



# Axelkopplingar



# Inlämningsuppgifter

Två nya uppgifter finns i Canvas

- I5 –Lamellkoppling.
- Laboration D1 –Kuggväxel & Kuggväxelgeometri.  
(många deluppgifter men enkla beräkningar).

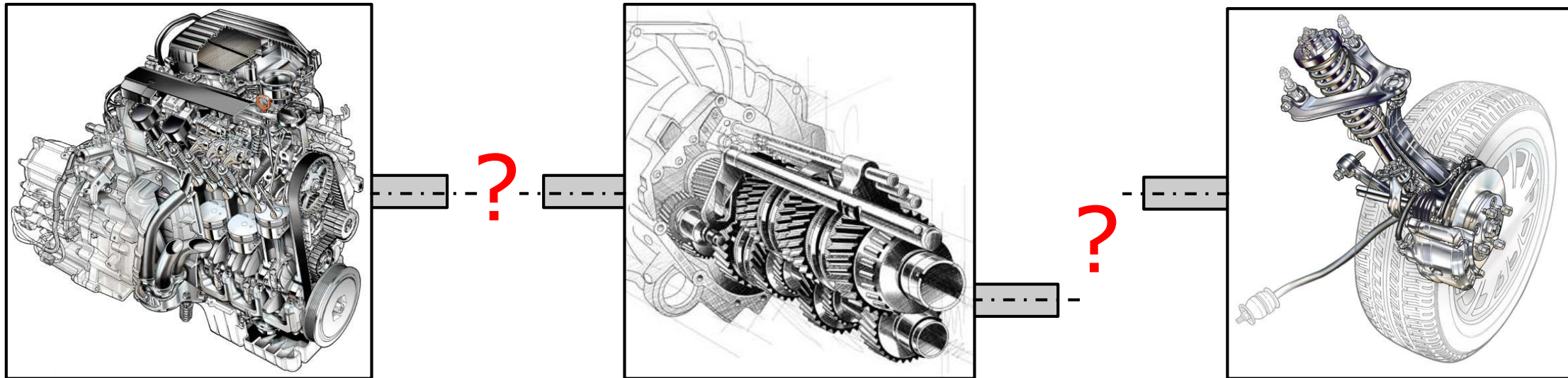
# Varför axelkopplingar?

Axelkopplingar är maskinelement som **förbinder/kopplar ihop axlar** med varandra. Huvudfunktionen är att överföra rörelse och/eller moment.

Motor

Växel

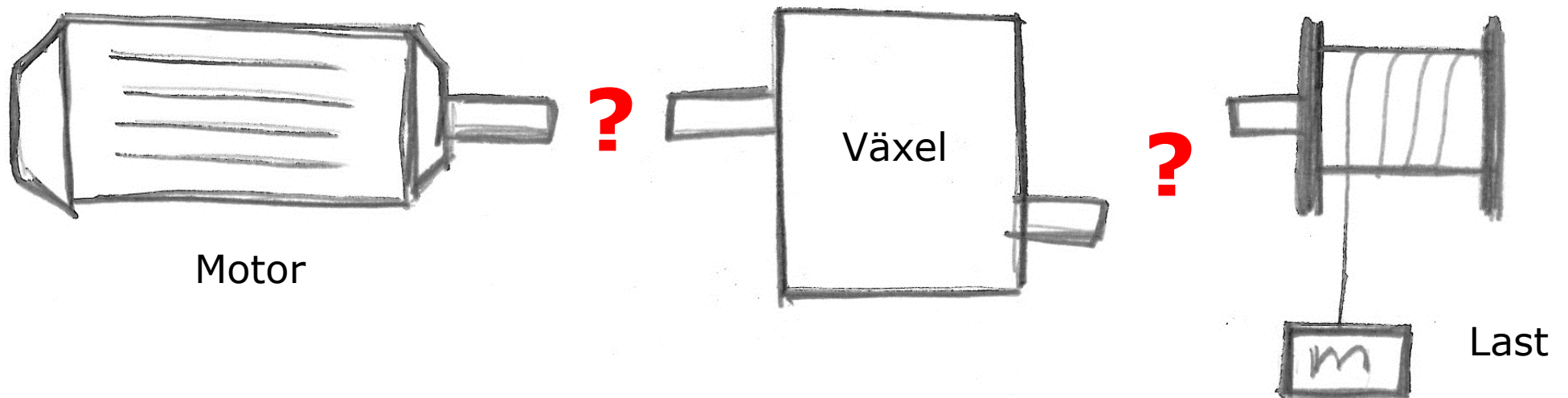
Last (bil)



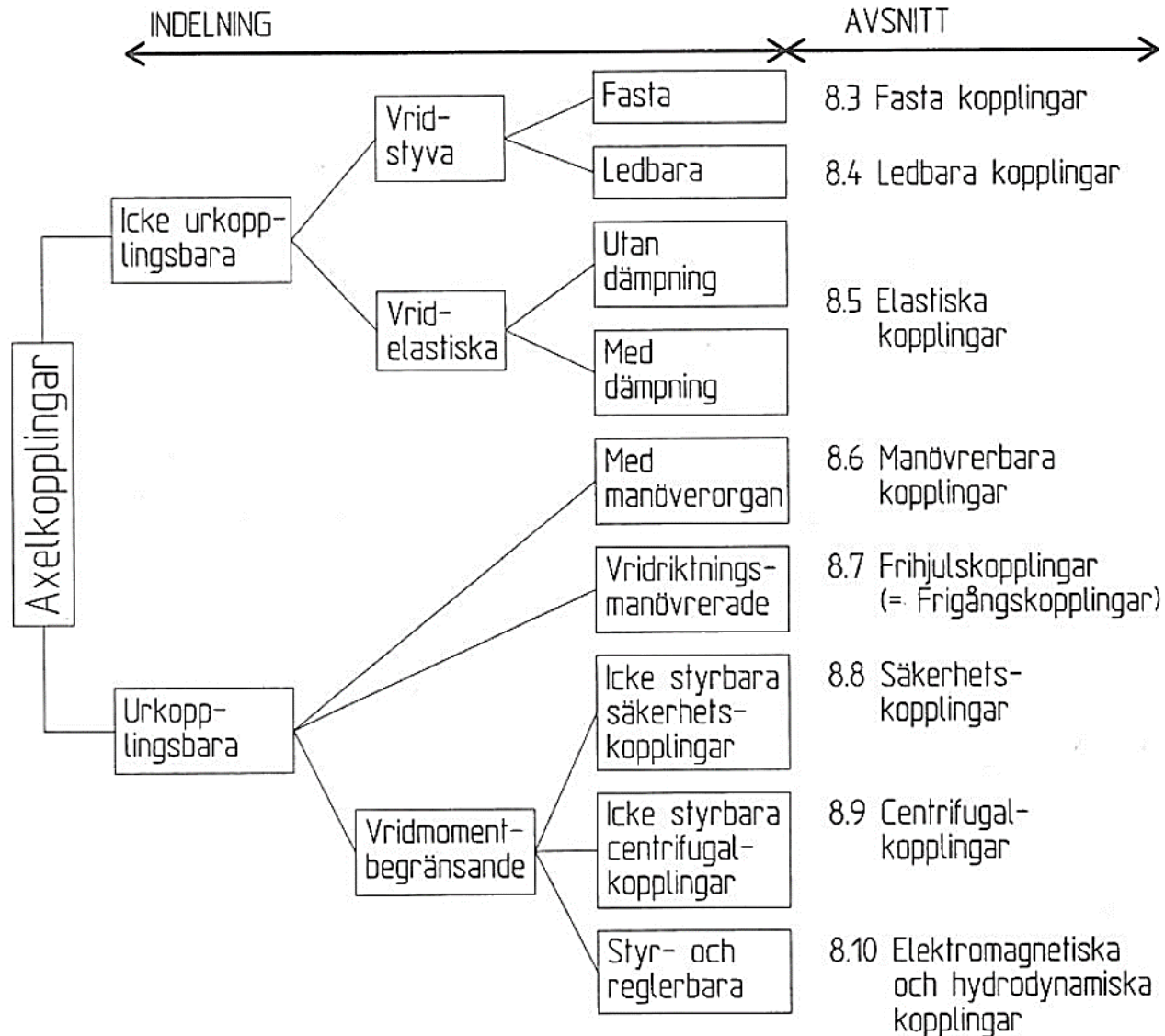
Axelkopplingar används i många olika typer av maskiner/maskineri. Industri, fordon, maskiner, verktyg, m.m.

# Axelkopplingar – Funktioner

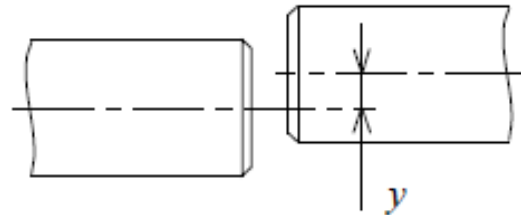
- **Hopkoppling av axlar för momentöverföring**
- Förskjutningar mellan Motor och Maskin
- Dämpning
- In- och ur-koppling.
- Startkoppling
- Frihjul
- Överlastskydd



# Indelning av axelkopplingar

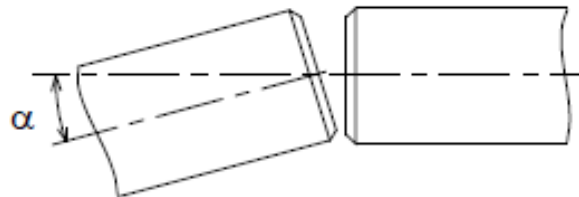


# Uppriktning av axlar



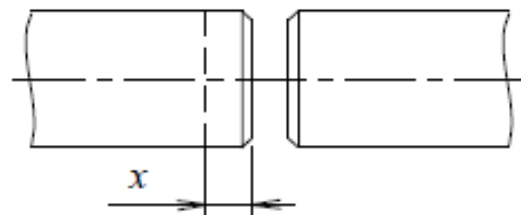
Radiellt  
(parallellt) ,  $y$

Vad händer  
när axlarna  
roterar ?

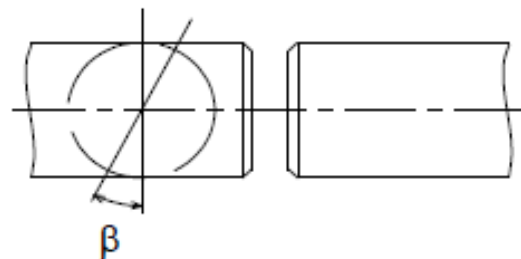


Vinkel,  $\alpha$

Vad händer om  
axlarna rör sig  
axiellt under  
drift?



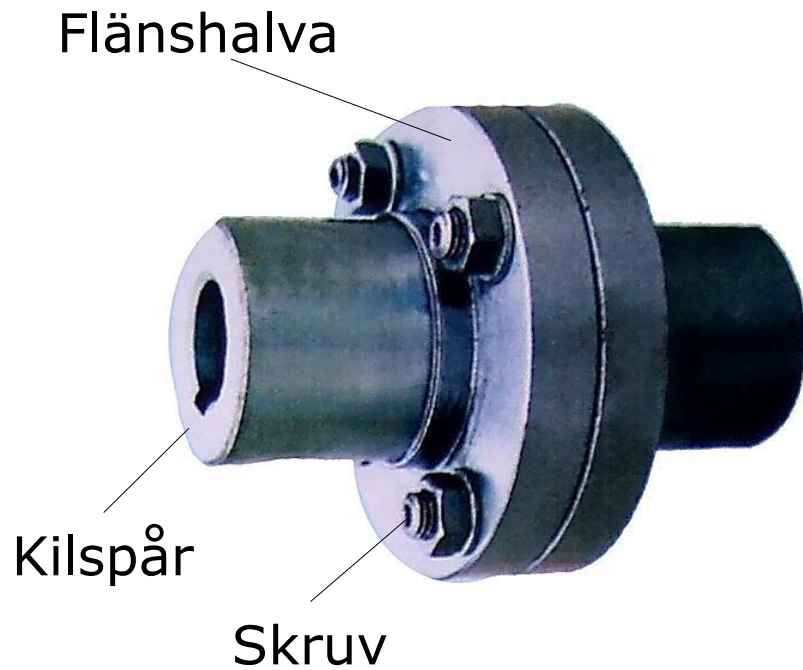
Axiellt,  $x$



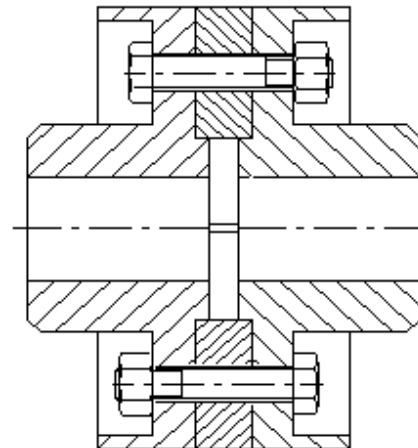
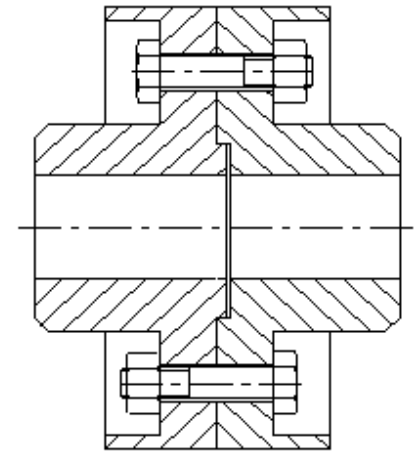
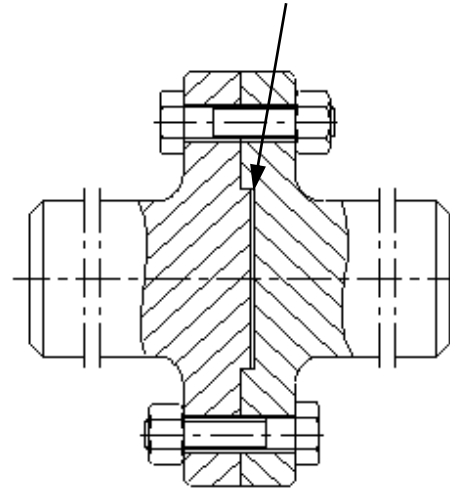
Vridning,  
torsion,  $\beta$

Hur påverkar  
en flexibel  
koppling?

