**采用一相电路分析**，以简化计算。

目前，世界各国的电力系统所采用的供电方式绝大多数属于三相制，日常用电是取自三相制中的一相。



对称三相电路：由对称三相电源、对称三相负载和三相输电线路（线路阻抗相等）三部分组成。

**对称三相电源：**三个幅值相等、频率相同、相位互差 $120^\circ$ 的正弦交流电源按一定方式联接而构成的一个整体的激励电源。

**对称三相负载(均衡三相负载)：**三个相同负载(负载阻抗模相等，阻抗角相同)以一定方式联接而构成的一个整体的负载。



火力发电站



水力发电站



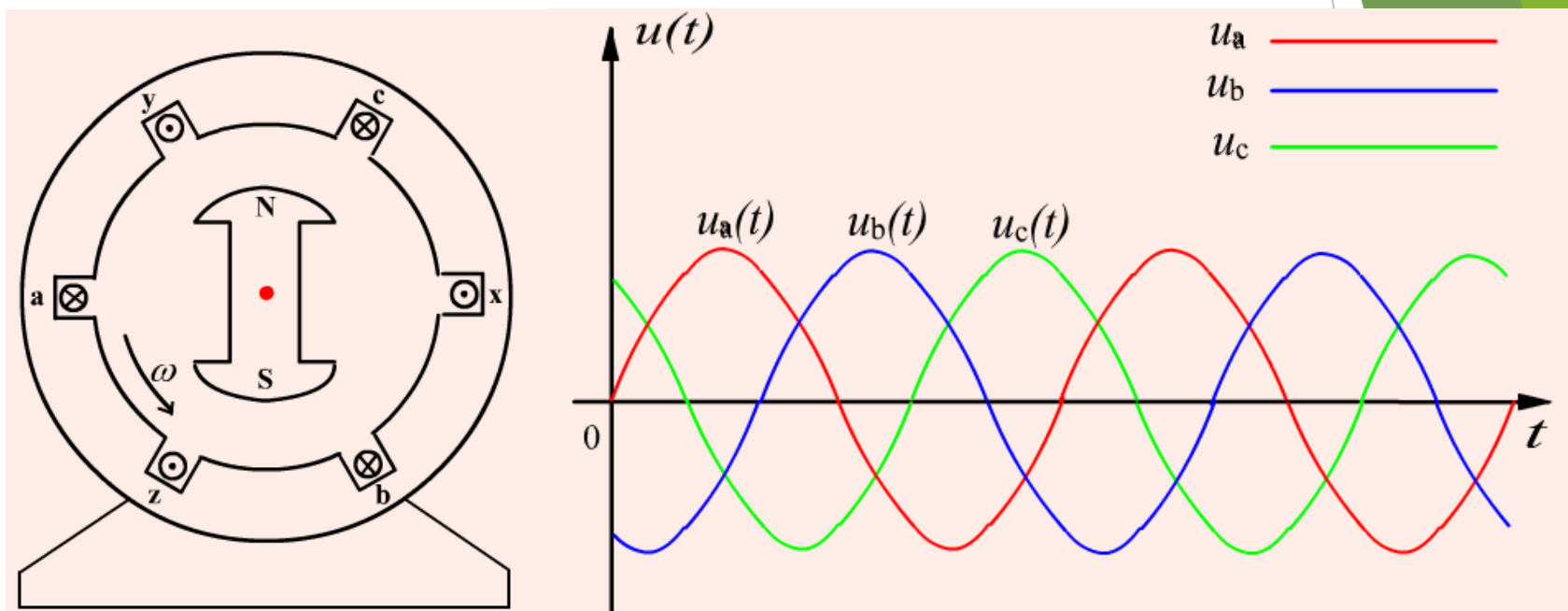
秦山核电站



发电机组

## 一、三相电源

### 1. 对称三相电源的产生



a、b、c三端称为始端，  
x、y、z三端称为末端。

三个感应电压的关系：

角频率，最大值相等

相位互差 $120^\circ$

以某种方式连接起来

对称三  
相电源

### (1) 瞬时值

$$u_A(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

$$u_B(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_C(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + 120^\circ)$$

### (2) 相量表示

$$\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

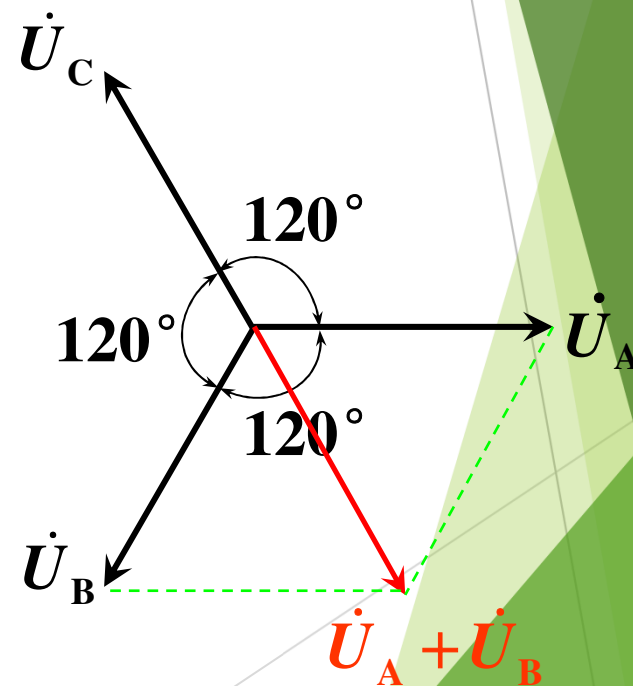
$$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U \angle -240^\circ = U \angle 120^\circ$$

### (3) 对称三相电源的特点

$$\begin{cases} u_A + u_B + u_C = 0 \\ \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0 \end{cases}$$

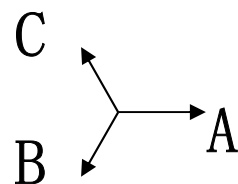
对称三相电  
源的相序



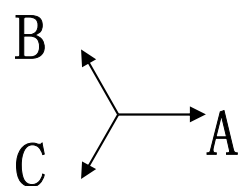


对称三相电源的**相序** (Sequences): 三相电源中各相电源经过同一值(如最大值)的先后顺序。

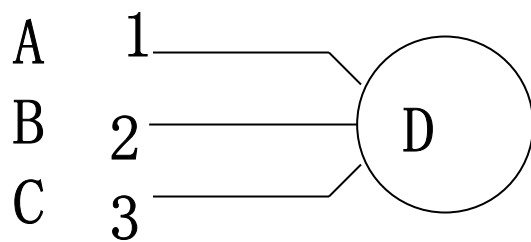
正序(顺序, Positive Sequences):  
A—B—C—A



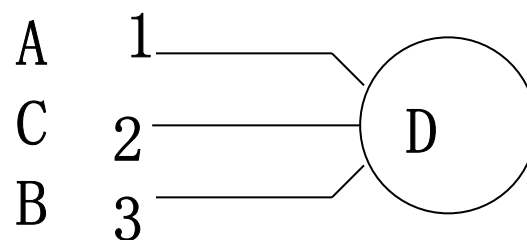
负序(逆序, Negative Sequences):  
A—C—B—A



相序的**实际意义**: 对三相电动机, 如果相序反了, 就会反转。



正转



反转

以后如果不加说明, 一般都认为是正相序。



## 三相制（**Three-Phase System**）的优点

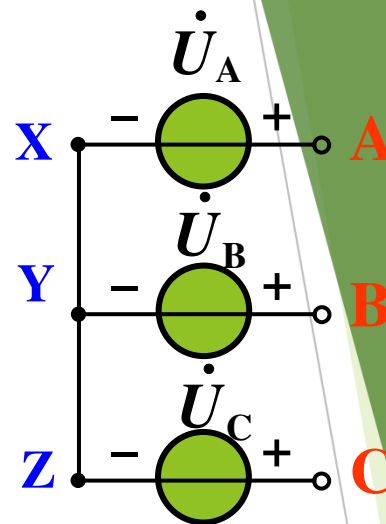
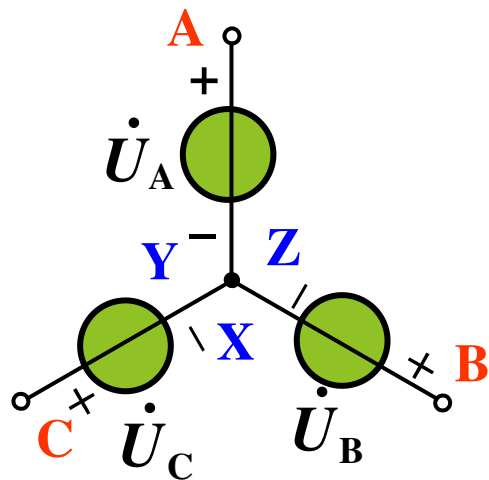
三相制相对于单相制在发电、输电、用电方面有很多优点，主要有：

- (1) 三相发电机比单相发电机输出功率高。
- (2) 经济：在相同条件下(输电距离，功率，电压和损失)  
三相供电比单相供电省铜。
- (3) 性能好：三相电路的瞬时功率是一个常数，对三相电动机来说，意味着产生转矩均匀，电机振动小。
- (4) 三相制设备(三相异步电动机，三相变压器)简单，易于制造，工作经济、可靠。

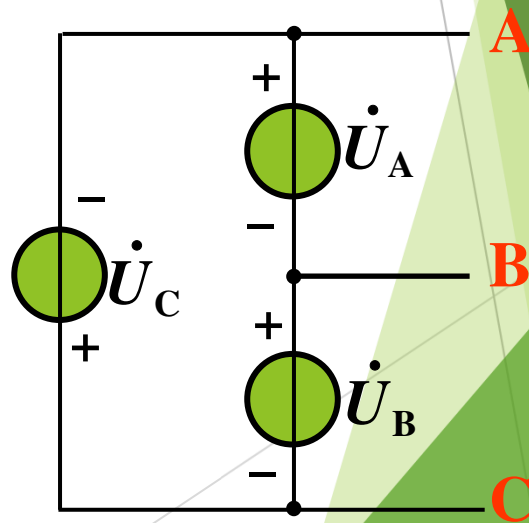
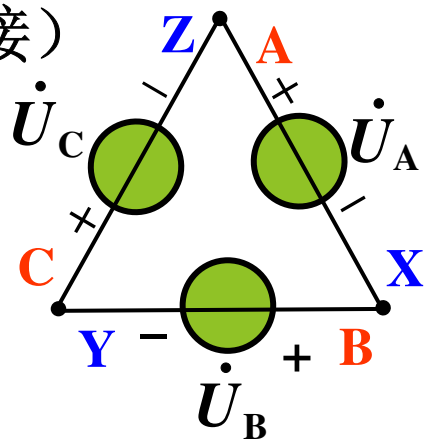
由于上述的优点，三相制得到广泛的应用。

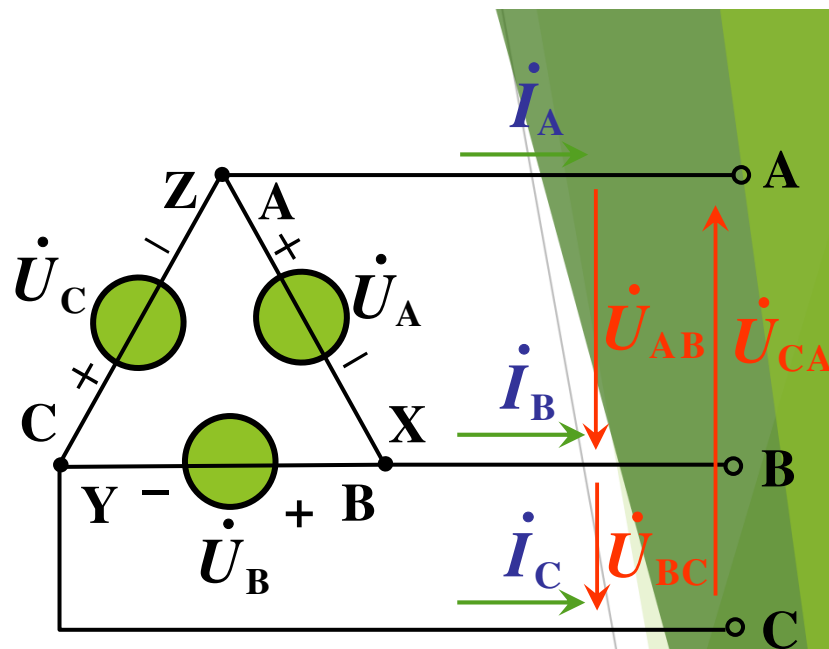
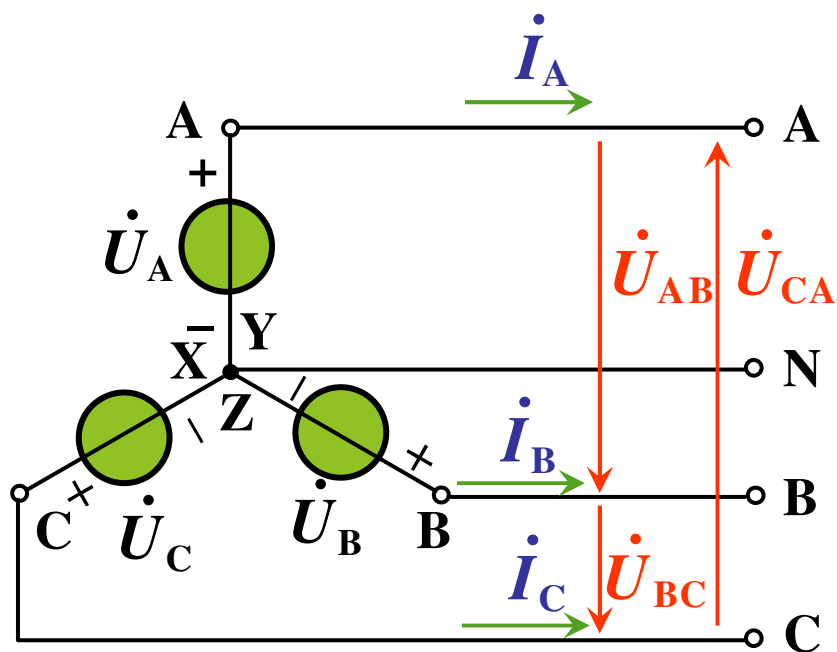
## 2. 对称三相电源联接

星形联接(Y接)



三角形联接( $\Delta$  接)



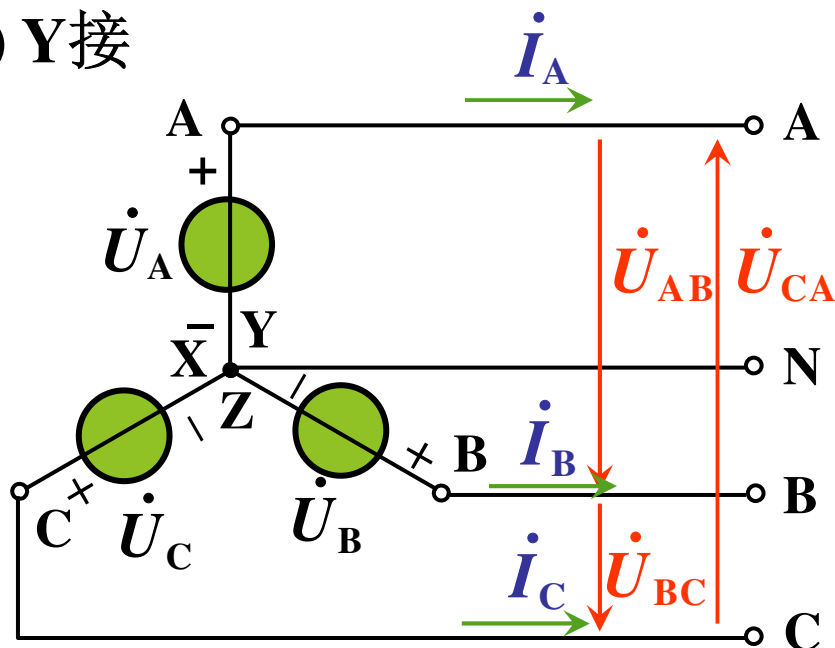


- 名词介绍:
- (1) 端线(火线): 始端A, B, C 三端引出线。
  - (2) 中线(零线): 中性点N引出线, Δ接无中线。
  - (3) 三相三线制与三相四线制。
  - (4) 线电压: 端线与端线之间的电压  $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$
  - (5) 相电压: 每相电源的电压  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$
  - (6) 线电流  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$
  - (7) 相电流

线电流和  
相电流、  
线电压和  
相电压之  
间什么关  
系?

