

# DÚ Diskrétní matematika – Sada 10

Jan Romanovský

14. prosince 2025

## Příklad 1. Ekvivalence.

Vyberme si lib. prvek, nazvěme ho  $a$ . Protože každý prvek je v relaci alespoň s jedním prvkem musí k němu existovat nějaký, nazvěme ho  $b$ , t. ž.  $aRb$ . Protože je  $R$  transitivní, platí i  $bRa$  a z obou předchozích transitivitou i  $aRa$ , tedy relace je pro všechny prvky reflexivní, ze zadání je i symetrická a transitivní, je to tedy ekvivalence.  $\square$

## Příklad 2. Eulerovský line graf.

Eulerovský graf je graf, který je souvislý a všechny jeho vrcholy mají sudý stupeň. Line graf jakéhokoli souvislého grafu je zřejmě souvislý. Z grafu, kde má každý vrchol sudý stupeň vznikne line graf se všemi stupni vrcholů znovu sudými, neboť stupeň vrcholu line grafu (= hrana původního grafu), nazvěme  $ab$ , je roven počtu hran v původním grafu, které mají s vrcholem line grafu společný vrchol. Pro každý z vrcholů hrany původního grafu  $a, b$  je to jejich stupeň minus 1 (to je ten vrchol line grafu pro který počítáme, hrana  $ab$ ), tedy součet stupňů vrcholů z původního grafu minus dva ( $\deg ab = \deg a + \deg b - 2$ ), což je sudé číslo. Line graf je tedy také eulerovský. Obrácená implikace nebude obecně platit, jelikož lib. eulerovský graf  $G$  a graf  $G'$ , který vznikne z  $G$  přidáním izolovaného vrcholu bude mít stejný eulerovský line graf, přičemž  $G'$  zjevně není eulerovský (není spojitý).