# Fläns/skivkoppling (fast)



Ansats/styrkant



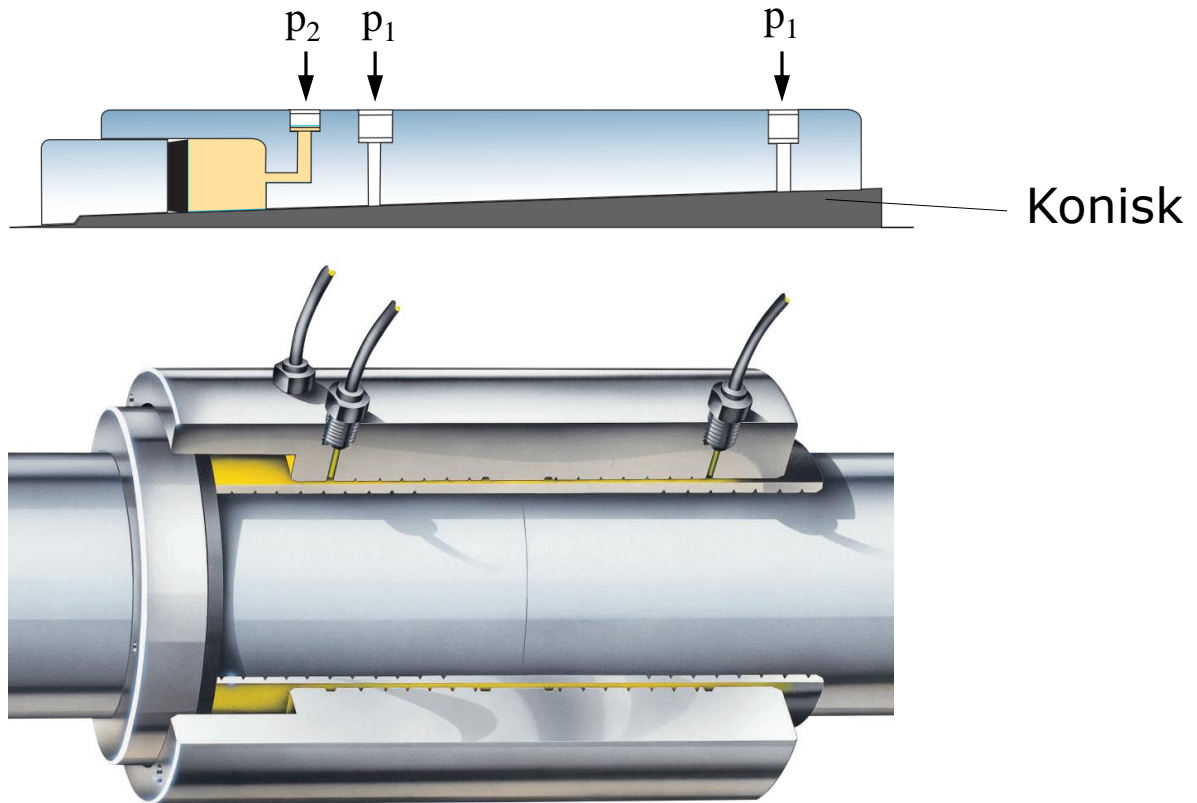
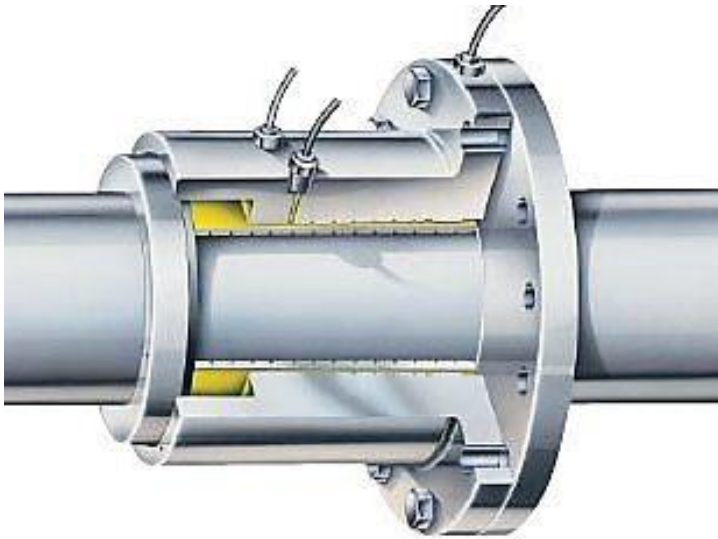


# Oljekoppling OK (fast)

Oljekopplingen är kraftbetingad och funkar som ett pressförband.

För att minska krafterna som krävs vid montering används olja som pressas in i den koniska spalten mellan inner- och ytterhylsa.

En tunn oljefilm skiljer då ytorna så att ytterhylsan kan skjutas på innerhylsans koniska yta

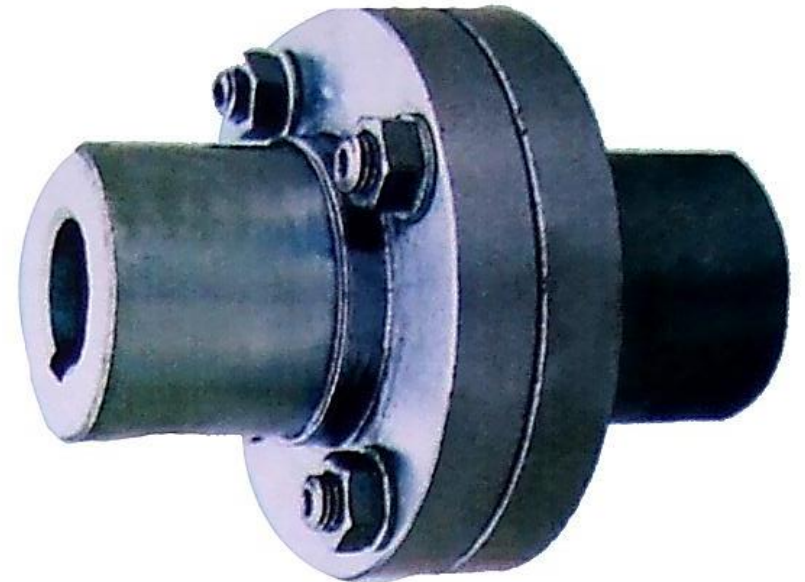
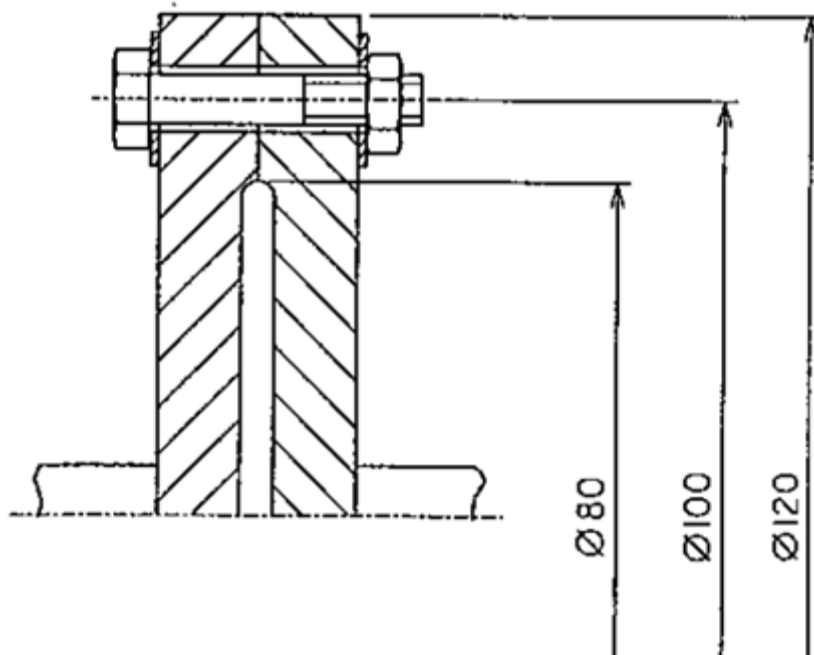




## Problem 9.1

En fast koppling består av två halvor som skruvas ihop med 6 skruvar. Kopplingshalvorna har en gemensam kontaktyta mellan ytterdiametern 120 mm och innerdiametererna 80 mm. De 6 skruvarna ska dras (förspännas) så hårt att kopplingen **överför vridmomentet enbart med hjälp av friktionen mellan kontaktytorna**. Man kan anta att de 6 skruvarna alla är lika hårt dragna. Man kan vidare anta att den effektiva radien för det kraftöverförande vridmomentet kan sättas lika med medelradien för kontaktytan. Friktionstalet är 0,1.

Om kopplingen vid 1500 rpm ska överföra effekten 2 kW med en säkerhetsfaktor på 2, hur stor kraft måste skruvarna åstadkomma?



# Problem 9.1

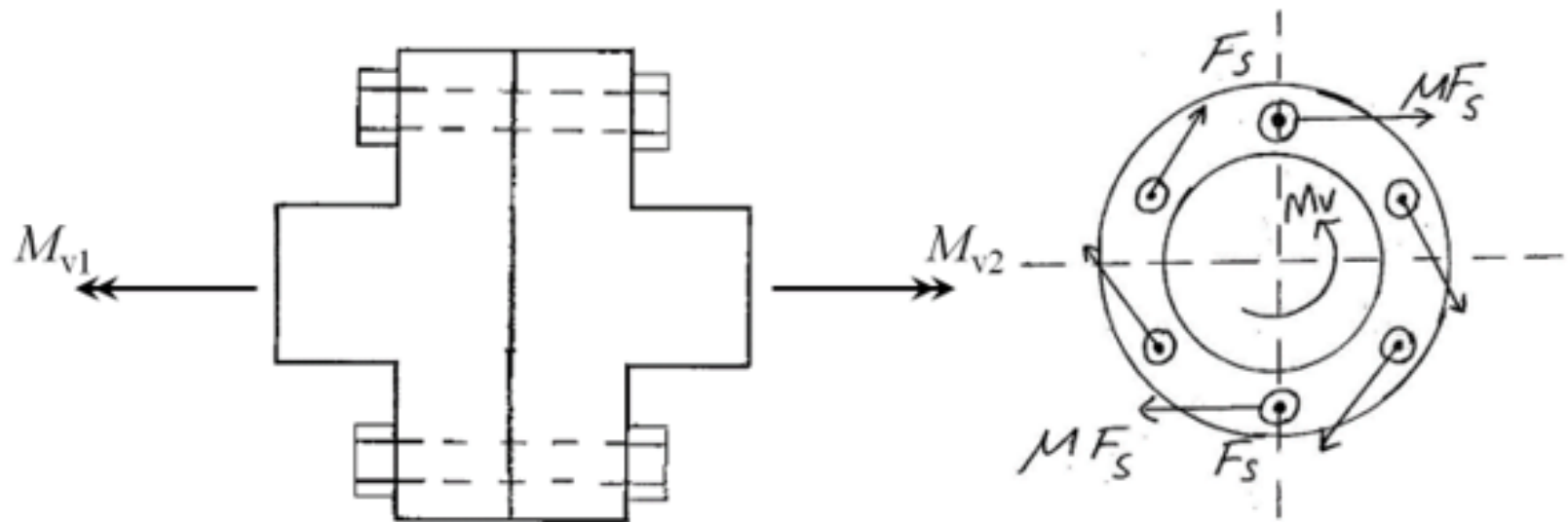
## Problem 9.1 Fast koppling

Sökt:  $F_s$  (skruvkraft)

Givet:  $d_i = 80$  mm,  $d_o = 120$  mm,  $d_m = 100$  mm,  $n = 1500$  rpm,  $P = 2$  kW,  $\mu = 0,1$ ,

$n_s = 2$ ,  $N_s = 6$ .

Detta är en kraftbetingad axelkoppling. Friktionen mellan kopplingshalvorna ska överföra det vridande momentet.



# Problem 9.1

Vridmomentet och friktionsmomentet ska vara lika om detta ska överföras:

$$M_v = F_f \cdot r_m \quad (1)$$

Vridmomentet som ska överföras med säkerhetsfaktor:

$$M_v = n_s \cdot \frac{P}{\omega} \quad (2)$$

Maximalt kan friktionskraften vara:

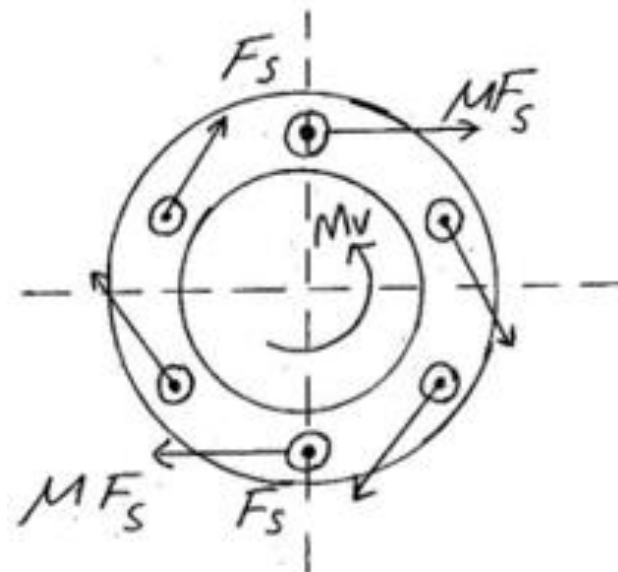
$$F_f = N_s \cdot \mu \cdot F_s \quad (3)$$

Sätter in (2), (3) i (1) och löser ut skruvkraften:

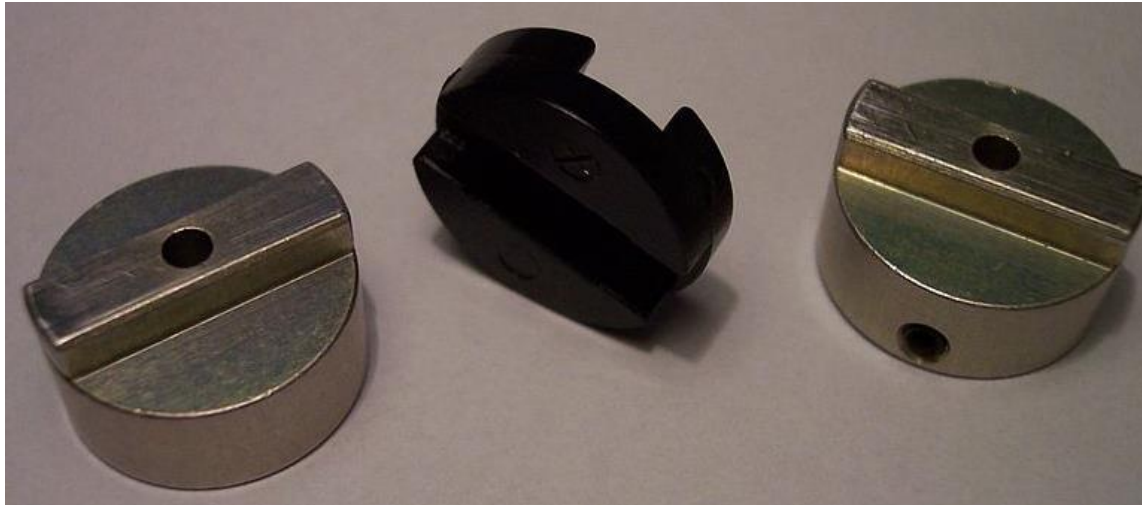
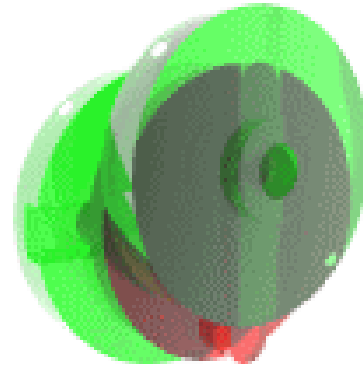
$$n_s \cdot \frac{P}{\omega} = N_s \cdot \mu \cdot F_s \cdot r_m \Rightarrow$$

$$F_s = \frac{n_s \cdot P}{\omega \cdot N_s \cdot \mu \cdot r_m} = \frac{2 \cdot 2000}{\frac{\pi}{30} \cdot 1500 \cdot 6 \cdot 0,1 \cdot 0,05} = 849 \text{ N} \approx 850 \text{ N}$$

Svar: Skruvarna måste vara förspända med en axialkraft på minst 850 N.



# Oldhamkoppling (ledbar)



# Elastiska kopplingar

I en elastisk koppling har man ett fjädrande element mellan kopplingshalvorna. (t.ex. gummi- eller metallelement).