### 3. 对称三相电源线电压与相电压的关系

#### (1) Y接



线电流 = 相电流

$$\text{设 } \dot{U}_{AN} = \dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{BN} = \dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

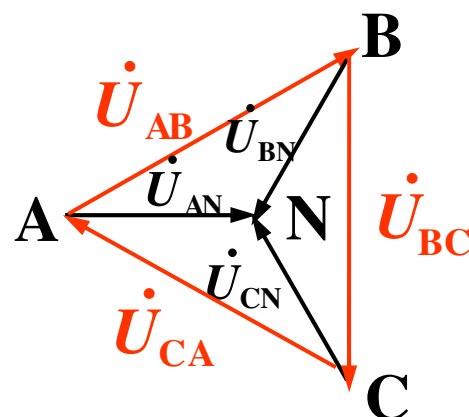
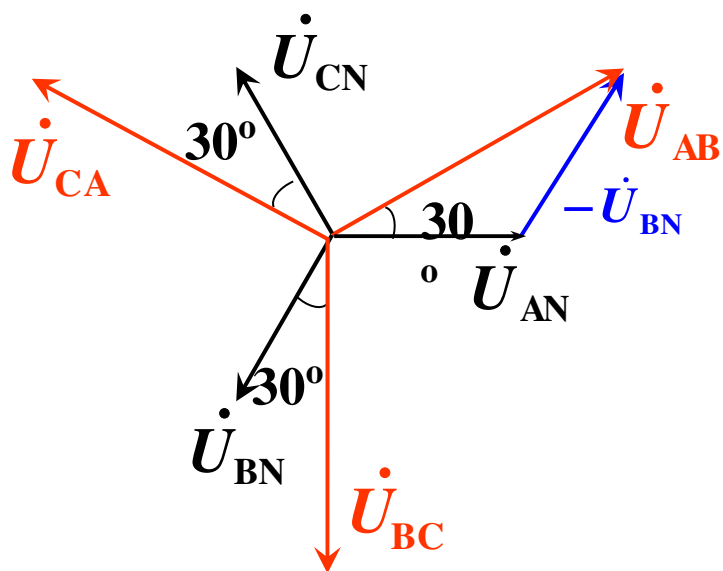
$$\dot{U}_{CN} = \dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN} = U \angle 0^\circ - U \angle -120^\circ = \sqrt{3}U \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN} = U \angle -120^\circ - U \angle 120^\circ = \sqrt{3}U \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN} = U \angle 120^\circ - U \angle 0^\circ = \sqrt{3}U \angle 150^\circ$$

利用相量图得到相电压和线电压之间的关系：



一般表示为：

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \sqrt{3} \dot{U}_{AN} \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} &= \sqrt{3} \dot{U}_{BN} \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{CA} &= \sqrt{3} \dot{U}_{CN} \angle 30^\circ \end{aligned} \right\}$$

线电压对称

$$U_l = \sqrt{3} U_p$$

线电压相位领先相应相电压  $30^\circ$

**结论：** 对**Y**接法的对称三相电源

(1) 相电压对称，则线电压也对称。

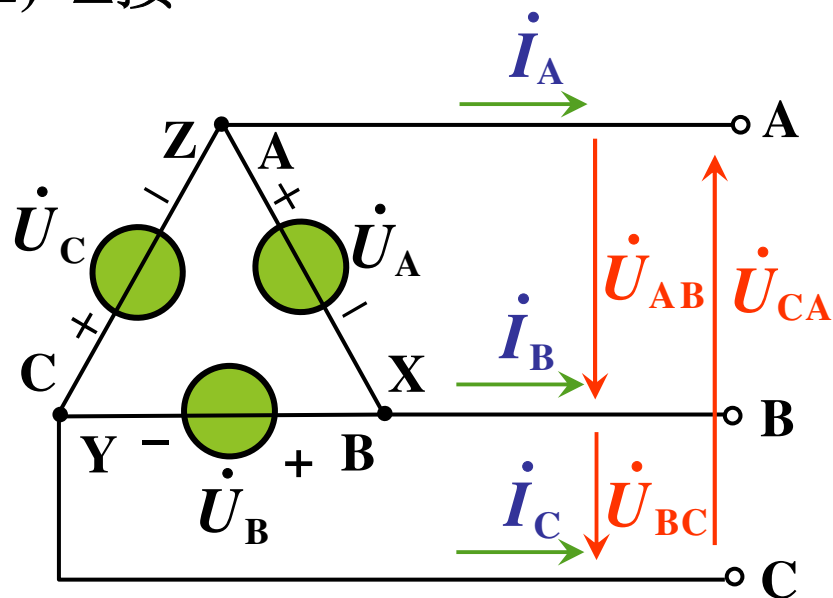
(2) 线电压大小等于相电压的 $\sqrt{3}$ 倍，即 $U_l = \sqrt{3}U_p$ 。

(3) 线电压相位领先对应相电压**30°**。

所谓的“对应”：对应相电压用线电压的  
第一个下标字母标出。

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_{AB} \rightarrow \dot{U}_{AN} \\ \dot{U}_{BC} \rightarrow \dot{U}_{BN} \\ \dot{U}_{CA} \rightarrow \dot{U}_{CN} \end{array} \right.$$

## (2) $\Delta$ 接



设  $\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$

$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$

$\dot{U}_C = U \angle 120^\circ$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

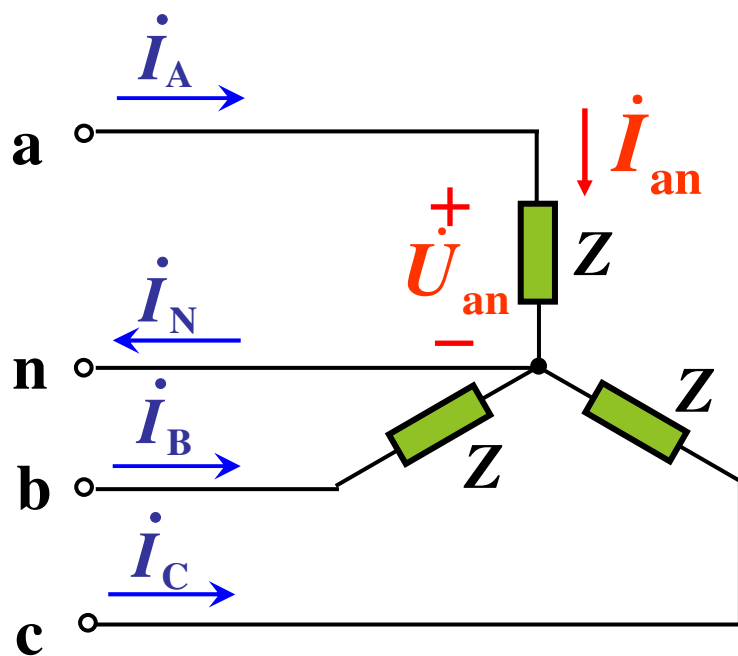
线电压等于对应的相电压。



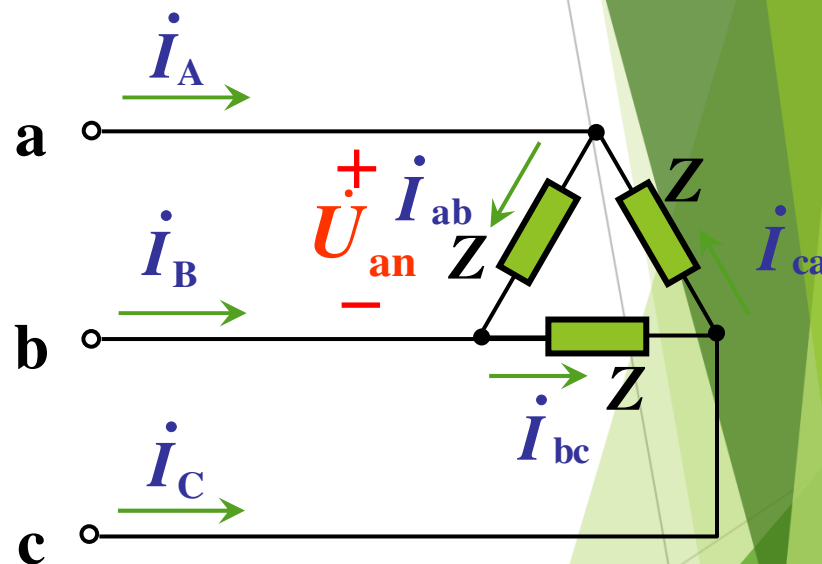
## 二、对称三相电路

对称三相电路：由对称三相电源和对称三相负载联接而成

### 1. 对称三相负载 三相负载阻抗模相等，阻抗角相同



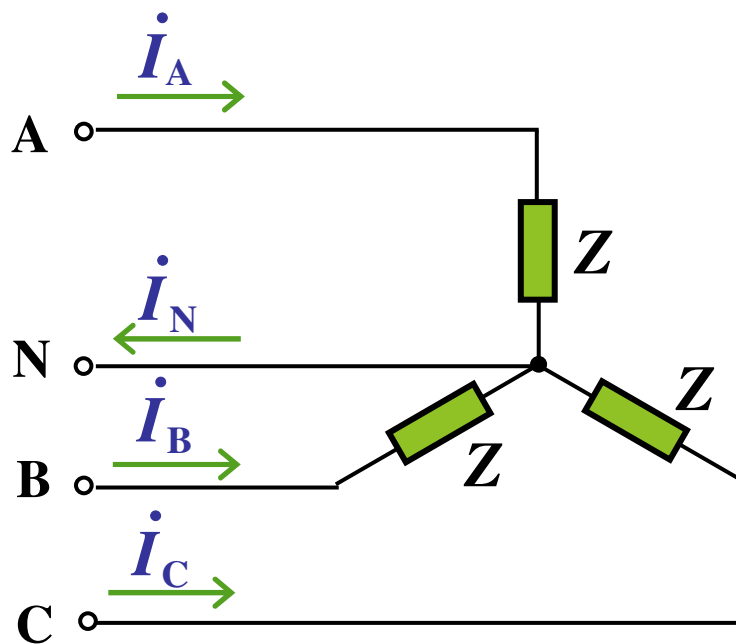
星形联接



三角形联接

## 对称三相负载的相线关系:

(a) Y接



$$\text{设 } \dot{U}_{AN} = \dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{BN} = \dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{CN} = \dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

对Y接法的对称电源讨论得出的结论对Y接法的对称负载一样成立。

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN} = \sqrt{3}U \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN} = \sqrt{3}U \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN} = \sqrt{3}U \angle 150^\circ$$

线电流 = 相电流

线电压对称

$$U_l = \sqrt{3}U_p$$

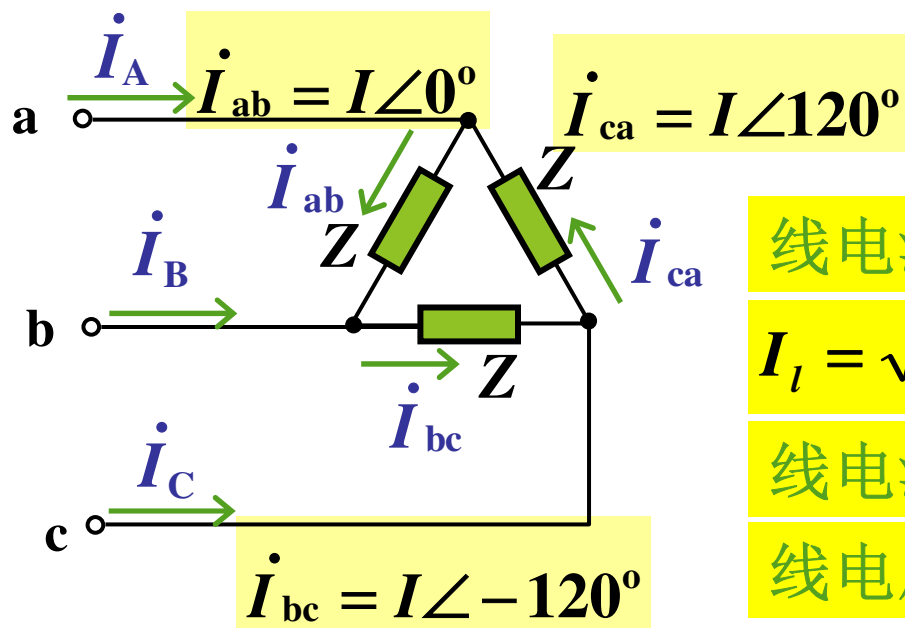
线电压领先对应相电压 $30^\circ$

(b)  $\Delta$ 接

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z}$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z}$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z}$$



