

第一章 磁路

电力拖动中广泛应用的电机、变压器及部分控制电机都是依靠电与磁相互作用而运行的，它们的工作原理既涉及电路又涉及磁路。

- 1.1 磁场基本物理量
- 1.2 磁性材料
- 1.3 磁路的计算
- 1.4 交流铁心线圈
- 1.5 电磁铁

1.1 磁场的基本物理量

• 磁感应强度 B

描述磁场强弱与方向的物理量

定义： 单位正电荷以单位速度向垂直于磁场方向的方向上运动时所受的机械力。

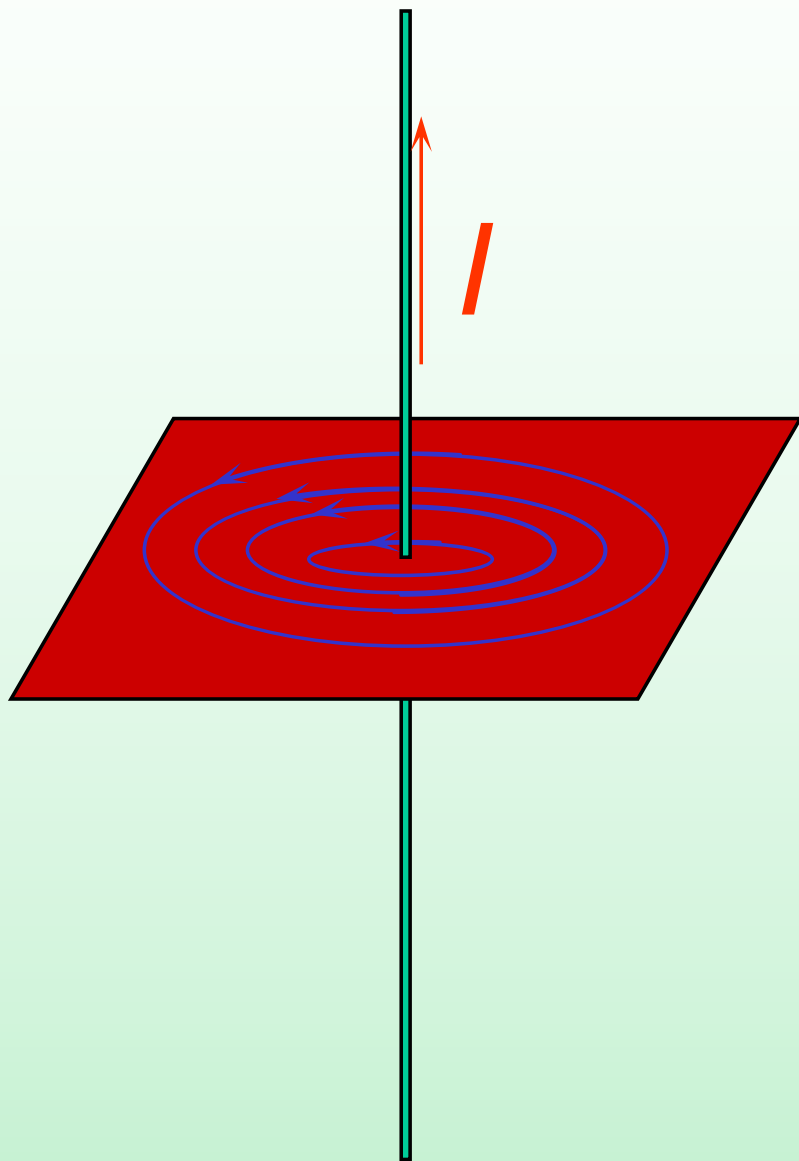
$$B = \frac{F}{qv}$$

方向： B 与产生磁场的电流方向符合右手螺旋定则。

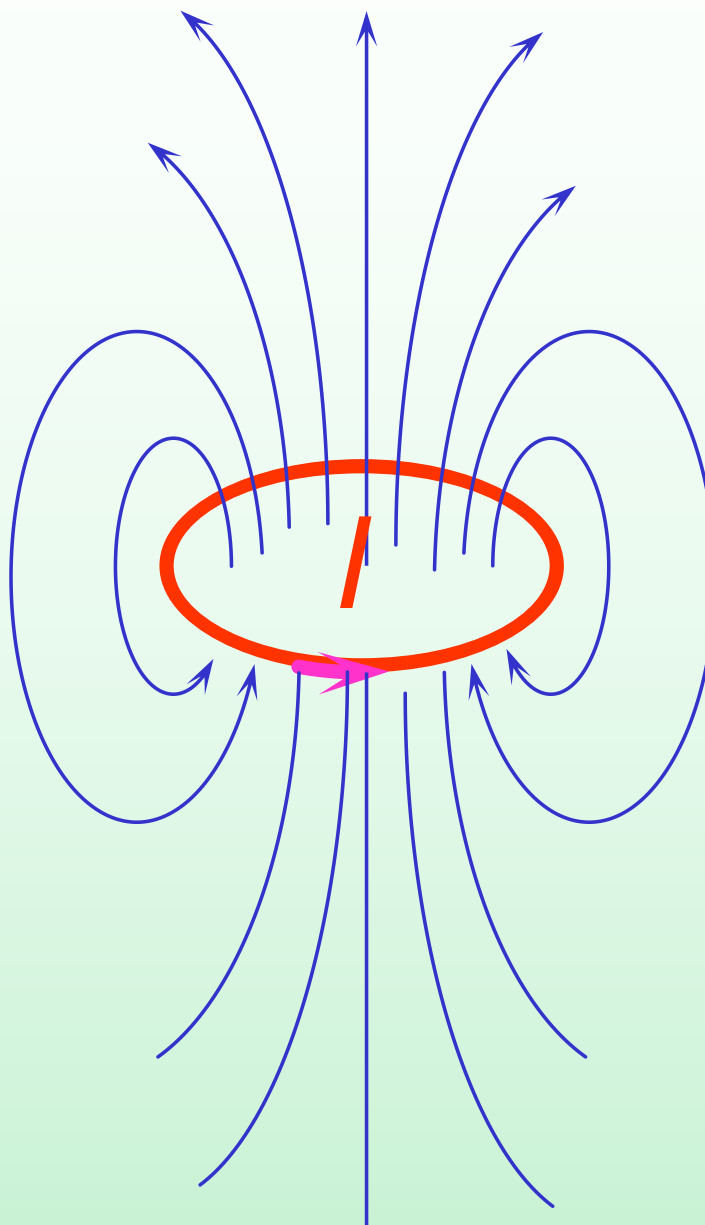
单位： 磁感应强度的单位： T （特斯拉）

$$1T = 10^4 G \quad (\text{高斯})$$

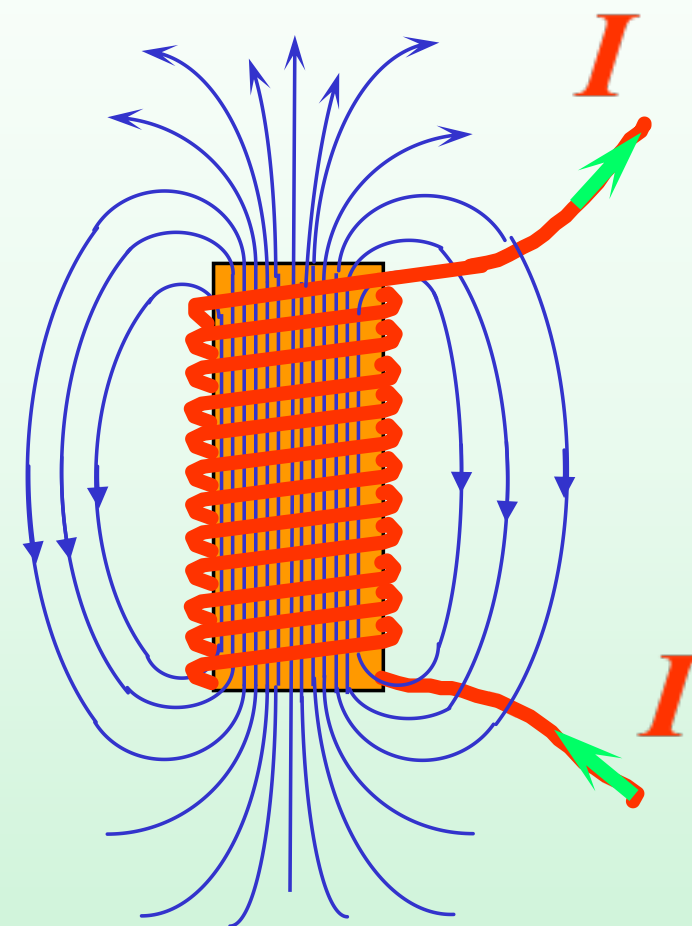
直线电流的 磁力线分布



圆电流的磁 力线分布



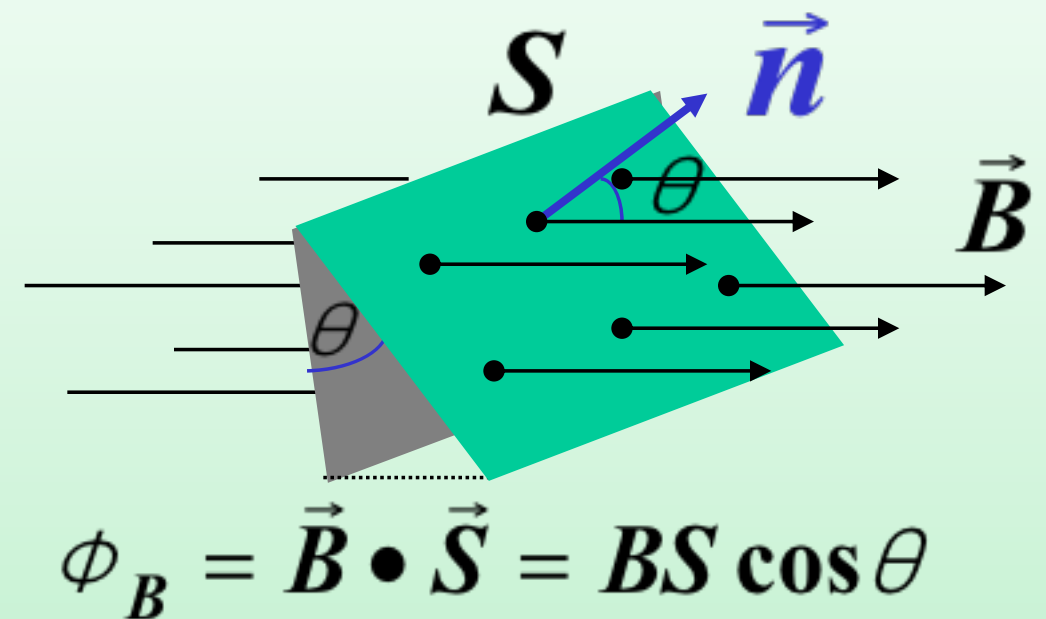
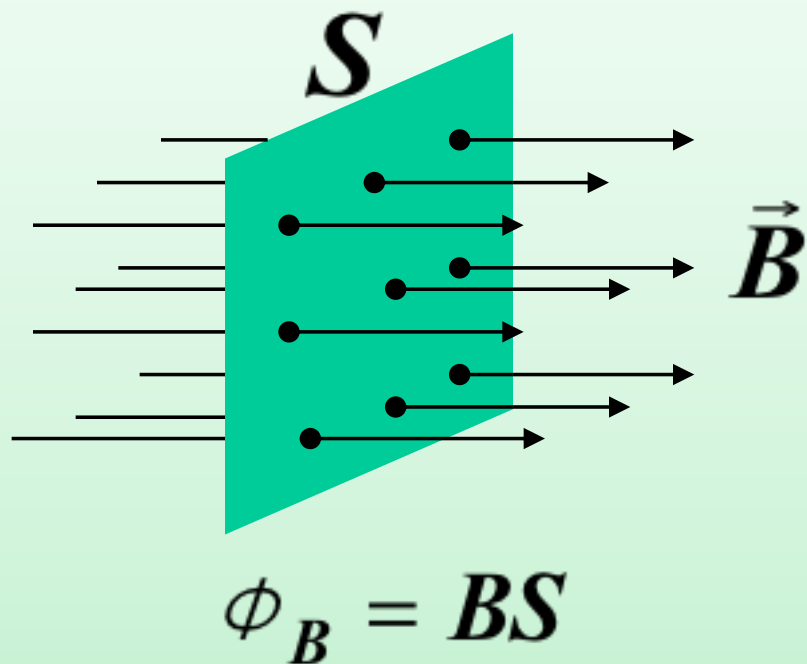
通电螺线管的 磁力线分布



