

Domácí úkol č. 3 k přednášce NMAG111/113: Lineární algebra 1

zimní semestr 2025/2026

Datum odevzdání středa 29. 10. 2025, 23:55 hod.

(3.1) Uvažujte těleso definované na množině $T = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ s operacemi danými následujícími tabulkami:

+	α	β	γ	δ
α	γ	δ	α	β
β	δ	γ	β	α
γ	α	β	γ	δ
δ	β	α	δ	γ

,

.	α	β	γ	δ
α	δ	α	γ	β
β	α	β	γ	δ
γ	γ	γ	γ	γ
δ	β	δ	γ	α

Vyřešte nad tímto tělesem následující soustavu rovnic a určete počet řešení.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \alpha & \alpha & \delta & \alpha & \delta \\ \beta & \delta & \beta & \delta & \delta \\ \gamma & \beta & \alpha & \beta & \delta \end{array} \right)$$

Řešení zapište v parametrickém tvaru ve smyslu věty 2.20.

Poznámka/návod: To, že \mathbf{T} je opravdu těleso, ověřovat nemusíte. Je dobré začít nalezením neutrálních prvků vzhledem ke sčítání a násobení, doporučujeme si je označit 0 a 1 (kvůli přehlednosti výpočtů). Také je dobré si napsat opačné prvky ($-\alpha = \dots$ atd.) a inverzní prvky ($\alpha^{-1} = \dots$ atd.).

(3.2) Řekneme, že matice X , A spolu komutují, pokud splňují rovnost $XA = AX$. Najděte všechny matice X typu 2×2 nad tělesem \mathbb{Z}_5 , které komutují s maticí

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$