

## O DESENVOLVIMENTO DAS BASES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA INTERAÇÃO COM A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA









# O DESENVOLVIMENTO DAS BASES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA INTERAÇÃO COM A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA Lincoln Silva, Rogéria Gaudêncio e Thais Gaudêncio

#### **INTRODUÇÃO**

O processo formativo escolar é complexo e dele fazem parte desafios das mais diversas ordens, a exemplo da formulação de currículos que atendam demandas gerais e as especificidades locais; da estruturação física da escola; e da formação inicial e continuada de professores. A esses desafios somam-se os avanços tecnológicos que se aceleraram nas últimas décadas e que têm provocado transformações na forma como o homem se relaciona com o mundo.

Algumas tarefas estão sendo progressivamente assumidas por máquinas, em especial as que envolvem predominantemente habilidades de natureza técnica (*hard skills*), enquanto surgem novas formas de trabalho, lazer e educação, decorrentes dos avanços tecnológicos, que demandam a formação de habilidades de natureza mais complexa (*soft skills*), como a criatividade, o pensamento crítico, a análise de padrões e a resolução de problemas interdisciplinares.

Esse quadro de transformações gerais implica, dentre outros aspectos, que a escola repense seu papel, na medida em que precisará deixar de investir na formação de conhecimentos mais específicos, tendo como foco conteúdos formais tradicionais. O processo educativo precisará se voltar para o desenvolvimento de habilidades complexas mais amplas, como as citadas, e que possam ser vinculadas aos conteúdos curriculares, possibilitando uma formação adequada para o cidadão do século XXI.

Considerando esse movimento de mudanças cada vez mais aceleradas, a escola sofre pressões para implementação de tecnologias desde a Educação Básica, o que pode se dar em três dimensões (VALENTE, 2016, p.879):

• atividades de Ciência da Computação, como a programação, sendo subdividida em duas outras subcategorias: a) programação fora da sala de aula, e b) a inserção de disciplinas no currículo que usam tecnologias para explorar temas relativos ao letramento digital ou *computer literacy*;

- a inclusão de disciplinas no currículo nas quais são desenvolvidas atividades que exploram conceitos do pensamento computacional, como jogos e robótica; e
- a exploração dos conceitos do pensamento computacional de maneira transversal, por meio de atividades que usam as tecnologias em diferentes disciplinas do currículo.

Em razão da complexidade das dimensões citadas, iremos discutir no presente texto sobre a segunda e a terceira dimensões apresentadas por Valente, destacando a possibilidade de explorar conceitos do Pensamento Computacional (PC) em sala de aula, sem que seja necessária a criação e implementação imediata de novas disciplinas no currículo brasileiro, em especial associado ao ensino de Matemática, foco de nossa atenção, pelas razões que serão apresentadas adiante.

Em países como a Escócia e a Coréia do Sul, o ensino formal de computação na Educação Básica ocorre desde a década de 1980, com direcionamentos diferenciados e sem ter o caráter de disciplina obrigatória. Na Finlândia, desde 2016 a computação passou a constituir disciplina obrigatória a partir do nível fundamental de escolaridade, de maneira que nos dois primeiros anos são explorados elementos do Pensamento Computacional por meio de atividades lúdicas; nos quatro anos seguintes, trabalhadas atividades no computador por meio da programação visual; e nos três últimos anos, promovidas atividades específicas de Linguagem de Programação (BRACKMANN, BARONE, CASALI e GONZÁLEZ, 2020).

No Brasil, algumas escolas oferecem disciplinas de Computação (ou Introdução à Informática) na Educação Básica, mas sem o caráter de obrigatoriedade, o que não significa dizer que os elementos que constituem o Pensamento Computacional sejam desenvolvidos adequadamente naquelas escolas.

Por outro lado, a estreita relação entre os elementos que caracterizam o Pensamento Computacional (PC) e o raciocínio matemático possibilitam o desenvolvimento dos elementos básicos do PC na disciplina de Matemática, que facilitarão o trabalho posterior com conceitos mais complexos do âmbito da Computação, o que, neste caso, pode ocorrer formalmente a partir do Ensino Médio, estando essa base consolidada.

Para isso, é fundamental olharmos para o que já está delineado em documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), usando não um microscópio, mas uma lupa, na medida em que deixarmos de pensar em objetos de conhecimento e habilidades como fins em si mesmos e passarmos a vê-los como elementos básicos da formação dos estudantes para lidarem não só com as linguagens de programação, como também com a Inteligência Artificial, que estão por trás da onda tecnológica que ganhou volume no final do século passado e que certamente não retrocederá.

Nesse sentido, o desenvolvimento do Pensamento Computacional ganha destaque, passando a ser visto como tão essencial quanto a aprendizagem de conceitos aritméticos ou da capacidade de leitura e escrita. No começo do século atual Wing (2006, 2008) fez essa previsão, definindo essa forma analítica especial de pensamento, ressaltando suas conexões com a Matemática, a Engenharia e o pensamento científico de maneira geral.

