

Domácí úkol č. 9 k přednášce NMAG111/113: Lineární algebra 1

zimní semestr 2025/2026

Datum odevzdání středa 10. 12. 2025, 23:55 hod.

(9.1) V závislosti na parametrech $a, b \in \mathbb{Z}_5$ určete dimenze prostorů $\text{Im } A_{a,b}$, $\text{Im } A_{a,b}^T$, $\text{Ker } A_{a,b}$ a $\text{Ker } A_{a,b}^T$ pro matici

$$A_{a,b} = \begin{pmatrix} a+2 & b & 1 & 2 \\ 2a+1 & 2b & a+3 & 1 \\ 3a+b+3 & 3b & a+4 & b+3 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_5^{3 \times 4}.$$

Návod: Stačí spočítat jednu z dimenzí a ostatní dopočítat použitím obecné teorie (zdůvodněte!). Může být výhodné používat řádkové i sloupcové úpravy.

(9.2) Najděte nějakou bázi průniku následujících podprostorů X a Y prostoru \mathbb{R}^4 :

$$\begin{aligned} X &= \{(x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4 : 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0\}, \\ Y &= \text{Span}\{(1, 2, 1, 1)^T, (3, -1, 1, 0)^T\}. \end{aligned}$$

Návod: Početně příjemnější je nepřevádět podprostor X do parametrického tvaru.