

DÚ Diskrétní matematika – Sada 5

Jan Romanovský

2. listopadu 2025

Příklad 1. Kuličky – s vrácením, nebo bez?

Pravděpodobnost, že vytáhnu přesně tři skleněnky bude vyšší v případě, kdy kuličky nebudu vracet, protože když chci tři skleněnky (což je méně než polovina ze sedmi) mám čtyři výběry, kterými vyberu hliněnky a když je nevrátím, zvýší se mi pravděpodobnost táhnutí skleněnky v dalším táhnutí – zvýšení pravděpodobnosti táhnutí skleněnky, protože nevrátím čtyři hliněnky, převáží snížení pravděpodobnosti táhnutí skleněnky, protože nevrátím tři skleněnky.

Příklad 2. Dvoustupňový screening – Bayes na steroidech

- (a) Ze všech lidí vyjde první test pozitivní $0,01 \cdot 0,95 = 0,0095 = 0,95\%$ lidí, ti užívají opium, plus $0,99 \cdot 0,02 = 0,0198 = 1,98\%$ lidí, kteří neužívají opium. Když si udělají druhý test, 95% z prvně pozitivních, kteří užívají, je i při druhém testu pozitivních, tedy celkem $0,0095 \cdot 0,95 = 0,009025 = 0,9025\%$ všech otestovaných lidí bude mít dva pozitivní testy a užívají opium, 2% z prvně pozitivních lidí, kteří neužívají opium budou mít také druhý pozitivní test, tedy celkem $0,0198 \cdot 0,02 = 0,000396 = 0,0396\%$ lidí bude mít dva pozitivní testy a neužívají opium; pravděpodobnost, že člověk se dvěma pozitivními testy opium opravdu užívá potom bude $P = \frac{0,009025}{0,009025 + 0,000396} = 0,958 = 95,80\%$.
- (b) podíl falešně pozitivních při dvou testech klesl (člověk musí být dvakrát pozitivní, aby nevypadl – konjunkce), podíl falešně negativních při dvou testech stoupl (člověk musí být alespoň jednou negativní, aby vypadl – disjunkce)