Não existe ainda um consenso sobre os elementos que definem o Pensamento Computacional, mas Solby e Woolard (2010) propõem uma definição que visa facilitar sua inserção nos currículos escolares. Para eles, o Pensamento Computacional seria um processo cognitivo que refletiria a capacidade de:

- realizar abstrações;
- fazer decomposições;
- pensar algoritmicamente;
- avaliar e
- fazer generalizações.

Os autores ressaltam que essas capacidades estão presentes em todas as disciplinas curriculares e estão envolvidas na resolução de problemas de todas as áreas de conhecimento. Essas capacidades são constituintes do processo de construção de conceitos matemáticos, com base na compreensão e na atribuição de significado para eles.

Fernández, Zúñiga, Rosas e Guerrero (2018) sintetizam as capacidades relacionadas ao Pensamento Computacional em quatro focos:

- decomposição;
- reconhecimento de padrões;
- abstração e

#### algoritmo.

Os focos definidos pelos autores citados estariam associados diretamente às capacidades indicadas por Solby e Woolard (2010), do modo sugerido no Quadro 01.

Quadro 01. Relação entre focos e capacidades

<b>FOCOS</b> (FERNÁNDEZ, ZÚÑIGA, ROSAS e GUERRERO, 2018)	<b>CAPACIDADES</b> (SOLBY e WOOLARD, 2010)
<ul> <li>decomposição</li> </ul>	<ul> <li>fazer decomposições</li> </ul>
<ul> <li>reconhecimento de padrões</li> </ul>	<ul> <li>avaliar e fazer generalizações</li> </ul>
<ul><li>abstração</li></ul>	<ul> <li>realizar abstrações</li> </ul>
algoritmo	pensar algoritmicamente

Fonte: produção dos autores

Em um ou outro modelo, os elementos a eles associados entrariam em ação quando resolvemos um problema e poderiam ser descritos, de maneira simplificada, do seguinte modo:

- (i) **Decompomos** um problema dado em elementos mais básicos (subproblemas) que nos ajudam a compreendê-lo e as soluções pensadas para as partes se combinam na solução para o problema maior;
- (ii) Para identificarmos as características mais importantes do problema e do processo de resolução deste, nossa mente executa **abstrações**, focando na essência e relevando o que não é fundamental, possibilitando a criação de uma representação ou modelo simplificado associado ao problema;
- (iii) A capacidade de **reconhecimento de padrões**, baseada em critérios de classificação e avaliação, nos habilita a identificar os conhecimentos que serão utilizados, considerando nossas experiências prévias com problemas análogos; e
- (iv) O plano de ação que seguimos para encontrar uma solução para o problema se constitui em um **algoritmo**, dado por um conjunto de instruções claras e precisas, cujos passos seguimos em uma determinada ordem.

Traçando um paralelo com os elementos da Heurística de Polya (1977), apresentada em seu clássico livro sobre a resolução de problemas matemáticos,

constituída de quatro etapas (compreensão do problema; elaboração de um plano para resolução do problema; execução do plano e verificação da solução encontrada), entendemos que os quatro elementos que constituem o Pensamento Computacional podem ser particularmente explorados na segunda etapa da Heurística.

De acordo com Wing (2008), a abstração constitui a essência do Pensamento Computacional e se caracteriza por ser de natureza simbólica e mais geral e complexa do que as abstrações que realizamos na Matemática, por exemplo, quando lidamos com a Aritmética ou a Álgebra.

Em razão dessa amplitude conceitual que caracteriza o Pensamento Conceitual, entendemos que uma maneira de estruturar suas bases é investir na formação das capacidades de decomposição; reconhecimento de padrões; abstração e uso de algoritmos, em todos os componentes curriculares e, particularmente, no âmbito da Matemática.

Embora possamos tomar cada um dos quatro elementos como tema de ensino em si mesmo, não podemos esquecer que eles estão estreitamente relacionados. Para evidenciar essas conexões, vamos tomar como foco de discussão em nosso texto a atividade de reconhecimento de padrões, na Matemática, por meio da qual propomos o trabalho com a abstração, decomposição e procedimentos algorítmicos.

#### O TRABALHO COM PADRÕES

Nunca se falou tanto em "padrões" quanto na atualidade, em especial em razão do desenvolvimento acelerado da Inteligência Artificial (IA) na última década, invadindo os diversos meios de produção e comunicação humanas e com promessas de mudar nossa relação com o mundo, em uma velocidade como nunca ocorreu antes.

Na obra do cientista chinês Kai-Fu Lee (LEE, 2019, p.17), constam os períodos de avanços e paradas na área, destacando o autor as décadas de 1950 e 1960, quando "[...] as primeiras versões de redes neurais artificiais produziram resultados promissores e muita publicidade". Por apresentar problemas de confiabilidade, essa abordagem passaria a ser largamente questionada, o que levaria a um adormecimento da área de Inteligência Artificial como um todo,

durante as décadas seguintes, com pequenos respiros em alguns momentos pontuais.

