

Část I

Divná geometrie

1 Projektivní geometrie

1.1 Axiomy

- každé 2 body zadávají právě 1 přímku
- každé 2 přímky se protínají
- existují 3 body neležící na jedné přímce

Z tohoto plyne:

- každý bod má stejně přímek
- každá přímka má stejně bodů
- je stejně přímek jako bodů - $n^2 + n + 1$

2 Afinní rovina

2.1 Axiomy

- stejně jako Projektivní geometrie, ale ne každé 2 přímky se musí potkat - existují „rovnoběžky“ (právě jedna)

Takže:

- každá přímka má stejný počet bodů - n
- každým bodem prochází stejně přímek - $n + 1$
- celkem n^2 bodů, $n^2 + n$ přímek

2.2 Příklady

VLOŽTE OBRÁZKY AFFINNÍCH ROVIN PRO $N=1, 2, 3, 4$

- vždycky můžeme přímky afinní roviny rozdělit do n kategorií rovnoběžnosti - že vždycky přímky z jedné kategorie jsou navzájem rovnoběžné (ekvivalentní relace)

3 Latinské čtverce

3.1 Motivační úkol od Eulera

- Postavte do čtverce 36 důstojníků z 6 pluků o 6 hodnotech tak, aby v každém řádku i sloupci nebyl dvakrát stejný pluk ani hodnota.

VLOŽTE OBRÁZEK AAAA

- nejde to lol

3.2 Definice

- Je to $n \times n$ čtverec, který musíme zaplnit prvky z n kategorií tak, aby v žádném řádku ani sloupci nebyly dva prvky ze stejné kategorie.

3.3 Počet možností

- Kolik je možností vytvořit latinský čtverec pro dané n ? Je jich $n! \cdot (n-1)! \cdot (n-2)! \cdot \dots \cdot 1!$
- můžeme to spočítat pomocí perfektních párování bipartitních grafů

AAAAAA VYSVĚTLI TO MAGORE A OBRÁZEK NEJLÉPE

3.4 Vraťme se

- Eulerův úkol můžeme vyřešit tak, že zkombinujeme 2 latinské čtverce
- což má nějakou souvislost s afinní rovinou

AAAAAAA vybil se mi počítač 1.3., tady zjevena souvislost s afinní rovinou

Část II

Diferenční počet

4 Posloupnosti

- řada čísel idk, jakoby fce ale diskrétní, tj. počitatelné

4.1 Definice

- předpisem - pro výpočet prvku je vzorec
- rekursí - pro výpočet prvku využíváme hodnoty předchozích prvků
- jako řešení diferenčních rcí (jakože diferenciální, ale diskrétní takže diferenční)

4.2 Operátory na posloupnostech

- unární - potřebují jen jeden vstup, např. Δ (diference - rozdíl dvou prvků (derivace ekvivalent z fci)), E (viz níže), umocnění/odmocnění, reciproká hodnota, atd.
- binární - potřebují dva vstupy, např. sčítání/odčítání, násobení/dělení, atd.

4.3 Diference - Δ

$$\Delta a_n = a_{n+1} - a_n$$

4.4 Shift operátor - E

$$Ea_n = a_{n+1}$$

Např. $M = 1, 2, 3, \dots$, tak potom $EM = 2, 3, 4, \dots$, můžeme dosadit do difference

$$\Delta a_n = Ea_n - a_n$$

$$\Delta = E - 1$$

\Rightarrow aritmetika operátorů (fokin pointery v programování, ale v maticích) - nepočítám s čísly ale s operacemi, tedy takto difference se rovná shift méně jedna, pomocí tohoto operátoru tedy můžeme vyjadřovat difference

4.5 Příklady

1. rekurentní posloupnosti převést na předpis
2. diferenční rovnice

A zjišťujeme, že když převedem na shift operátor tak je to ten samý problém.

5 Diferenční rovnice

- obecná nehomogenní řádu r :

$$V(\Delta^r a_n, \Delta^{r-1} a_n, \dots, \Delta a_n, a_n, n) = 0$$

obecně neumíme řešit

- lineární homogenní diferenční rovnice s konstantními koeficienty:

$$k_r \Delta^r a_n + k_{r-1} \Delta^{r-1} a_n + \dots + k_1 \Delta a_n + k_0 a_n = 0$$

Část III

Vektorové prostory

6 Lineární zobrazení

Def.: $\varphi : V \rightarrow U$ je lineární, jestliže:

- $\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y)$
- $\varphi(cx) = c \cdot \varphi(x)$

Část IV

nevím nějaký matice jako rotace

7 v R^2

- je to celkem zajímavý, dají se tak pěkně znázornit imag. čísla, pěkně definovat ostatní věci (norma, odchylka, vektorový součin) pomocí standardního skalárního součinu

8 v R^3

otázka: jak lze takovou rotaci charakterizovat? ano správně pomocí matice 1) Transformační matice ... báze $\alpha = (e_1, e_2, e_3)$... rotace R jak se píšou matice – doporučím se na papír

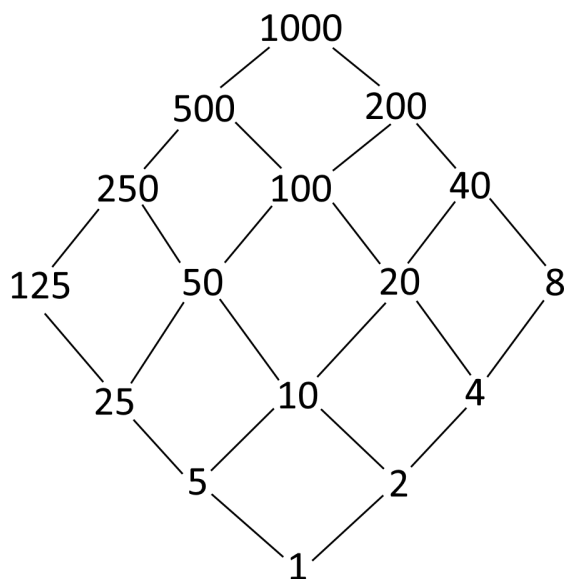
Část V

4tvrtý ročník

Def.: Relace R je **uspořádání**, jestliže je:

1. reflexivní: aRa
2. antisymetrická: $aRb \wedge bRa \implies a = b$
3. tranzitivní: $aRb \wedge bRc \implies aRc$

Každé uspořádání se dá zapsat pomocí tzv. **Hasseova diagramu**



Obrázek 1: Hasseův diagram relace „dělí na \mathbb{N} “ pro 1000