

Domácí úkol č. 5 k přednášce NMAG111/113: Lineární algebra 1

zimní semestr 2025/2026

Datum odevzdání středa 12. 11. 2025, 23:55 hod.

(5.1) Pro každé přirozené číslo n najděte inverzní matici k reálné matici

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 3 & 3 & 3 \\ \vdots & & & & & \vdots & \\ 0 & 0 & n-2 & \dots & n-2 & n-2 & n-2 \\ 0 & n-1 & n-1 & \dots & n-1 & n-1 & n-1 \\ n & n & n & \dots & n & n & n \end{pmatrix}.$$

Ná pověda: Možných přístupů je více. Je možné použít algoritmus na hledání inverzní matice s chytře volenou posloupností řádkových úprav. Jedna z rychlejších cest k řešení vede i přes sloupcový pohled na násobení matic: řešte po sloupcích (ve vhodném pořadí) rovnici $XA = I_n$, kde A je zadaná matice a X neznámá matice, a doplňujte si X jako svého druhu sudoku.

(5.2) Rozhodněte, pro které hodnoty $a \in \mathbb{R}$ je reálná matice

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 1 & 2a \\ 0 & 1 & a & a \\ 1 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

(a) zprava invertovatelná, (b) zleva invertovatelná. V případech, kdy příslušná (zprava/zleva) inverzní matice existuje, ji nalezněte (není nutné hledat všechny, stačí pro každé vyhovující a nalézt jednu).