Em suas primeiras versões, os programas de Inteligência Artificial eram fundamentados em princípios lógicos das redes neurais e orientados por um especialista, constituindo uma era denominada de "especialização de dados". Como exemplo, Lee explica como funcionaria um programa de reconhecimento e identificação da imagem de um gato em um universo de fotografias, estruturado à época. "A abordagem baseada em regras tentaria estabelecer regras nos moldes "se-então" para ajudar o programa a tomar uma decisão: "Se há duas formas triangulares em cima de uma forma circular, então provavelmente há um gato na foto". (LEE, 2019, p.17).

Este processo dependeria, portanto, de interferência humana permanente. Quando os comandos se mostrassem ineficientes ou falhos, como não localizar um gato que está em uma foto, mas com as orelhas escondidas, novos comandos seriam dados pelo especialista, ampliando a capacidade de classificação do programa.

A grande virada na Inteligência Artificial ocorreu no ano 2000, quando surgiu o que passou a ser conhecido como processo de "aprendizagem profunda". O processo de aprendizagem profunda, concebido como uma nova maneira de abordagem da estrutura de redes neurais, tem como objetivo possibilitar que o próprio programa se expanda, na medida em que "aprende" ao fazer observações em um amplo conjunto de informações, na busca de padrões. (LEE, 2019).

No lugar do especialista, os algoritmos utilizam grandes quantidades de informações, relacionadas a um determinado contexto, com base nas quais fará uma tomada de decisão que visa otimizar determinada solução. O processo se dá pela via do treinamento para reconhecer padrões e fazer generalizações, por meio de estabelecimento de correlações entre dados. O processo de aprendizagem profunda tenta, de certa forma, estabelecer um paralelo com a forma como o cérebro humano elabora conhecimento a partir da análise e generalização de padrões.

Mas, o que é um padrão? Ponte (2009) lembra que a definição do termo não é consensual e ele não é um conceito específico do campo da Matemática, uma vez que está presente em diversas áreas de conhecimento. Para o autor,

qualquer coisa pode constituir um padrão, dependendo do sistema no qual está inserido. Ele destaca, então, que o que devemos observar são, exatamente, as regras desse sistema. Ponte ressalta ainda o fato dos termos "padrão" e "regularidade" serem normalmente associados, argumentando, porém, que eles não são sinônimos, uma vez que

[...] padrão aponta sobretudo para a unidade de base que eventualmente se replica, de forma exactamente igual ou de acordo com alguma lei de transformação; "regularidade" remete sobretudo para a relação que existe entre os diversos objectos, aquilo que é comum a todos eles ou que de algum modo os liga. Padrões e regularidades são, por isso, dois pontos de vista complementares. (PONTE, 2009, p.170).

Vale (2009), observa que a grande variedade de conexões entre ideias matemáticas que o estudo de padrões possibilita justificaria sua exploração ao longo de toda a escolarização básica, ajudando o estudante a desenvolver aprendizagens posteriores, a resolver problemas e se comunicar. A autora ressalta que os trabalhos com padrões numéricos, relações entre variáveis e generalização estão indicados nas orientações curriculares de muitos países e, como veremos em seguida, este também é o caso do Brasil.

#### PADRÕES E REGULARIDADES NA BNCC – ENSINO FUNDAMENTAL

A Base Nacional Comum Curricular passou a reger a organização dos currículos escolares da Educação Básica a partir de sua aprovação, que ocorreu em 2017 (a parte do documento dirigida à Educação Infantil e Ensino Fundamental) e em 2018 (a parte dirigida ao Ensino Médio). Desde então, começaram a ocorrer ajustes em currículos escolares e na organização de materiais de apoio ao ensino, como Livros Didáticos, visando atender às orientações da BNCC.

O documento precisa ser analisado sob diversas óticas, em uma perspectiva geral e por área de conhecimento e, dentro de cada área, ter os objetivos e habilidades apontados no documento sob o olhar cuidadoso de educadores e outros estudiosos das relações entre ensino e aprendizagem.

Fazemos um recorte analítico específico ao tema que propomos como foco de nosso texto, a discussão sobre análise de padrões e como podemos

explorá-la em sala de aula, pensando, em uma perspectiva longitudinal, no desenvolvimento dos outros três elementos básicos do Pensamento Computacional (decomposição; abstração e procedimento algoritmo). Para isso, levantamos na BNCC, no documento dirigido à área de Matemática, as referências diretas aos termos: padrão; padrões; regularidade e regularidades, dos quais trataremos adiante.

Vale destacar que outras áreas de conhecimento presentes na Base também orientam para o trabalho com análise de padrões e regularidades, como Língua Portuguesa e Geografia. No caso da Matemática, no documento fica clara a vinculação dos termos citados, em especial na unidade temática de Álgebra, já na apresentação das áreas.

No texto o documento destaca sua principal finalidade, que seria desenvolver o pensamento algébrico, "[...] essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos". (BRASIL, 2017, p.270).

Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. (BRASIL, 2017, p.270)

Nessa direção, o documento defende a necessidade de se trabalhar com regularidades, generalização de padrões e propriedades da igualdade, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, ainda que sem o uso de letras para representar valores desconhecidos. Ao ser ampliado o trabalho para os anos finais,

[...] os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam

conexões entre variável e função e entre incógnita e equação (BRASIL, 2017, p.271).