- 磁通：穿过任意曲面的磁感应强度通量

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

(单位：韦伯)



- 磁场强度H和磁导率 μ

计算导磁物质（磁介质）中某点的磁场时引入一个辅助性的物理量H，它与B的关系为：

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

H的国际单位为安培每米（A/m）， μ 为导磁率，表明物质的导磁能力。H的大小只与电流大小、线圈匝数、及几何位置有关，而与介质的磁性无关但磁感应强度与磁场媒介的磁性有关。

真空的导磁率为： $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)

铁磁材料的导磁率 $\mu \gg \mu_0$ ，例如铸钢的导磁率大约真空的1000倍，各种硅钢片约为真空的6000-7000倍。

相对磁导率：
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{\mu H}{\mu_0 H} = \frac{B}{B_0}$$

{ 磁性材料： $\mu > \mu_0 \quad \mu_r > 1$

非磁性材料： $\mu \approx \mu_0 \quad \mu_r \approx 1$

磁场的物理量见表1.1.1

1.2 磁性材料

1.2.1 介质的磁化

物质从不表现磁性变为具有一定的磁性叫磁化。

\vec{B}_0 \longrightarrow 传导电流的磁场

\vec{B}^1 \longrightarrow 介质磁化所产生的附加磁场

\vec{B} \longrightarrow 介质中的合磁场

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}^1$$

一、磁介质的分类

顺磁质: \vec{B}^1 与 \vec{B}_0 同向, $B > B_0$, $\mu_r > 1$

弱磁质

抗磁质: \vec{B}^1 与 \vec{B}_0 反向, $B < B_0$, $\mu_r < 1$

铁磁质: \vec{B}^1 与 \vec{B}_0 同向, $B \gg B_0$, $\mu_r \gg 1$

强磁质

二、铁磁材料的磁化

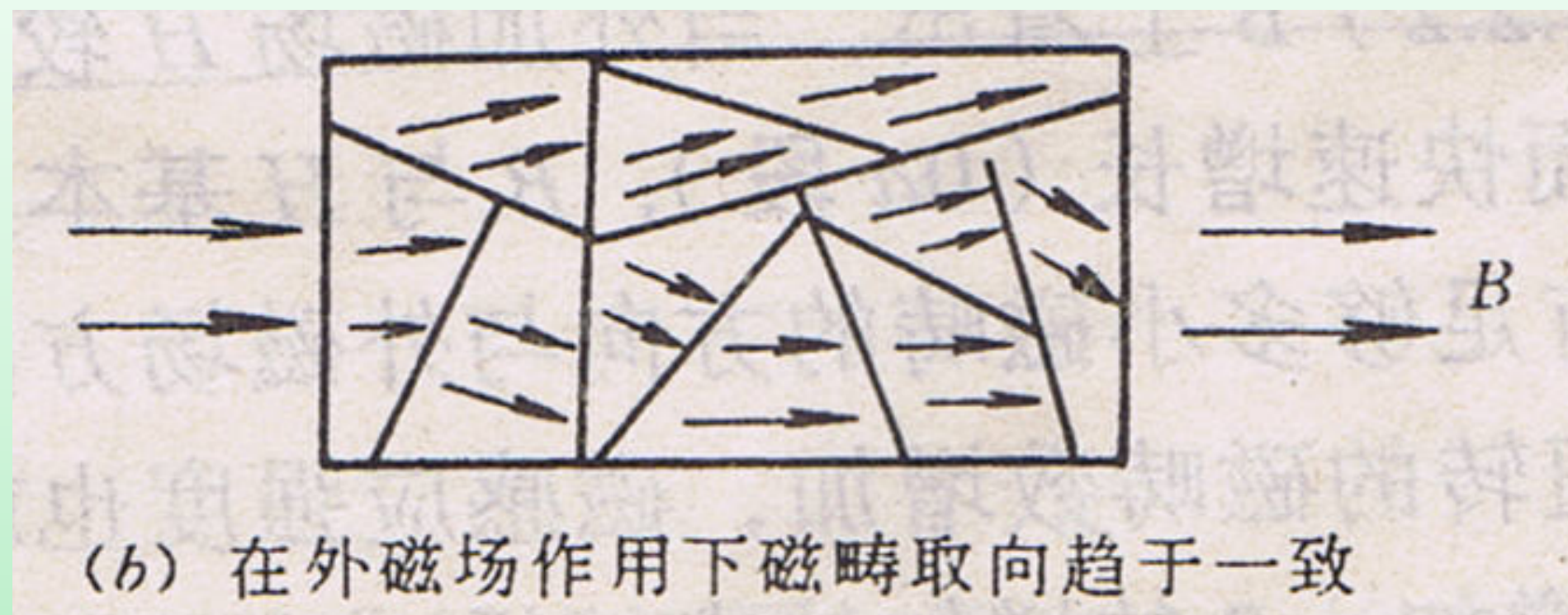
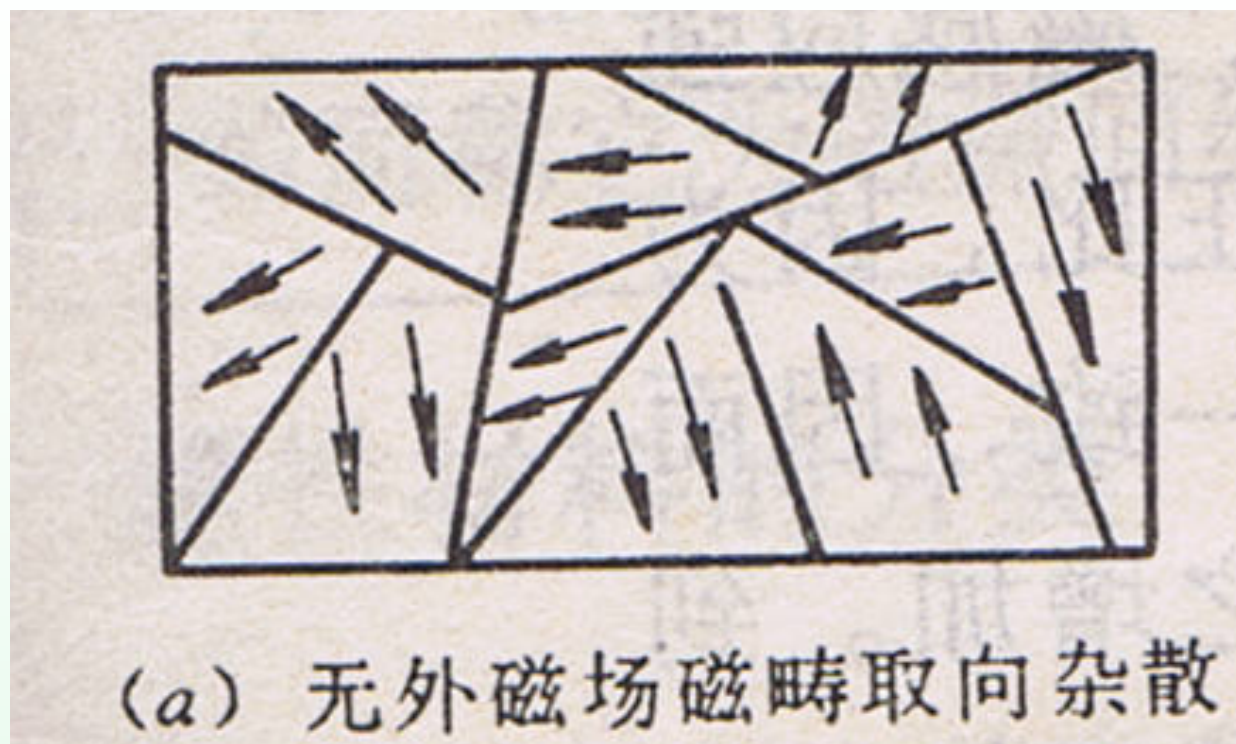
铁磁材料在外磁场的作用下会引起强烈的磁性反应，表现出极小的磁阻，很容易被磁化而使磁场显著增强，这类材料有**铸钢、硅钢片、铁及其合金等**，应用铁磁材料制成的磁路可以把绝大部分磁力线集中在所需要的路径和方向上。

三、磁化的原因

强磁性材料的原子磁矩不为零。在无外磁场作用时，在一个个小区域内按照某种方向排列好了，即已达到一定程度的磁化。这样的磁化称为**自发磁化**，这些自发磁化的小区域称为**磁畴**。

