

## Část I

# Divná geometrie

## 1 Projektivní geometrie

### 1.1 Axiomy

- každé 2 body zadávají právě 1 přímku
- každé 2 přímky se protínají
- existují 3 body neležící na jedné přímce

Z tohoto plyne:

- každý bod má stejně přímek
- každá přímka má stejně bodů
- je stejně přímek jako bodů -  $n^2 + n + 1$

## 2 Afinní rovina

### 2.1 Axiomy

- stejně jako Projektivní geometrie, ale ne každé 2 přímky se musí potkat - existují „rovnoběžky“ (právě jedna)

Takže:

- každá přímka má stejný počet bodů -  $n$
- každým bodem prochází stejně přímek -  $n + 1$
- celkem  $n^2$  bodů,  $n^2 + n$  přímek

### 2.2 Příklady

VLOŽTE OBRÁZKY AFFINNÍCH ROVIN PRO  $N=1, 2, 3, 4$

- vždycky můžeme přímky afinní roviny rozdělit do  $n$  kategorií rovnoběžnosti - že vždycky přímky z jedné kategorie jsou navzájem rovnoběžné (ekvivalentní relace)

## 3 Latinské čtverce

### 3.1 Motivační úkol od Eulera

- Postavte do čtverce 36 důstojníků z 6 pluků o 6 hodnostech tak, aby v každém řádku i sloupci nebyl dvakrát stejný pluk ani hodnost.

VLOŽTE OBRÁZEK AAAA

- nejde to lol

### 3.2 Definice

- Je to  $n \times n$  čtverec, který musíme zaplnit prvky z  $n$  kategorií tak, aby v žádném řádku ani sloupci nebyly dva prvky ze stejné kategorie.

### 3.3 Počet možností

- Kolik je možností vytvořit latinský čtverec pro dané  $n$ ? Je jich  $n! \cdot (n-1)! \cdot (n-2)! \cdot \dots \cdot 1!$
- můžeme to spočítat pomocí perfektních párování bipartitních grafů

AAAAAA VYSVĚTLI TO MAGORE A OBRÁZEK NEJLÉPE

### 3.4 Vraťme se

- Eulerův úkol můžeme vyřešit tak, že zkombinujeme 2 latinské čtverce
- což má nějakou souvislost s afinní rovinou

AAAAAAA vybil se mi počítač 1.3., tady zjevena souvislost s afinní rovinou

## Část II

# Diferenční počet

## 4 Posloupnosti

- řada čísel idk, jakoby fce ale diskrétní, tj. počítatelné

### 4.1 Definice

- předpisem - pro výpočet prvku je vzorec
- rekursí - pro výpočet prvku využíváme hodnoty předchozích prvků
- jako řešení diferenčních rcí (jakože diferenciální, ale diskrétní takže diferenční)

### 4.2 Operátory na posloupnostech

- unární - potřebují jen jeden vstup, např.  $\Delta$  (diference - rozdíl dvou prvků (derivace ekvivalent z fcí)),  $E$  (viz níže), umocnění/odmocnění, reciproká hodnota, atd.
- binární - potřebují dva vstupy, např. sčítání/odčítání, násobení/dělení, atd.

### 4.3 Diference - $\Delta$

$$\Delta a_n = a_{n+1} - a_n$$

## 4.4 Shift operátor - E

$$Ea_n = a_{n+1}$$

Např.  $M = 1, 2, 3, \dots$ , tak potom  $EM = 2, 3, 4, \dots$ , můžeme dosadit do difference

$$\Delta a_n = Ea_n - a_n$$

$$\Delta = E - 1$$

$\Rightarrow$  aritmetika operátorů (fokin pointery v programování, ale v matice) - nepočítám s čísly ale s operacemi, tedy takto difference se rovná shift méně jedna, pomocí tohoto operátoru tedy můžeme vyjadřovat difference

## 4.5 Příklady

1. rekurentní posloupnosti převést na předpis
2. diferenční rovnice

A zjišťujeme, že když převedem na shift operátor tak je to ten samý problém.

## 5 Diferenční rovnice

- obecná nehomogenní řádu  $r$ :

$$V(\Delta^r a_n, \Delta^{r-1} a_n, \dots, \Delta a_n, a_n, n) = 0$$

obecně neumíme řešit

- lineární homogenní diferenční rovnice s konstantními koeficienty:

$$k_r \Delta^r a_n + k_{r-1} \Delta^{r-1} a_n + \dots + k_1 \Delta a_n + k_0 a_n = 0$$

## Část III

# Vektorové prostory

## 6 Lineární zobrazení

Def.:  $\varphi : V \rightarrow U$  je lineární, jestliže:

- $\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y)$
- $\varphi(cx) = c \cdot \varphi(x)$