O documento destaca, ainda, que os conhecimentos das diversas áreas em que estão divididas a Matemática na BNCC, devem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos estudantes, relativo à codificação e decodificação de situações dadas em linguagens diversas; à produção de algoritmos e fluxogramas e relativas à ideia de variável e, ainda, "[...] a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos. (BRASIL, 2017, p.271).

No documento identificamos diversas referências diretas aos termos padrão(ões) e regularidade(s), nas orientações para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, em Matemática, os quais serão descritos em Quadros apresentados em seguida. Vale ressaltar que as habilidades destacadas no Quadro podem não ser, necessariamente, as únicas citadas no documento em conexão com o objeto de conhecimento correspondente, mas apenas as que fazem referência direta aos termos indicados anteriormente.

No Quadro 02 estão presentes os objetos de conhecimento e as habilidades correspondentes a serem desenvolvidas nos quatro anos iniciais do Ensino Fundamental.

Quadro 02. Objetos de conhecimento e habilidades relacionadas a padrões e regularidades – 1º ao 5º Anos do Ensino Fundamental.

1º Ano - Unidade temática - Álgebra			
OBJETO DE	HABILIDADE		
CONHECIMENTO			
Padrões figurais e numéricos:	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares		
investigação de regularidades	ou representações por figuras, por meio de atributos,		
ou padrões em sequências.	tais como cor, forma e medida.		
Sequências recursivas:	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a		
observação de regras usadas	explicitação de um padrão (ou regularidade), os		
utilizadas em seriações	elementos ausentes em sequências recursivas de		
numéricas (mais 1, mais 2,	números naturais, objetos ou figuras.		
menos 1, menos 2, por			
exemplo)			
2º Ano - Unidade temática - Álgebra			
OBJETO DE	HABILIDADE		
CONHECIMENTO			
Construção de sequências	(EF02MA09) Construir sequências de números		
repetitivas e de sequências	naturais em ordem crescente ou decrescente a partir		
recursivas.			

	de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.	
Identificação de regularidade de sequências e	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências	
determinação de elementos	recursivas, por meio de palavras, símbolos ou	
ausentes na sequência.	desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em	
	sequências repetitivas e em sequências recursivas	
	de números naturais, objetos ou figuras.	
	o - Unidade temática - Álgebra	
OBJETO DE	HABILIDADE	
CONHECIMENTO		
Identificação e descrição de	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências	
regularidades em sequências	ordenadas de números naturais, resultantes da	
numéricas recursivas.	realização de adições ou subtrações sucessivas, por	
	um mesmo número, descrever uma regra de	
	formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.	
4º Ano	o - Unidade temática - Álgebra	
OBJETO DE	HABILIDADE	
CONHECIMENTO		
Sequência numérica	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências	
recursiva formada por	numéricas compostas por múltiplos de um número	
múltiplos de um número	natural.	
natural.		
Sequência numérica	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações,	
recursiva formada por	que há grupos de números naturais para os quais as	
números que deixam o	divisões por um determinado número resultam em	
mesmo resto ao ser divididos	restos iguais, identificando regularidades.	
por um mesmo número		
natural diferente de zero.		

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017)

Vale destacar que diversos objetos de conhecimento e habilidades da Matemática, tanto de Álgebra quanto de outras Unidades Temáticas, têm relação direta com a análise de padrões e regularidades, ainda que não sejam utilizados esses termos em sua descrição. No Quadro 02, porém, trouxemos apenas as que fazem referência explícita aos termos, o mesmo ocorrendo no Quadro 03, onde destacamos os objetos de conhecimentos e habilidades voltados para o 7º e 8º Anos do Ensino Fundamental.

Quadro 03. Objetos de conhecimento e habilidades relacionadas a padrões e regularidades – 7º e 8º Anos do Ensino Fundamental

7º Ano - Unidade temática - Álgebra			
OBJETO	DE	HABILIDADE	
CONHECIMENTO			

Linguagem algébrica:	(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar		
variável e incógnita	regularidades encontradas em sequências numéricas.		
Equivalência de	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas		
expressões algébricas:	obtidas para descrever a regularidade de uma mesma		
identificação da	sequência numérica são ou não equivalentes.		
regularidade de uma			
sequência numérica.			
8º Ano - Unidade temática - Álgebra			
OBJETO DE	HABILIDADE		
CONHECIMENTO			
Sequências recursivas	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência		
e não recursivas	numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo		
	por meio de um fluxograma que permita indicar os números		
ou as figuras seguintes.			
	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência		
	numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um		
	fluxograma que permita indicar os números seguintes.		

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017)

Como podemos observar pelas indicações presentes nos Quadros 02 e 03, o trabalho com padrões se dá predominantemente por meio da exploração de sequências, sejam elas numéricas, figurais ou de outra natureza, de três tipos: repetitivas; recursivas e não-recursivas.

Além disso, todos os Objetos de Conhecimento e Habilidades correspondentes estão incluídos na Unidade Temática de Álgebra, embora seja possível explorar padrões e regularidades em relação a outras Unidades Temáticas, como Geometria ou Grandezas e Medidas.

