

## GRAFY - STROMY

**Definice 1** (Skóre grafu). Necht' je  $G = (V, E)$  graf s množinou vrcholů  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Posloupnost  $(\deg(v_1), \deg(v_2), \dots)$  nazýváme *skóre* grafu a dvě skóre považujeme za stejná, pokud jedno lze získat přerovnáním čísel druhého (tzn. skóre je nezávislé na zvoleném pořadí vrcholů).

**Příklad 1. Je to skóre?**

Ověřte, jestli  $(1, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7)$  a  $(1, 2, 3, 4, 5, 5, 6)$  jsou skóre grafu. Pokud ano, sestrojte graf s daným skóre.

**Příklad 2. Počet koster**

Kolik koster má

- (1)  $K_4$  (t.j. úplný graf na 4 vrcholech)?
- (2)  $C_n$  (cyklus délky  $n$ )?
- (3) činka, t.j. dva cykly délek  $m$  a  $n$  spojené cestou délky  $l$ ?

**Příklad 3. Mosty v kostrách**

Ukažte, že každá kostra obsahuje všechny mosty (hrany, jejichž odebráním se graf stane nesouvislý).

**Příklad 4. Kolik hran?**

Necht'  $G$  je graf na  $n$  vrcholech a má  $k$  komponent (skládá se z  $k$  souvislých podgrafů, mezi kterými nevede žádná hrana). Kolik nejmíň a kolik nejvíc hran může tento graf mít?

**Příklad 5. Souvislost**

Bud'  $G$  graf na  $n$  vrcholech s  $m > n - 1$  hranami. Ukažte, že je souvislý.

**Příklad 6. Listy.** Dokažte, že pokud má konečný strom vrchol stupně  $k$ , potom má alespoň  $k$  listů.**Příklad 7. Nezávislá množina ve stromě**

Dokažte, že každý strom na  $n$  vrcholech má nezávislou množinu velikosti alespoň  $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ . (Nezávislá množina je množina vrcholů, mezi nimiž nejsou žádné hrany.)