DÚ Diskrétní matematika – Sada 3

Jan Romanovský

19. října 2025

Příklad 1. Zmrzlinová laboratoř

a) variace bez opakování: $N = \binom{n}{k} \cdot k! = n^{\underline{k}} = 11 \cdot 10 \cdot 9 = 990$

b) kombinace s opakováním: $N = \binom{n+k-1}{n-1} = \binom{11+4-1}{11-1} = 1001$

c) i. variace s opakováním: $N = n^k = 11^5 = 161051$

   ii. variace s opakováním, pravidlo součinu: $N = N_Z \cdot N_C \cdot N_P = n^k \cdot m^l \cdot \binom{k+l}{k} = 11^3 \cdot 5^2 \cdot \binom{5}{2} = 332750$ – první činitel je počet možností jak vybrat zmrzlinu, druhý jak vybrat crumble a třetí určuje vzájemné pořadí zmrzliny a crumble

   nakonec pravidlo součtu: $N = N_i + N_{ii} = 161051 + 332750 = 493801$

Příklad 2. Dokažte

kombinatoricky: $\binom{n}{k}$ – počet k-prvkových podmnožin n-prvkové množiny, $\binom{m}{r-k}$ – počet $(r-k)$-prvkových podmnožin m-prvkové množiny, když je násobíme pro dané k máme počet podmnožin množiny s $(m+n)$ prvky, které mají právě k prvků z n-prvkové množiny a právě $(r-k)$ prvků z m prvkové množiny, když tyto hodnoty sečteme přes k uvažujeme všechny poměry vybrání prvků z původní n-prvkové a m-prvkové množiny, dostaneme tedy počet všech $(r-k+k)$- tedy r-prvkových podmnožin množiny s $m+n$ prvky, tedy přesně $\binom{n+m}{r}$ – QED