A relação com a Álgebra é decorrente de investigações que apontam essa potencialidade do trabalho com sequências para o desenvolvimento das bases do pensamento algébrico, particularmente da capacidade de generalização (BLANTON e KAPUT, 2005; PONTE, 2006; PONTE, BRANCO e MATOS, 2009; VALE et al, 2007).

#### AS SEQUÊNCIAS REPETITIVAS

Um exemplo de sequência numérica repetitiva seria a representada por uma sequência alternada de números 1 e 0. Neste caso, há um núcleo que constitui o padrão a ser repetido, que seria formado pelos números 1 e 0, alternadamente. Assim, na sequência 1, 0, 1, 0, 1, ..., os dois próximos elementos seriam 0 e 1. Como destaca Ponte (2009, p.171),

[...] os padrões mais interessantes são aqueles onde é possível conjugar elementos geométricos (simetrias, repetições) e aspectos numéricos, de modo a descobrir uma lei geral de formação, ou seja, tirando partido de raciocínios onde a representação visual desempenha um papel importante.

Isso pode ser feito por meio do crescendo da complexidade do trabalho com sequências, explorando-se raciocínios diferenciados, podendo-se usar como referência, inclusive uma mesma sequência simples, como uma sequência repetitiva de objetos, figuras ou números. Pontes, Branco e Matos (2009), afirma que

[...]ao analisar este tipo de sequências os alunos têm oportunidade de continuar a sua representação, procurar regularidades e estabelecer generalizações. A compreensão da unidade que se repete pode não ser facilmente conseguida pelos alunos nos primeiros anos do ensino básico, mas é possível desenvolvê-la progressivamente. A percepção da unidade que se repete permite determinar a ordem de diversos elementos da sequência por meio de uma generalização (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.41).

Por exemplo, consideremos a sequência repetitiva de elementos geométricos da Figura 01.

Figura 01. Sequência repetitiva de figuras.



Com base nesta sequência podemos solicitar que o estudante identifique o núcleo de repetição da sequência. Para isto ele precisa decompor os elementos dados, em partes, e realizar uma abstração para identificar o que está sendo repetido. Neste caso, o núcleo de repetição é: um círculo e um triângulo.

Como lembram Pontes, Branco e Matos (2009), como essa não é uma ação facilmente realizável por estudantes dos anos iniciais, a orientação é começar por sequências repetitivas com núcleo mais simples e envolvendo um único elemento (forma ou objeto), como no caso da apresentada na Figura 01.

Podemos solicitar que o estudante identifique quais seriam os próximos três ou quatro elementos da sequência, considerando o núcleo de repetição e o

último elemento presente na sequência, ou, ainda, solicitar que identifique termos faltantes na sequência.

Para identificar a natureza de termos distantes na sequência, como, por exemplo, quem seria o 25º termo, o ideal é enumerar os elementos, de maneira que os estudantes possam realizar uma generalização do tipo: se a figura ocupa uma posição de ordem ímpar ela é um círculo e se ocupa uma posição de ordem par é um triângulo.

O grau de complexidade do núcleo deve ser ampliado aos poucos. Por exemplo, na Figura 02, os elementos do núcleo da sequência variam quanto à forma e a cor e ele é ampliado, passando a ser composto por quatro unidades: um círculo e um triângulo amarelos e um círculo e um triângulo vermelhos. Neste caso, a determinação de um termo distante, como saber qual seria o 25º elemento da sequência seria mais difícil que no caso da sequência da Figura 01. Neste caso, para os estudantes dos anos iniciais, poderíamos explorar, com essa a sequência da Figura 02 a identificação dos componentes do núcleo, a identificação de termos próximos e de elementos faltantes.

Figura 02. Sequência repetitiva de figuras, mais complexa.



Para auxiliar o raciocínio do estudante na busca de solução para a determinação do termo distante, podemos orientar que preencham um quadro como o sugerido na Figura 03 e avaliem se identificam alguma regularidade que lhes possibilite determinar qual seria o 25º elemento da sequência.

As soluções são diversas, mas uma maneira de generalizar o padrão em associação com a posição que cada elemento ocupa na sequência seria usar como referência as posições pares. Se o número associado à posição do elemento for um múltiplo de 4, a figura será um triângulo vermelho. Se for par, mas não um múltiplo de 4, será um triângulo amarelo.

Se o número associado à posição for ímpar, recorre-se ao da ordem par imediatamente seguinte: se ele for par e não um múltiplo de 4, a figura será um círculo amarelo. A figura será um círculo vermelho se o número associado à

próxima ordem par for um múltiplo de 4. No caso proposto, o 25° elemento será um círculo amarelo, pois a 26° posição é par e não é um múltiplo de 4.

Figura 03. Sugestão de quadro a ser preenchido pelos estudantes.

Posição que a figura ocupa em cada ciclo de repetição do núcleo					
1	5	9	11		
2	6	10	14		
3	7	11	15		
4	8	12	16		

Como podemos observar, é importante pensarmos nessa ampliação da complexidade na abordagem das sequências ao longo do processo de escolarização dos estudantes da Educação Básica, explorando o que é mais adequado para cada ano, considerando o grau de dificuldade da atividade proposta e da experiência anterior dos estudantes com o tema.