线电流对称

$$I_l = \sqrt{3} I_p$$

线电流落后对应相电流 $30^\circ$

线电压=相电压

相电流对称

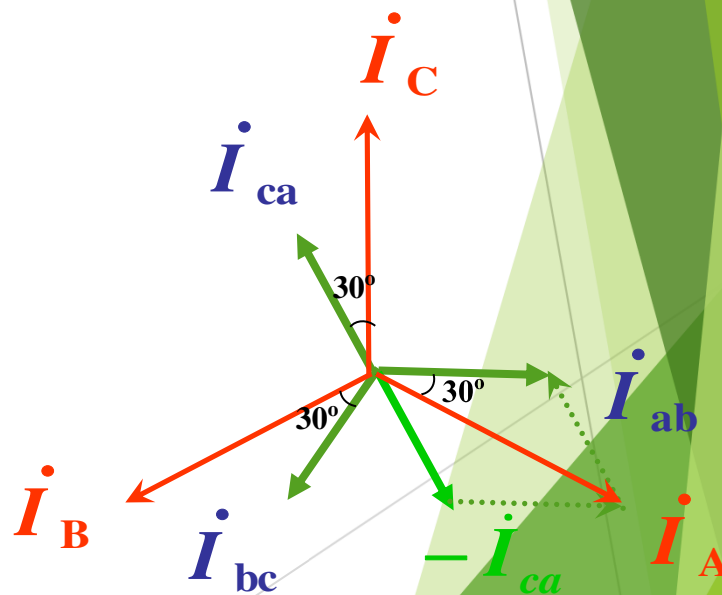
线电流:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = \sqrt{3} \dot{I}_{ab} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = \sqrt{3} \dot{I}_{bc} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = \sqrt{3} \dot{I}_{ca} \angle -30^\circ$$

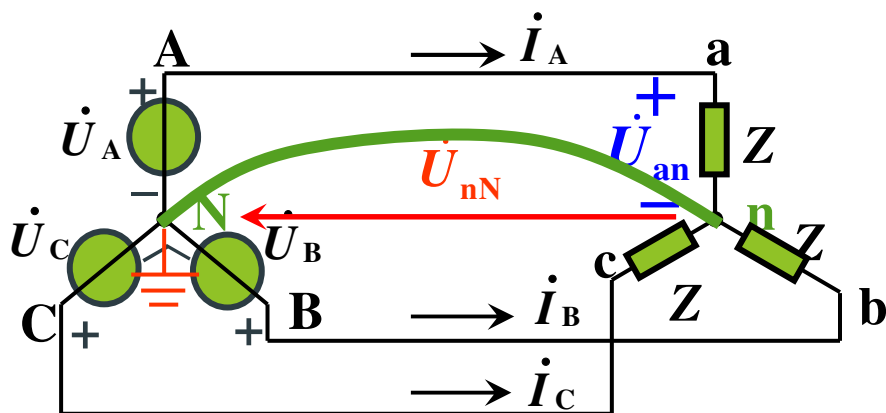
线电流也对称



对 $\Delta$ 接法的对称负载讨论得出的结论对 $\Delta$ 接法的对称电源一样成立。

## 2. 对称三相电路的计算

(1) Y-Y接(三相三线制),  $Y_0-Y_0$ (三相四线制)



$$\text{设 } \dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U \angle +120^\circ$$

$$Z = |Z| \angle \varphi$$

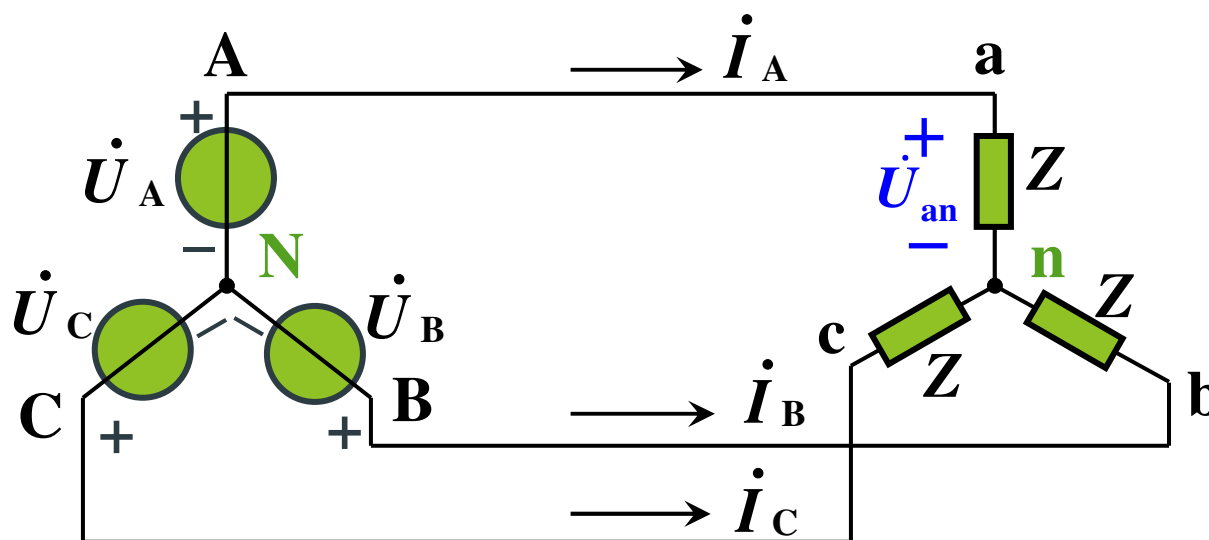
以N点为参考点, 对n点列写节点方程:

$$\left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z} + \frac{1}{Z}\right) \dot{U}_{nN} = \frac{1}{Z} \dot{U}_A + \frac{1}{Z} \dot{U}_B + \frac{1}{Z} \dot{U}_C$$

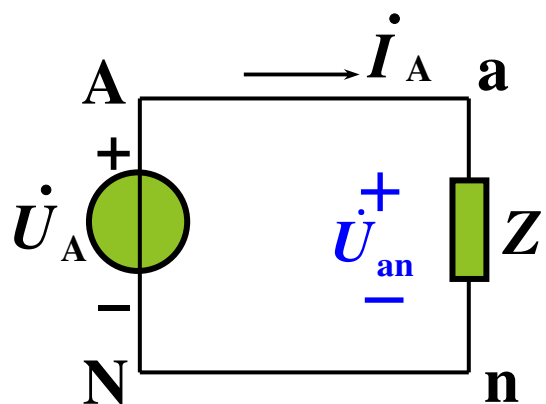
各相可分别计算

抽单相算法

$$\frac{3}{Z} \dot{U}_{nN} = \frac{1}{Z} (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 0 \quad \therefore \dot{U}_{nN} = 0$$



一相计算电路:



由一相计算电路可得:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{an}}{Z} = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{U}{|Z|} \angle -\varphi$$

由对称性  
可写出:

$$\dot{I}_B = \frac{U}{|Z|} \angle -120^\circ - \varphi, \quad \dot{I}_C = \frac{U}{|Z|} \angle +120^\circ - \varphi$$

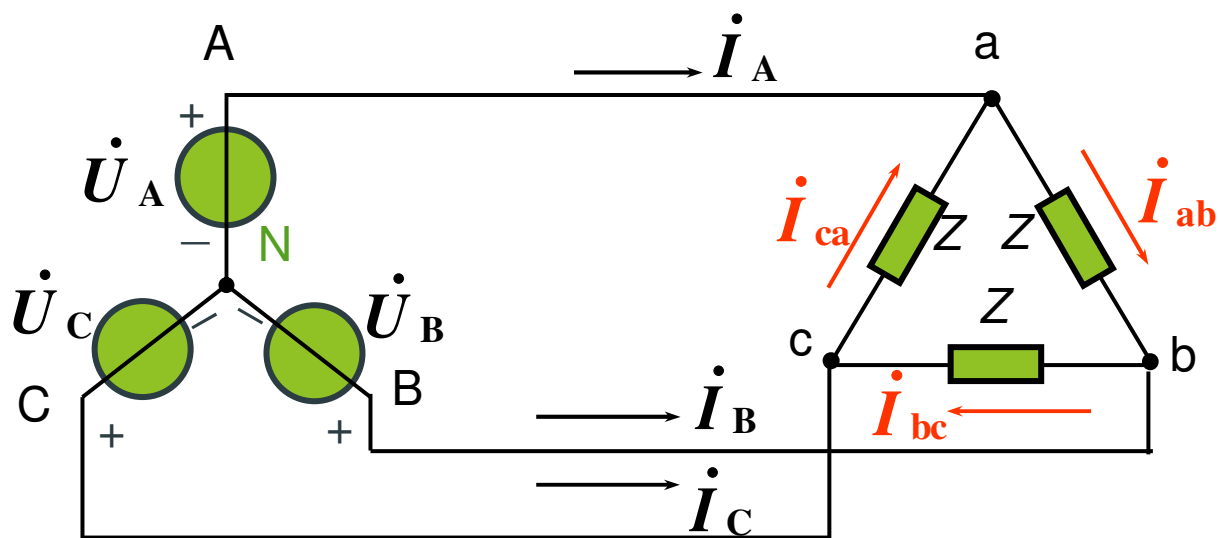
结论：

①  $U_{nN}=0$ ，中线电流为零。

有无中线对电路情况没有影响。没有中线(Y-Y接，三相三线制)，可将中线连上。因此，Y-Y接电路与 $Y_0$ - $Y_0$ 接(有中线)电路计算方法相同。且中线有阻抗时可短路掉。

② 对称情况下，各相电压、电流都是对称的，只要算出某一相的电压、电流，则其他两相的电压、电流可直接写出。

## 2. Y-Δ接



设  $\dot{U}_A = U \angle \psi$   
 $\dot{U}_B = U \angle \psi - 120^\circ$   
 $\dot{U}_C = U \angle \psi + 120^\circ$   
 $Z = |Z| \angle \varphi$

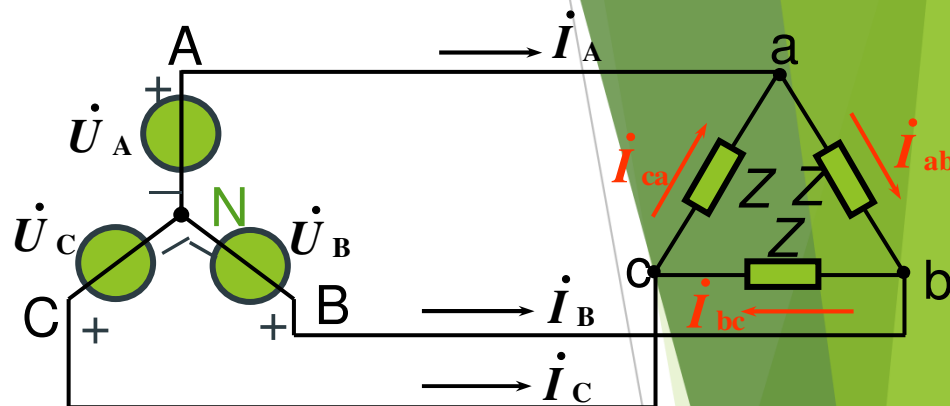
负载上相电压与线电压相等：

$$\begin{cases} \dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U \angle \psi + 30^\circ \\ \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}U \angle \psi - 90^\circ \\ \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}U \angle \psi + 150^\circ \end{cases}$$



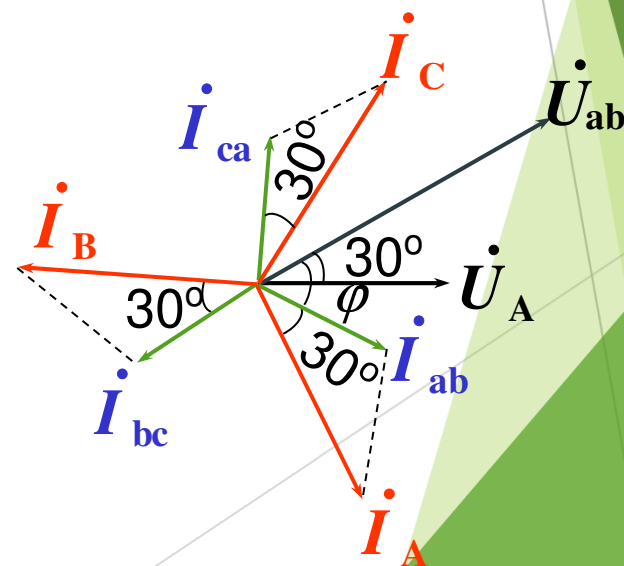
计算相电流：

$$\begin{cases} \dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 30^\circ - \varphi \\ \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi - 90^\circ - \varphi \\ \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 150^\circ - \varphi \end{cases}$$



线电流：

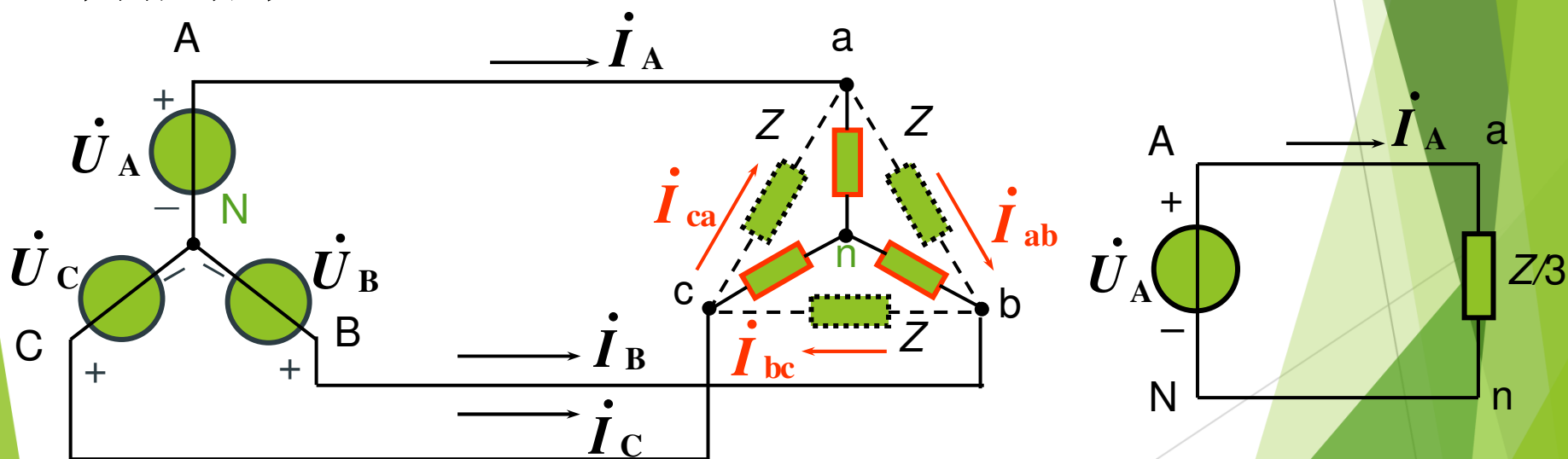
$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = \sqrt{3} \dot{I}_{ab} \angle -30^\circ \\ \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = \sqrt{3} \dot{I}_{bc} \angle -30^\circ \\ \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = \sqrt{3} \dot{I}_{ca} \angle -30^\circ \end{cases}$$

