Jan Romanovský
Gymnázium Brno, tř. Kpt. Jaroše
3.A
A-I-4

Nechť je prvočíslo p speciální. Potom dělí součet všech provčísel nižších než p, označme ho S. Tento součet se tedy dá zapsat jako nějaký k-násobek p. Označme další prvočíslo po p jako q. Aby q bylo také speciální, musí dělit součet všech prvočísel menších než q, který se dá zapsat jako $kp + p = (k+1)p$. q rozhodně nedělí p, takže dle fundamentální věty aritmetiky musí dělit $k+1$, což znamená, že $q \leq k+1$.

Součet všech přirozených čísel, která jsou menší než p, označíme jako T. Potom $T = \frac{(p+1)}{2}p$, což je zřejmě větší, než S:

$$\frac{(p+1)}{2}p > (k+1)p$$

$$p+1 > 2(k+1)$$

$$p+1 > k+1$$

Rozdíl mezi následujícími prvočísly je ale zřejmě větší, než 1, takže $q > p+1$. Z tohoto všeho můžeme sestavit nerovnici:

$$q \leq k+1 < p+1 < q$$

$$q < q$$

Toto je ale spor, q nemůže být menší než q. Dvě speciální prvočísla po sobě tedy nemohou existovat.