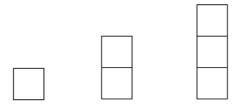
Uma mudança, ainda que simples, na sequência, pode implicar na promoção de um desafio que precisa ser avaliado se está, ou não, de acordo com o nível dos estudantes, considerando sua vivência com sequências (repetitivas, recursivas e não-recursivas).

#### AS SEQUÊNCIAS RECURSIVAS E NÃO-RECURSIVAS

Uma sequência recursiva caracteriza-se pelo fato de cada novo elemento da sequência ser definido por combinação de elementos anteriores. Por exemplo, se considerarmos a seguinte sequência numérica 1, 2, 4, 8, ..., para obtermos o próximo elemento, multiplicamos o termo anterior por 2 e, assim, os dois próximos termos da sequência seriam 16 e 32. Como exemplo de sequência figural recursiva, temos a apresentada na Figura 04.

Cada novo elemento da sequência é obtido acrescendo-se um quadrado no topo da pilha de quadrados da figura imediatamente anterior. Essa sequência é recursiva crescente e esse crescimento se dá verticalmente. As mesmas questões em relação à determinação dos próximos elementos, de elementos faltantes ou relativas ao núcleo de repetição (aumento de um quadrado), podem ser propostas aos estudantes, ampliando-se a complexidade da sequência de maneira gradativa.

Figura 04. Exemplo de sequência recursiva.

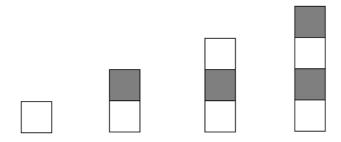


Por exemplo, quando acrescentamos cores aos elementos da sequência da Figura 04, o grau de complexidade da atividade aumenta, em especial quando se trata da determinação de um elemento distante, o que pode envolver um grau elaborado de generalização, a depender do tipo de sequência.

Por exemplo, para determinar quantos quadradinhos teria o 30° elemento da sequência da Figura 04, se o estudante associar ao elemento o número que indica sua posição, facilmente descobriria que o 30° elemento teria 30 quadradinhos (o 1° elemento tem 1 quadradinho; o 2° tem dois quadrados, o 3° tem 3 quadradinhos e assim por diante).

E se quiséssemos saber quantos quadradinhos e qual a cor do quadradinho do topo da pilha do 30º elemento da sequência indicada na Figura 05?

Figura 05. Exemplo de sequência recursiva mais complexa.



No caso da Figura 05, há duas modificações feitas no elemento seguinte que é acrescido na sequência: ele tem um quadradinho a mais que o elemento imediatamente anterior e o quadradinho do topo será branco se o número que indica a ordem da figura na sequência for ímpar, ou será cinza se a ordem for par.

Quanto às sequências não-recursivas, estas se caracterizam pelo fato de cada novo elemento ter a possibilidade de ser gerado apenas com base em sua posição na sequência, sem ser necessário conhecermos o termo anterior, ou termos anteriores. Por exemplo, se tomarmos a sequência de potências do número 3, temos: 1 (3°); 3 (3°); 9 (3°); 27 (3°); ..., o termo de número 25 seria dado por 3°, ou seja, não precisamos saber qual o termo anterior (para multiplicá-lo por 3), para obtermos o 25° termo da sequência, para isso o estudante realiza a seguinte generalização: o n-ésimo elemento da sequência será igual a 3°-1, pois o 1° termo é 3°; o 2° é 3°, logo, o n° será 3°-1.

Essa generalização associa a ordem do número na sequência a seu valor numérico. Podemos constatar, no entanto, que a diferença entre uma sequência recursiva e uma sequência não-recursiva é muito sutil, sendo a recursividade um recurso importante para o pensamento matemático e para a computação. "Na computação, a recursividade tornou-se um recurso que facilita a criação e compreensão de algoritmos, e está presente em boa parte das linguagens de programação" (COUTINHO, ALMEIDA. PRATES e CHAIMOWICZ, 2008).

Ponte (2009) ressalta as potencialidades do trabalho com padrões e regularidades para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mas faz um alerta para possíveis limitações. A primeira delas diz respeito ao fato de que, dependendo de como é apresentada, uma sequência pode admitir diversas alternativas diferentes de continuação. Por exemplo, se os primeiros elementos de determinada sequência são: 2, 5, 11..., quem seria o elemento seguinte?

Podemos pensar em 23 - o próximo termo seria gerado dobrando-se o anterior e somando-se uma unidade; ou em 20 - a diferença entre um número e o seguinte são os múltiplos de 3, ou seja, 2 + 3 = 5; 5 + (2x3) = 11; 11 + (3x3) = 20; e assim por diante; ou, ainda, poderíamos ter como resposta 14 (a diferença entre os números da sequência se alternaria entre 3 e 6, ou seja, 2 + 3 = 5; 5 + 6 = 11; 11 + 3 = 14; 14 + 6 = 20, dentre outras possibilidades de solução.