Klokoppling



Metallbälgkoppling



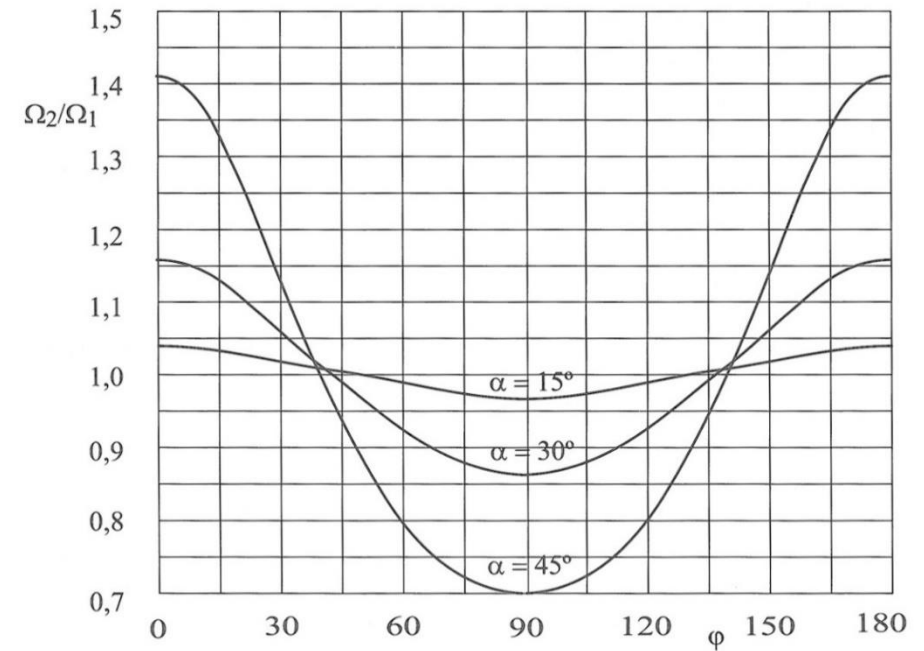
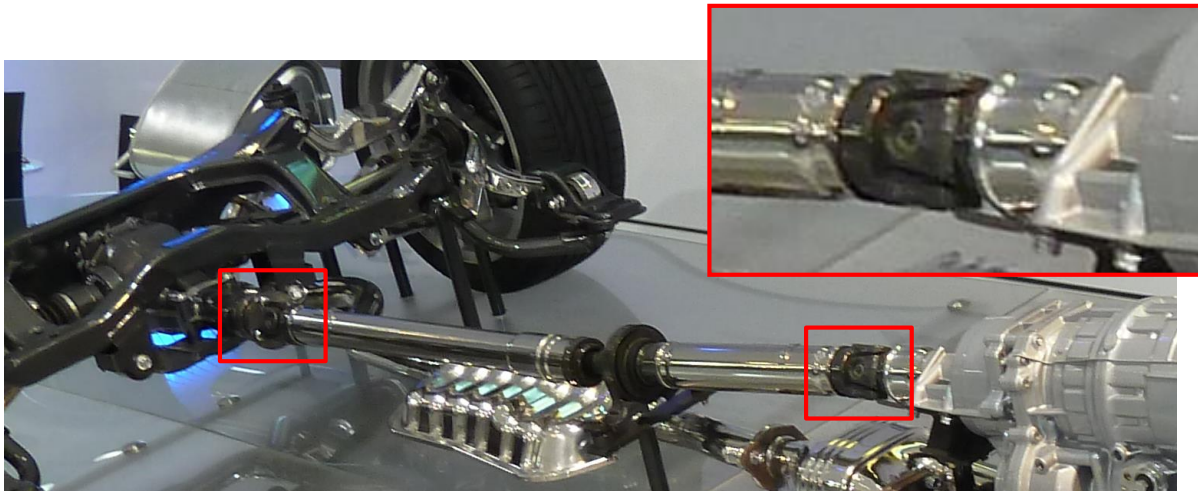
Membrankoppling

<http://www.youtube.com/watch?v=NfdTES0ZWNU>

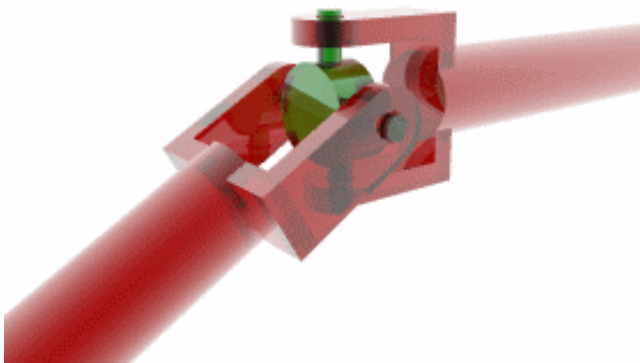


# Kardankoppling (ledbar)

Kallas även Polhemsknut



Den utgående axeln kommer att ha en varierande rotationshastighet



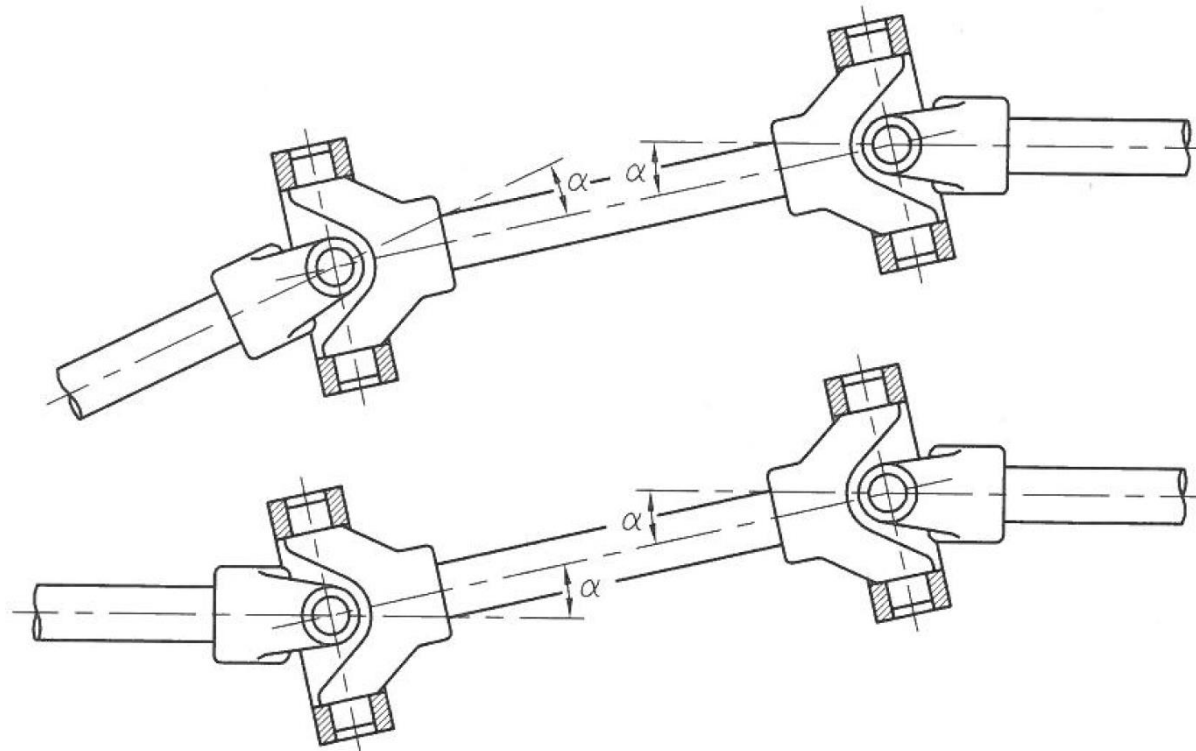
<https://www.youtube.com/watch?v=LCMZz6YhbOQ>

# Kardankoppling (ledbar)

Genom att montera två kardankopplingar i par med mellanaxel kan man eliminera varvtalsvariationen mellan in och utgående axel.

Viktigt att gafflarna på mellanaxelns klor ligger i samma plan och att vinklarna  $\alpha$  är ungefär lika stora.

OBS! Mellanaxeln får fortfarande hastighetsvariationer. Om axlarna rör sig axiellt måste mellanaxeln kunna ta upp längdändringar.



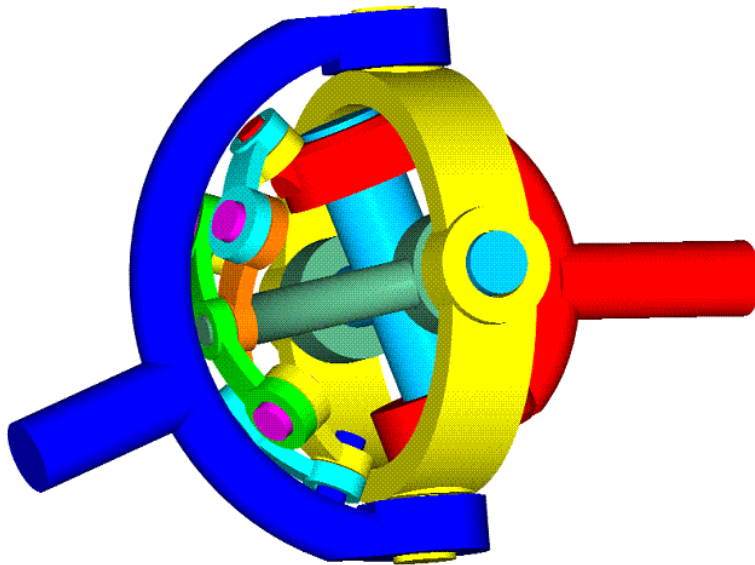
Vinkel-  
ändring

Parallell-  
förskjutning

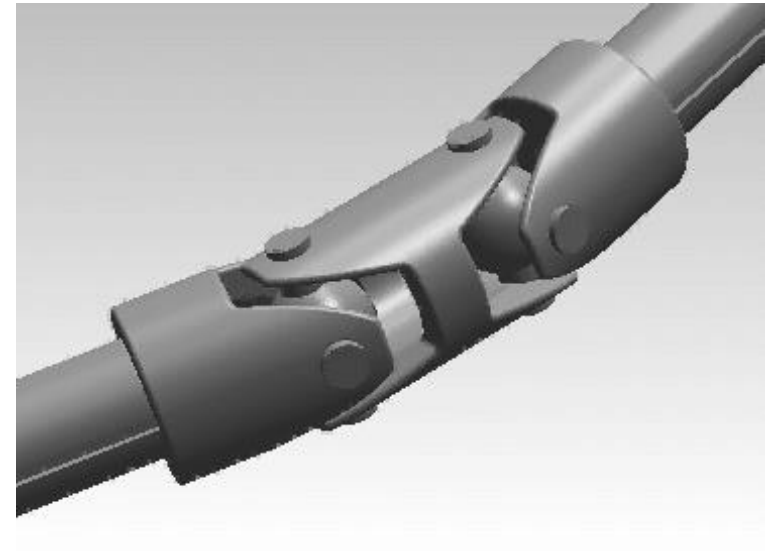


# Varianter av kardankopplingar

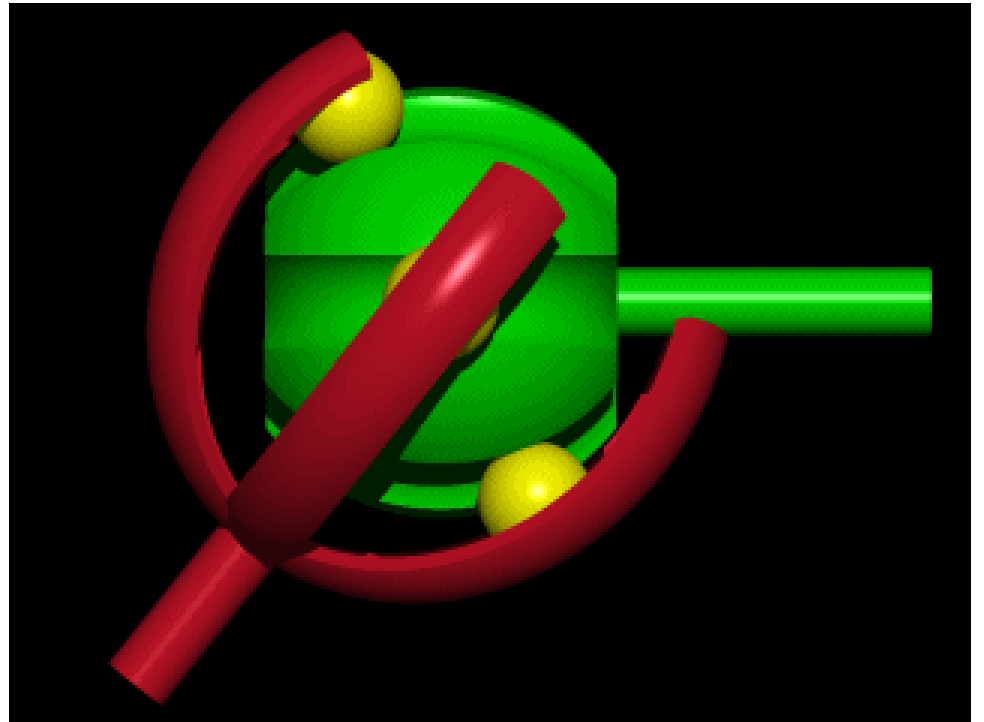
Thompson-koppling



Dubbelkardan – Universalkoppling

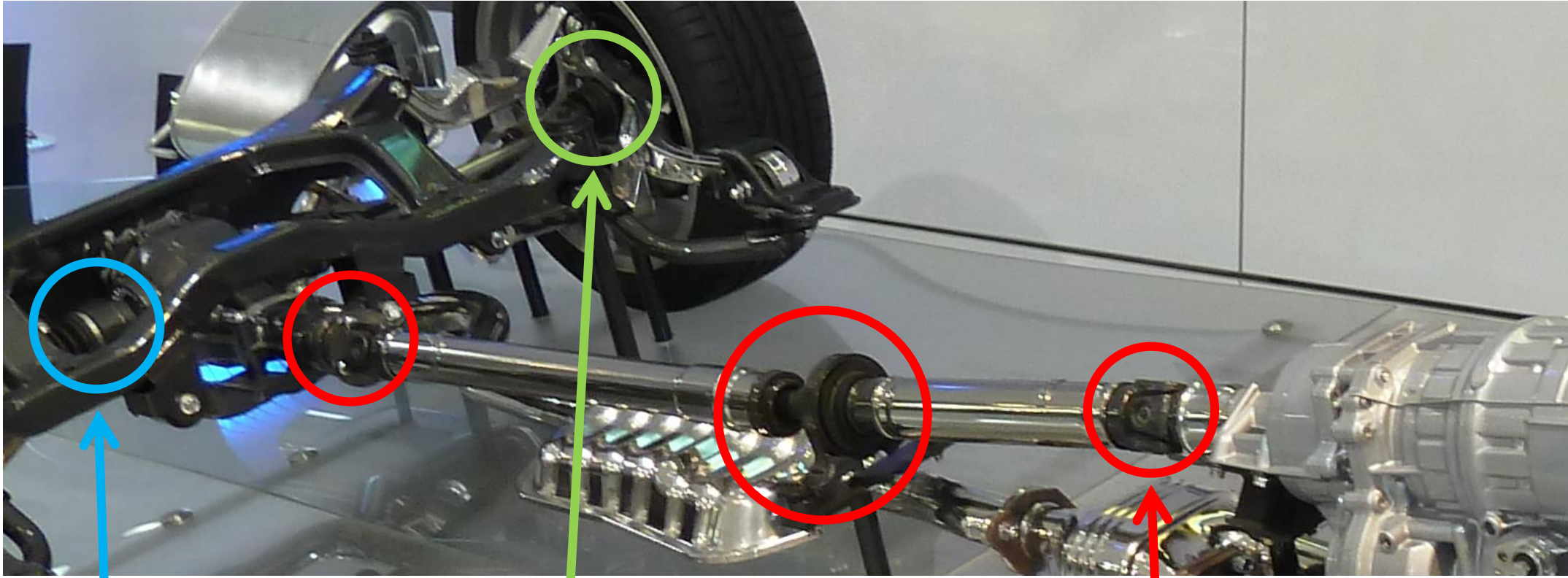


# Rzeppa-knut / Kulkoppling (ledbar)



Rzeppa-knuten är en konstanthastighetskoppling (CVJ – *Constant Velocity Joint*)