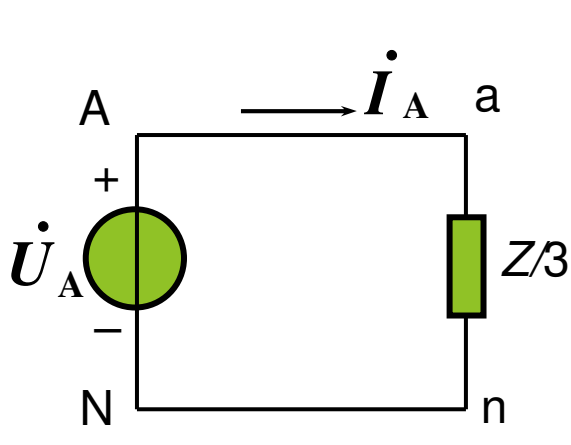


## 结论:

- (1) 负载上相电压与线电压相等，且对称。
- (2) 线电流与相电流也是对称的。线电流大小是相电流的 $\sqrt{3}$ 倍，相位落后相应相电流 $30^\circ$ 。

故上述电路也可只计算一相，根据对称性即可得到其余两相结果。



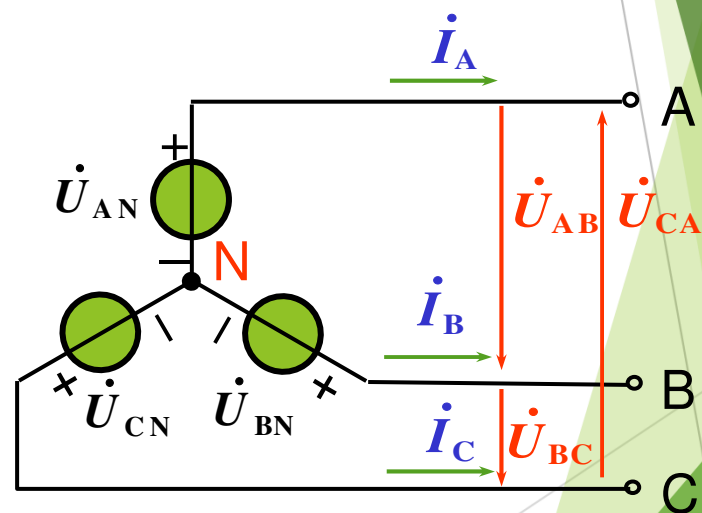
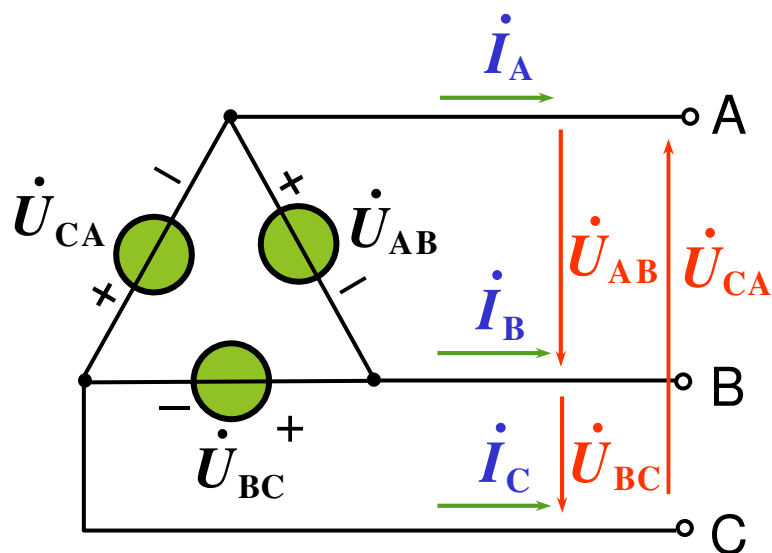


$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{an}}{Z/3} = \frac{3\dot{U}_A}{Z} = \frac{3U}{|Z|} \angle \psi - \varphi$$

$$\dot{I}_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A \angle 30^\circ = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 30^\circ - \varphi$$

$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3} \dot{U}_{an} \angle 30^\circ = \sqrt{3}U \angle \psi + 30^\circ$$

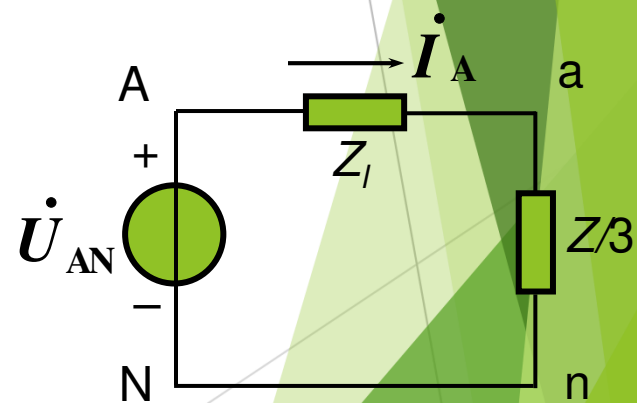
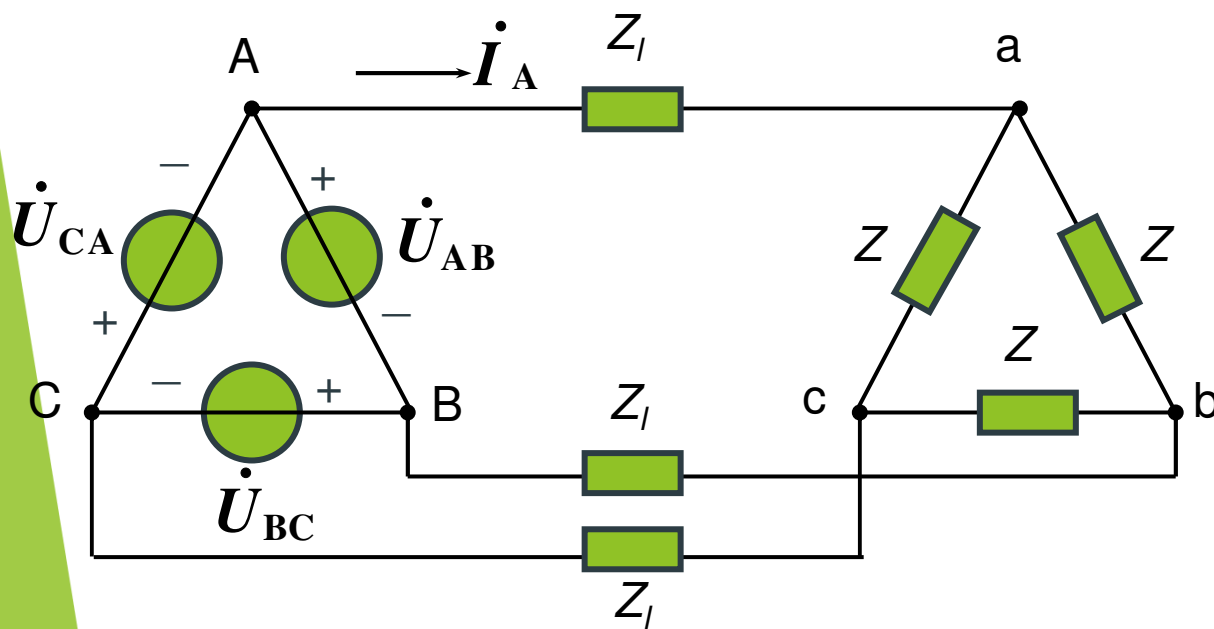
### 3. 电源为 $\Delta$ 接时的对称三相电路的计算( $\Delta$ -Y, $\Delta$ - $\Delta$ )



将 $\Delta$ 接电源用Y接电源替代，保证其线电压相等，再根据上述Y-Y, Y- $\Delta$ 接方法计算。

$$\begin{cases} \dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ \\ \dot{U}_{BN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{BC} \angle -30^\circ \\ \dot{U}_{CN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{CA} \angle -30^\circ \end{cases}$$

#### 4. 一般对称三相电路的计算:



## 小结:

### 1. 三相电压、电流均对称。

负载为Y接 { 线电压大小为相电压的  $\sqrt{3}$ , 相位领先  $30^\circ$ .  
线电流与对应的相电流相同。

负载为 $\Delta$ 接 { 线电压与对应的相电压相同。  
线电流大小为相电流的  $\sqrt{3}$ , 相位滞后  $30^\circ$ .

## 2. 对称三相电路的一般计算步骤:

(1) 将所有三相电源、负载都变换为等效的Y—Y接电路;

(2) 连接各负载和电源中点, 中线上若有阻抗可忽略;

(3) 画出单相计算电路, 求出一相的电压、电流:

一相电路中的电压为Y接时的相电压。

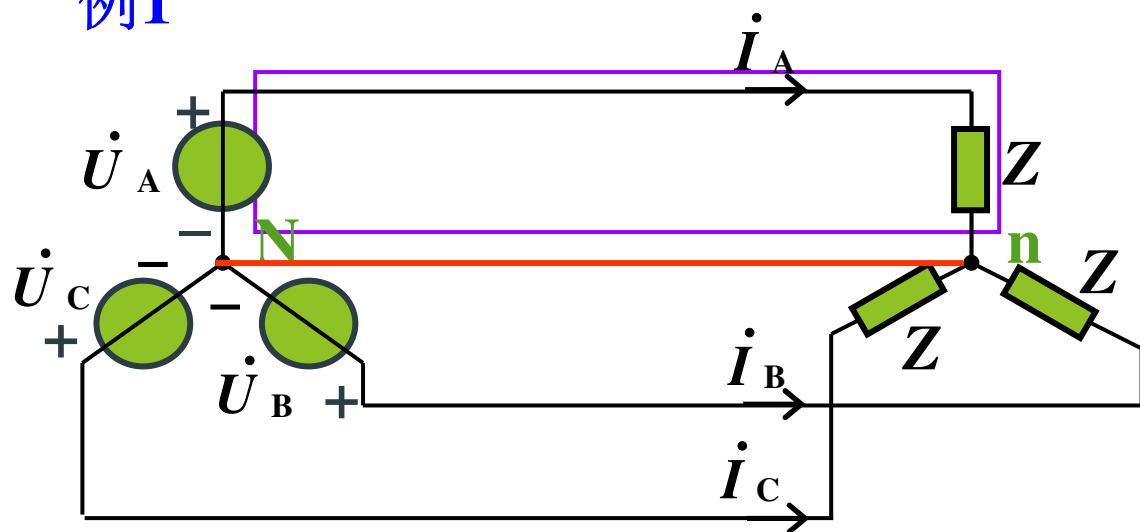
一相电路中的电流为Y接时的相电流 (线电流)。

(4) 根据 $\Delta$ 接、Y接时线电压/电流、相电压/电流之间的关系, 求出原电路的电压、电流。

变换前后线电压、线电流保持不变。

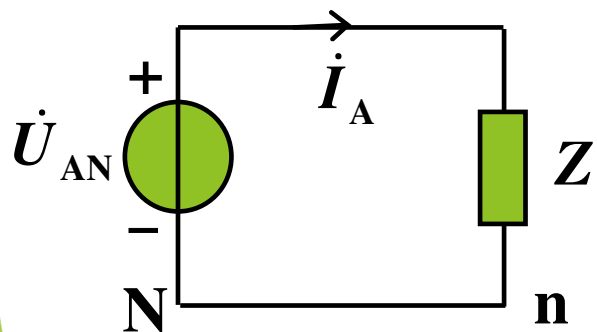
(5) 由对称性, 得出其它两相的电压、电流。

# 例1



已知对称三相电源的  
线电压为380V，对称  
负载  $Z=100\angle 30^\circ \Omega$   
求线电流。

解：连接中线Nn，取A相为例计算



设  $\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$      $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

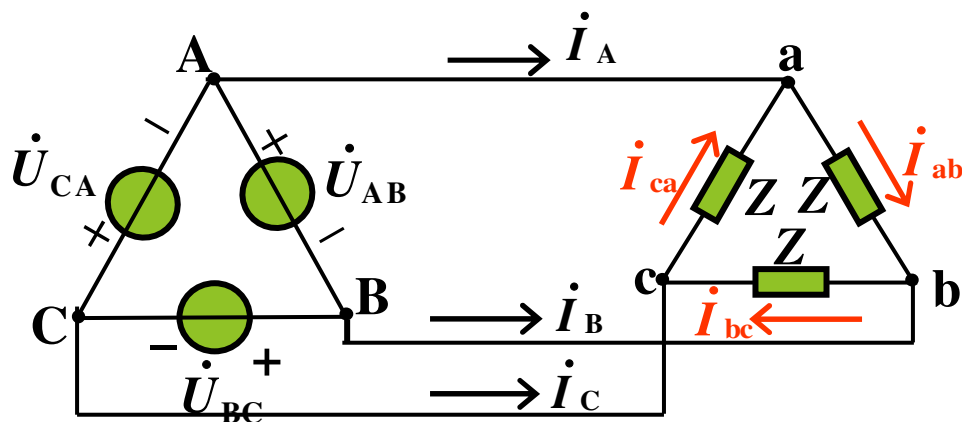
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{100\angle 30^\circ} = 2.2\angle -30^\circ \text{ A}$$

由对称性，得  $\dot{I}_B = 2.2\angle -150^\circ \text{ A}$

$$\dot{I}_C = 2.2\angle 90^\circ \text{ A}$$



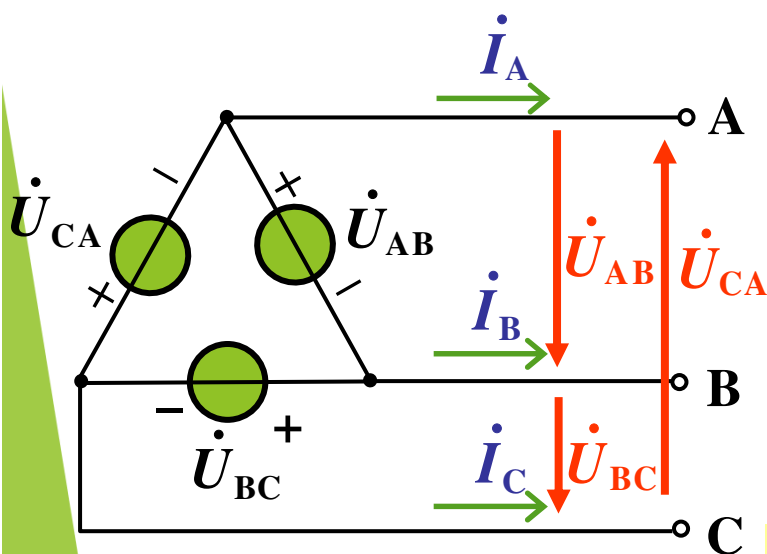
例2



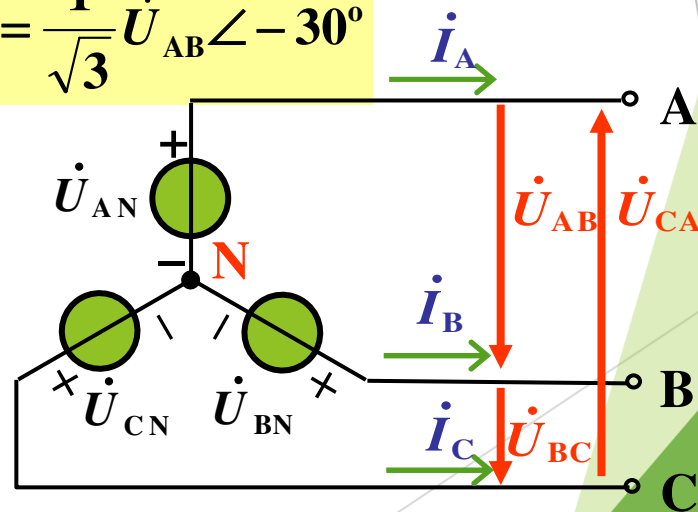
已知对称三相电源的  
线电压为**380V**，对称  
负载 **$Z = 100 \angle 30^\circ \Omega$**   
求线电流。

