

# Domácí úkol č. 1 k přednášce NMAG111/113: Lineární algebra 1

## zimní semestr 2025/2026

Datum odevzdání **středa 15. 10. 2025, 23:55 hod.**

*Upozornění:* Ve všech domácích úkolech (stejně jako v naprosté většině prací na Matfyzu) je potřeba odpovědi dokázat. Například v první úloze nestačí odpovědět na položenou otázku třeba „ $f_a$  je na, právě když  $a \in \{3, 4, 5\}$ “ (toto tedy zrovna není správná odpověď), ale je potřeba dokázat, že pro  $a \in \{3, 4, 5\}$  je na (typicky tak, že pro obecný prvek najdete jeho vzor), pro  $a \notin \{3, 4, 5\}$  není na (typicky tak, že najdete konkrétní prvek, na který se nic nezobrazí). Správnost argumentace je důležitější než správnost odpovědi.

(1.1) Pro která  $a \in \mathbb{R}$  je zobrazení  $f_a: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  „na“?

$$f_a(x, y) = ((a + 2)x + ay, ax + y)$$

(1.2) Označme  $O_p: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  osovou symetrií podle přímky  $p$  a  $O_q: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  osovou symetrií podle přímky  $q$ , kde

$$p = \{(1, 0) + t(0, 1) : t \in \mathbb{R}\}, \quad q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 4\}.$$

(a) Najděte obraz bodu  $(x, y)$  při zobrazení  $O_p$  a při zobrazení  $O_q$ .

(b) Najděte obraz bodu  $(x, y)$  při složených zobrazení  $O_q \circ O_p$  a  $O_p \circ O_q$ .

*Poznámka:* Zkuste také (mimo soutěž) uhádnout, o jaká zobrazení se v bodě (b) jedná, a odhad dokázat.