无外磁场作用时：磁畴的磁矩方向不同，磁性相互抵消，介质不显磁性。

有外磁场作用时：磁畴的磁矩方向与外磁场接近或一致，呈现很强磁性。





四、强磁化性的作用

在具有铁心的线圈中通入不大的励磁电流，就可以产生足够大的磁通和磁感应强度，解决了既要磁通大，又要励磁电流小的矛盾。非磁性材料没有磁畴结构，所以不具有磁化的特性。

1.2.2磁化曲线

一、定义

磁性材料在磁化过程中，磁感应强度B随外界磁场的磁场强度H变化的曲线。

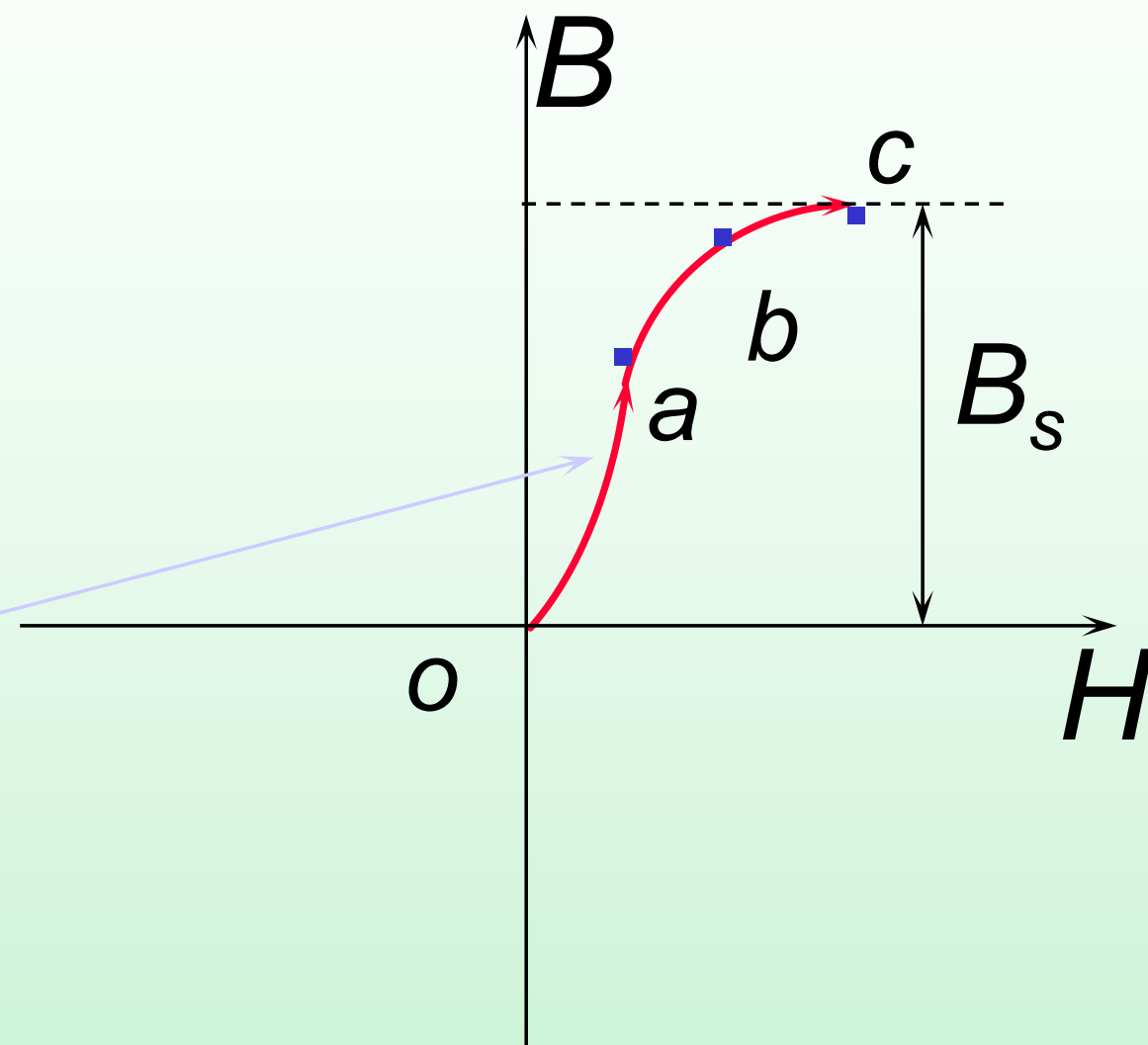
$$B = F(H) = \mu H$$

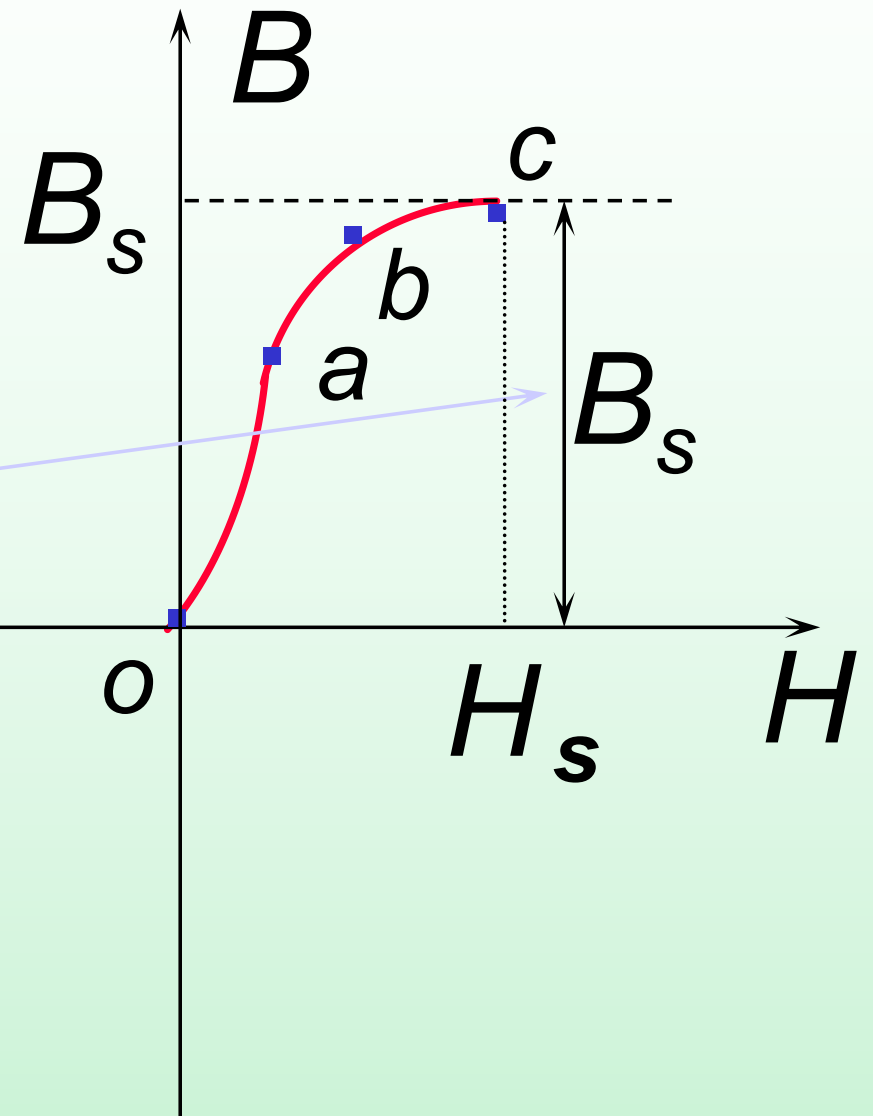
H的大小只与电流大小、线圈匝数、及几何位置有关，而与介质的磁性无关但磁感应强度与磁场媒介的磁性有关。当线圈内的介质不同时，H不变，但磁感应强度和磁通都变化。