解： 化为Y-Y

将 $\Delta$ 接电源用Y接电源替代，**保证其线电压相等。**

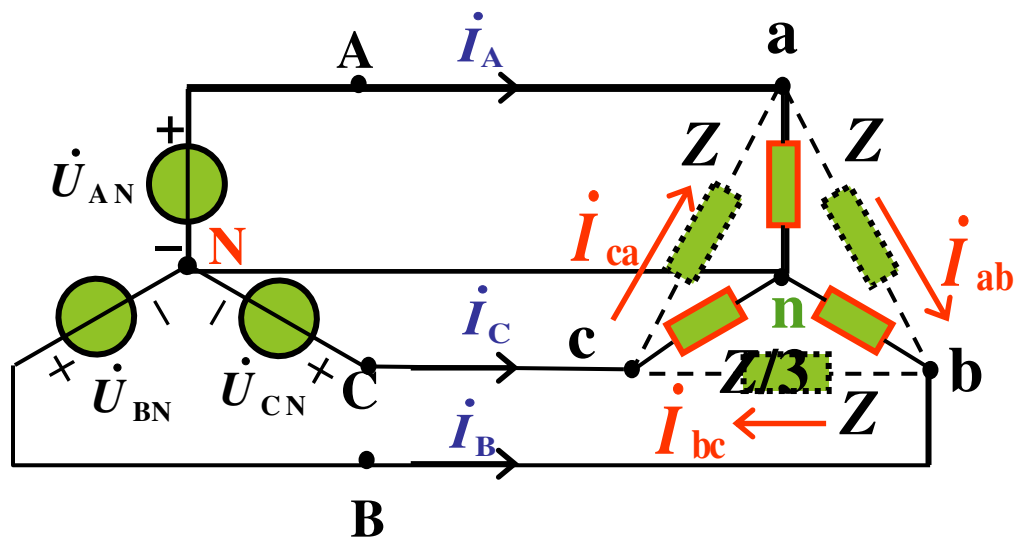


$$\dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ$$



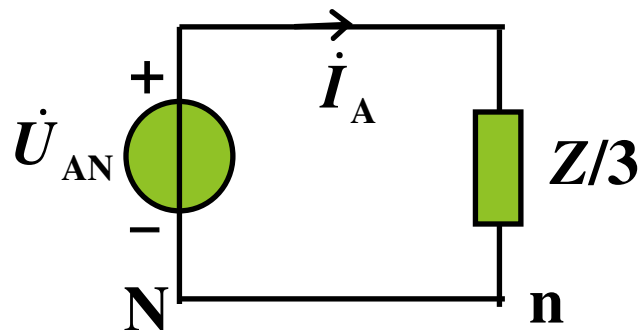
$$\dot{U}_{BN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{BC} \angle -30^\circ$$

$$\dot{U}_{CN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{CA} \angle -30^\circ$$



将负载 $\Delta$ -Y变换

连接中线Nn，取A相为例计算



设  $\dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$      $\dot{U}_{AN} = 220 \angle -30^\circ \text{ V}$

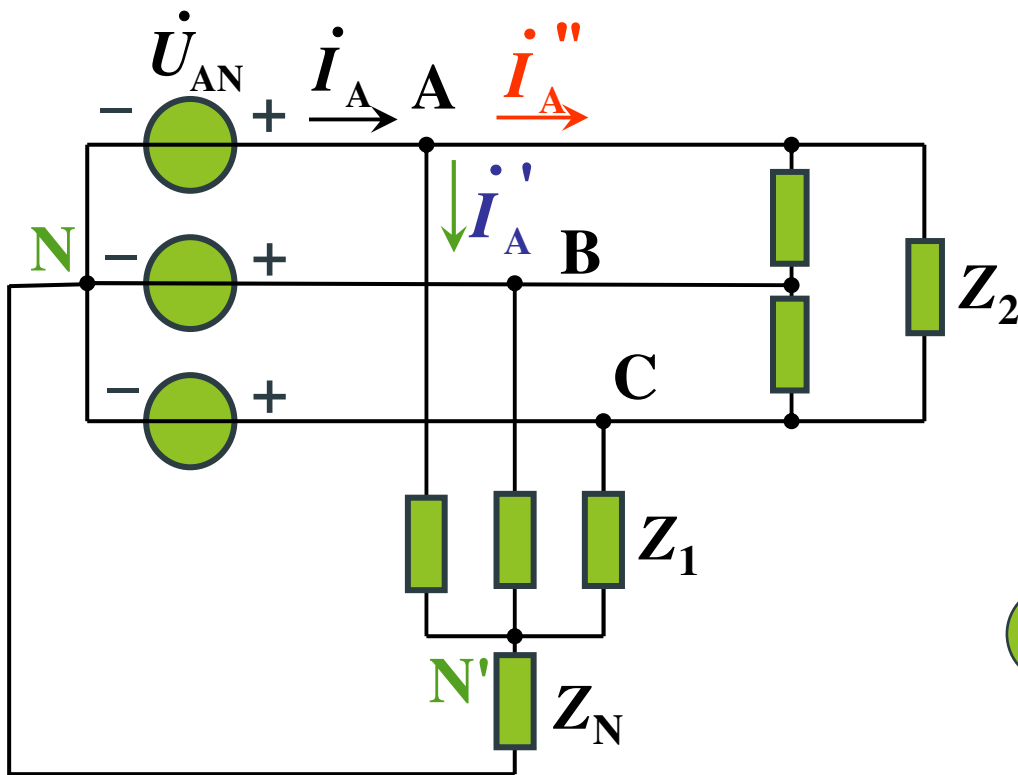
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z/3} = \frac{220 \angle -30^\circ}{100 \angle 30^\circ / 3} = 6.6 \angle -60^\circ \text{ A}$$

由对称性，得  $\dot{I}_B = 6.6 \angle -180^\circ = -6.6 \text{ A}$

$$\dot{I}_C = 6.6 \angle 60^\circ \text{ A}$$

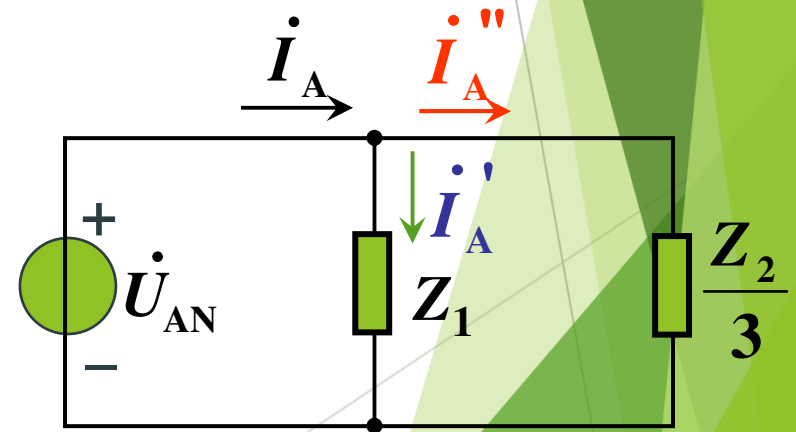
**例3** 如图对称三相电路，电源线电压为 $380\text{V}$ ， $|Z_1|=10\Omega$ ， $\cos\varphi_1=0.6$ (滞后)， $Z_2=-j50\Omega$ ， $Z_N=1+j2\Omega$ 。

求：线电流、相电流。



解：设  $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{V}$

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{V}$$



$$\cos \varphi_1 = 0.6, \varphi_1 = 53.1^\circ$$

$$Z_1 = 10 \angle 53.1^\circ = 6 + j8 \Omega$$

$$Z_2' = \frac{1}{3} Z_2 = -j \frac{50}{3} \Omega$$

$$\dot{I}_A' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 \angle 53.13^\circ} = 22 \angle -53.13^\circ \text{ A} = 13.2 - j17.6 \text{ A}$$

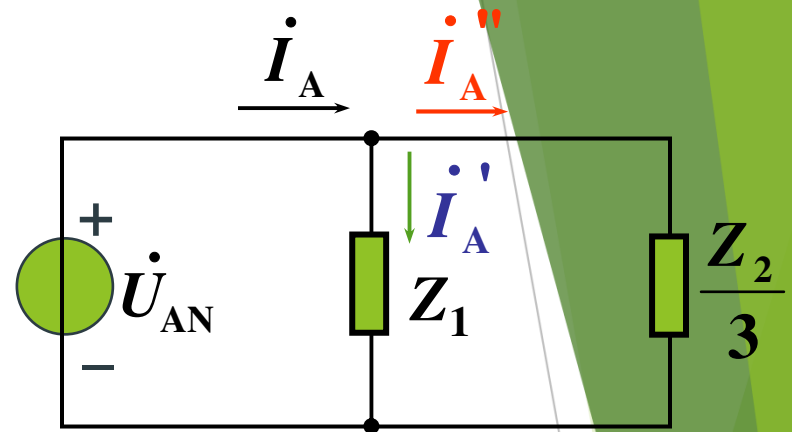
$$\dot{I}_A'' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2'} = \frac{220 \angle 0^\circ}{-j50/3} = j13.2 \text{ A} \quad \text{负载端}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_A' + \dot{I}_A'' = 13.9 \angle -18.4^\circ \text{ A}$$

根据对称性，得B、C相的线电流、相电流：

$$\dot{I}_B = 13.9 \angle -138.4^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = 13.9 \angle 101.6^\circ \text{ A}$$



## 2. 对称三相电路的一般计算步骤:

(1) 将所有三相电源、负载都变换为等效的Y—Y接电路;

(2) 连接各负载和电源中点, 中线上若有阻抗可忽略;

(3) 画出单相计算电路, 求出一相的电压、电流:

一相电路中的电压为Y接时的相电压。

一相电路中的电流为Y接时的相电流（线电流）。

(4) 根据 $\Delta$ 接、Y接时线电压/电流、相电压/电流之间的关系, 求出原电路的电压、电流。

变换前后线电压、线电流保持不变。

(5) 由对称性, 得出其它两相的电压、电流。

### 三、不对称三相电路分析简介

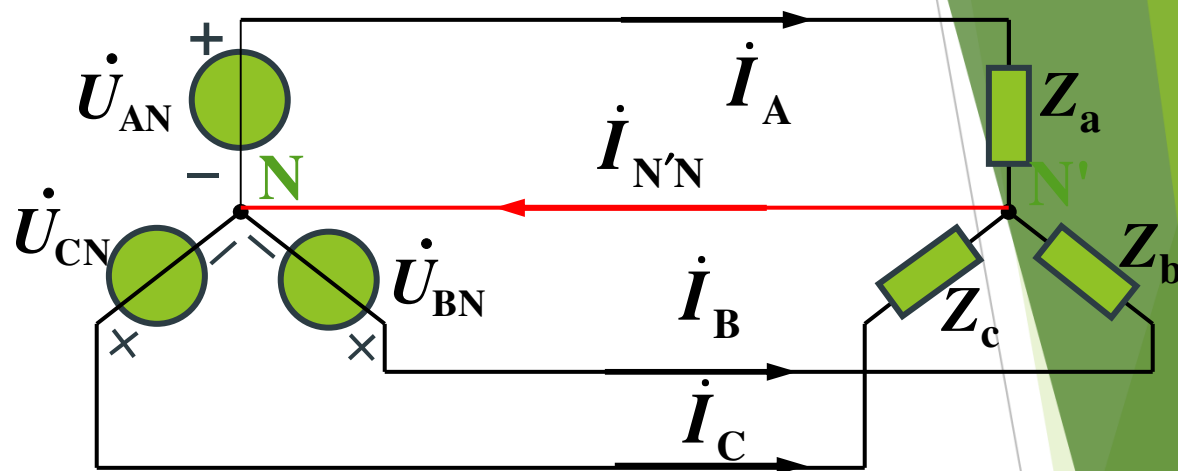
不对称 { 电源不对称程度小(由系统保证)。  
电路参数(负载)不对称情况很多。

讨论对象：电源对称，负载不对称(低压电力网)。

分析方法： { 不能抽单相。  
复杂交流电路分析方法。

主要了解：中性点位移。

## 1. 有中线



(1) 负载上的相电压仍为对称三相电压；

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_a} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BN}}{Z_b} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{CN}}{Z_c}$$

各相可分别计算

(2) 由于三相负载不对称，则三相电流不对称；

不能抽单相

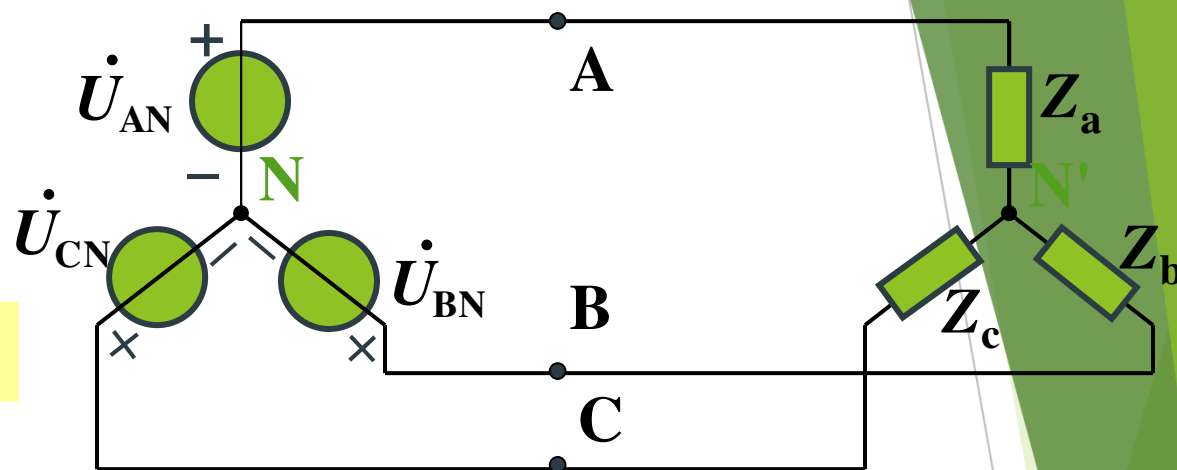
$$\dot{I}_{N'N} = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_a} + \frac{\dot{U}_{BN}}{Z_b} + \frac{\dot{U}_{CN}}{Z_c} \neq 0$$