Aceitar essa diversidade de soluções, considerando-se a forma como a sequência foi apresentada, é fundamental, para evitar que professores e estudantes pensem que a solução é sempre única. Para evitar esse problema, devemos, então, não apenas estar atentos à forma como apresentamos os termos de uma sequência, mas ao número de termos que são inicialmente indicados, o que pode fazer a diferença na quantidade de soluções.

Porém, vale salientar a importância de propormos às crianças que já possuem alguma familiaridade com a análise de padrões, situações mais abertas, como a do último exemplo, solicitando que identifiquem o próximo termo e, o que é mais importante, justifiquem a indicação, explicitando a regra adotada.

Outra possível limitação do trabalho com padrões e regularidades apontada por Ponte (2009, p.170) é ele ser mecanizado. Ou seja,

[S]e as questões com padrões forem relativamente pobres e tendencialmente muito semelhantes, os alunos rapidamente se apercebem que se trata de um "certo tipo de exercício", em que o objectivo é determinar "o termo seguinte" ou o "termo geral" e mecanizam estratégias para responderem sem ter muito que pensar.

Para Ponte (2009), não basta descobrir o padrão ou regularidade, mas é igualmente importante que o estudante seja capaz de realizar demonstrações relativas a esses padrões e regularidades que foram descobertos. Essa habilidade pode ser desenvolvida na escola por meio de atividades desplugadas, usando-se material manipulativo, ou por meio de atividades baseadas em aplicativos que visem desenvolver as habilidades destacadas na BNCC (BRASIL, 2018), relacionadas ao trabalho com padrões.

O uso de ferramentas digitais e aplicativos deve visar uma maior compreensão sobre o funcionamento do procedimento de resolução de problemas por máquinas, começando pela proposição de situações simples, por meio de fluxogramas básicos, ampliando-se o nível de complexidade das ações propostas, ao longo da Educação Básica.

Pelo que é apresentado no Quadro 03 podemos observar, ainda, a possibilidade de desenvolvimento de elementos de um segundo pilar do Pensamento Computacional que é o trabalho com algoritmos e, para suporte a estes, o desenvolvimento de fluxogramas. Vale ressaltar ainda que, no trabalho

adequado com sequências em sala, a decomposição e a abstração são ações inerentes, o que possibilita a ampliação do trabalho com as bases do PC, ao longo do Ensino Fundamental.

#### PADRÕES E REGULARIDADES NA BNCC - ENSINO MÉDIO

No Ensino Médio, os termos de busca que utilizamos (padrões e regularidades) no levantamento que realizamos na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), têm destaque na Competência 5, assim definida:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p.523)

As Habilidades correspondentes a serem desenvolvidas pelos estudantes desse nível de escolaridade, diretamente relacionadas ao trabalho com padrões e regularidades, seriam:

(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau. (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo y = ax².

(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados. (BRASIL, 2018, p.533)

Como podemos observar pela análise das Habilidades específicas destacadas, o trabalho com funções constitui lugar privilegiado para o trabalho com padrões e regularidades no Ensino Médio, o que poderia ocorrer tanto na abordagem algébrica quanto gráfica do conteúdo, extrapolando-se para além do âmbito das funções lineares e quadráticas, incluindo-se as funções exponenciais e trigonométricas.

Embora não haja na BNCC referência direta ao trabalho com Progressões Aritméticas (PA) e Progressões Geométricas (PG), conteúdos tradicionalmente estudados no Ensino Médio, estas podem ser exploradas em associação com os conteúdos de funções lineares e funções exponenciais, respectivamente, ampliando-se o trabalho com a recursividade nesse nível de escolaridade, focando na compreensão da estrutura das funções recursivas.

Além dos tipos de sequências indicados na BNCC, há outros tipos de sequências de padrões que podem ser exploradas em sala de aula, como as de padrões mistos, combinando parte repetitiva e não repetitiva, com diferentes níveis de complexidade e demandando raciocínios diferenciados em sua abordagem. Esse trabalho seria particularmente indicado para estudantes do Ensino Médio, preparando-os para lidarem com a complexidade das Linguagens de Programação e da Inteligência Artificial.

Além disso, no documento há indicação de uso de aplicativos e softwares nos Ensino Fundamental e Médio, o que possibilita a ampliação da exploração dos elementos relacionados ao Pensamento Computacional, ao longo de toda a Educação Básica.

### **CONSIDERAÇÕES GERAIS**

No presente texto focamos nossa discussão na defesa de desenvolvermos elementos dos pilares do Pensamento Computacional (decomposição; reconhecimento de padrões; abstração e algoritmo), focando nossa argumentação no trabalho com padrões, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, tomando como referência habilidades matemática presentes na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

Observamos que muitas habilidades possibilitam o investimento no desenvolvimento dos conhecimentos centrais para o Pensamento Computacional, sem que seja necessário introduzir de imediato novas disciplinas no currículo, desde que sejam assumidos alguns pressupostos básicos.

O primeiro diz respeito à compreensão de que a indicação da habilidade, em um determinado ano de escolaridade, não esgota o trabalho com ela, na formação do estudante. Ao contrário, para que ele atinja níveis cada vez mais gerais de abstração, é essencial que conceitos que fundam as habilidades

destacadas no texto, sejam retomados nos anos seguintes, em outros contextos e com graus de ampliação e profundidade cada vez maiores.

