

DÚ Lineární algebra – Sada 6

Jan Romanovský

13. listopadu 2025

(6.1) Hledáme předpis pro prvky P množiny V .

$$P = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

$$a + b + c + d + e = 0$$

$$P(-1) = P(2) : a - b + c - d + e = 16a + 8b + 4c + 2d + e$$

Nyní řešíme soustavu dvou rovnic o pěti neznámých.

$$a + b + c + d + e = 0$$

$$a - b + c - d + e = 16a + 8b + 4c + 2d + e$$

$$0 = 15a + 9b + 3c + 3d$$

$$a = k, b = l, c = m$$

$$d = -5k - 3l - m$$

$$e = 4k + 2l$$

$$P = kx^4 + lx^3 + mx^2 + (-5k - 3l - m)x + (4k + 2l)$$

Dále zapíšeme obecný polynom P jako lineární kombinaci tří konkrétních polynomů P_1, P_2, P_3 , které najdeme vhodnou volbou parametrů.

$$k = 1, l = 0, m = 0 : P_1 = x^4 - 5x + 4$$

$$k = 0, l = 1, m = 0 : P_2 = x^3 - 3x + 2$$

$$k = 0, l = 0, m = 1 : P_3 = x^2 - x$$

S touto volbou parametrů potom přímo $V = \{kP_1 + lP_2 + mP_3; k, l, m \in \mathbb{R}\}$, vidíme lineární kombinaci, tedy přímo $V = \text{span}(P_1, P_2, P_3)$ což je zjevně podprostor $\mathbb{R}[x]_{\leq 4}$.