(3) 中线电流不为零。



## 2. 无中线

无法分别计算各相



三相负载 $Z_a$ 、 $Z_b$ 、 $Z_c$ 不相同。

节点电压法

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_{AN}/Z_a + \dot{U}_{BN}/Z_b + \dot{U}_{CN}/Z_c}{1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c} \neq 0$$

负载各相电压:

$$\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{N'N}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{N'N}$$

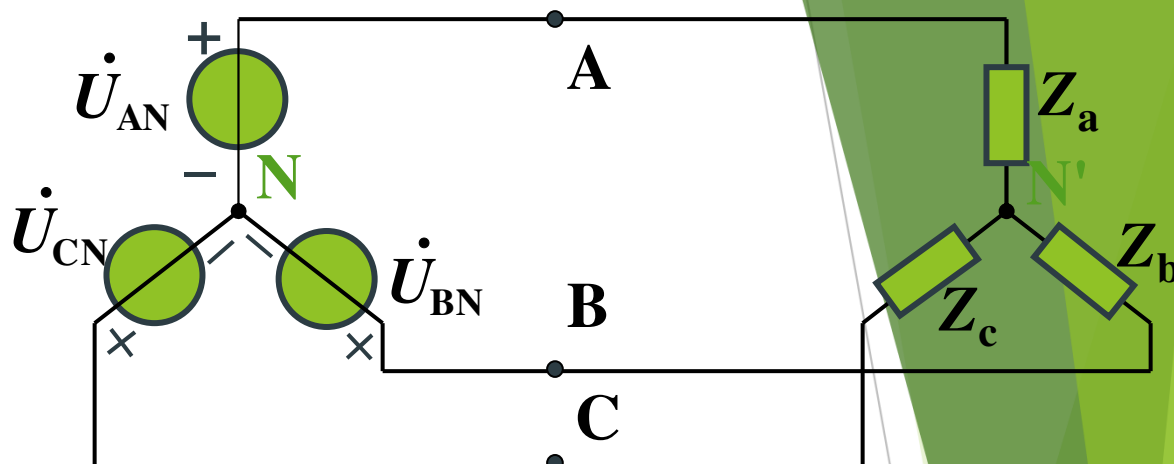
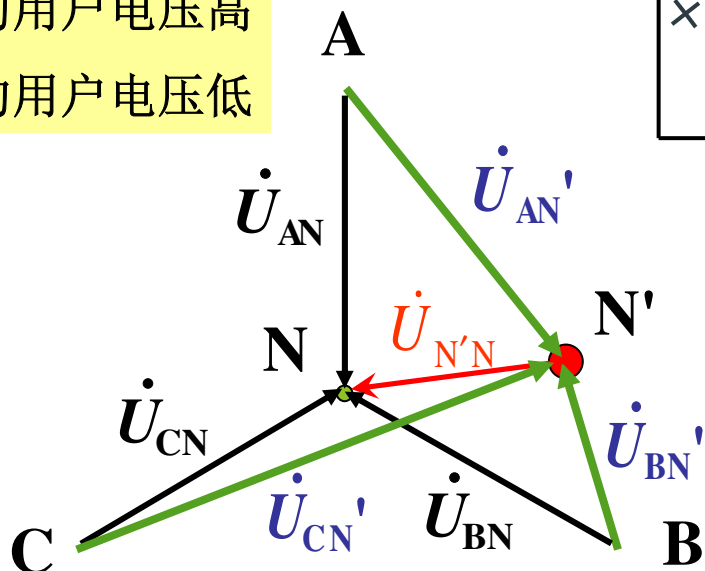
$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{N'N}$$

相电压不对称

线(相)电流也不对称

配电网基本上采用  
三相四线制

有的用户电压高  
有的用户电压低



$$\dot{U}_{N'N} \neq 0$$

$$\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{N'N}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{N'N}$$

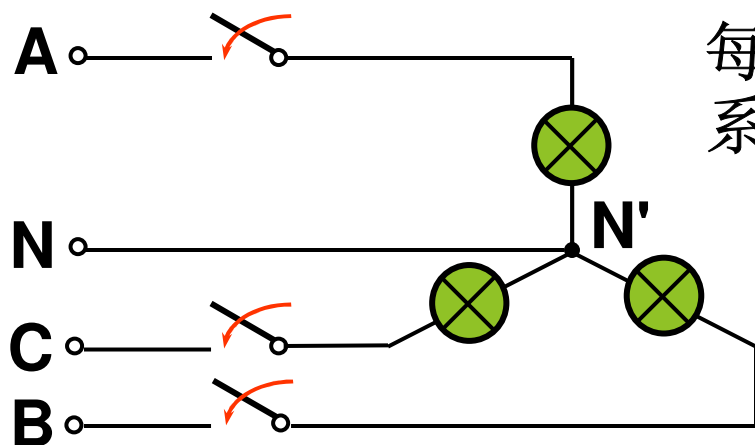
$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{N'N}$$

负载中点与电源中点不重合，这个现象称为**中点位移**。

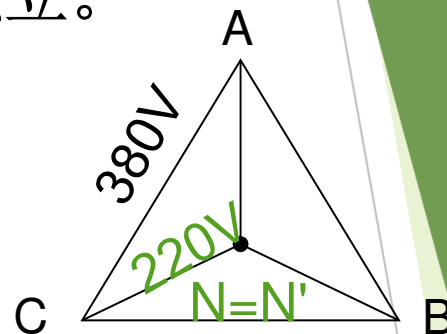
$\dot{U}_{N'N}$  称为**中点位移电压**。

## 例1. 照明电路:

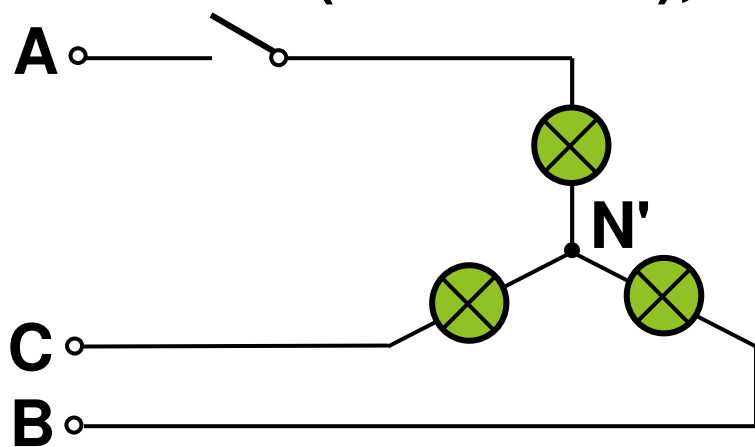
(1) 正常情况下, 三相四线制, 中线阻抗约为零。



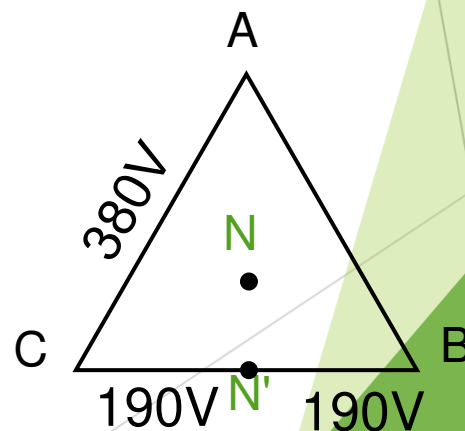
每相负载的工作情况没有相互联系, 相对独立。



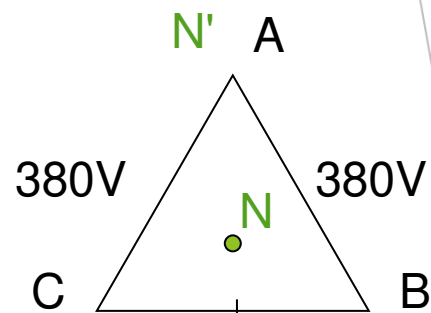
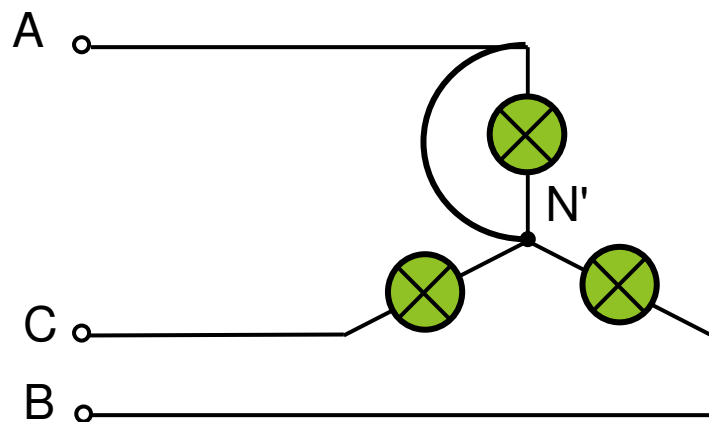
(2) 假设中线断了(三相三线制), A相电灯没有接入电路(三相不对称)



灯泡未在额定电压下工作, 灯光昏暗。



### (3) A相短路



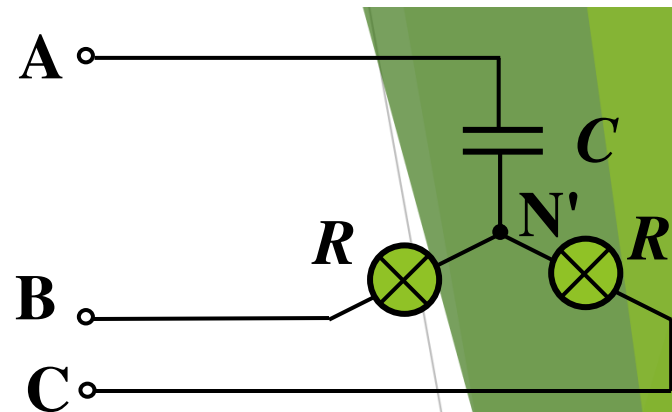
超过灯泡的额定电压，灯泡可能烧坏。

- 结论：**
- (a) 照明中线不装保险，并且中线较粗。一是减少损耗，二是加强强度(中线一旦断了，负载就不能正常工作)。
  - (b) 要消除或减少中点的位移，尽量减少中线阻抗，然而从经济的观点来看，中线不可能做得很粗，应适当调整负载，使其接近对称情况。

**例2** 相序仪电路。已知 $1/(\omega C)=R$

三相电源对称。

求：灯泡承受的电压。



解：

设 $\dot{U}_{AN} = U\angle 0^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{U}_{BN} = U\angle -120^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{U}_{CN} = U\angle 120^\circ \text{ V}$

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{j\omega C \dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN}/R + \dot{U}_{CN}/R}{j\omega C + 1/R + 1/R} = \frac{j\dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN} + \dot{U}_{CN}}{2 + j1} \rightarrow -\dot{U}_{AN}$$

$$= \frac{(-1 + j)\dot{U}_{AN}}{2 + j1} = 0.632\angle 108.4^\circ \dot{U}_{AN} = 0.632U\angle 108.4^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{N'N} = U\angle -120^\circ - 0.632U\angle 108.4^\circ = 1.5U\angle -101.5^\circ \text{ V}$$

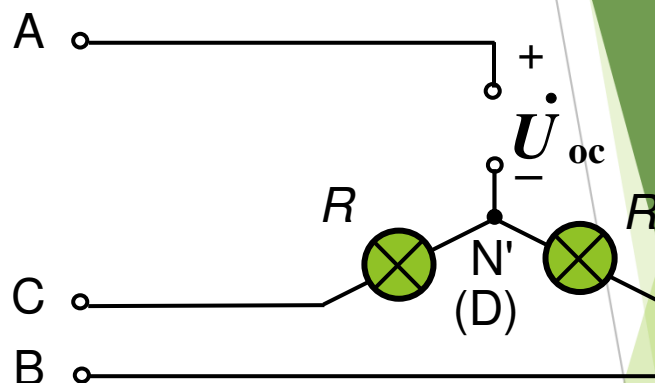
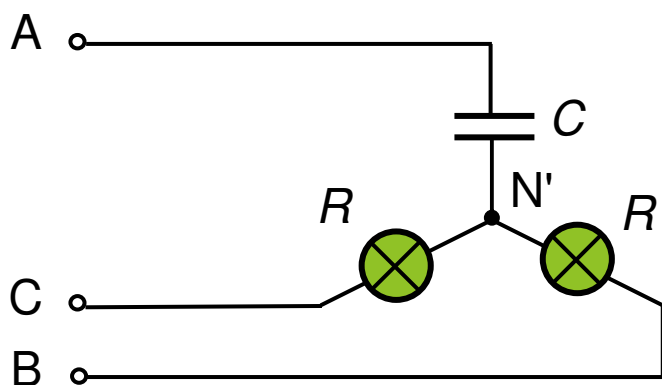
$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{N'N} = U\angle 120^\circ - 0.632U\angle 108.4^\circ = 0.4U\angle 138.4^\circ \text{ V}$$

