

## RELACE

**Příklad 1. Ekvivalence?**

Rozhodněte, zda následující relace jsou ekvivalence:

- (a)  $X = \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}$  (pevné),  $(x, y) \in R \iff p \text{ dělí } (x - y)$
- (b)  $X = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ,  $(x, y) \in R \iff x \text{ dělí } y \text{ a zároveň } y \text{ dělí } x$
- (c)  $X = \mathbb{N}$ ,  $(x, y) \in R \iff \exists z \in \mathbb{N}, z > 1$ , že  $z$  dělí  $x$  i  $y$

**Příklad 2. Příklady relací.**

Nalezněte relaci na konečné množině (je-li to možné), která

- (a) je antisymetrická i symetrická zároveň
- (b) je antisymetrická a není symetrická
- (c) není antisymetrická, ale je symetrická
- (d) není ani antisymetrická ani symetrická

**Příklad 3. Zachovávání tranzitivity.**

Nechť  $R$  a  $S$  jsou tranzitivní relace na množině  $X$ . Budou následující relace také tranzitivní?

- (a)  $R \cup S$  (Tip: Zkuste najít protipříklad)
- (b)  $R \cap S$  (Tip: Zkuste dokázat formálně)
- (c)  $R^{-1}$

**Příklad 4. Skládání relací.**

Popište relaci  $R \circ R$ , označuje-li  $R$

- (a) relaci rovnosti „ $=$ ” na množině  $\mathbb{N}$
- (b) relaci „ $\leq$ ” na  $\mathbb{N}$
- (c) relaci „ $<$ ” na  $\mathbb{N}$
- (d) relaci „ $<$ ” na  $\mathbb{R}$

## EULEROVSKÉ &amp; HAMILTONOVSKÉ GRAFY

**Příklad 5. Jedním tahem.**

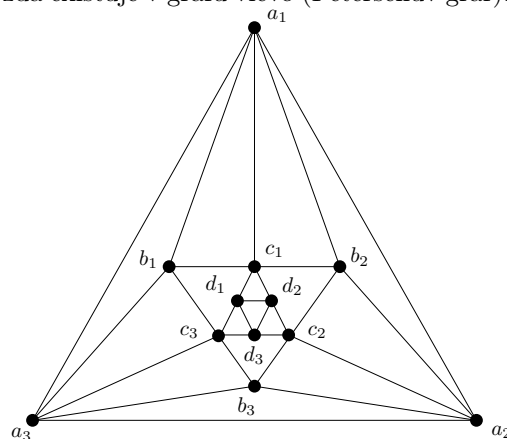
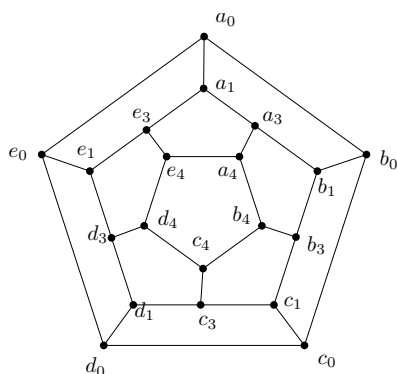
Charakterizujte grafy, které lze nakreslit jedním tahem, jenž nemusí být nutně uzavřený.

**Příklad 6. Disjunktní sjednocení kružnic.**

Dokažte, že hrany každého eulerovského grafu lze rozložit na disjunktní sjednocení kružnic. Je rozklad jednoznačný? Pokud ne, je počet kružnic v rozkladu dán jednoznačně?

**Příklad 7. Hamiltonovská kružnice.**

Najděte Hamiltonovskou kružnici grafu na obrázku (vpravo). Rozhodněte, zda existuje v grafu vlevo (Petersenův graf).

**Příklad 8. Hamiltonovský graf (Diracova věta).**

Dokažte že  $\forall G = (V, E) : |V| \geq 3$ , který splňuje  $\delta(G) \geq \frac{|V|}{2}$ , je hamiltonovský.  $\delta(G)$  označuje minimální stupeň grafu  $G$ .