# Drivlina





# Drivaxel



Rzeppa (CVJ)

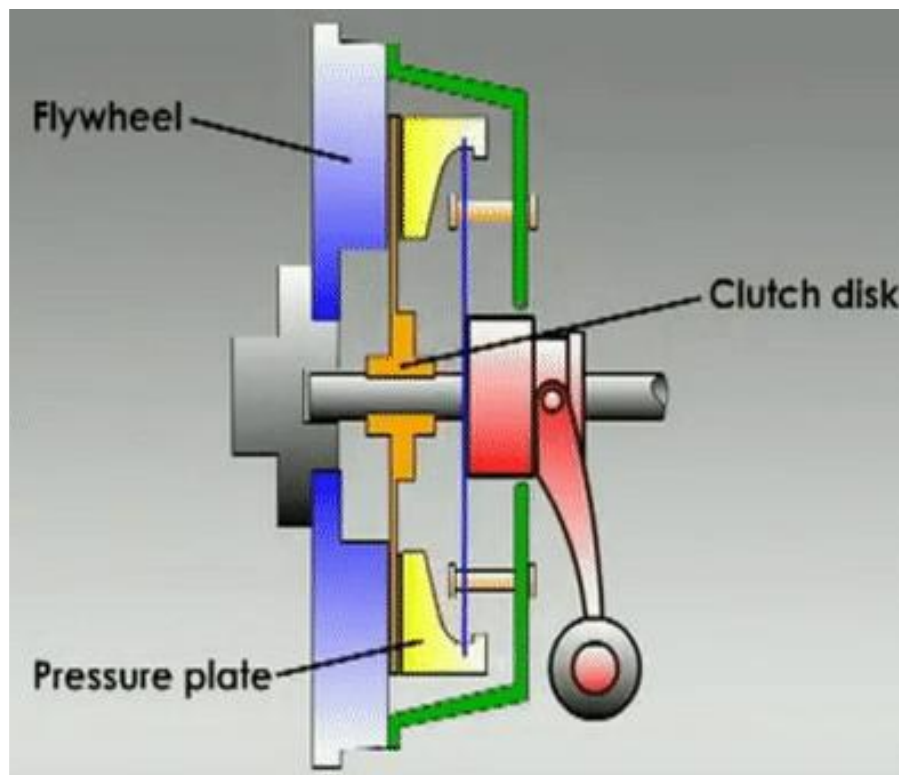


Kulkoppling/Tripod (CVJ)

# Manövrerbara kopplingar

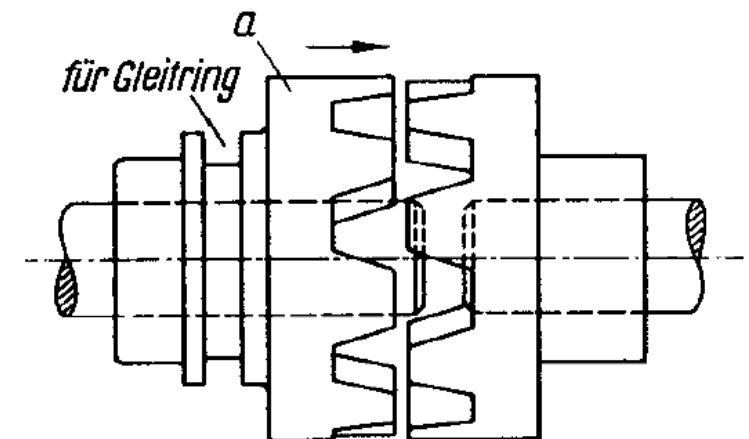
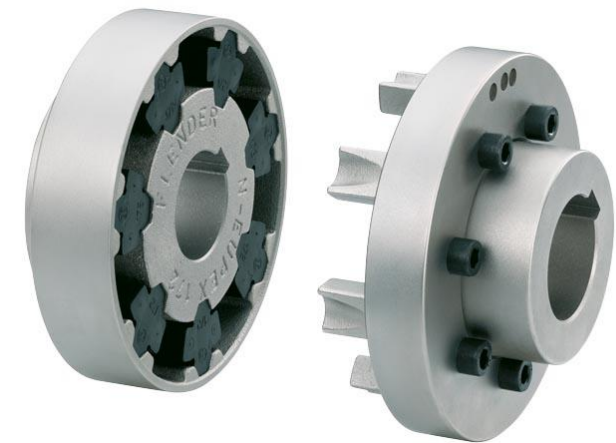
## Lamellkoppling

- Kraftbetingad
- Tillåter slirning, gradvis inkoppling.
- Lämplig för inkoppling under drift.



## Klokkoppling

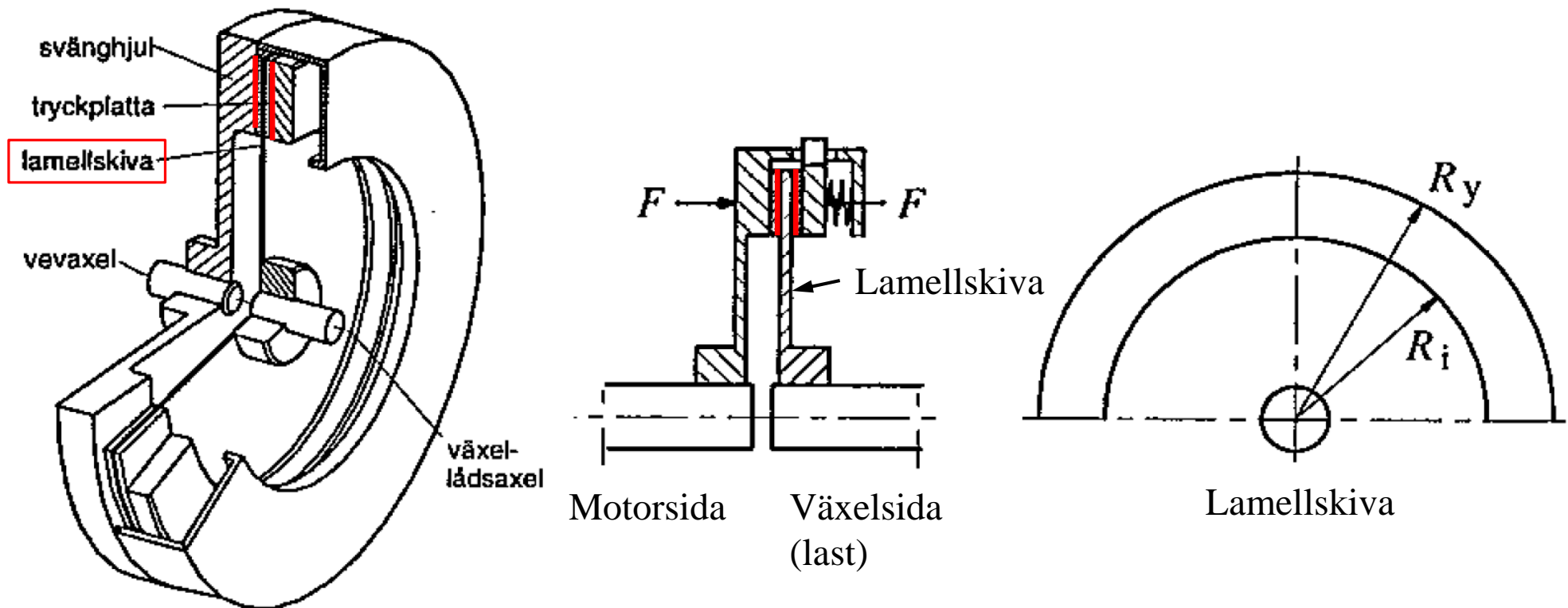
- Formbetingad
- Kräver synkronisering för inkoppling under drift.



# Lamellkoppling

En enskivig lamellkoppling består av en lamellskiva belagd med friktionsmaterial som med kraften  $F$  pressas mellan två tryckplattor.

Observera att en enskivig friktionskoppling har två friktionsytor.

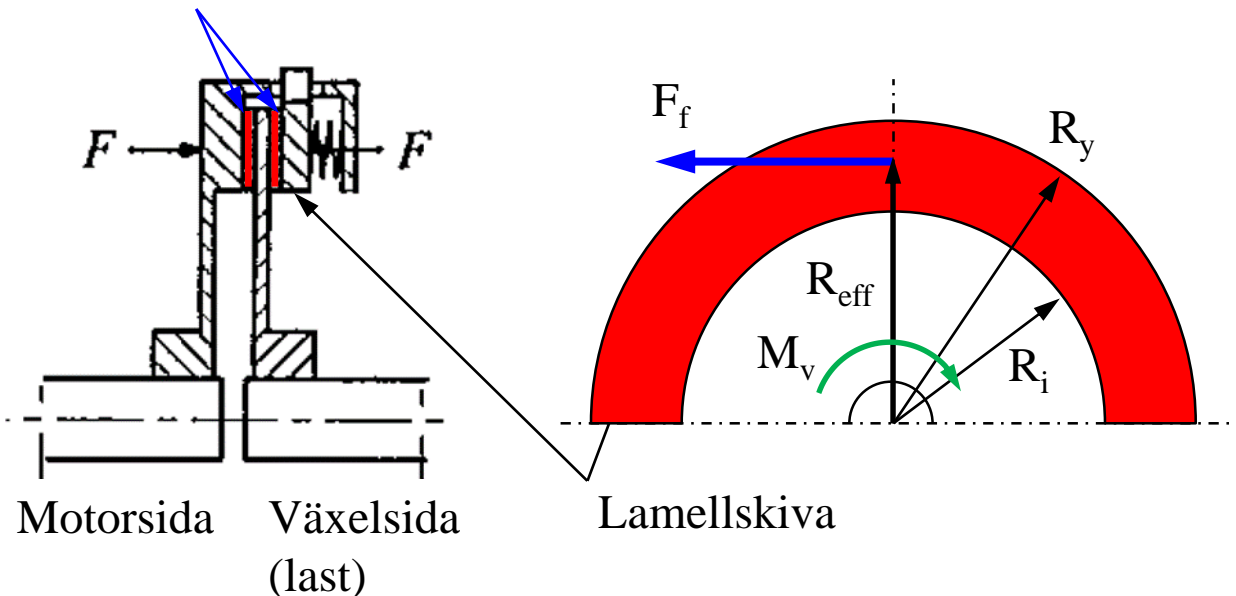


# Lamellkoppling – Överförbart moment

Moment överförs av friktionen mellan lamellens friktionsytor och motgående ytor (tryckplatta och svänghjul).

## OBS!

Två friktionsytor  
på en lamell



Med effektivradie  $R_{eff}$  känd:

$$M_v = N_f \cdot F_f \cdot R_{eff}$$

Där  $N_f$  är antalet friktionsytor.

$$F_f = \mu F$$



# Lamellkoppling – Överförbart moment

Moment överförs av friktionen mellan lamellens friktionsytor och motgående ytor (tryckplatta och svänghjul).

## Integrering

$$M_v = N_f \int_{R_i}^{R_y} r \cdot dF$$

$$dF = \mu p \cdot dA$$

$$\text{Area: } dA = 2\pi r \cdot dr$$

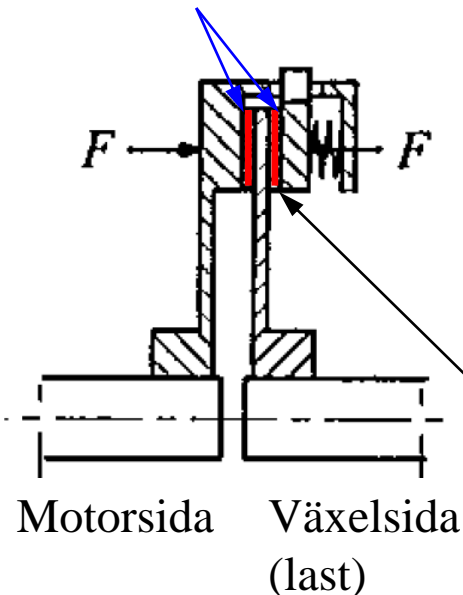
$$M_v = N_f \int_{R_i}^{R_y} r \cdot \mu p 2\pi r \cdot dr$$

$$M_v = 2\pi\mu p N_f \int_{R_i}^{R_y} r^2 dr$$

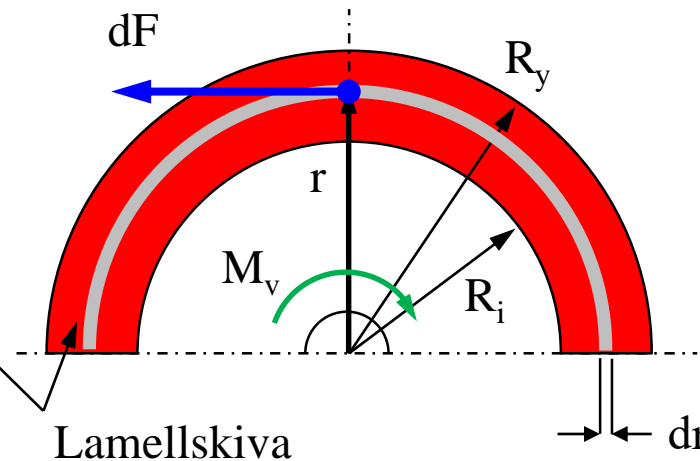
$N_f$  - Antalet friktionsytor.  
 $\mu$  - Friktionstalet mellan lamellen och motytorna.

### OBS!

Två friktionsytor  
på en lamell



Medeltryck på lamellen:  $p = \frac{F}{A}$



### OBS!

P.g.a. symmetri visas  
bara övre halvan av  
lamellen i figuren.

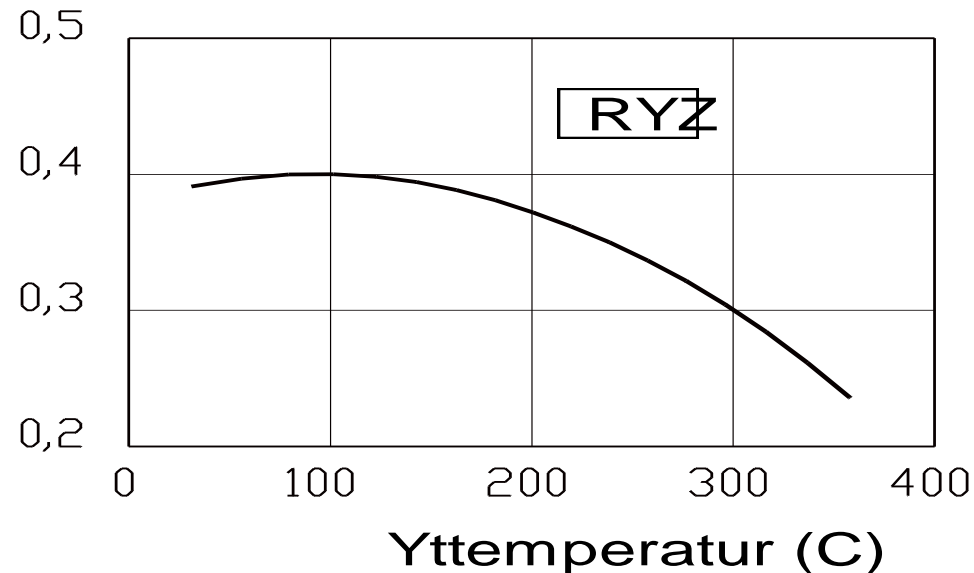


## Problem 9.4

En *enskivig friktionskoppling* enligt figuren nedan har friktionsbelägg av typ RYZ. Friktionsytorna ligger mellan diametrarna 250 och 180 mm. Kopplingen arbetar med yttrycket  $20 \text{ N/cm}^2$  på friktionsytorna. Friktionstalet erhålls ur vidstående diagram.