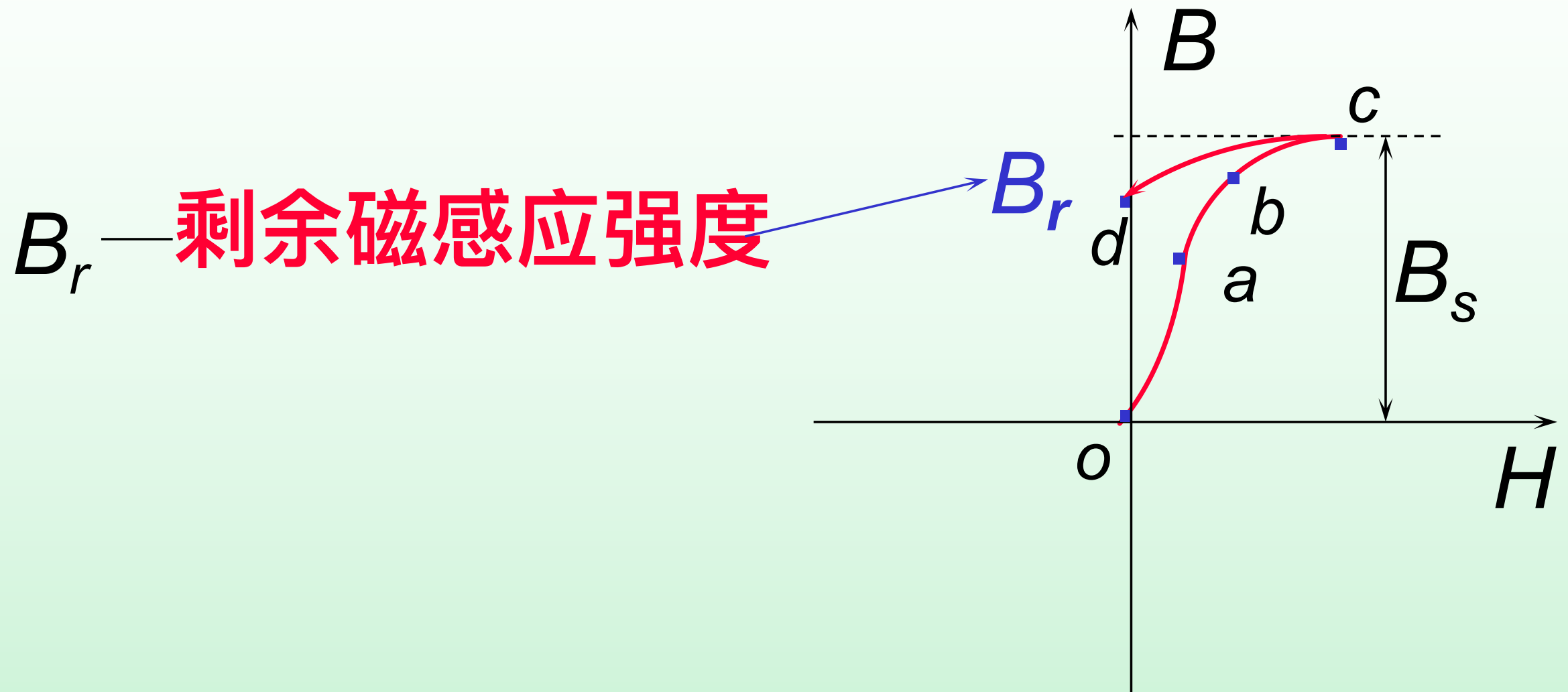
注意：H的大小、非线性、 μ 不是常数

二、磁化规律

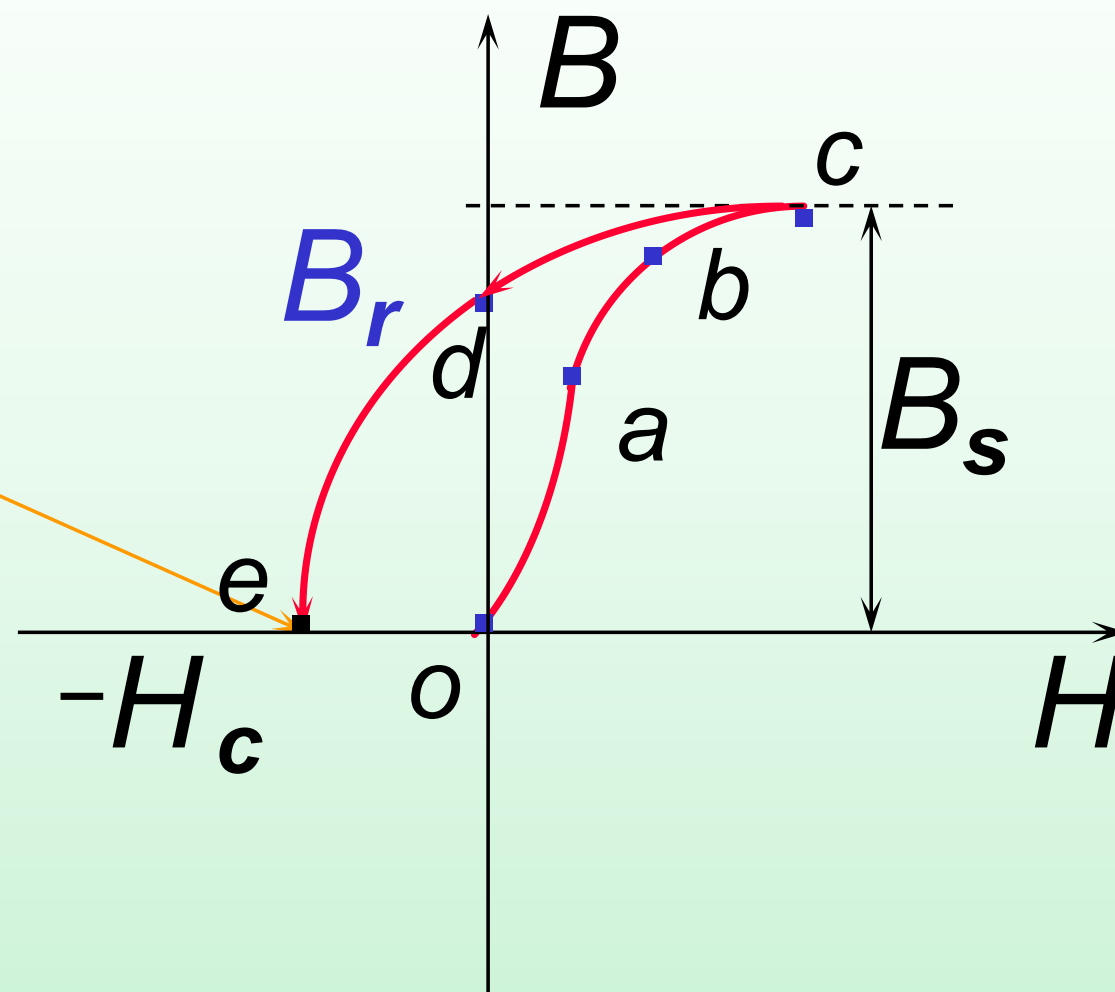
初始磁化曲线



B_s **饱和磁感应强度**



H_c — 矫顽力



磁性材料的磁化规律

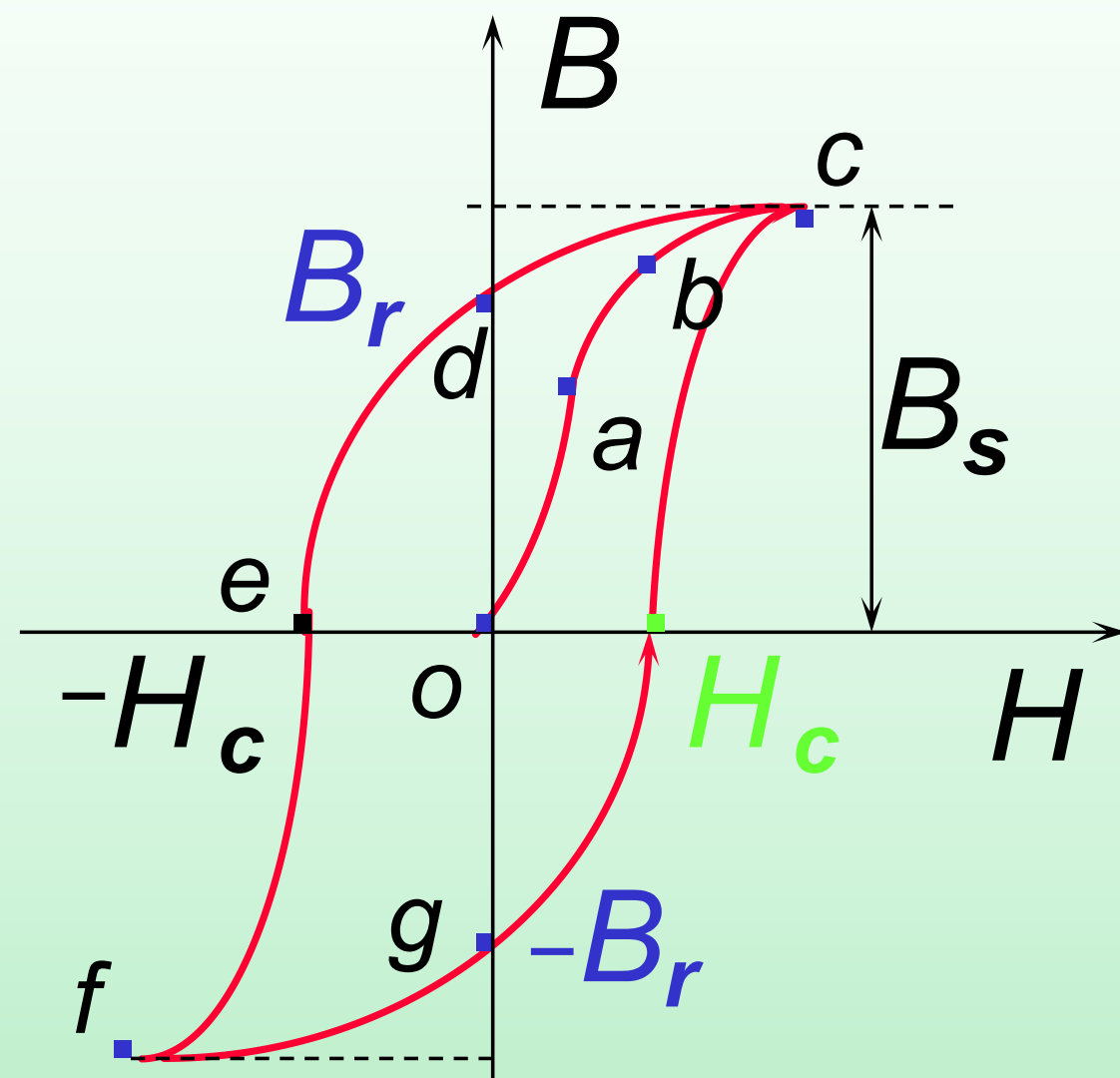
H_c — 矫顽力

B_r — 剩余磁感应强度

B_s — 饱和磁感应强度

磁滞现象： B 滞后于
 H 的变化

磁滞回线



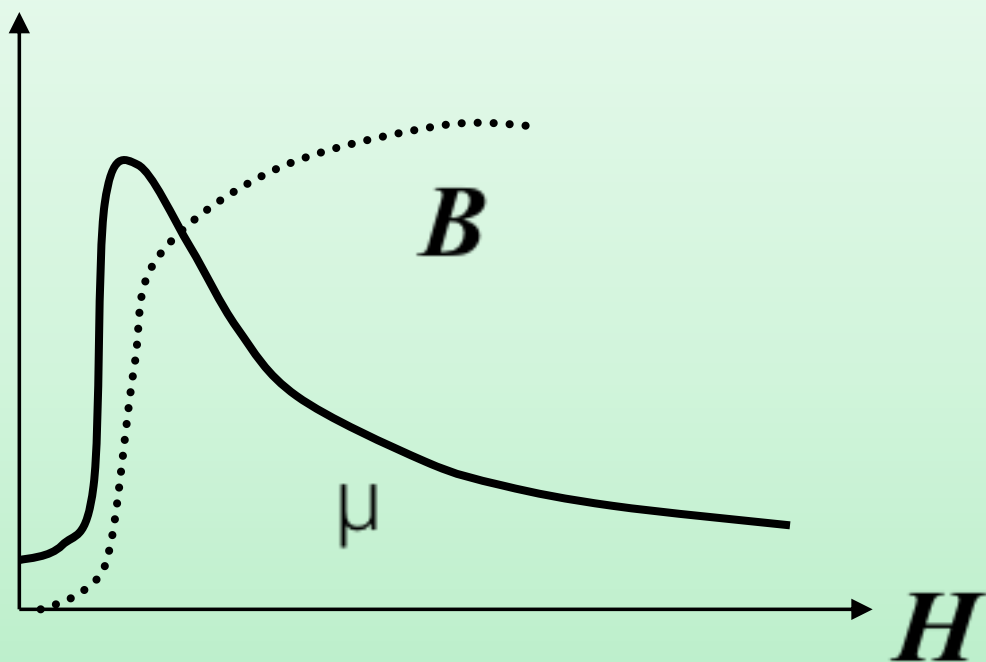
三、磁性材料的特性

1. **非线性** B 和 H 不是线性关系。

磁导率 μ 不是一个常量，它的值不仅决定于原线圈中的电流，还决定于铁磁质样品磁化的历史。

2. **高 μ 值** 有很大的磁导率。放入线圈中时可以使磁场增强 $10^2 \sim 10^4$ 倍。

3. **磁滞** 有剩磁、磁饱和及磁滞现象。



1.2.3 磁性材料的分类

软磁材料

特点：磁导率大，矫顽力小，
磁滞回线窄。

应用：硅钢片，作变压器的铁芯。
铁氧体（非金属）
作高频线圈的磁芯材料。

硬磁材料

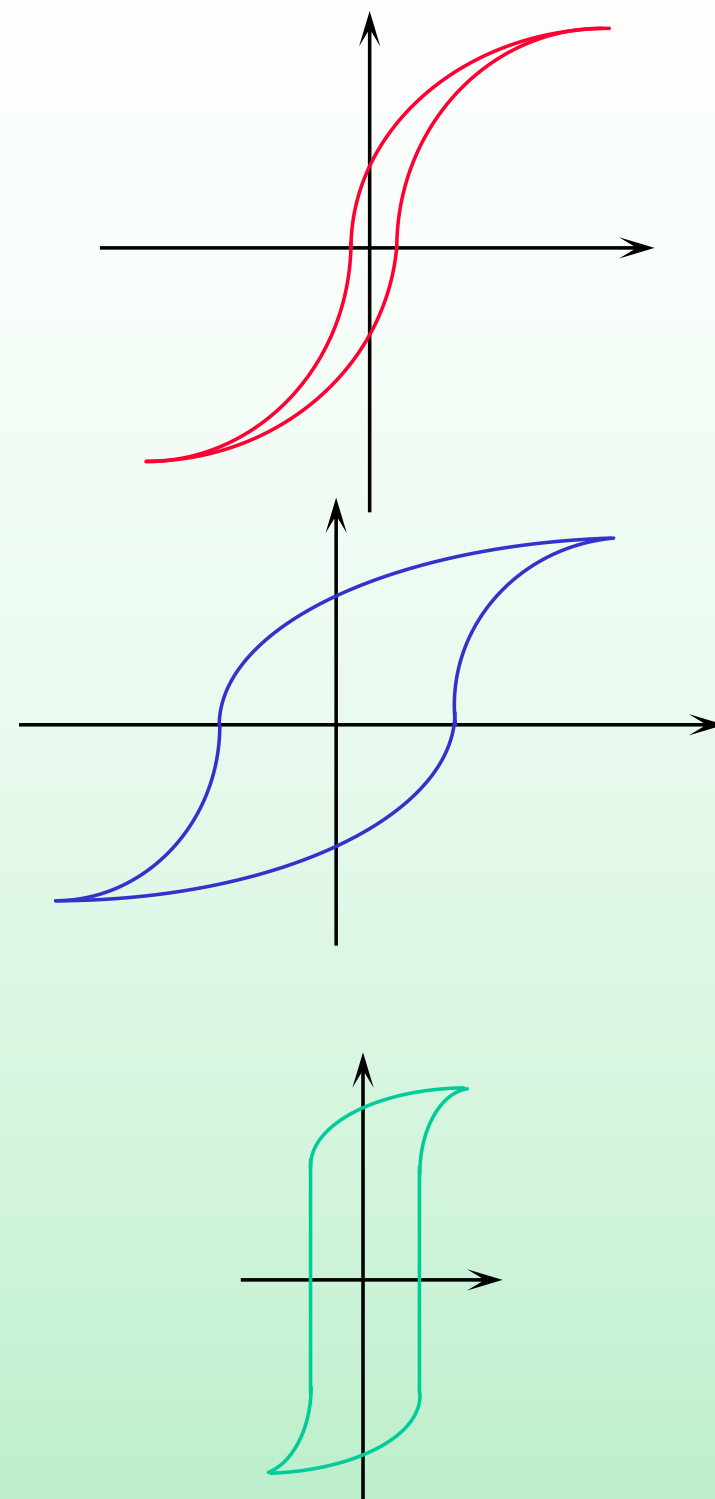
特点：剩余磁感应强度大，矫顽力大，磁滞回线宽。

应用：作永久磁铁，永磁喇叭

矩磁材料

特点：剩余磁感应强度大，接近饱和磁感应强度，矫顽力小，磁滞回线接近于矩形。

应用：作计算机中的记忆元件。



1.3 磁路的计算

研究目的：如何用较少的材料建立较强的符合要求的磁场。

磁力线穿过的路径称为磁路。空气可以作为磁路但阻力大，实际上工程中磁路大部分由铁磁材料加上极短的空气隙组成迫使磁力线尽可能多地集中在一定形状的磁路内，形成一个闭合通路，称为磁路。

1.3.1 磁路计算的基本定律

1、安培环路定律

在磁场中沿任何闭合路径的磁场强度矢量线积分等于通过该闭合线内各个电流的代数和。

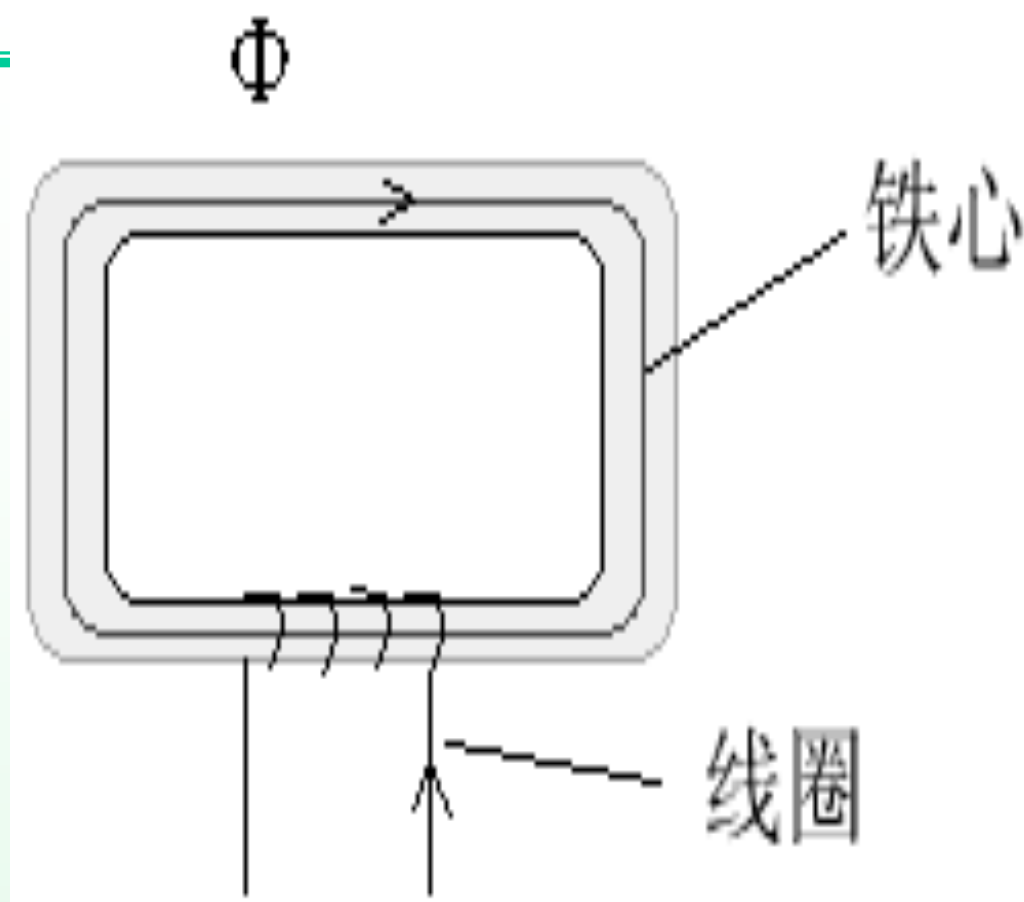
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