A相的任意性

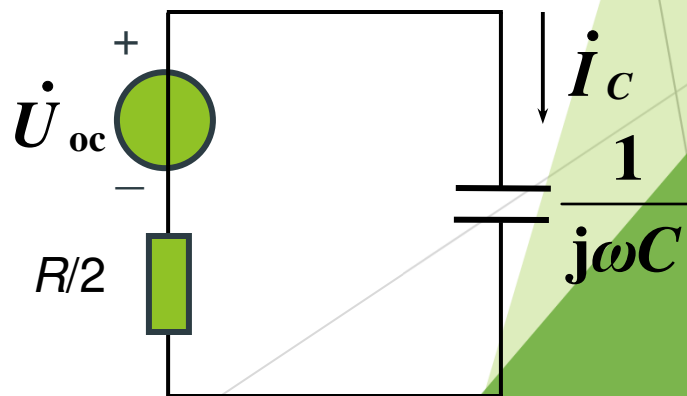
若以接电容一相为A相，则较亮的灯为B相，较暗的灯为C相。

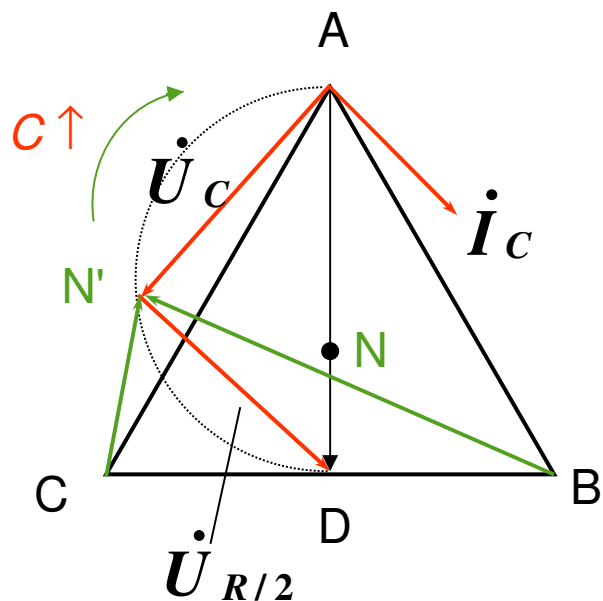
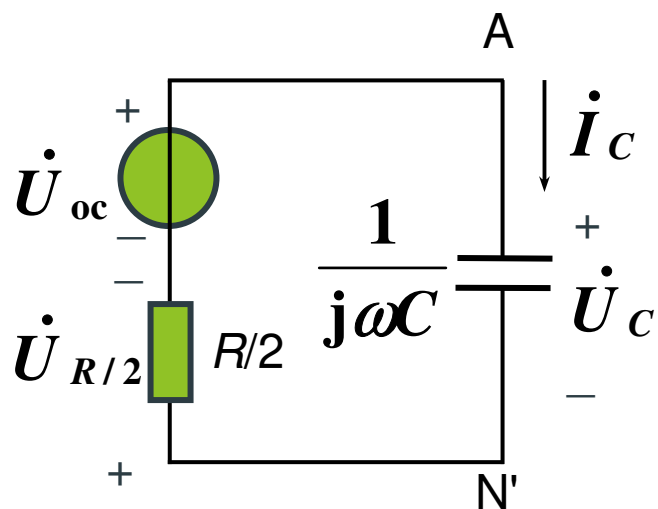
上面分析的是电容 $C$ 的一个特定值，即 $1/(\omega C)=R$ 时。下面分析当 $C$ 为任意值时，这个结论也正确。

定性分析：



$$\dot{U}_{oc} = \dot{U}_{AN'} = \dot{U}_{AD}$$





①  $C=0$ ,  $1/(\omega C)=\infty$ , 开路。  
 $N'$ 点在 $BC$ 的中点( $D$ 点)。

②  $C=\infty$ ,  $1/(\omega C)=0$ 。  
 $N'$ 点移到的 $A$ 点。

③ 当 $C$ 为其它值时 $\dot{I}_C$ 领先 $\dot{U}_{oc}$ 。

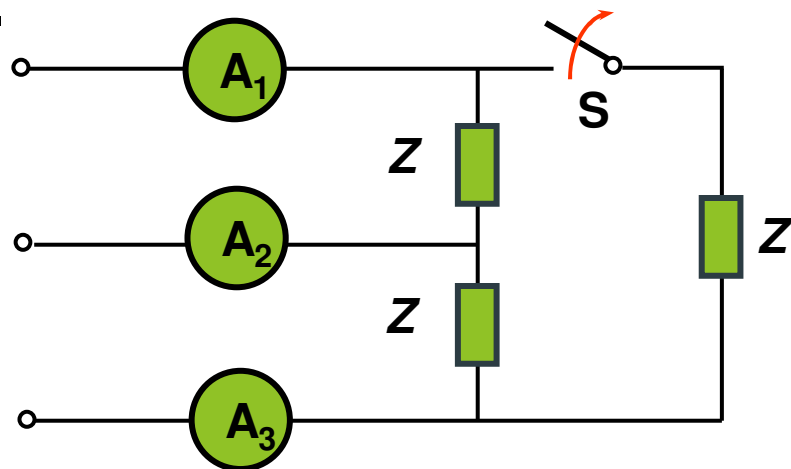
$$\dot{U}_{oc} = \dot{U}_C + \dot{U}_{R/2}$$

$N'$ 在半圆上移动。

从位形图上看到 $U_{BN'} > U_{CN'}$ 。

故 $B$ 相灯比 $C$ 相的亮。

例3.



如图电路中，电源三相对称。当开关**S**闭合时，电流表的读数均为**5A**。

求：开关**S**打开后各电流表的读数。

解：开关**S**打开后，电流表**A<sub>2</sub>**中的电流与负载对称时的电流相同。而**A<sub>1</sub>**、**A<sub>3</sub>**中的电流相当于负载对称时的相电流。

电流表**A<sub>2</sub>**的读数=5A

电流表**A<sub>1</sub>**、**A<sub>3</sub>**的读数=  $5 / \sqrt{3} = 2.89\text{A}$



## 四、三相电路的功率

### 1. 对称三相电路的平均功率 $P$

一相负载的功率  $P_p = U_p I_p \cos \varphi_p$

三相总功率  $P = 3P_p = 3U_p I_p \cos \varphi_p$

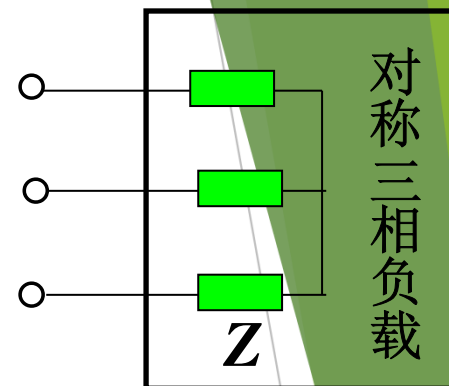
Y接:  $U_l = \sqrt{3}U_p, I_l = I_p$

$$P = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} U_l I_l \cos \varphi_p = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_p$$

$\Delta$ 接:  $U_l = U_p, I_l = \sqrt{3}I_p$

$$P = 3U_l \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} I_l \cos \varphi_p = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_p$$

对称三相电路平均功率:  $P = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_p$



对称三相负载  $Z = |Z| \angle \varphi$

**注意:**  $\varphi_p$  为相电压与相电流的相位差角(Y接负载单相阻抗角)。

## 2. 无功功率

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3Q_p$$

$$Q = 3U_p I_p \sin \varphi_p = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi_p$$

## 3. 视在功率

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_p I_p = \sqrt{3} U_l I_l$$

功率因数也可定义为：

$$\cos \varphi = P/S \quad (\text{不对称时 } \varphi \text{ 无意义})$$

一般来讲， $P$ 、 $Q$ 、 $S$  都是指三相总和。

## 4. 对称三相负载的瞬时功率

$$\text{设} \quad u_A = \sqrt{2} U_p \sin \omega t \quad i_A = \sqrt{2} I_p \sin(\omega t - \varphi)$$

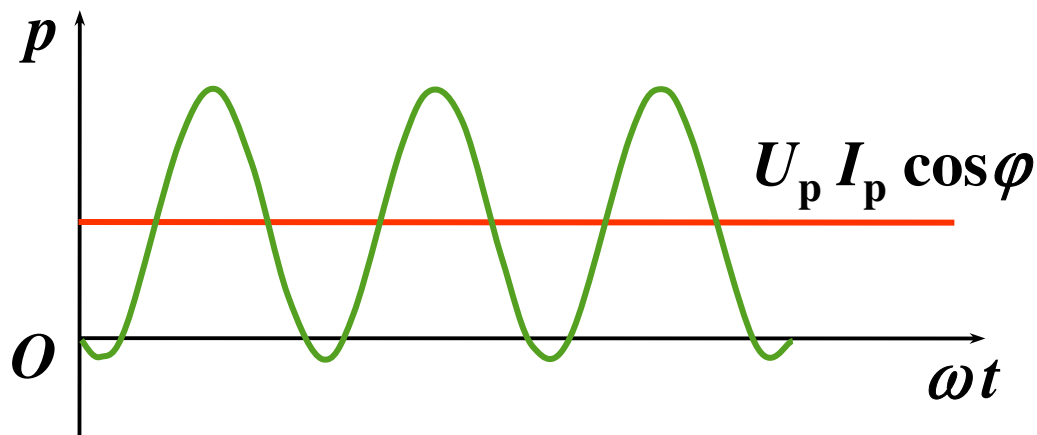
$$\begin{aligned} \text{则} \quad p_A &= u_A i_A = 2U_p I_p \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) \\ &= U_p I_p [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \end{aligned}$$

$$p_A = u_A i_A = U_p I_p \cos \varphi - U_p I_p \cos(2\omega t - \varphi)$$

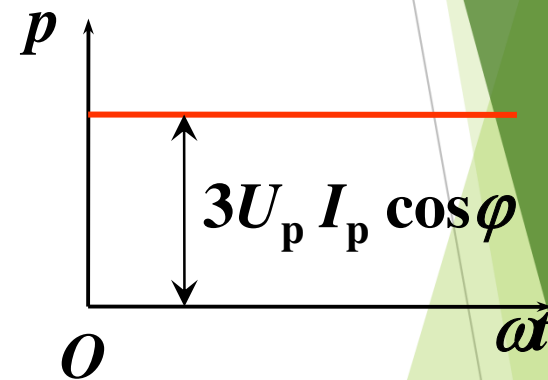
$$p_B = u_B i_B = U_p I_p \cos \varphi - U_p I_p \cos[(2\omega t - 240^\circ) - \varphi]$$

$$p_C = u_C i_C = U_p I_p \cos \varphi - U_p I_p \cos[(2\omega t + 240^\circ) - \varphi]$$

$$p = p_A + p_B + p_C = 3U_p I_p \cos \varphi = P$$



单相：瞬时功率脉动

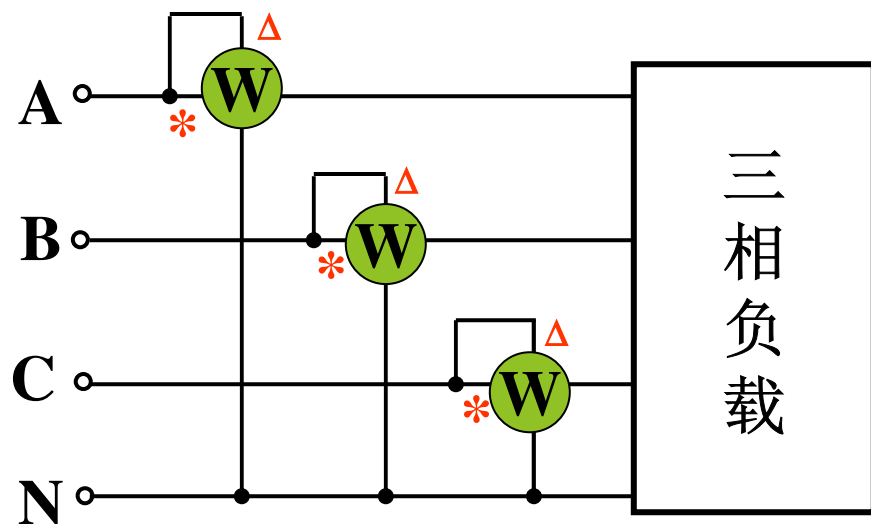


三相：瞬时功率恒定，  
转矩  $m \propto p$   
可以得到均衡的机械力矩。

## 五. 三相电路功率的测量

### (1) 三表法

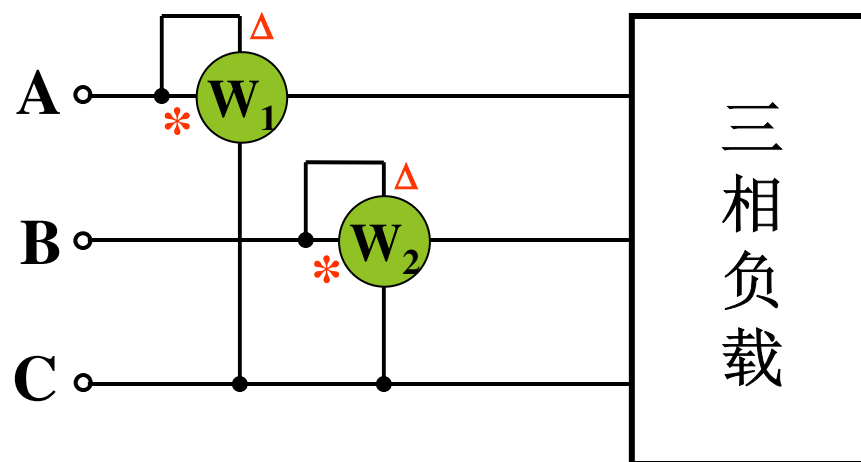
$$P = P_A + P_B + P_C$$



适用于  
三相四线制

若负载对称，则需一块表，读数乘以 3。

## (2) 两表法



若 $W_1$ 的读数为 $P_1$ ， $W_2$ 的读数为 $P_2$ ，则  $P=P_1+P_2$   
即为三相总功率。

证明：(设负载为Y接)

$$p = u_{an} i_A + u_{bn} i_B + u_{cn} i_C$$

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (\text{KCL})$$

$$i_C = -(i_A + i_B)$$

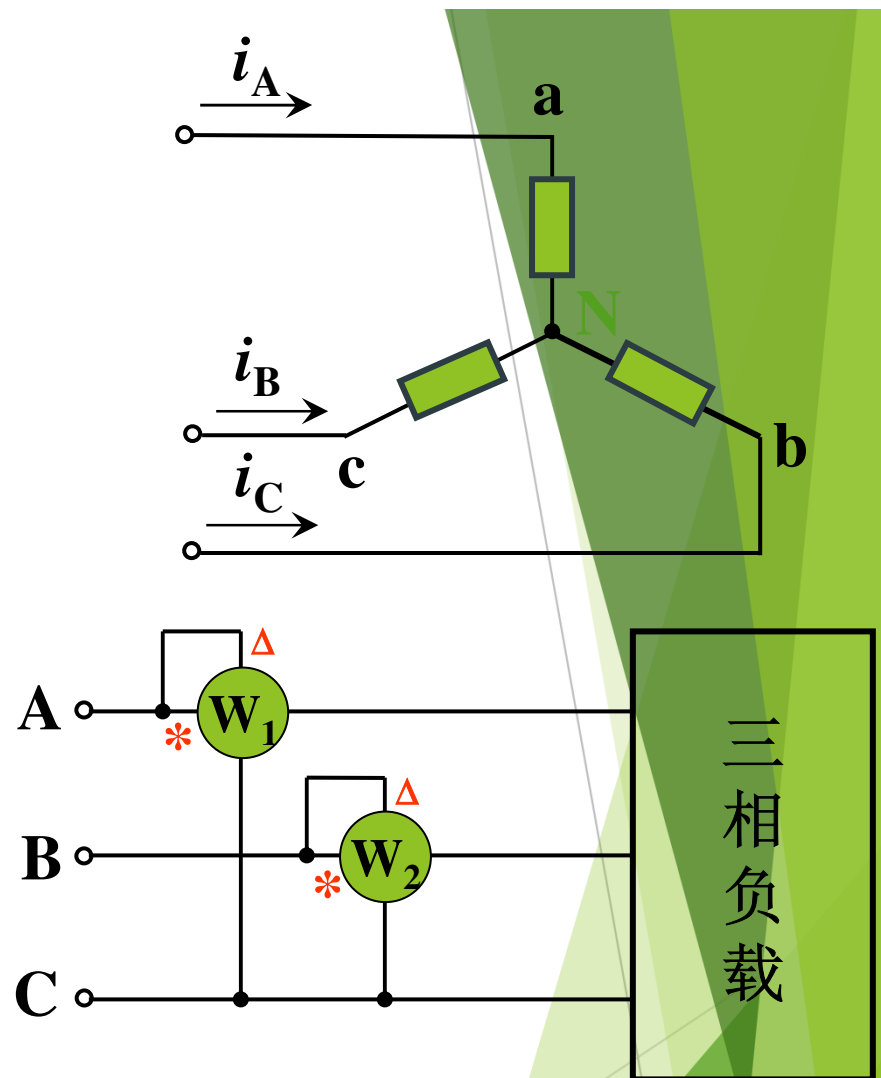
$$p = (u_{an} - u_{cn}) i_A + (u_{bn} - u_{cn}) i_B$$