- Ta fram ett uttryck för det överförbara momentet, anta att friktionskraften angriper på medelradien ( $R_{\text{eff}} = \text{medelradien}$ ).
- Ta fram ett uttryck för det överförbara momentet genom att integrera från  $R_i$  till  $R_y$ . Hur stor blir den effektiva radien  $R_{\text{eff}}$  (den radie där friktionskraften kan anses angripa)? Jämför med  $R_{\text{eff}}$  från a).
- Förligger det någon risk för slirning om kopplingen belastas med vridmomentet som är  $256 \text{ Nm}$  vid en yttemperatur på  $300^\circ\text{C}$ ? Jämför även de olika modellerna för momentet från a) och b).

Friktionstal

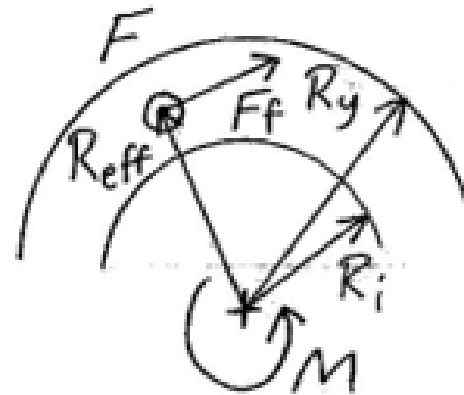


#### 9.4 Torrfriktionskoppling, $M$ med $R_{eff}$ , $M$ med integral

Givet:  $R_i = 90 \text{ mm}$ ,  $R_y = 125 \text{ mm}$ ,  $p = 20 \text{ N/cm}^2 = 20 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$ ,  $\mu = 0,25 - 0,40$ ,  $N_f = 2$ .

a) Sökt:  $M_{\max}$  (maximalt överförbart vridmoment)

Anta att friktionskraften  $F_f$  verkar på medelradien  $R_{eff}$ .



$$M_{\max} = N_f \cdot F_f \cdot R_{eff} \quad (1)$$

$$R_{eff} = \frac{R_i + R_y}{2} \quad (2)$$

$$F_f = \mu \cdot F \quad (3)$$

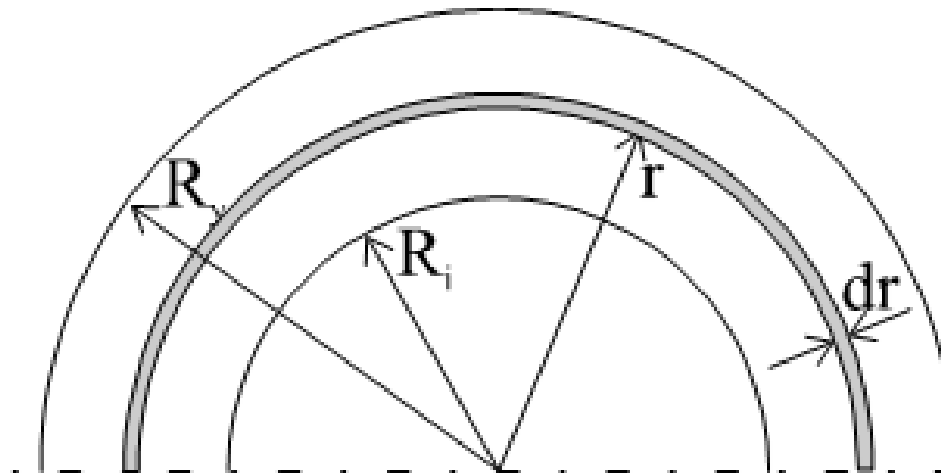
$$F = p \cdot A \quad (4)$$

$$A = \pi \cdot (R_y^2 - R_i^2) \quad (5)$$

$$M_{\max} = N_f \cdot \mu \cdot p \cdot \pi \cdot \frac{(R_y^2 - R_i^2) \cdot (R_i + R_y)}{2}$$

b) Sökt:  $M_{vb}$  genom att integrera fram vridmomentet.

Summera momentbidragen från ett antal cirkelringar, integrera i radiell led.



$$dM_{vb} = N_f \cdot dF_f \cdot r \quad (1)$$

$$dF_f = \mu \cdot dF = \mu \cdot p \cdot dA \quad (2)$$

$$dA = 2\pi \cdot r \cdot dr \quad (3)$$

$$dM_{vb} = N_f \cdot r \cdot \mu \cdot p \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr \quad (4)$$

$$M_{vb} = N_f \cdot \mu \cdot p \cdot 2\pi \cdot \int_{R_i}^{R_o} r^2 dr = N \cdot \mu \cdot p \cdot 2\pi \cdot \left[ \frac{r^3}{3} \right]_{R_i}^{R_o} \quad (5)$$

$$M_{vb} = N_f \cdot \mu \cdot p \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot (R_o^3 - R_i^3)}{3} \quad (6)$$

c) Sökt: Jämför  $M_{vz}$  och  $M_{vx}$  då  $M_r = 256 \text{ Nm}$ ,  $T = 300^\circ\text{C} \Rightarrow \mu = 0,3$ .

$$M_{vz} = N_f \cdot \mu \cdot p \cdot \pi \cdot \frac{(R_y^2 - R_i^2) \cdot (R_i + R_y)}{2}$$

$$M_{vz} = 2 \cdot 0,3 \cdot 20 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot \frac{(0,125^2 - 0,09^2) \cdot (0,09 + 0,125)}{2} = 304,8 \text{ Nm}$$

$$M_{vx} = N_f \cdot \mu \cdot p \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot (R_y^3 - R_i^3)}{3}$$

$$M_{vx} = 2 \cdot 0,3 \cdot 20 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot (0,125^3 - 0,090^3)}{3} = 307,5 \text{ Nm}$$

Medelradien duger bra i detta fall. Osäkerheten i friktionskoefficienten större än skillnaden.

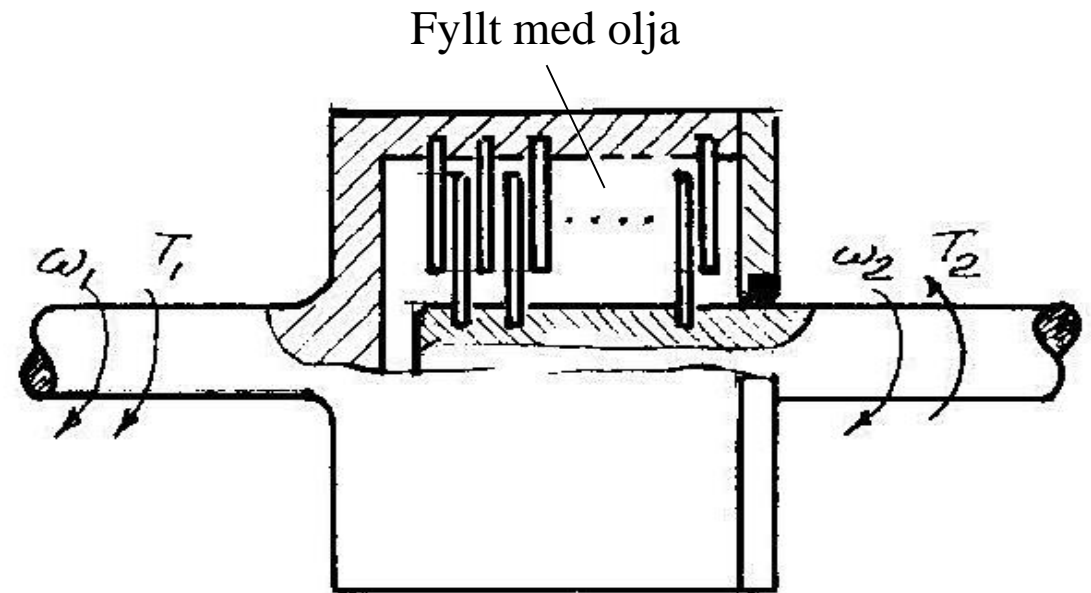
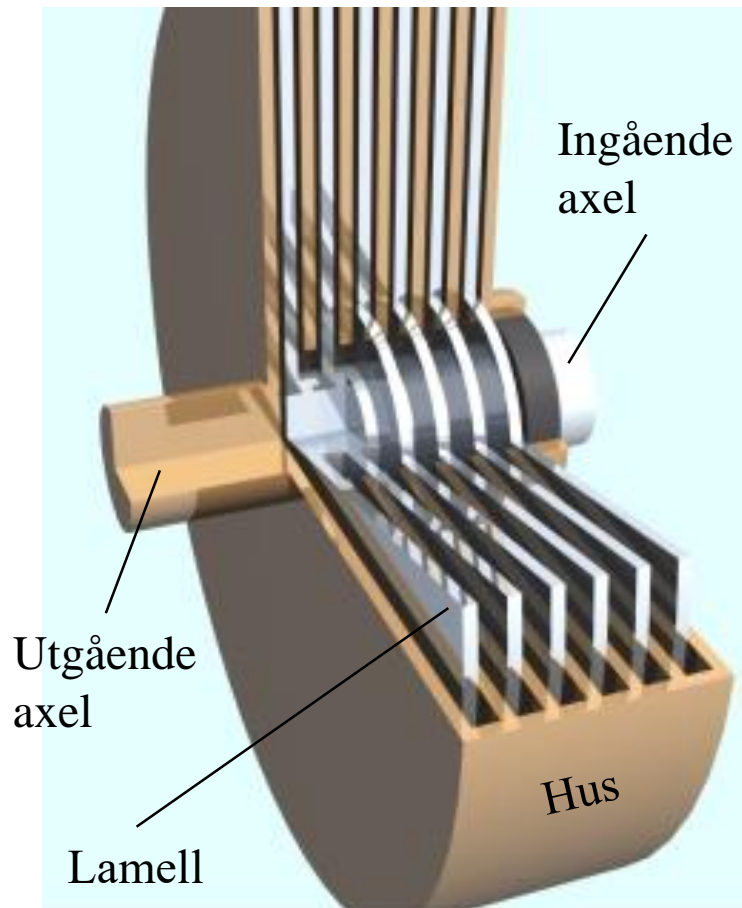
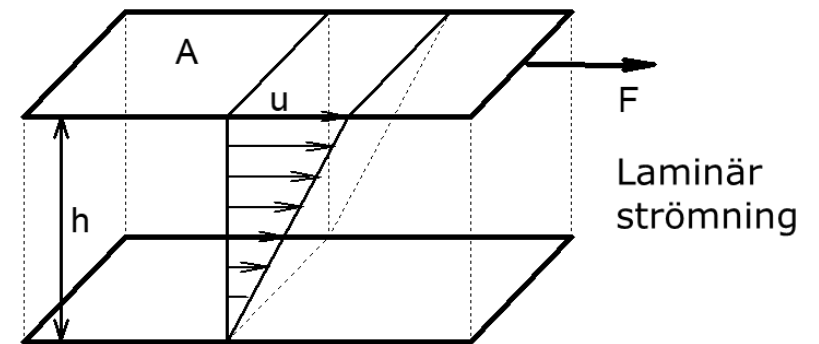
Det föreligger ingen risk för slirning då  $M_r < M_{vz}$  och  $M_{vx}$ .

# Viskös lamellkoppling

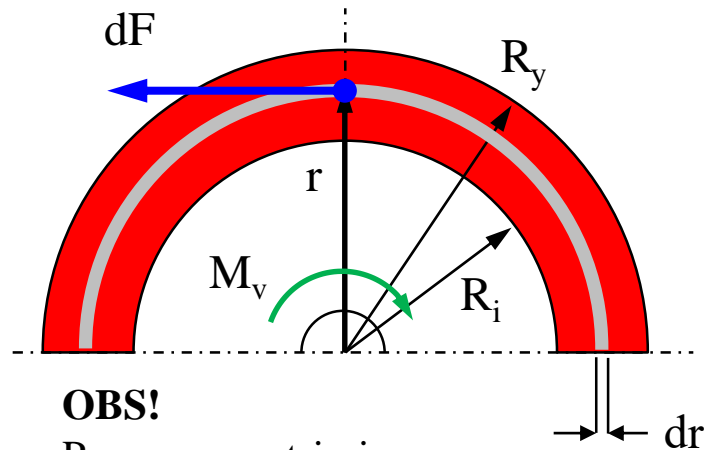
Skjuvning av oljefilm ger friktionskraft  
Kraftbetingad

Newtons ekvation:

$$F = A \cdot \eta \cdot \frac{u}{h}$$

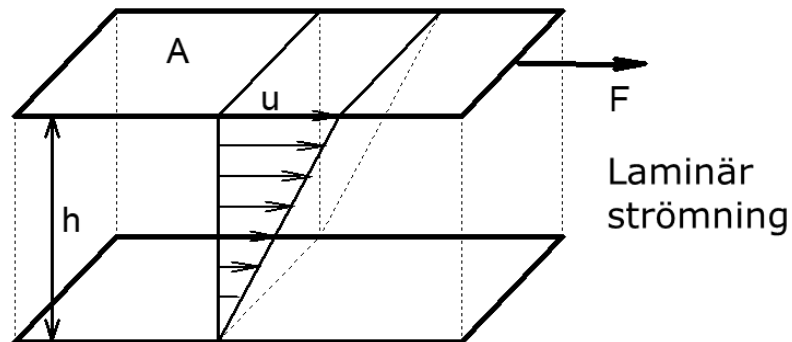


# Viskös lamellkoppling



**OBS!**

P.g.a. symmetri visas  
bara övre halvan av  
lamellen i figuren.



$$M_v = N_f \int_{R_i}^{R_y} r \cdot dF$$

Newtons ekvation:  $F = A \cdot \eta \cdot \frac{u}{h}$

$$dF = \eta \frac{u}{h} \cdot dA$$

$$u = \omega r \rightarrow dF = \eta \frac{\omega r}{h} \cdot dA$$

Area:  $dA = 2\pi r \cdot dr$

$$M_v = N_f \int_{R_i}^{R_y} r \cdot \frac{\eta}{h} r \omega \cdot dA$$

$$M_v = N_f \int_{R_i}^{R_y} r \cdot \frac{\eta}{h} r \omega \cdot 2\pi r \cdot dr$$

$$M_v = 2\pi N_f \frac{\eta}{h} \omega \int_{R_i}^{R_y} r^3 dr$$



# Medelradie eller integration?

Medelradie: 
$$M_{v,torr} = N_f \cdot \mu \cdot p \cdot \frac{\pi \cdot (R_y^2 - R_i^2) \cdot (R_y + R_i)}{2}$$

Integrering: 
$$M_{v,torr} = N_f \cdot \mu \cdot p \cdot \frac{2\pi \cdot (R_y^3 - R_i^3)}{3}$$

Medelradie: 
$$M_{v,viskös} = \frac{\omega \cdot \eta}{h} \cdot \frac{\pi \cdot (R_y^2 - R_i^2) \cdot (R_y + R_i)^2}{4}$$