2、磁路的欧姆定律

$$\Phi = \frac{NI}{R_m} = \frac{F}{R_m}$$

其中， N 为线圈匝数，将 NI 定义为**磁动势**， F ，单位为安匝， R_m 为**磁阻**。

意义：上式建立起 Φ 磁路物理量与电流 I 电路物理量之间的关系式。因而，是综合分析磁路与电路问题的桥梁。



$$Hl = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l}$$

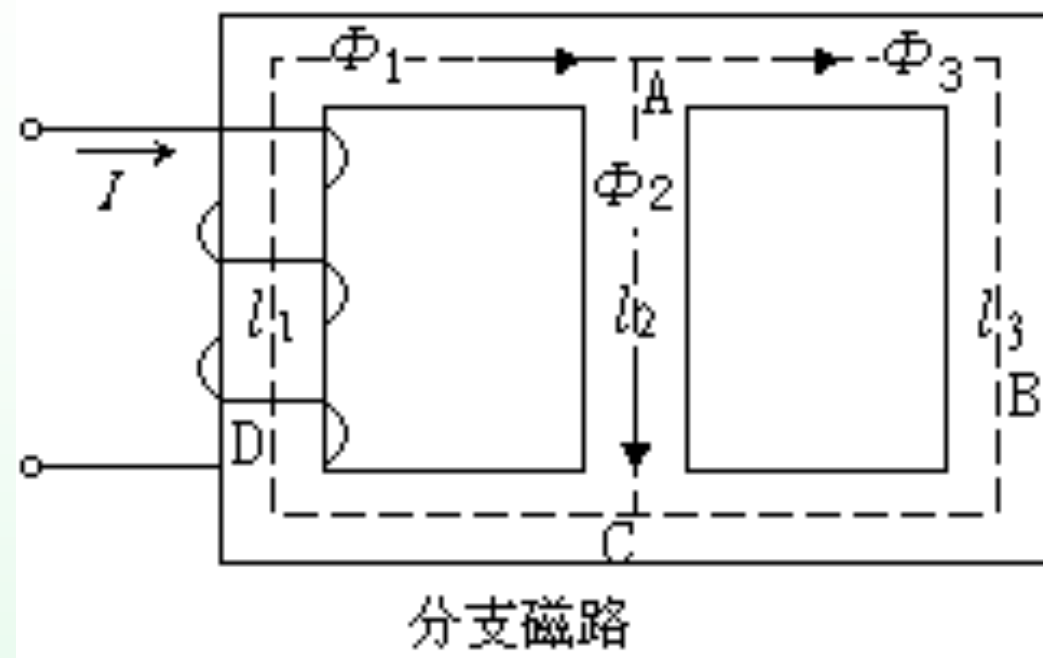
$$B = \mu H \Rightarrow B = \frac{\mu}{l} NI$$

$$\phi = B \cdot S \Rightarrow \phi = \frac{\mu S}{l} NI = \frac{NI}{R_m} \left(R_m = \frac{1}{\mu S} \right)$$

3、磁路克希荷夫定律

(1) 磁路克希荷夫第一定律

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 \text{ 或 } \sum \Phi_k = 0$$

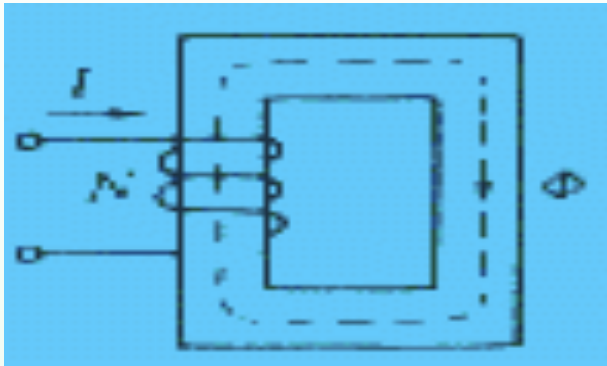
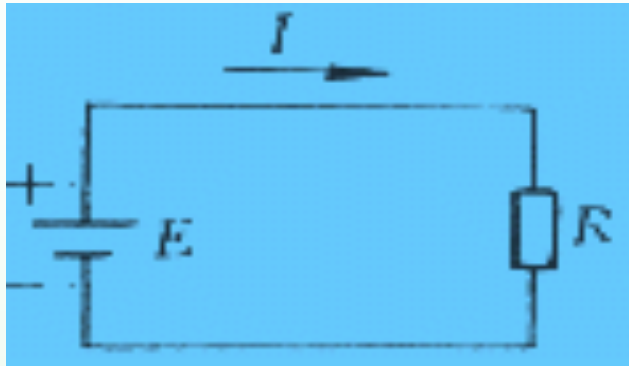


(2) 磁路克希荷夫第二定律

$$NI = H_1 l_1 + H_3 l_3 \text{ 或 } \sum NI = \sum H l$$

NI 称为磁动势， $H l$ 称为磁压降。

应用：磁路克希荷夫两大定律相当于电路中的克希荷夫定律，是计算带有分支的磁路的重要工具。

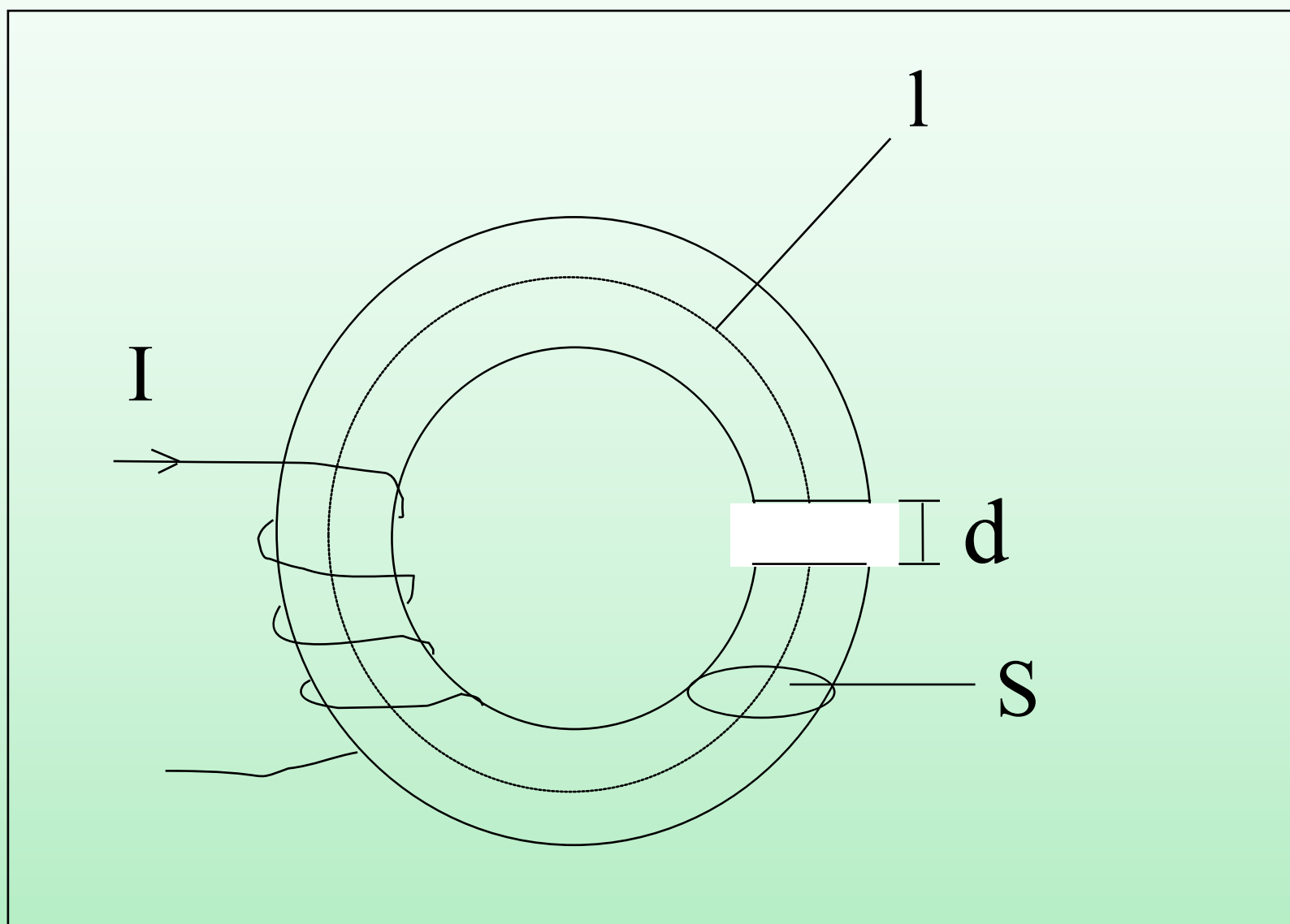
磁路	电路
	
磁动势 F	电动势 E
磁通 Φ	电流 I
磁感应强度 B	电流密度 J
磁阻 $R_m = l/\mu S$	电阻 $R = l/rS$
欧姆定律 $\Phi = NI/R_m$	欧姆定律 $I = E/R$
克希荷夫磁通定律 $\sum \Phi_k = 0$	克希荷夫定律电流定律 $\sum I = 0$
克希荷夫定律磁压定律 $\sum IN = \sum (H l)$	克希荷夫定律电压定律 $\sum E = \sum (IR)$

1.3.2磁路的计算

- 计算类型：给定磁通量 φ ，计算所需磁动势 F
- 计算步骤
 - (1) 分段（材料相同，截面积相等）
 - (2) 计算各段有效截面积和平均长度
 - (3) 求各段磁感应强度
 - (4) 查磁化曲线，求各段磁场强度
 - (5) 计算各段磁路的磁压降
 - (6) 求总磁动势
 - (7) 求所需电流或线圈匝数

例1:

铸钢磁路 $l=6.9\text{cm}$, $d=0.46\text{cm}$, $s=4.5\times 10^{-4}\text{m}^2$,
 $N=500$ 匝略去气隙的边缘效应, 求在空气中产生 $6\times 10^{-4}\text{wb}$ 磁通所需的电流。



解: $B = \frac{\Phi}{S} = \frac{6 \times 10^{-4} \text{wb}}{4.5 \times 10^{-4} \text{m}^2} = 1.33 \text{T}$

分段: (1) 空气隙 $H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1.33 \text{T}}{4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}} = 1.061 \times 10^6 \text{A/m}$