$$= u_{ac} i_A + u_{bc} i_B$$

$$P = U_{ac} I_A \cos \varphi_1 + U_{bc} I_B \cos \varphi_2$$

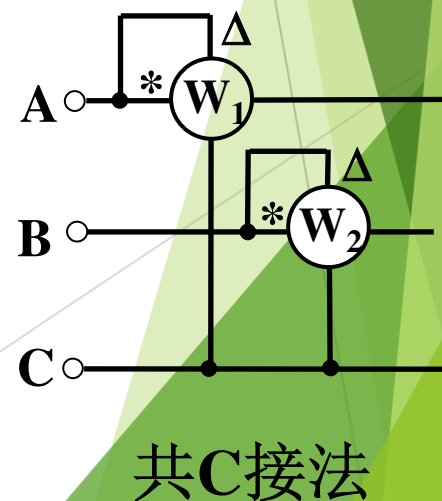
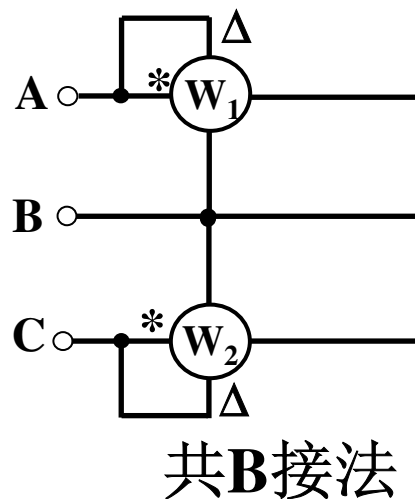
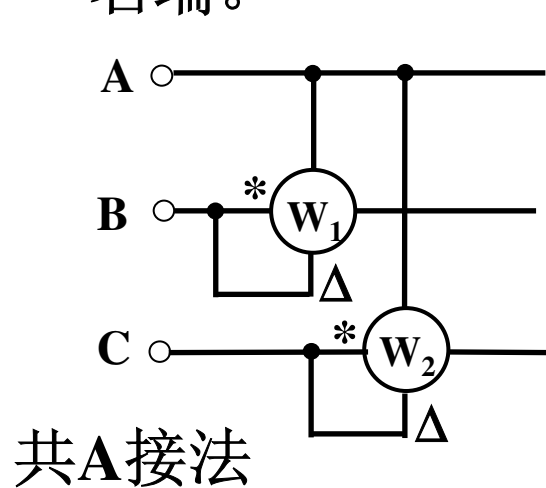
$\varphi_1$ :  $u_{ac}$  与  $i_A$  的相位差,  $\varphi_2$ :  $u_{bc}$  与  $i_B$  的相位差。

最后表达式仅与线电压有关, 所以也适用 $\Delta$ 接。



注意：

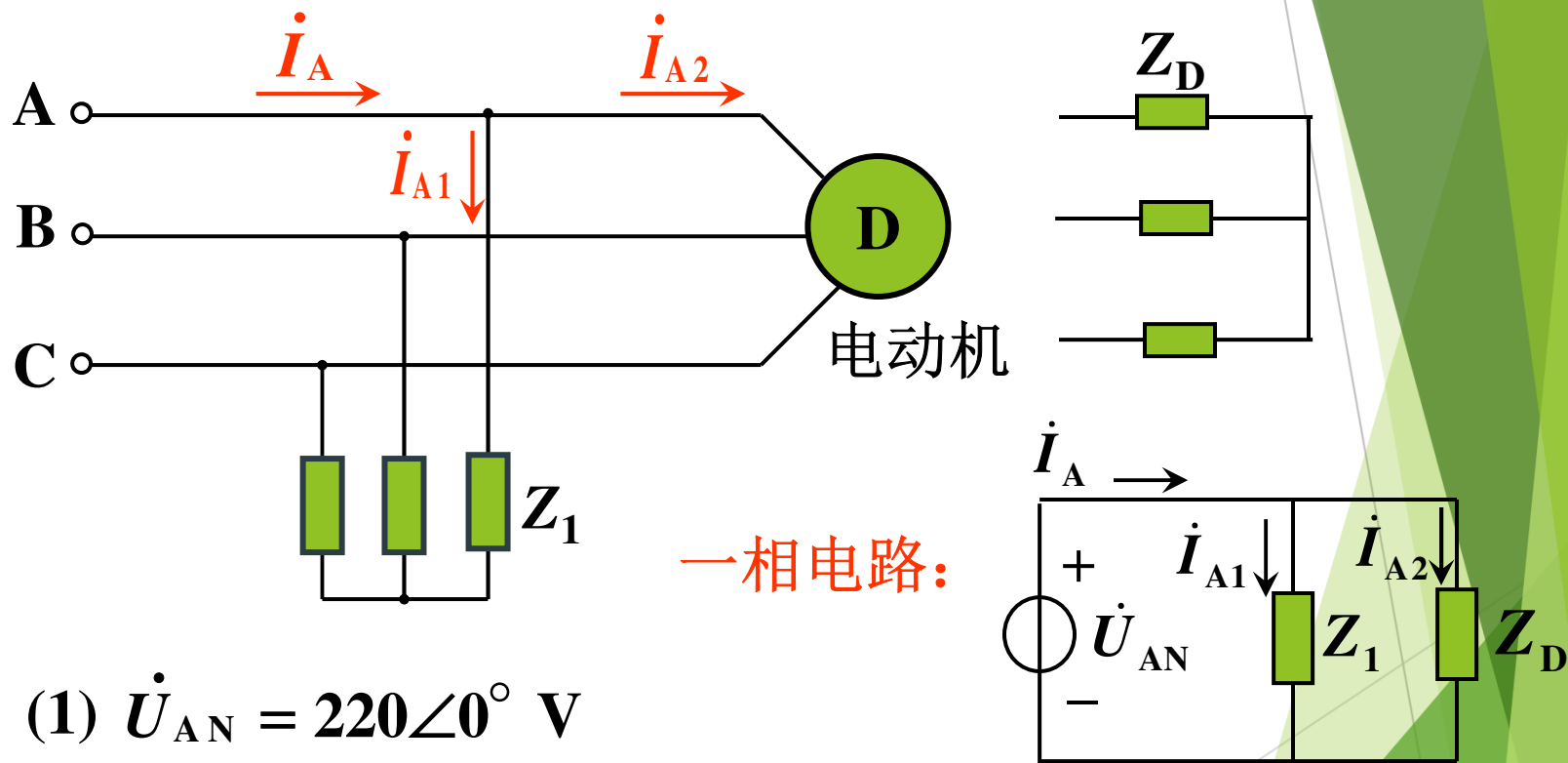
- (1) 只有在  $i_A + i_B + i_C = 0$  这个条件下，才能用二表法(Y接,  $\Delta$ 接)，因此不能用于不对称三相四线制。
- (2) 两块表读数的代数和为三相总功率，每块表的单独读数无意义。
- (3) 按正确极性接线时，二表中可能有一个表的读数为负，此时功率表指针反转，将其电流线圈极性反接后，指针指向正数，但此时读数应记为负值。
- (4) 两表法测三相功率的接线方式有三种，注意功率表的同名端。



**例5**  $U_l = 380\text{V}$ ,  $Z_1 = 30 + j40\Omega$ , 电动机  $P_D = 1700\text{W}$ ,  $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。

求：(1) 线电流和电源发出总功率；

(2) 用两表法测电动机负载的功率，画接线图，求两表读数。

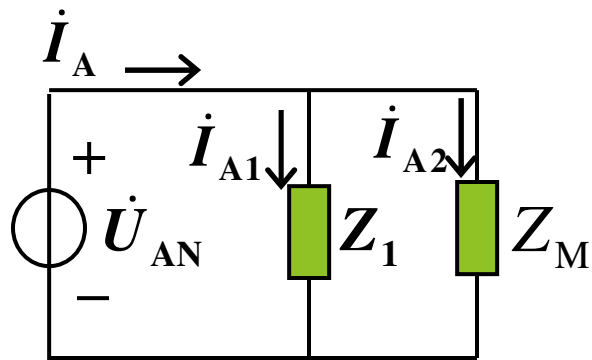


一相电路：

解：(1)  $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + j40} = 4.41\angle -53.1^\circ \text{ A}$$





电动机负载:

$$P_M = \sqrt{3} U_L I_{A2} \cos \varphi = 1700 \text{ W}$$

$$I_{A2} = \frac{P_M}{\sqrt{3} U_L \cos \varphi} = \frac{P_M}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.23 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = 0.8 (\text{滞后}), \varphi = 36.9^\circ \rightarrow$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

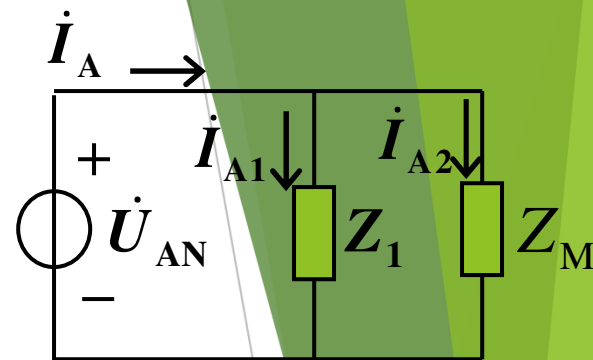
Y接阻抗单相阻抗角

A相电压电流相位差

$$\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V} \quad \dot{I}_{A1} = 4.41\angle -53.1^\circ \text{ A}$$

总电流:

$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$



$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} \\ &= 4.41\angle -53.1^\circ + 3.23\angle -36.9^\circ = 7.56\angle -46.2^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{总}} &= \sqrt{3} U_L I_A \cos \varphi_{\text{总}} & \varphi_{\text{总}} &= \psi_{u_{AN}} - \psi_{i_A} = 46.2^\circ \\ &= \sqrt{3} \times 380 \times 7.56 \times \cos 46.2^\circ = 3.44 \text{ kW} \end{aligned}$$

另解:

$$P_{Z1} = 3 \times I_{A1}^2 \times R_1 = 3 \times 4.41^2 \times 30 = 1.74 \text{ kW}$$

$$P_{\text{总}} = P_{Z1} + P_D = 1.74 + 1.7 = 3.44 \text{ kW}$$

(2) 两表的接法如图。

$$\dot{I}_{A2} = 3.23 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{B2} = 3.23 \angle -156.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{AB} = 380 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AC} &= -\dot{U}_{CA} = -380 \angle 150^\circ \text{ V} \\ &= 380 \angle -30^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{BC} = 380 \angle -90^\circ \text{ V}$$

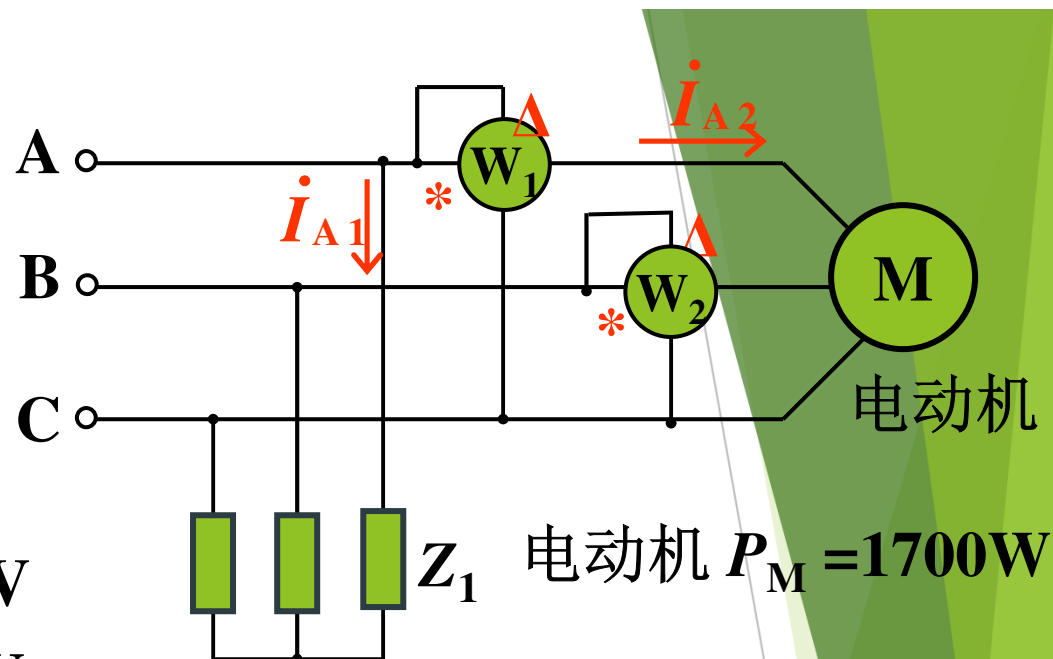
表  $W_1$  的读数:  $P_1 = U_{AC} I_{A2} \cos \varphi_1 = 380 \times 3.23 \cos(-30^\circ + 36.9^\circ)$

$$= 380 \times 3.23 \cos(6.9^\circ) = 1219 \text{ W}$$

1700W

表  $W_2$  的读数:  $P_2 = U_{BC} I_{B2} \cos \varphi_2 = 380 \times 3.23 \cos(-90^\circ + 156.9^\circ)$

$$= 380 \times 3.23 \cos(66.9^\circ) = 481 \text{ W}$$



# 总结

- 对称三相相线关系
  - Y接  $\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ$
  - $\Delta$ 接  $\dot{I}_A = \sqrt{3}\dot{I}_{ab} \angle -30^\circ$
- 对称三相电路求解
  - 抽A相，相线关系
- 三相电路的功率
  - 公式  $P_3 = 3U_P I_P \cos \varphi_P = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi_P$
  - 测量：三表法、二表法
  - 电动机