Integrering: 
$$M_{v,viskös} = \frac{\omega \cdot \eta}{h} \cdot \frac{\pi \cdot (R_y^4 - R_i^4)}{2}$$

# Medelradie eller integration?

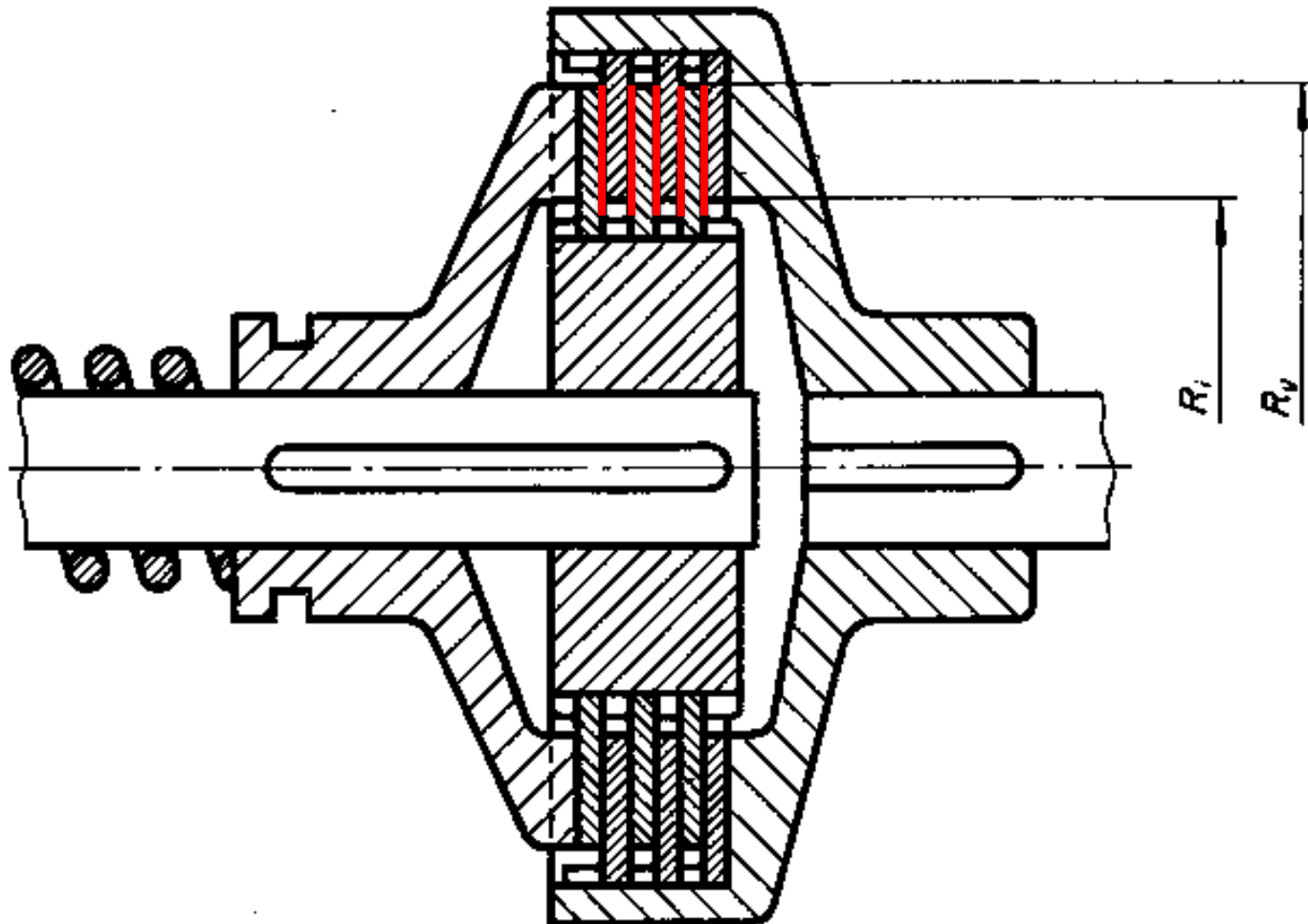
$R_y/R_i$	1,1	1,3	1,4	2	3	4
Torr ( $M_{\text{integral}}/M_{\text{medel}}$ )	1,001	1,006	1,009	1,037	1,083	1,12
Viskös ( $M_{\text{integral}}/M_{\text{medel}}$ )	1,002	1,017	1,029	1,111	1,25	1,36

Om medelradien används så underskattas det överförbara momentet

## Problem 9.3

Hur stor effekt kan lamellkopplingen nedan överföra vid 3000 rpm?

$R_y = 120$  mm,  $R_i = 80$  mm, Friktionstal 0,3, Fjäderkraft 1000 N.



$$P = M_v \omega$$

$$M_v = N_f \cdot F_f \cdot R_{eff}$$

$$N_f = 5$$

## Problem 9.3

### 9.3 Lamellkoppling som belastas med fjäder

Givet:  $n = 3000$  rpm,  $R_y = 120$  mm,  $R_i = 80$  mm,  $\mu = 0,30$ ,  $F_f = 1000$  N,  $N_f = 5$ .

Sökt:  $P$  (överförbar effekt)

Den överförbara effekten (effekten vi som mest kan överföra utan slirning):

$$P = M_v \cdot \omega \quad (1)$$

Det överförbara vridmomentet:

$$M_v = N_f \cdot F_f \cdot R_{eff} \quad (2)$$

Effektivradien antas vara medelradien:

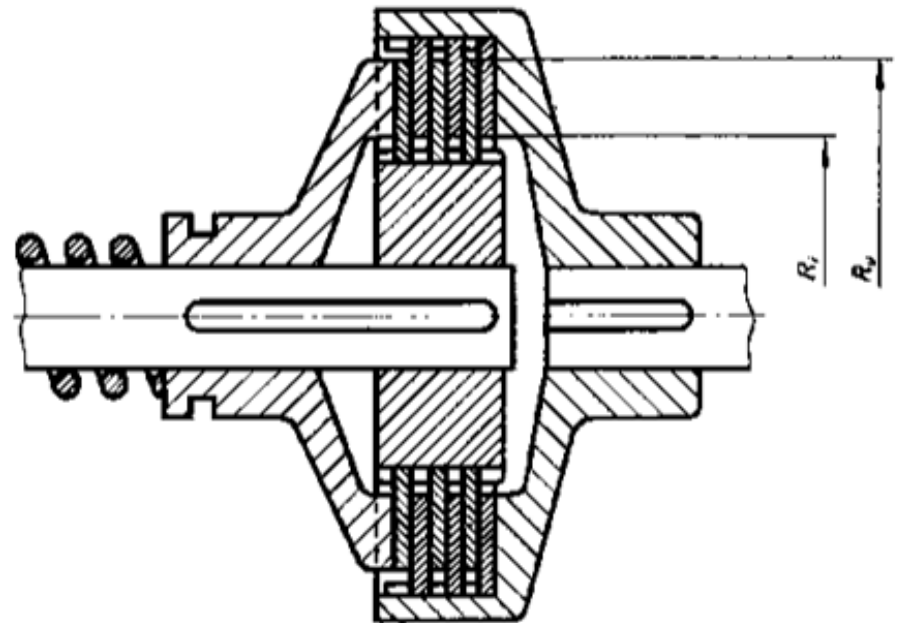
$$R_{eff} = \frac{R_y + R_i}{2} = 100 \text{ mm} \quad (3)$$

Friktionskraften i en kontaktyta:

$$F_f = \mu \cdot F_f \quad (4)$$

Den överförbara effekten kan nu stämmas till (2)-(4) i (1):

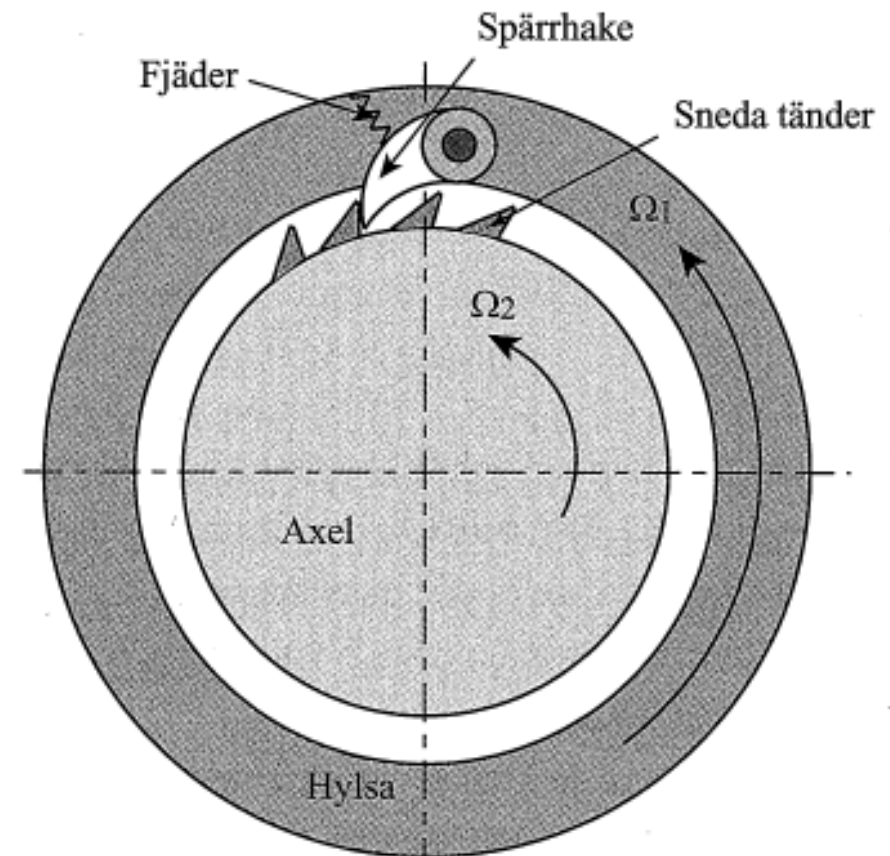
$$P = N_f \cdot \mu \cdot F_f \cdot R_{eff} \cdot \omega = 5 \cdot 0,3 \cdot 1000 \cdot 0,1 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot 3000 = 47,1 \text{ kW}$$



# Frigångskopplingar - spärrhjul

Frigångskopplingar tillåter endast rörelse i en riktning.

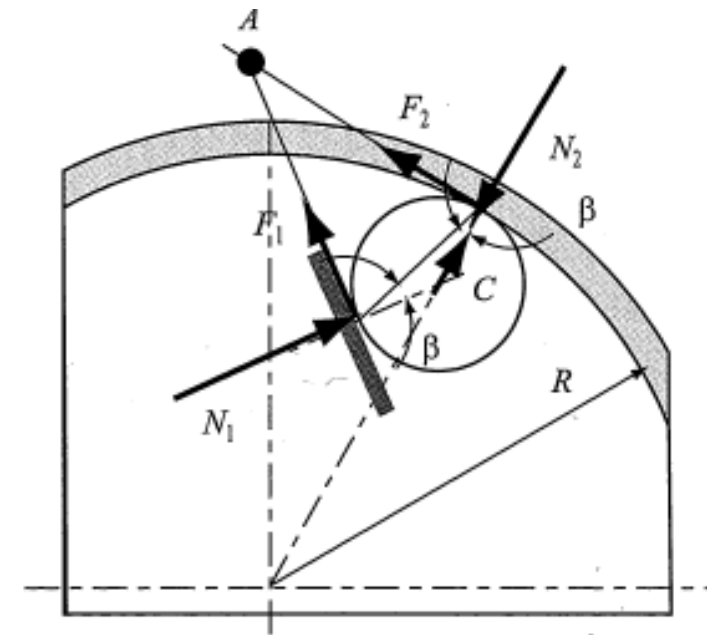
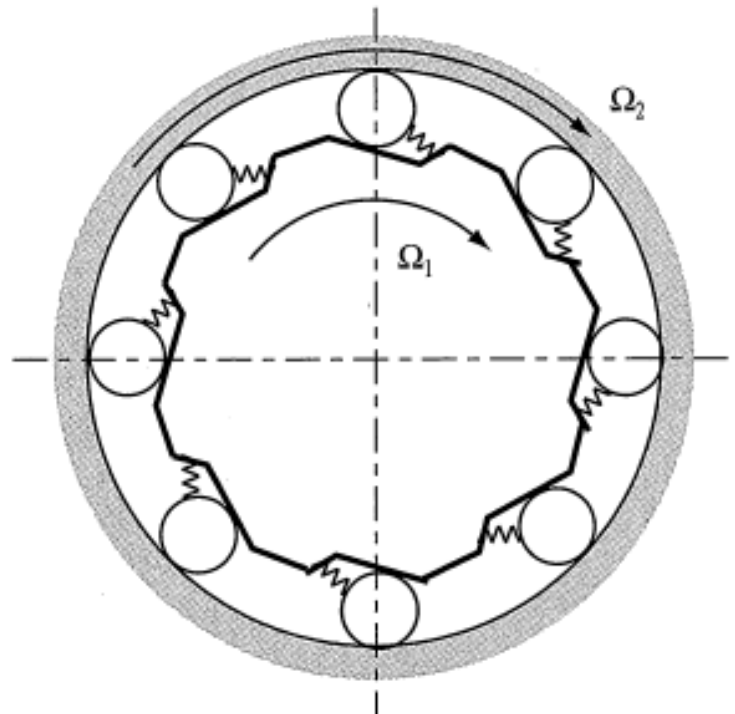
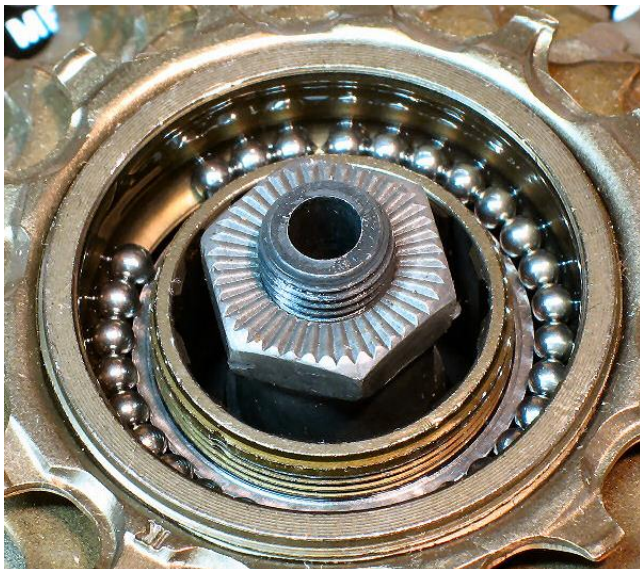
*Spärrhjulet* har tänder som arbetar mot en fjäderbelastad spärrhake.