$$H_0 d = 1.061 \times 10^6 \times 0.46 \times 10^{-2} = 4880.6 \text{A}$$

(2) 铸钢: 由 $B=1.33\text{T}$ 查磁化曲线数据表, 得 $H=1720\text{A/m}$

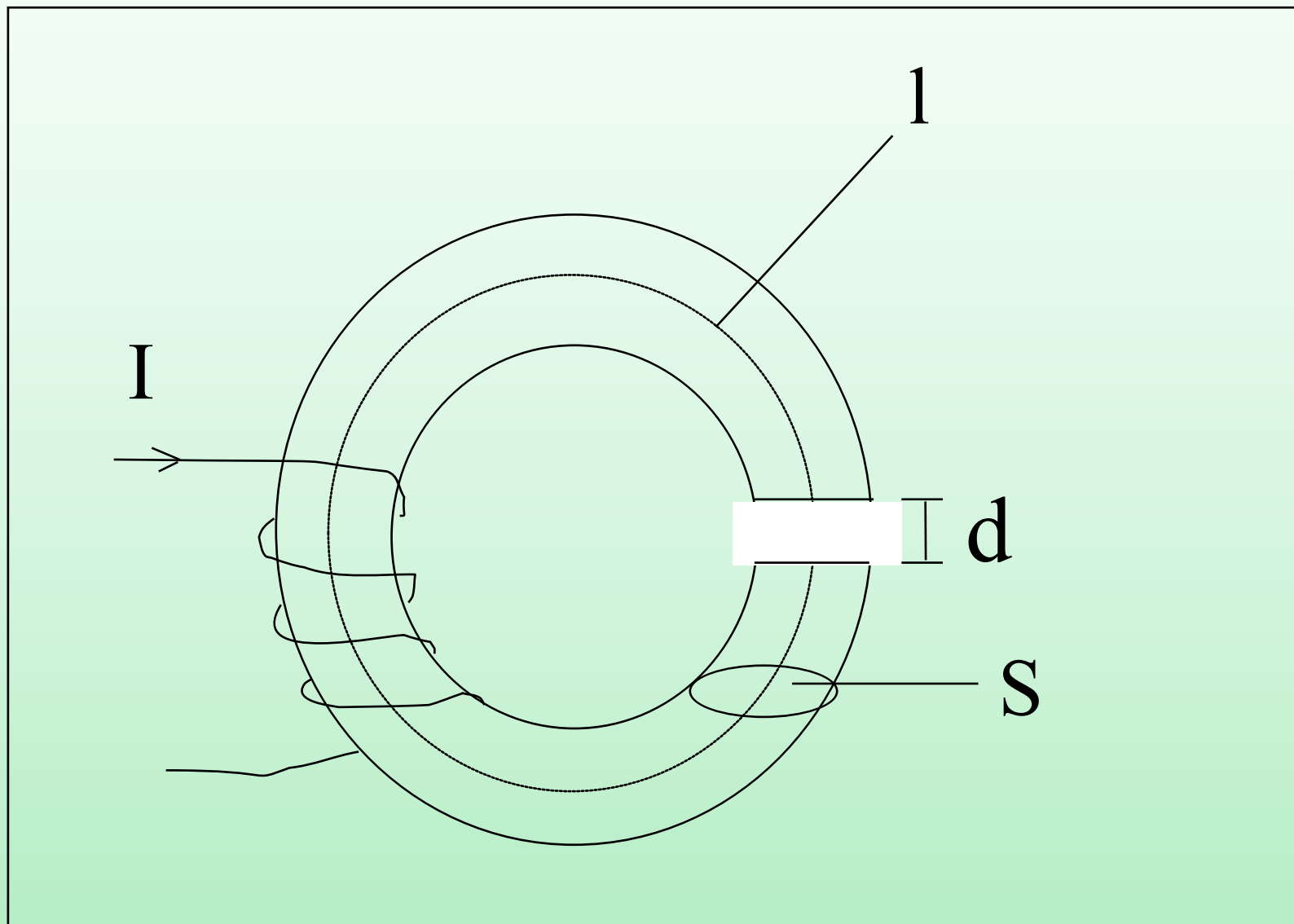
铁心部分的磁压为:

$$H_1 l_1 = 1720 \times 6.9 \times 10^{-2} = 118.68 \text{A}$$

故总磁动势为: $H_0 d + H_1 l_1 = 4880.6 + 118.68 = 4999.28 \text{A}$

$$I = \frac{F_m}{N} = \frac{4999.28}{500} = 10 \text{A}$$

例2： 磁路 $l=0.3\text{m}$, $s=5\text{cm}^2$, $N=400$ 匝，铁磁材料的磁化曲线可作线性处理， $\mu_r=1200$ ，求（1） $I=0.6\text{A}$ 时， Φ 为多少？（2）若磁路中开一气隙 $d=0.002\text{m}$ ，求 Φ ？铁芯、气隙部分的磁压分别为多少？



(1) 计算磁动势为

$$F_m = NI = 400 \times 0.6 = 240 \text{ A}$$

$$\text{磁阻 } R_m = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{0.3}{4\pi \times 10^{-7} \times 1200 \times 5 \times 10^{-4}} = \frac{1}{8\pi \times 10^{-7}}$$

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m} = \frac{240}{\frac{1}{8\pi \times 10^{-7}}} = 603.2 \mu\text{wb}$$

(2) 若磁路中开一空气隙, $d=2\text{mm}$, 则空气隙磁阻为:

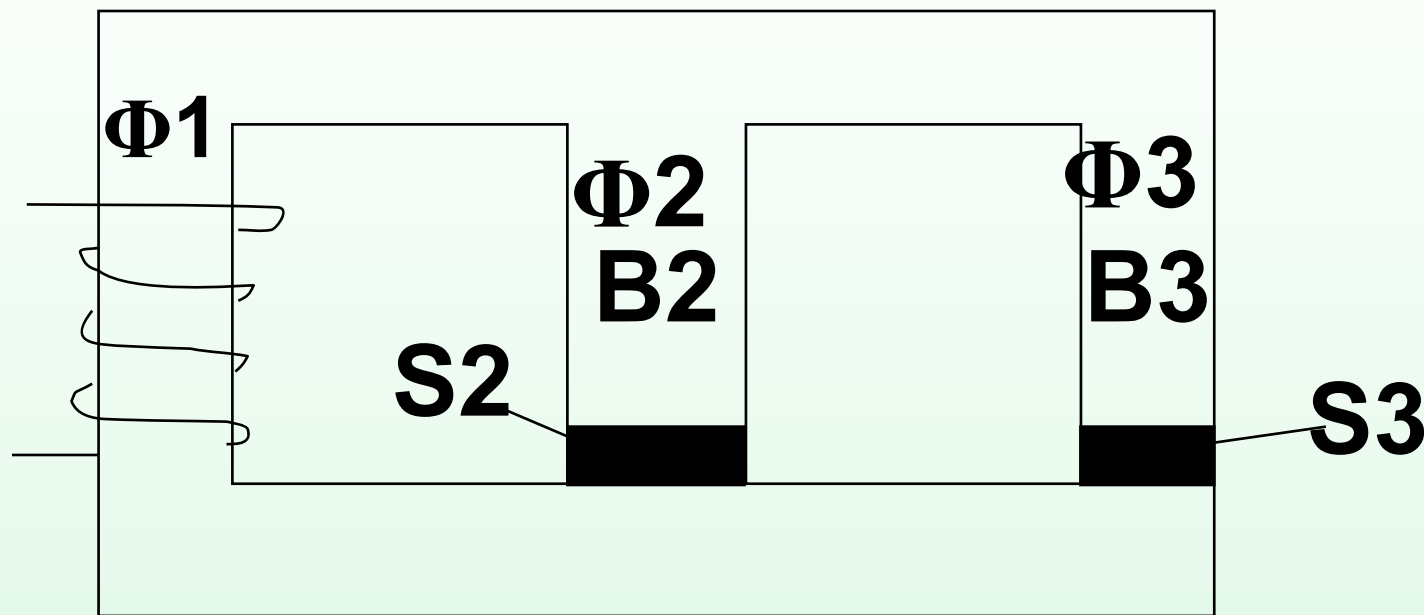
$$R_{m0} = \frac{d}{\mu_0 S} = \frac{2 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 5 \times 10^{-4}} = \frac{10^7}{\pi}$$

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m \times (0.3 - 0.002)/0.3 + R_{m0}} = \frac{240}{\frac{1}{8\pi \times 10^{-7}} \times 0.993 + \frac{1}{\pi \times 10^{-7}}} = 67 \mu\text{wb}$$

$$\text{铁心部分磁压降 } U_m = \Phi R_m = 26.7 \text{ A}$$

$$\text{气隙部分磁压降 } U_{m0} = \Phi R_{m0} = 213.3 \text{ A}$$

例3：如图， $\Phi_1=10^{-3}\text{wb}$, Φ_2 通过的铁心截面积为 $S_2=6\text{cm}^2$, $B_2=1\text{T}$, $S_3=5\text{cm}^2$, 求 B_3 。



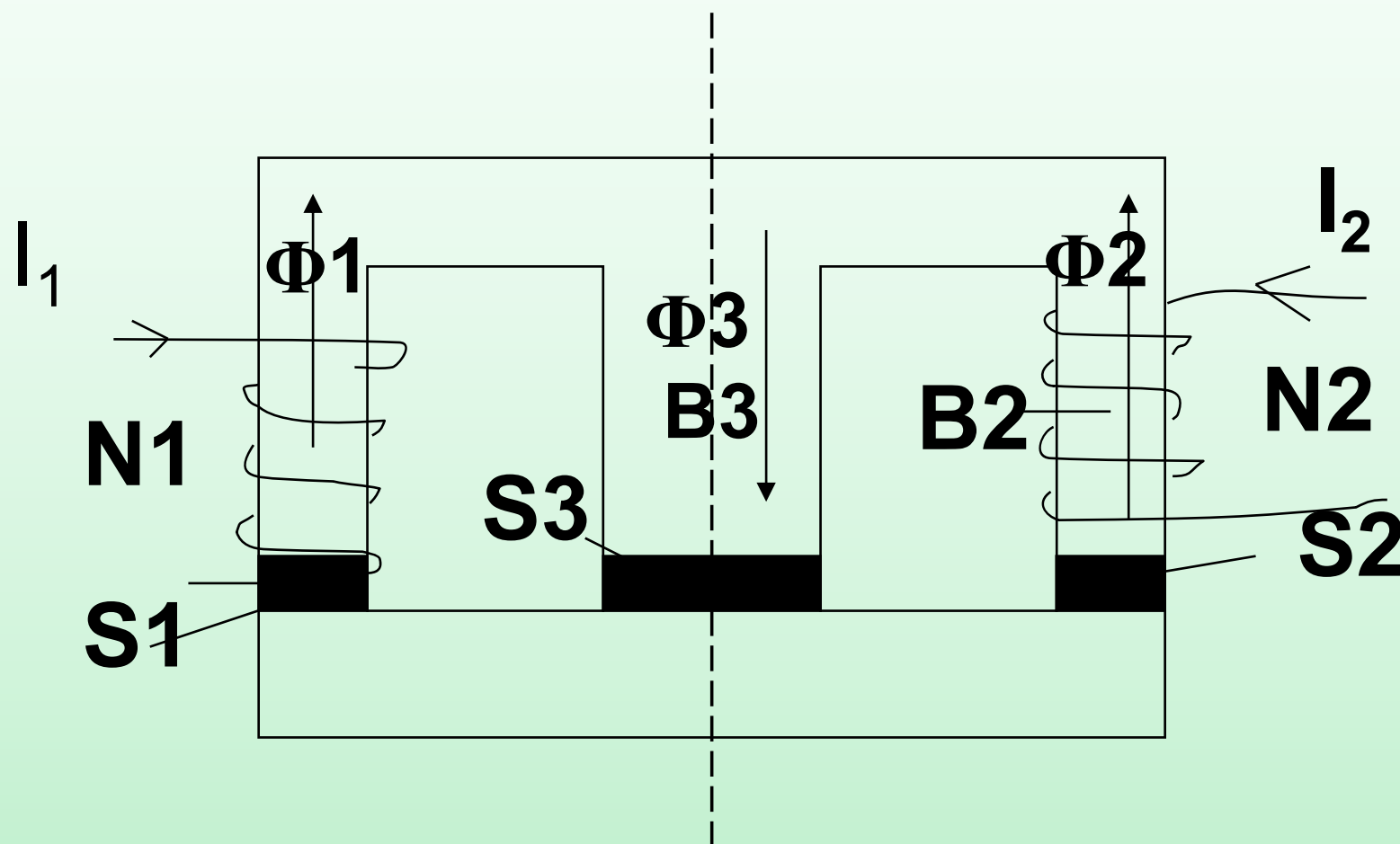
$$\Phi_2 = B_2 S_2 = 1 \times 6 \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-4} \text{wb}$$

截面 S_3 中的磁通为：

$$\Phi_3 = \Phi_1 - \Phi_2 = 10 \times 10^{-4} - 6 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-4} \text{wb}$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{4 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-4}} = 0.8 \text{T}$$

例4：如图是一个对称磁路，中间柱截面积 S_3 是两边柱截面积 S_1 或 S_2 的两倍，假使 $N_1 I_1 = N_2 I_2$ ，求 Φ_1 ， Φ_2 ， Φ_3 的大小关系和 B_1 ， B_2 ， B_3 的大小关系。



(1) 将铁心中间柱从中心线分开成为两个相同磁路的铁心线圈，分别计算为：

$$\Phi_1 = \frac{N_1 I_1}{R_{m1}} \quad \Phi_2 = \frac{N_2 I_2}{R_{m2}}$$

由于对称磁路，故磁阻 $R_{m1} = R_{m2}$ ，且已知磁动势 $N_1 I_1 = N_2 I_2$ ，则有

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

(2) 计算磁感应强度 $B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} \quad B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2}$

$$\because \Phi_1 = \Phi_2, S_1 = S_2 \quad \therefore B_1 = B_2$$

(3) 中间柱铁心中 $\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 = 2\Phi_1 = 2\Phi_2$

