

Diskrétní matematika - Domácí úkol I

Odevzdat **6. 10. 2025** na cvičení / Moodle

KRÁTKÉ INSTRUKCE

Domácí úkoly slouží k tomu, abyste si v klidu zopakovali nové pojmy, zkusili je použít na konkrétních příkladech a postupně se naučili psát matematiku *exaktně a srozumitelně*. V matematice i v praxi je schopnost přehledně a jasně formulovat své myšlenky velmi cenná.

Úkoly můžete řešit sami, nebo ve skupině. Platí ale tyto podmínky:

- řešení sepisuje **každý samostatně**,
- **rozumím** tomu, co odevzdávám,
- jsem **schopen/schopna argumentovat** ke svému postupu,
- cvičící si vyhrazuje právo **zeptat se na vaše řešení**.

Domácí úkol můžete odevzdat na cvičení, anebo přes moodle (nejpozději večer před cvičením). Řešení může být čitelně psané rukou (a *dobře* vyfocené), nebo sepsané na počítači (např. v TeXu — stejně se ho brzy budete potřebovat naučit, proč nezačít už teď?). Ideálně posílejte ve formátu **PNG** nebo **PDF**.

PŘÍKLADY

Příklad 1 (4 body). **Vlastnosti součtu**

Dokažte: Je-li číslo

$$S_n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

liché, pak $n \equiv 1$ nebo $2 \pmod{4}$.

Příklad 2 (4 body). **Trojúhelníková nerovnost**

Dokažte pro všechna reálná a, b trojúhelníkovou nerovnost

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

Určete, kdy nastává rovnost.

Nápověda: Pro rovnost rozlište případy podle znamének a a b (tj. $ab \geq 0$ vs. $ab < 0$).

Doporučuji vycházet z definice absolutní hodnoty, kterou tady pro jistotu uvádíme.

Definice 1 (Absolutní hodnota). Pro $x \in \mathbb{R}$ definujeme

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{jestliže } x \geq 0, \\ -x, & \text{jestliže } x < 0. \end{cases}$$

Geometrický význam: $|x|$ je vzdálenost bodu x od nuly na reálné ose.