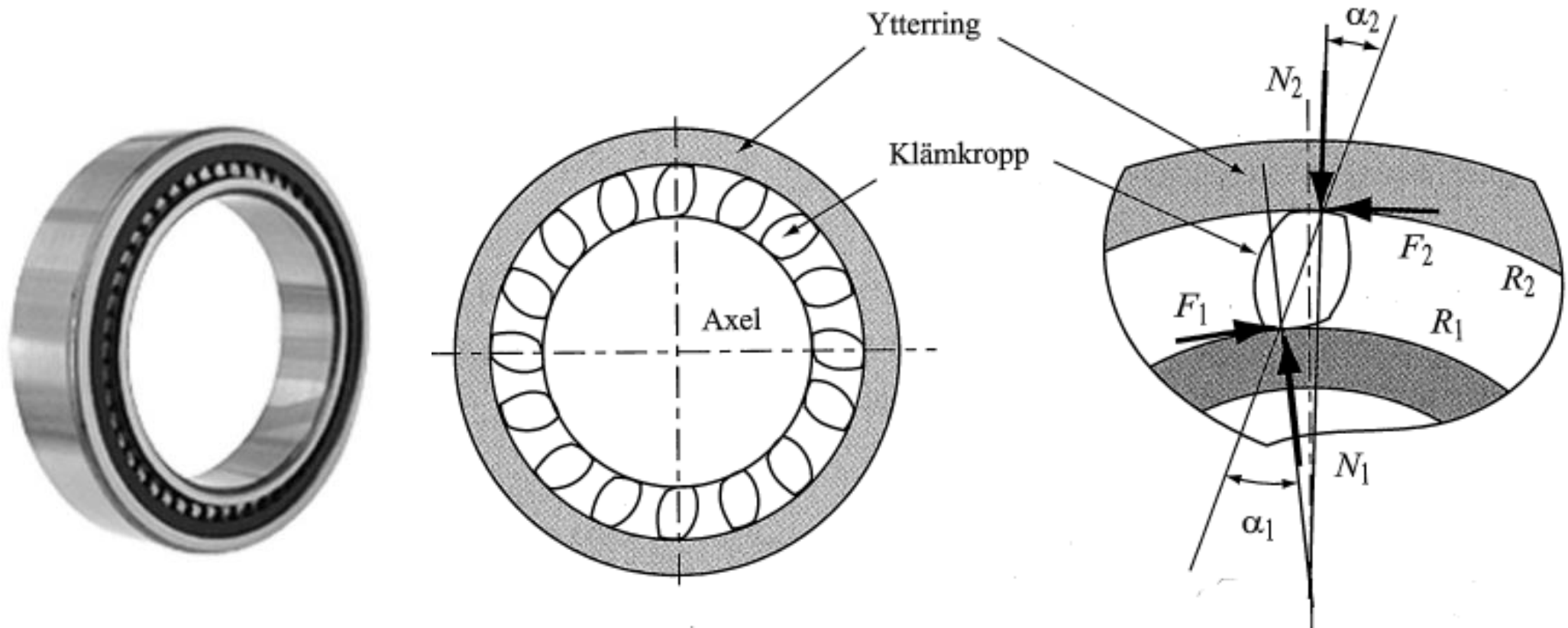
# Frigångskopplingar - frihjul

De runda låskropparna kilas fast när kopplingen roterar åt ena hållet i frihjulet.



# Frigångskopplingar – klämkroppar

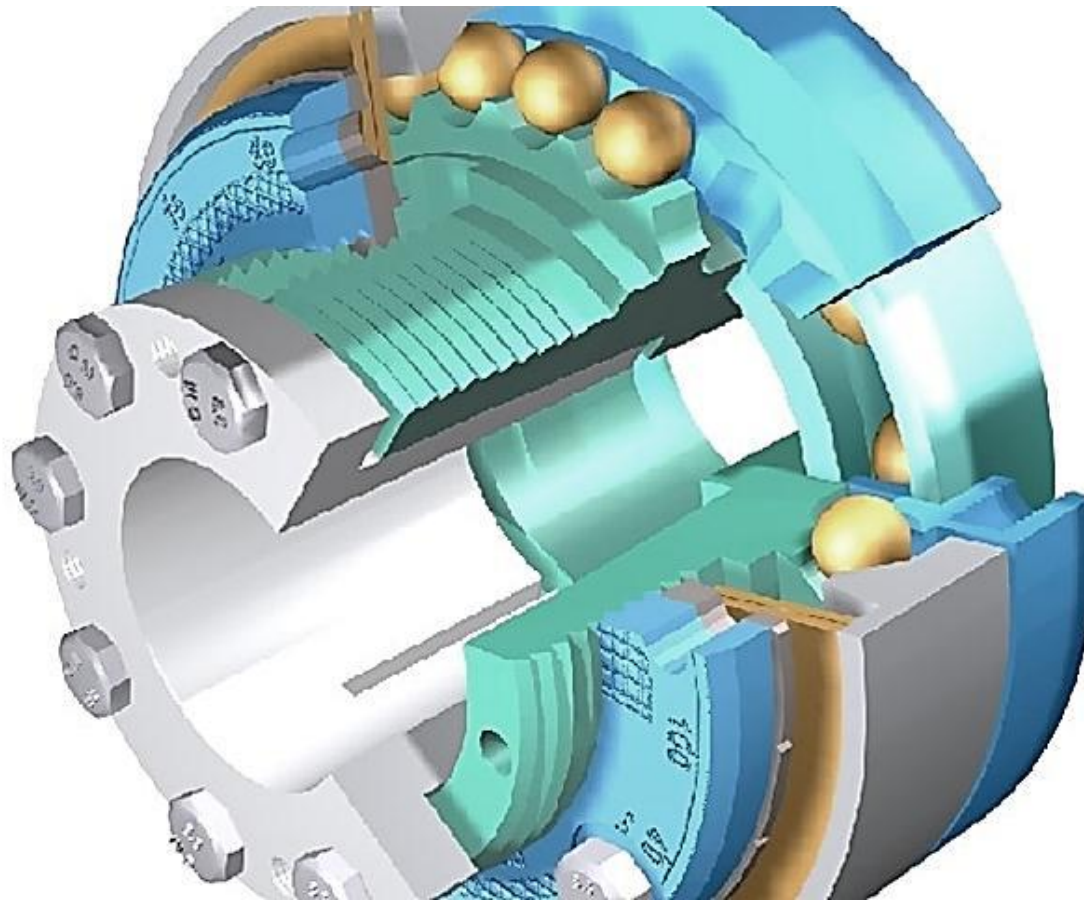
Mellan två cirkulära koncentriska ringar ligger ett antal klämkroppar med en form så att de kan vridas åt ett håll.





# Säkerhetskopplingar

Fjäderbelastade kulor trycks ner i en grop med en fördefinierad kraft och om momentet blir för stort rullar kropparna ur sina gropar

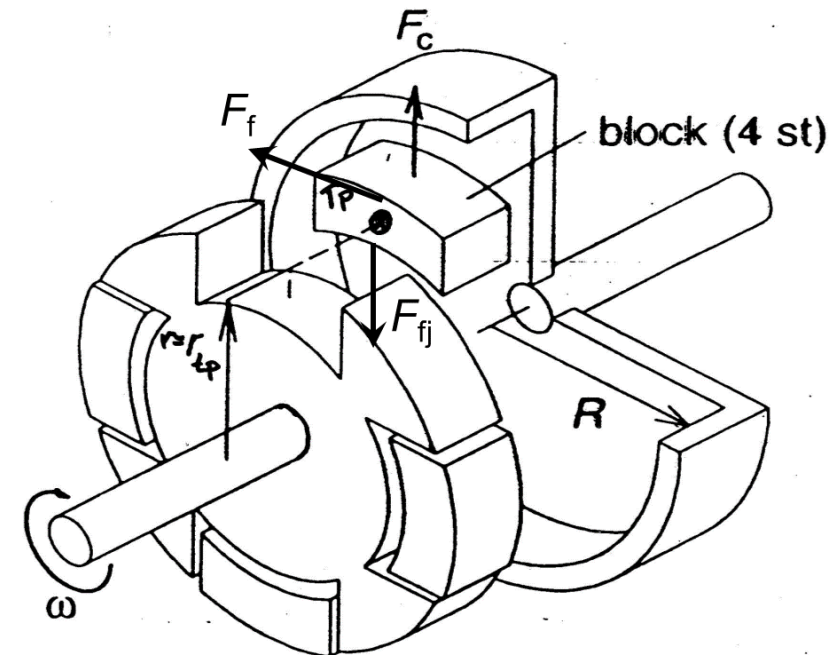
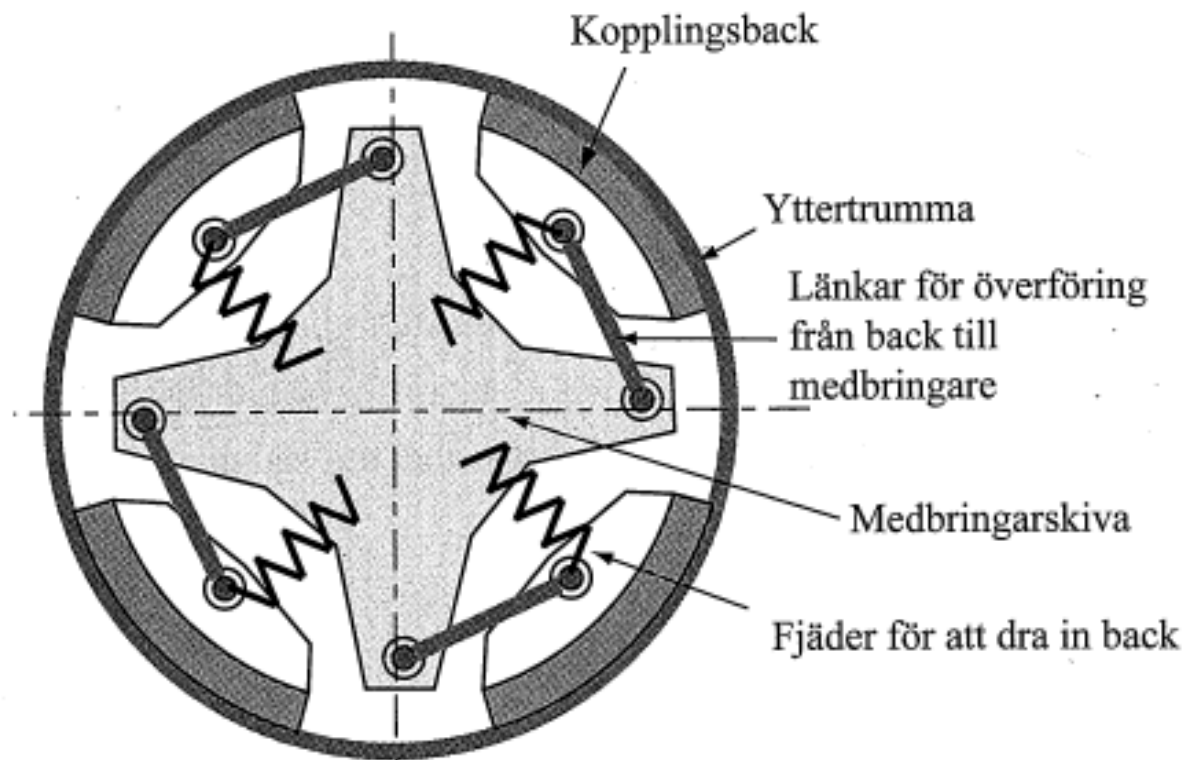


<http://www.youtube.com/watch?v=lxm2pN1oefM>

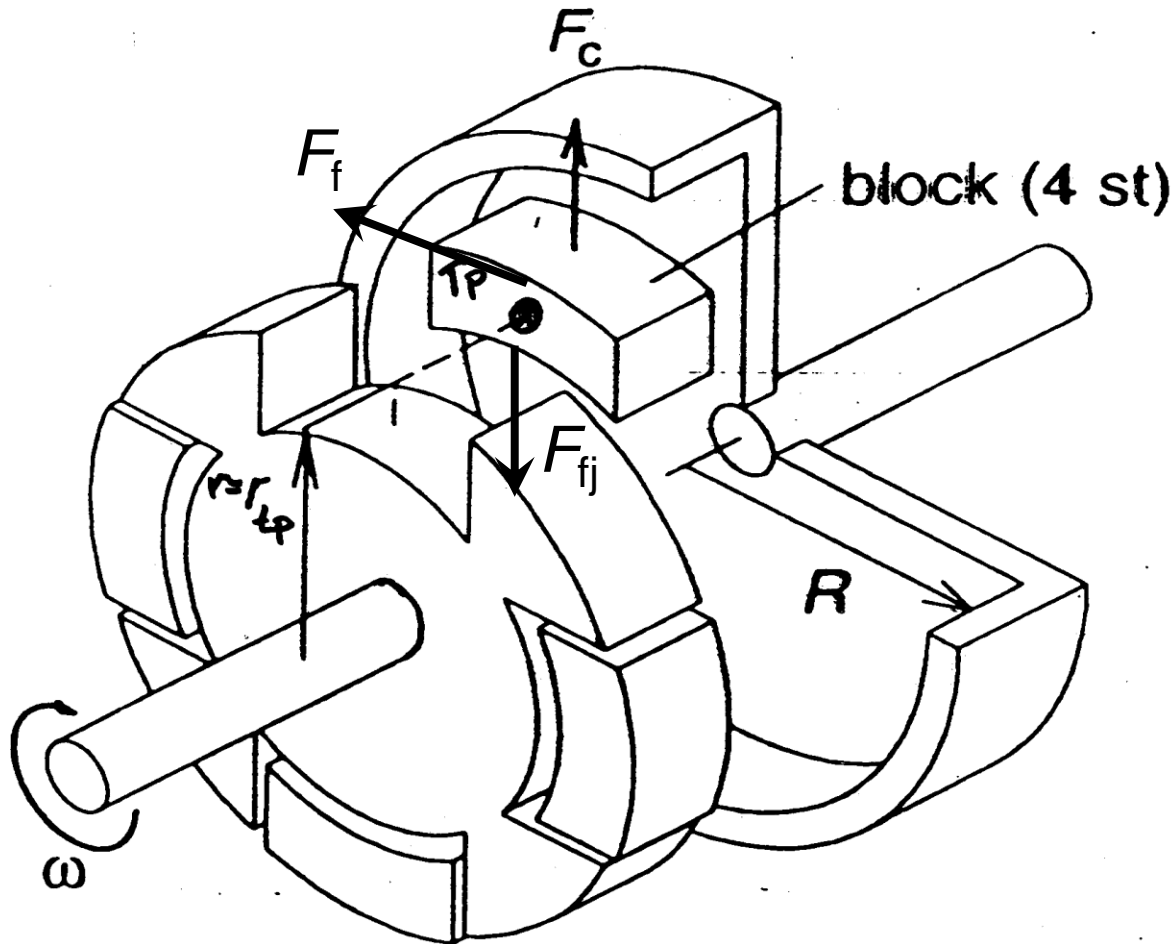
# Centrifugalkoppling

För att underlätta start av vissa maskiner (t.ex. scootrar, gokarts och motorsågar) används ibland centrifugalkopplingar

Drivkällans erforderliga moment begränsas under den tiden det tar för det drivna maskineriet att accelereras.