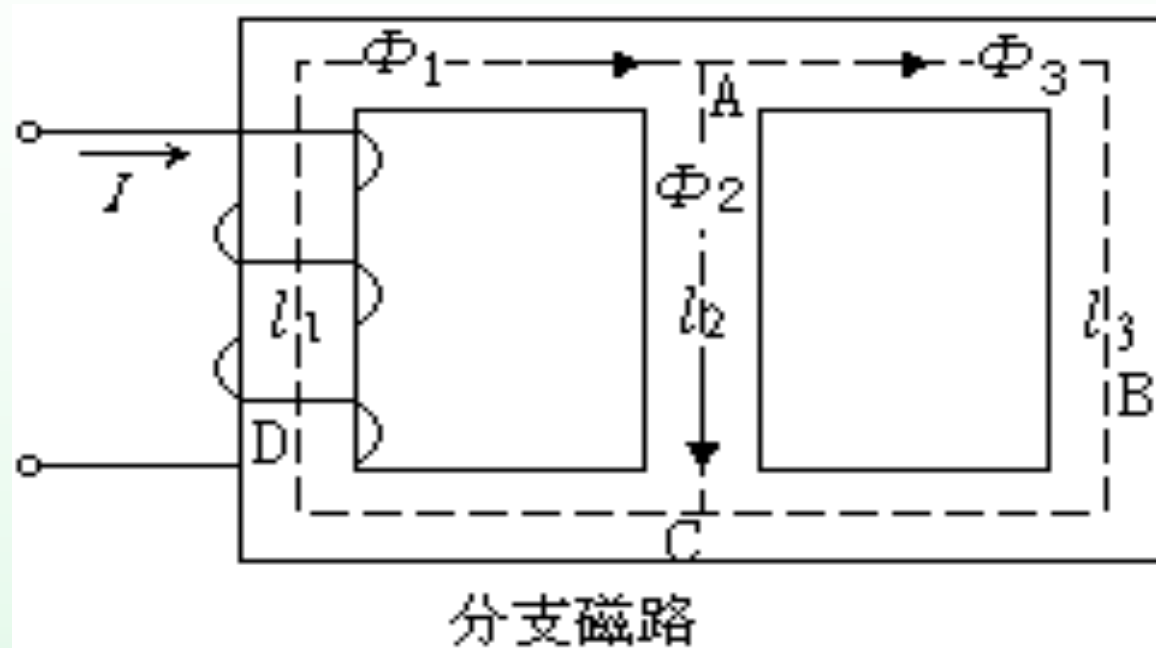
$$S_3 = 2 S_1 = 2 S_2$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{2\Phi_1}{2 S_1} = \frac{\Phi_1}{S_1} = B_1$$

$$\therefore \Phi_1 = \Phi_2, \Phi_3 = 2\Phi_1 = 2\Phi_2$$

$$B_1 = B_2 = B_3$$

例1.3.2 已知： $l_1=l_3=60\text{cm}$ ， $l_2=20\text{cm}$ ， $S_2=S_3=10\text{cm}^2$ ， $S_1=20\text{cm}^2$ ， $\Phi_3=5\times 10^{-4}\text{wb}$ ，材料为铸钢，求磁动势。



$$\text{解： } B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = 0.5\text{T} \rightarrow H_3 = 180\text{A/m}$$

$$H_2 = \frac{H_3 l_3}{l_2} = 540\text{A/m} \rightarrow B_2 = 0.92\text{T} \rightarrow \Phi_2 = B_2 \times S_2$$

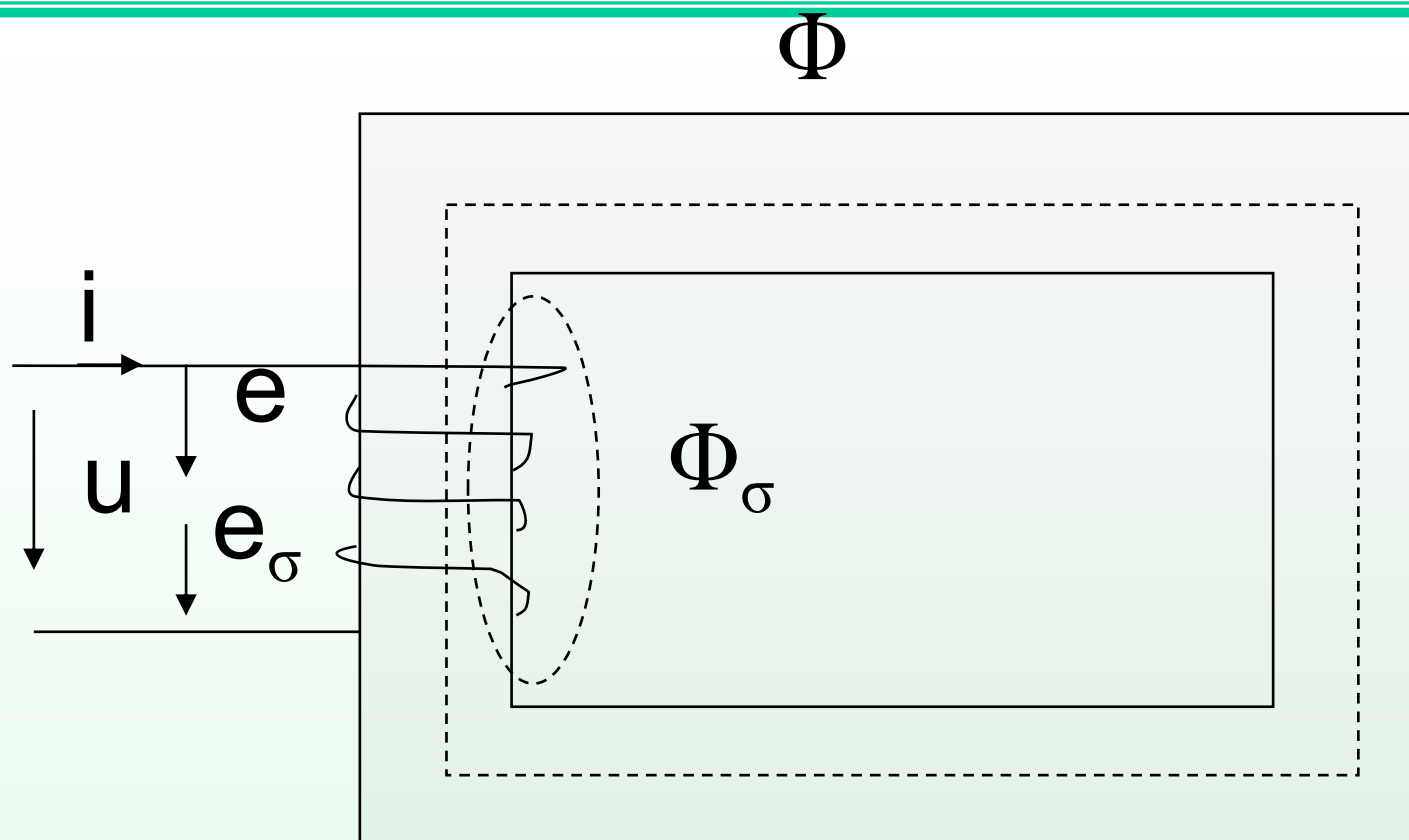
$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 14.2 \times 10^{-3}\text{wb} \rightarrow B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} \rightarrow H_1 = 300\text{A/m}$$

$$F = H_1 l_1 + H_2 l_2 = H_1 l_1 + H_3 l_3 = 288\text{A}$$

1.4交流铁心线圈电路

直流励磁：产生的磁通恒定，不会产生感生电动势，线圈内的电流只与电压、导线电阻有关。

交流励磁：正弦交流电压产生的磁通也是交变的，交变的磁通会在线圈中产生感应电动势。



$$\begin{array}{lcl}
 u \longrightarrow i \longrightarrow Ni & \begin{array}{l} \nearrow \Phi \\ \searrow \Phi_\sigma \end{array} & \begin{array}{l} \longrightarrow e = -N \frac{d\Phi}{dt} \\ \longrightarrow e_\sigma = -N \frac{d\Phi_\sigma}{dt} = -\overset{\text{常数}}{L_\sigma} \frac{di}{dt} \end{array}
 \end{array}$$

$$u + e + e_{\sigma} = iR; U = IR + (-E_{\sigma}) + (-E) = I(R + jX_{\sigma}) + (-E)$$

漏磁感应电动势 $E_{\sigma} = -jIX_{\sigma} = -j\omega L_{\sigma}I$

设主磁通 $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$

漏磁感抗

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d\Phi_m \sin \omega t}{dt} = -N\omega\Phi_m \cos \omega t$$

$$= 2\pi f N \Phi_m \sin(\omega t - 90^\circ) = E_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$\omega = 2\pi f$$

最大值: $E_m = 2\pi f N \Phi_m$

有效值: $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \Phi_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \Phi_m$

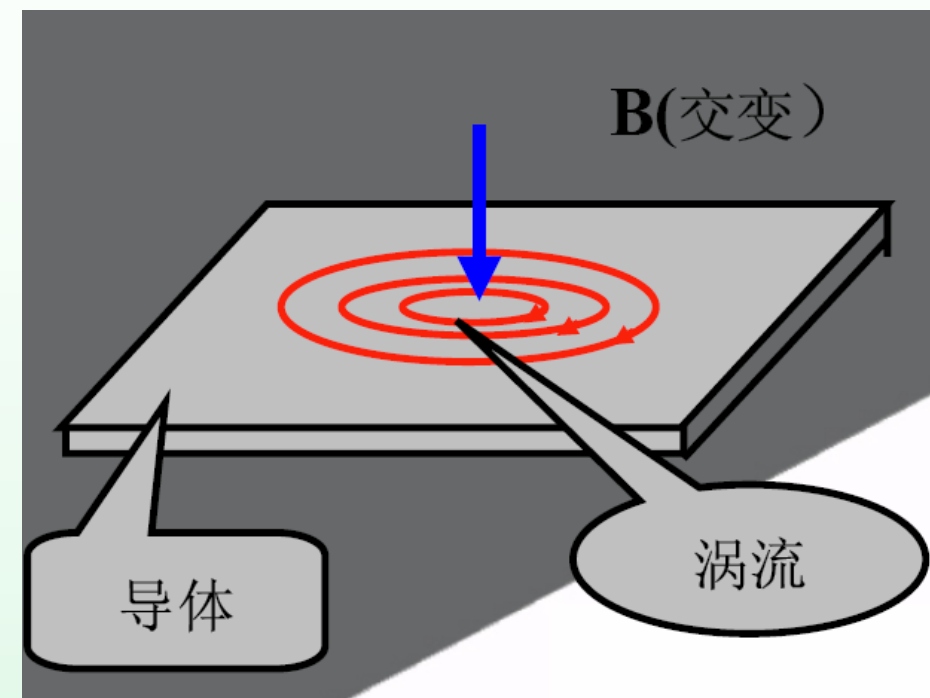
线圈的电阻和漏磁感抗较小，可忽略

$$U = IR + (-E_{\sigma}) + (-E) = I(R + jX_{\sigma}) + (-E) \approx -E$$

$$U \approx E = 4.44 f N \Phi_m = 4.44 f N B_m S$$

交流铁心线圈的功率损耗

- 铜损：线圈导线上的损耗 I^2R
- 铁心损耗：
 - ①磁滞损耗：磁畴之间产生摩擦而产生的，
 - ②涡流损耗：涡流与铁心电阻相互作用产生的损耗，
 - ③铁损：磁滞损耗+涡流损耗，



$$P = UI\cos\phi = I^2R + \Delta P_{Fe}$$

有功功率

铜损

例1.4.1 已知要绕制一铁心线圈 $U = 220V$, $f = 50Hz$, 铁心由硅钢片叠成, $S = 30.2cm^2$, 系数 = 0.91。

求: (1) 当 $B_m = 1.2T$, $N = ?$; (2) $l = 60cm$, $I = ?$

解: 有效面积 = $S \times 0.91 = 27.5cm^2$

$$(1) U = 4.44NfB_m S \Rightarrow$$

$$N = \frac{U}{4.44fB_m S} = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 1.2 \times 27.5 \times 10^{-4}} \\ = 300 \text{匝}$$

$$(2) B_m = 1.2T \Rightarrow H_m = 700A/m$$

$$Hl = NI \Rightarrow \frac{H_m}{\sqrt{2}} l = NI \Rightarrow$$

$$I = \frac{H_m l}{\sqrt{2} N} = \frac{700 \times 60 \times 10^{-2}}{\sqrt{2} \times 300} = 1A$$

1.5 电磁铁

电磁铁：通电线圈在铁芯中产生磁场，磁场对磁性材料产生吸力的原理制造的机构称为电磁铁。通过衔铁的运动将**电磁能**转化为**机械能**。由**励磁线圈、铁心、衔铁**三部分组成(见P17)。

