

DÚ Diskrétní matematika – Sada 6

Jan Romanovský

21. listopadu 2025

Příklad 1. Různé cesty.

Máme obdélník $m \times n$, čili mřížku $m+1 \times n+1$. Smíme se pohybovat jen nahoru nebo doprava, tzn. nesmíme se vracet. Každá cesta tak bude stejně dlouhá a každá bude mít stejný počet pohybů nahoru a doprava. pohybů doprava bude m a pohybů nahoru bude n . Hledáme tedy permutace s opakováním $P_0(m, n) = \frac{(m+n)!}{m!n!}$.

Příklad 2. Slova.

$\Omega \dots$ všechna možná pořadí

$A \dots$ to, co chceme

$A' \dots$ doplněk A v Ω , tj. vypuštěním lze dostat alespoň jedno ze slov

$K \dots$ vypuštěním lze poskládat „PONK“

$L \dots$ vypuštěním lze poskládat „DOBA“

$M \dots$ vypuštěním lze poskládat „COP“

$|\Omega| = 16!$ – permutace šestnácti prvků

$|A'| = |K| + |L| + |M| - |K \cap L| - |K \cap M| - |L \cap M| + |K \cap L \cap M|$

$|K| = \binom{16}{4} \cdot 12!$ – vyberu, kde budou v pořadí písmena P, O, N, K a potom skládám pořadí zbylých písmen

$|L| = \binom{16}{4} \cdot 12!$ – vyberu, kde budou v pořadí písmena D, O, B, A a potom skládám pořadí zbylých písmen

$|M| = \binom{16}{3} \cdot 13!$ – vyberu, kde budou v pořadí písmena C, O, P a potom skládám pořadí zbylých písmen

$|K \cap L| = \binom{16}{7} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 9!$ – kombinačním číslem vybírám, kde budou písmena P, O, N, K, D, B, A , dalšími dvěma činiteli počítám pořadí těchto písmen (O uprostřed, dvě možnosti před O , pět po něm) a posledním činitelem skládám pořadí zbylých písmen

$|K \cap M| = 0$ – ve slově „PONK“ je P před O , ve slově „COP“ naopak – nelze poskládat nikdy

$|L \cap M| = \binom{16}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10!$ – kombinačním číslem vybírám, kde budou písmena D, O, B, A, C, P , dalšími dvěma činiteli počítám pořadí těchto písmen (O uprostřed, dvě možnosti před O , tři po něm) a posledním činitelem skládám pořadí zbylých písmen

$|K \cap L \cap M| = 0$ – viz $|K \cap M|$

$|A| = |\Omega| - |A'| = |\Omega| - |K| - |L| - |M| + |K \cap L| + |K \cap M| + |L \cap M| - |K \cap L \cap M| = 15\,907\,962\,470\,400$