# Centrifugalkoppling



Överförbart vridmoment:

$$M_f = N_b \cdot F_f \cdot R$$

Friktionskraft:

$$F_f = \mu \cdot (F_c - F_{fj})$$

Centrifugalkraft:

$$F_c = m_b \cdot r_{tp} \cdot \omega^2$$

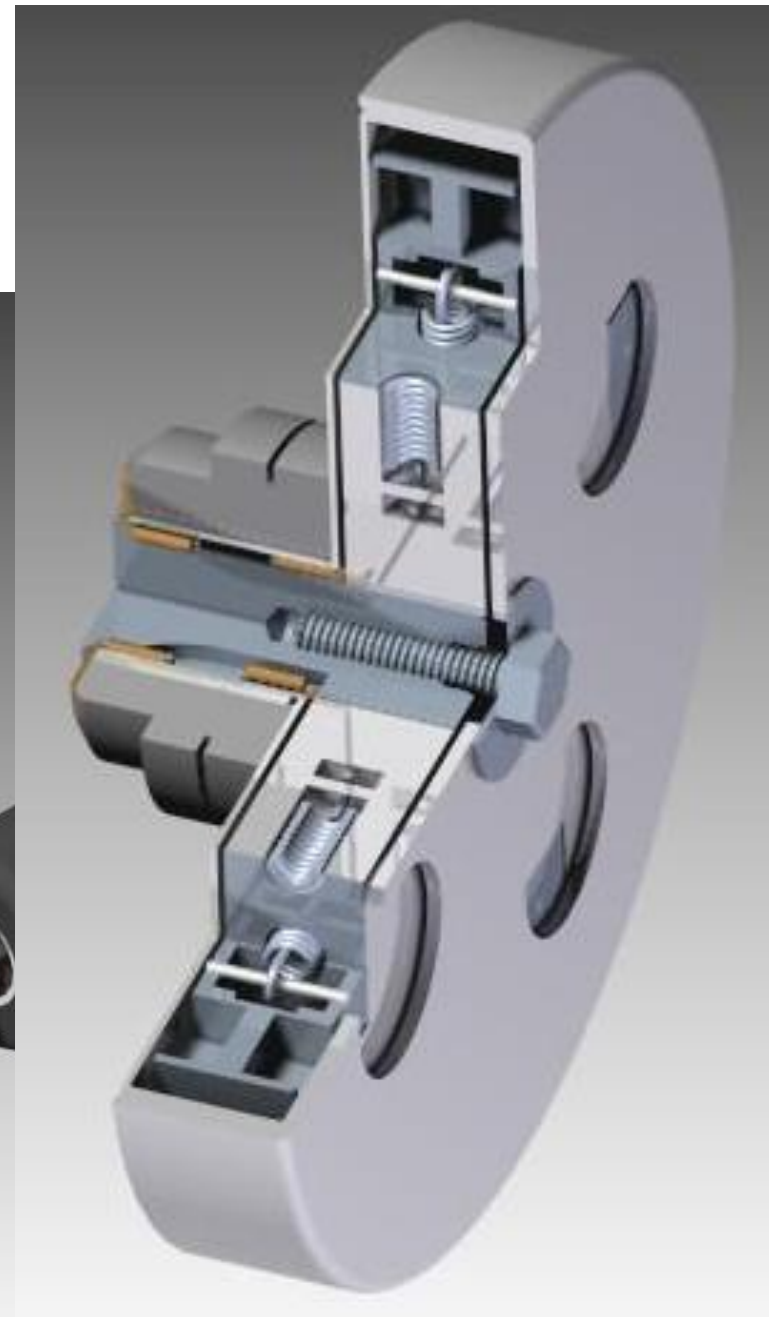
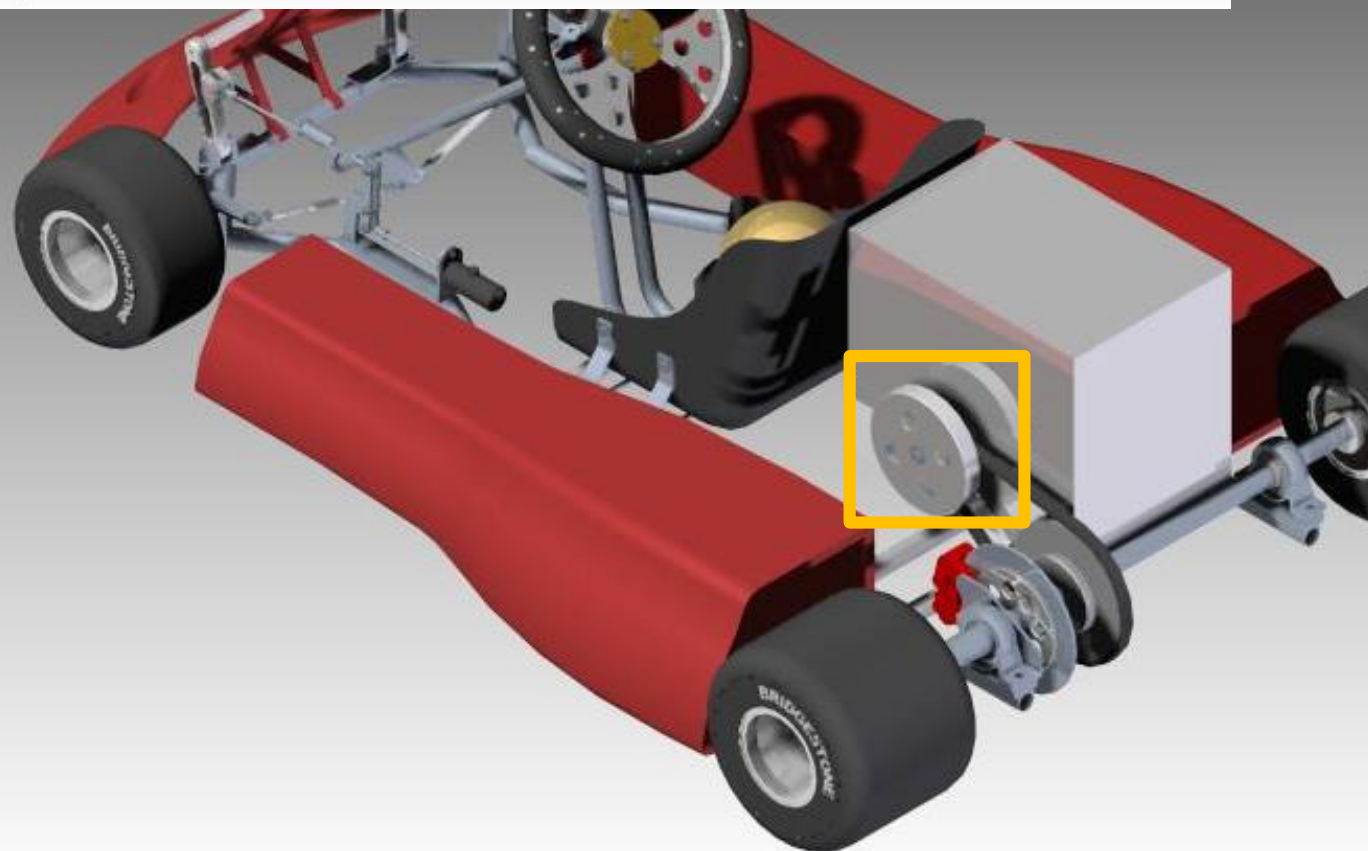
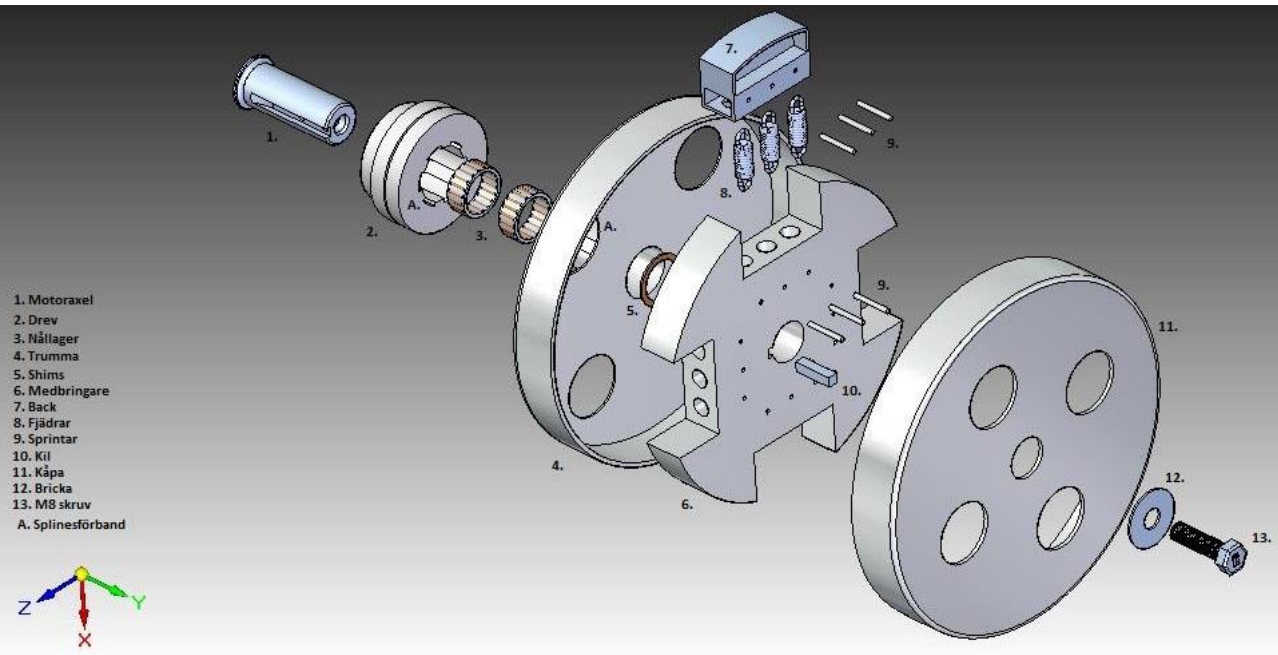
<https://www.youtube.com/watch?v=-5Si3qgDftQ>

<http://www.youtube.com/watch?v=kpVdQ8CIFsI>

# Centrifugalkoppling i motorsåg



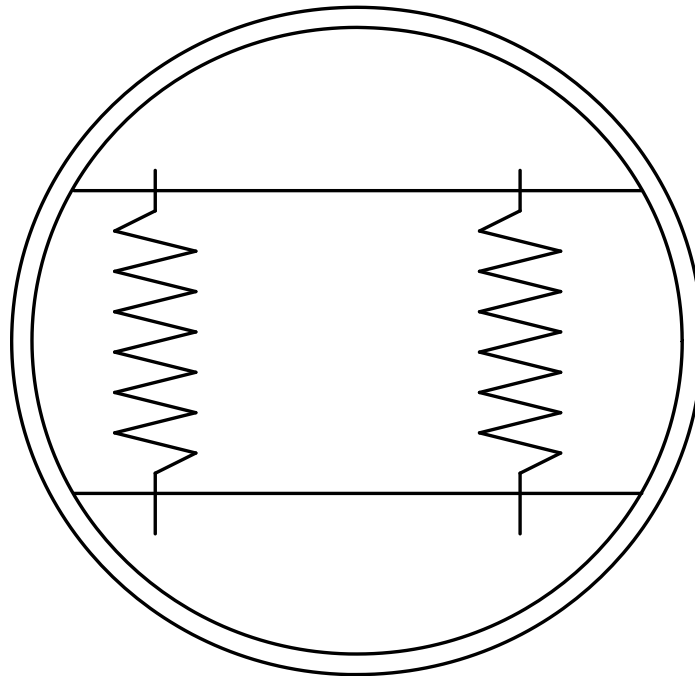




## Problem 9.8

En centrifugalkoppling med två block och två fjädrar ska överföra minst 2.2 kW vid 8000 rpm. Kopplingen skall börja dra vid 2700 rpm.

Inre trumdiametern är 70 mm, tyngdpunktsradien är 25 mm och friktionstalet är 0,12. Hur mycket ska blocken väga och vilken fjäderkraft erfordras.





## 9.8 Centrifugalkoppling

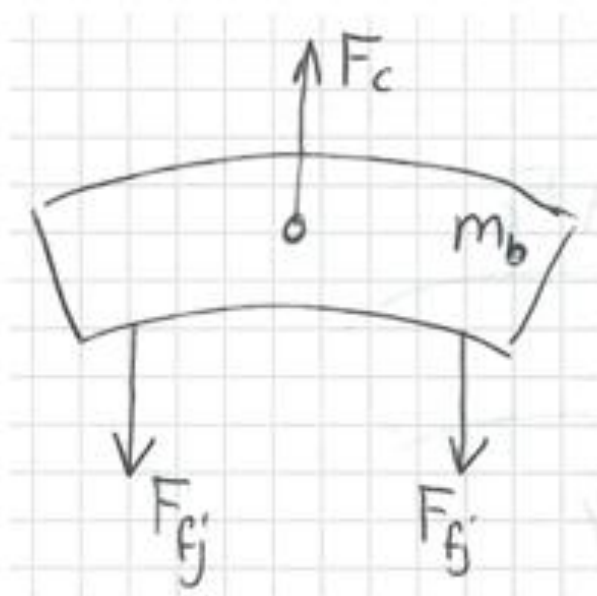
Sökt: Blockens massa  $m_b$ , fjäderkraften  $F_f$

Givet:  $d = 70 \text{ mm}$ ,  $r_T = \frac{d}{2} = 35 \text{ mm}$ ,  $r_p = 25 \text{ mm}$ ,  $\mu = 0,12$ ,  $N_b = 2$ ,

$n_0 = 2700 \text{ rpm}$ ,  $n_1 = 8000 \text{ rpm}$ ,  $P_1 = 2,2 \text{ kW}$

Det överförbara vridmoment kan delas in i två fall – ett då blocken inte är i kontakt med trumman ( $n \leq n_0$ ) och ett då blocken är i kontakt med trumman ( $n = n_1$ ).

Fall 1: Fjäderkraften är lika med centrifugalkraften då  $n_0 = 2700 \text{ rpm}$ . Vid detta varvtal överförs inget vridmoment.



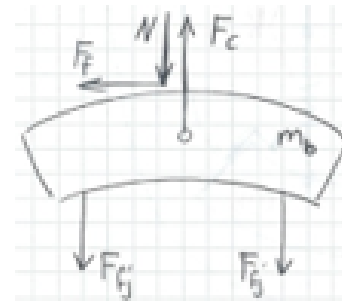
Jämvikt i radiell led ger:

$$F_{c0} - 2F_f = 0 \Rightarrow$$

$$F_f = \frac{F_{c0}}{2} = \frac{m_b \cdot r_p \cdot \omega_0^2}{2}$$

## Problem 9.8

Fall 2: Varvtalet är tillräckligt stort för att blocken ska vara i kontakt med trumman.



Kraftjämvikt i radiell led:

$$F_c - 2F_g - N = 0 \Rightarrow$$

$$N = F_c - 2F_g = m_b \cdot r_{\varphi} \cdot \omega_1^2 - m_b \cdot r_{\varphi} \cdot \omega_0^2 = m_b \cdot r_{\varphi} \cdot (\omega_1^2 - \omega_0^2) \Rightarrow$$

$$m_b = \frac{N}{r_{\varphi} \cdot (\omega_1^2 - \omega_0^2)}$$

Överförbar effekt:

$$P_1 = M_1 \cdot \omega_1 \Rightarrow \quad M_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{P_1}{\frac{\pi}{30} \cdot n_1} = \frac{2200}{\frac{\pi}{30} \cdot 8000} = 2,63 \text{ Nm}$$

## Problem 9.8

Det överförbara momentet kan också skrivas:

$$M_1 = N_b \cdot F_f \cdot r_T \Rightarrow$$

$$F_f = \frac{M_d}{N_b \cdot r_T} = \frac{2,63}{2 \cdot 0,035} = 37,6 \text{ N}$$

$$F_f = \mu N \Rightarrow$$

$$N = \frac{F_f}{\mu} = \frac{37,6}{0,12} = 313 \text{ N}$$

$$m_b = \frac{N}{r_\psi \cdot (\omega_1^2 - \omega_0^2)} = \frac{313}{0,025 \cdot \frac{\pi^2}{30^2} \cdot (8000^2 - 2700^2)} = 20 \text{ g}$$

$$F_f = \frac{m_b \cdot r_\psi \cdot \omega_0^2}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,025 \cdot \left(\frac{\pi}{30} 2700\right)^2}{2} = 20 \text{ N/fjäder}$$