吸力的基本公式：

$$F = \frac{10^7}{8\pi} B_0^2 S_0 (\text{N})$$

指空气隙中

$$B_0 = B_m \sin \omega t$$

$$f = \frac{10^7}{8\pi} B_m^2 S_0 \sin^2 \omega t = \frac{10^7}{8\pi} B_m^2 S_0 \left[\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right] = F_m \left[\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right]$$

吸力的最大值：

$$F_m = \frac{10^7}{8\pi} B_m^2 S_0$$

吸力的平均值：

$$F = \frac{1}{T} \int_0^T f dt = \frac{1}{2} F_m = \frac{10^7}{16\pi} B_m^2 S_0$$

例1：有一电磁铁用于50Hz，380v电源， $N=500$ ，今改用220v电源，为使吸力保持不变，线圈匝数应为多少？

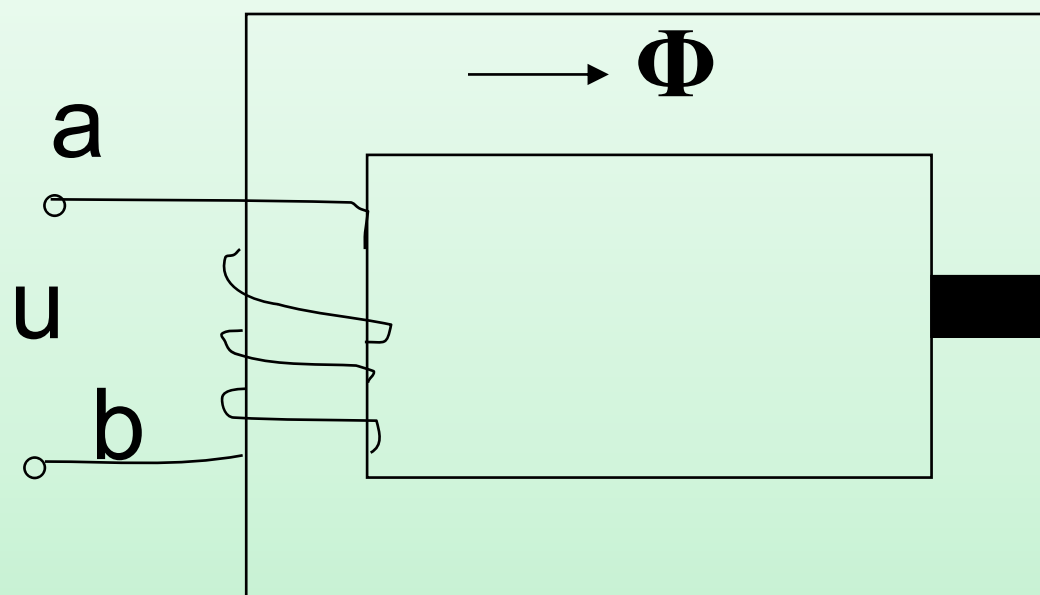
解：方法一： $U = 380\text{v}$ 时， $\Phi_m = \frac{U}{4.44 \times 50\text{HZ} \times 500} = 34.2 \times 10^{-4} \text{wb}$

$$F_{\text{吸}} = \frac{10^7}{8\pi} B_0^2 S_0 = \frac{\Phi_m^2}{2\mu_0 S_0}, \text{ 为使吸力保持不变即 } \Phi_m \text{ 不变}$$

$$N' = \frac{U'}{4.44f\Phi_m} = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 34.2 \times 10^{-4}} \approx 290 \text{匝}$$

方法二： $U = 4.44fN'\Phi_m \Rightarrow \frac{U}{U'} = \frac{N}{N'} \Rightarrow N' = \frac{500 \times 200}{380} \approx 290 \text{匝}$

例2：（1）若ab两端加的是正弦电压，当把图中画有影阴部分取走后，铁芯中的磁通和线圈中的电流大小将发生怎样的变化（忽略线圈电阻和漏磁）？（2）若在ab两端加的是直流电压（假定与线圈相串联一限流电阻），当把图中画有影阴部分取走后，铁芯中的磁通和线圈中的电流大小将发生怎样的变化？



(1)若铁心线圈ab端外加正弦电压U时，则 $U=4.44fN\Phi_m$ ，
当U,f一定时， Φ_m 也一定，若把铁心部分取走，对 Φ_m 无影响，
但I将变化

$$\because I = \frac{F_m}{N} = \frac{R_m \Phi_m}{\sqrt{2}N} = \frac{R_m U}{4.44fN^2 \times \sqrt{2}} \quad \therefore I \sim R_m, \text{当取走后 } R_m \uparrow \rightarrow I \uparrow$$

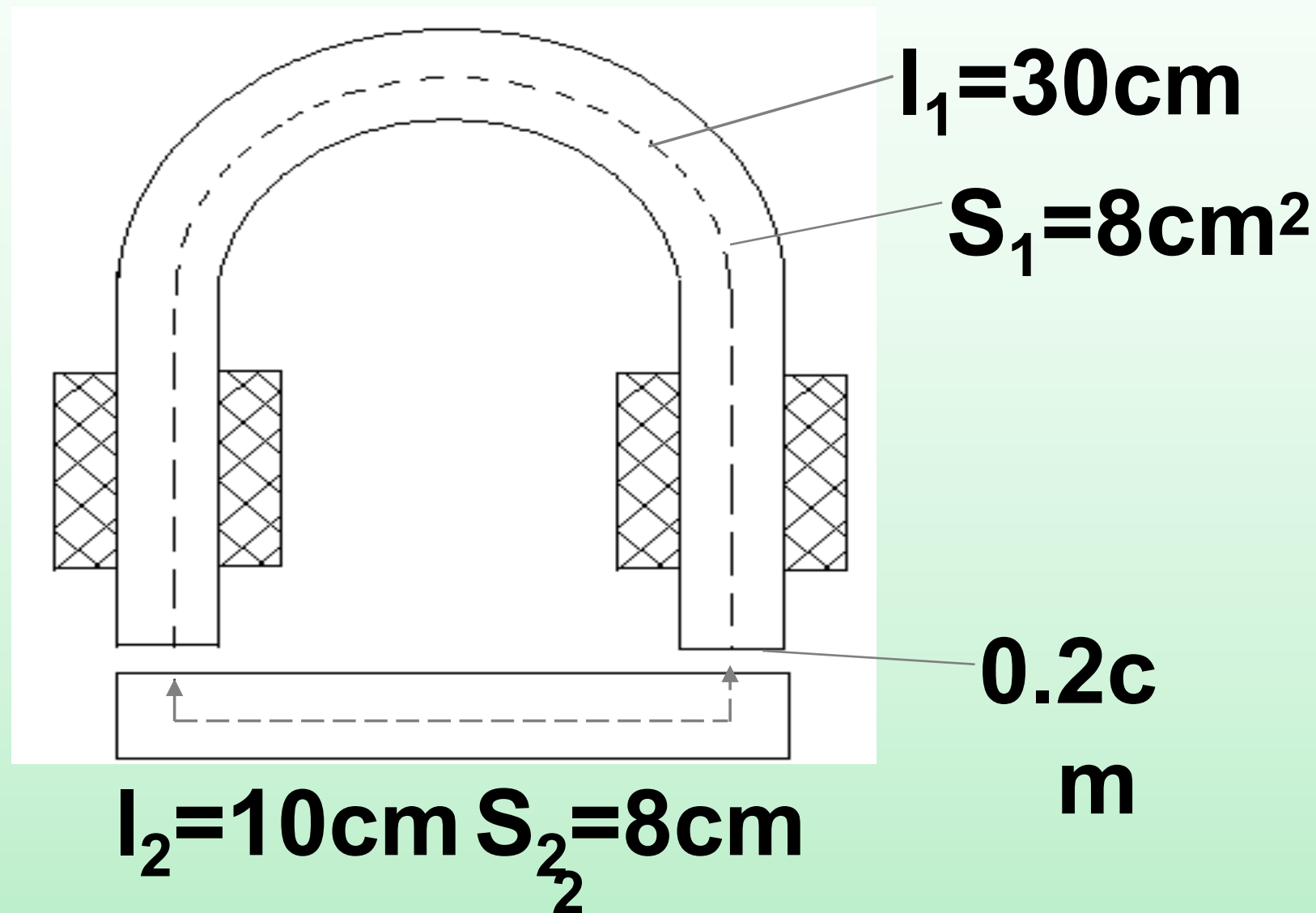
(2) 若a, b两端加直流电压U时，设线圈电阻为R,则电流

$$I = \frac{U}{R} \text{ 不变}$$

其大小与铁心中有无取走无关，但是，铁心中画有阴影部分取走后，

$$R_m \uparrow, \text{ 所以 } \Phi_m = \frac{F_m}{R_m} \downarrow$$

例1.5.1已知 $N = 4000$, 铸钢, $\Phi_0 = \Phi_1 \times 0.9$,
 $B_1 = 1.6\text{T}$, 求 I , F 。



解：分为三段

铁心： $B_1 = 1.6\text{T} \Rightarrow H_1 = 5 \times 10^3 \text{ A/m}$

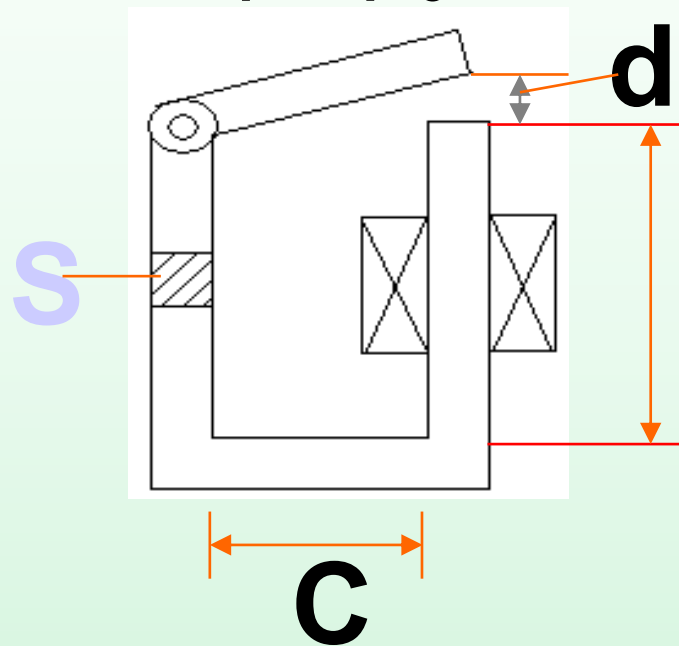
空气隙： $H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{\Phi_0}{\mu_0 S_0} = \frac{\Phi_1 \times 0.9}{\mu_0 S_0} = 1.15 \times 10^6 \text{ A/m}$

衔铁： $B_2 = B_0 = \frac{\Phi_0}{S_0} = 1.44\text{T} \Rightarrow H_2 = 3.3 \times 10^3 \text{ A/m}$

$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_0 l_0 \Rightarrow I = 1.61\text{A},$

$F = \frac{10^7}{8\pi} B_0^2 S_0 = \frac{10^7}{8\pi} \times 1.44^2 \times 8 \times 10^{-4} \times 2 = 1320\text{N}$

例1.5.2 已知 $C=4\text{cm}$, $l=7\text{cm}$ 。铁心由硅钢片叠成。 $S=1\text{cm}^2$, $U=220\text{V}$ 。 $d=1\text{cm}$ 时吸力为 50N , 试计算线圈匝数和电流值。忽略漏磁通, 并认为铁心和衔铁的磁阻与空气隙相比可以忽略不计。



解: 已知吸力求 B_m (忽略漏磁通, 空气隙中与铁心中认为相等。)

$$F = \frac{10^7}{16\pi} B_m^2 S_0 \Rightarrow B_m = \sqrt{\frac{16\pi F}{S_0} \times 10^{-7}}$$

$$= \sqrt{\frac{16\pi \times 50}{1 \times 10^{-4}} \times 10^{-7}} \approx 1.6\text{T}$$

$$N = \frac{U}{4.44fB_m S} = \frac{220}{4.44 \times 50 \times 1.6 \times 1 \times 10^{-4}} = 6200$$

$$\sqrt{2}IN \approx H_m d = \frac{B_m}{\mu_0} d \Rightarrow I = \frac{B_m d}{\sqrt{2}N\mu_0} = 1.5\text{A}$$

作业：1、2、3（公式推导，说明原因）
、4、5（忽略磁通边缘效应）