Em segundo lugar, o trabalho com os conteúdos das disciplinas e, particularmente, de Matemática, deve visar o desenvolvimento de uma rede conceitual interconectada e, portanto, mais eficiente, com objetivos formativos de longo prazo, e não, pontuais. A abstração e a generalização, como fios de costura para essa rede, se dão pela via da compreensão daquilo que se ensina e aprende, possibilitando a construção de significados que irão impactar na capacidade de adaptação das pessoas em tempos de mudanças que se dão de forma cada vez mais veloz.

As ações didáticas que propomos para os estudantes poderão auxiliá-los a desenvolverem seu senso crítico e o raciocínio lógico, o que, por sua vez, o ajudará a selecionar informações e a julgar a pertinência e importância de dados e informações com as quais tem contato. Facilitará o planejamento dessas ações didáticas, enxergar o currículo de uma perspectiva que nos permita não apenas ver o presente, mas enxergar demandas formativas que serão fundamentais para o futuro de nossos estudantes.

Nessa direção, uma atividade facilitadora para a percepção dessa rede potencializadora do desenvolvimento dos conhecimentos que destacamos ao longo de nossa discussão, pode ser a organização, em uma estrutura de rede, das Habilidades da base Nacional Comum Curricular, como as que destacamos no texto, conectando-as não-linearmente, mas pensando-se em associações que poderão facilitar a aprendizagem dos estudantes e melhorar a formação de conhecimentos que servem de base para o trabalho posterior com Linguagem de Programação e Inteligência Artificial.

#### **REFERÊNCIAS**

BLANTON, M.; KAPUT,J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. In: **Journal for Research Mathematics Education**. *36*(5), p. 412-446, 2005.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\_EI\_EF\_110518\_versaofin al\_site.pdf. Acesso em: ago. de 2020.

COUTINHO, F.R.S.; ALMEIDA, J.; PRATES, R.O.; CHAIMOWICZ, L. **Belesminha: Um jogo educacional para apoio ao aprendizado de recursividade**. Anais do SBC - Proceedings of SBGames'08: Game & Culture Track, 2008. Disponível em:

https://www.researchgate.net/profile/Ivelise\_Fortim/publication/280004180\_Psic ologia\_e\_Games\_uma\_experiencia\_de\_ensino\_realizada\_no\_Curso\_Superior\_de\_Tecnologia\_em\_Jogos\_digitais\_da\_PUC-

SP/links/55a30f6e08aec9ca1e6505f1.pdf#page=182. Acesso em out. 2020.

FERNÁNDEZ, ZÚÑIGA, ROSAS; GUERRERO. **Experiences in Learning Problem-Solving through Computational Thinking**. Journal of Computer Science and Technology, vol. 18, no. 2, 2018. Disponível em: http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/30/308006/html/index.html. Acesso em set. de 2020.

HERNANDÉZ, L. M. M; TORRERO, P. E. C (Org.) Lo que se de: mapas mentales, mapas conceptuales, diagramas de flujo y esquemas. 2014. Disponível em: <a href="http://www.upd.edu.mx/PDF/Libros/Mapas.pdf">http://www.upd.edu.mx/PDF/Libros/Mapas.pdf</a>>. Acesso em out.2020.

LEE, K-F. Inteligência Artificial: como os robôs estão mudando o mundo (...). Rio de Janeiro: Globo Livros, 2019.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

PONTE, J.P. Números e álgebra no currículo escolar. In Vale, I. *et al.* (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, p. 5-27, 2006.

\_\_\_\_\_ Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professores. In VALE, I; BARBOSA, A. (Org.) **Padrões: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática**. 2009. Disponível em:

http://www.ese.ipvc.pt/padroes/artigos/actas.pdf 2009. Acesso em: set. de 2020.

- PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: ME DGIDC, 2009.
- SOLBY, C.; WOOLARD, J. **Computational thinking: the developing definition**. Conference: Special Interest Group on Computer Science Education (SIGCSE) 2014. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/299450690\_Computational\_thinking\_t he\_developing\_definition. Acesso em out. de 2020.

VALE, I. Mathematics and patterns in elementary school. In VALE, I; BARBOSA, A. (Org.) **Padrões: múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática**. 2009. Disponível em: http://www.ese.ipvc.pt/padroes/artigos/actas.pdf 2009. Acesso em: set. de

http://www.ese.ipvc.pt/padroes/artigos/actas.pdf 2009. Acesso em: set. de 2020.

VALE, I. *et al.* Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In: I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), **Números e Álgebra.** Lisboa: SEM-SPCE. p. 193-211, 2007.

VALENTE, J.A. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. Revista e-Curriculum, São Paulo, v.14, n.03, p. 864 – 897 jul./set.2016. Disponível em:

<a href="http://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum">http://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum</a>. Acesso em maio de 2020.

WING, J.M. Computational thinking. Commun. ACM 49, 2006.

\_\_\_\_\_, Computational thinking and thinking about computing. Phil. Trans. R. Soc. A (2008). Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/23142610\_Computational\_thinking\_an d\_thinking\_about\_computing. Acesso em: set. de 2020.