

DÚ Diskrétní matematika – Sada 10

Jan Romanovský

14. prosince 2025

Příklad 1. Ekvivalence.

Vyberme si lib. prvek, nazvěme ho a . Protože každý prvek je v relaci alespoň s jedním prvkem musí k němu existovat nějaký, nazvěme ho b , t. ž. aRb . Protože je R transitivní, platí i bRa a z obou předchozích transitivitou i aRa , tedy relace je pro všechny prvky reflexivní, ze zadání je i symetrická a transitivní, je to tedy ekvivalence. \square

Příklad 2. Eulerovský line graf.

Eulerovský graf je graf, který je souvislý a všechny jeho vrcholy mají sudý stupeň. Line graf jakéhokoliv souvislého grafu je zřejmě souvislý. Z grafu, kde má každý vrchol sudý stupeň vznikne line graf se všemi stupni vrcholů znova sudými, neboť stupeň vrcholu line grafu (= hrana původního grafu), nazveme ab , je roven počtu hran v původním grafu, které mají s vrcholem line grafu společný vrchol. Pro každý z vrcholů hrany původního grafu a, b je to jejich stupeň minus 1 (to je ten vrchol line grafu pro který počítáme, hrana ab), tedy součet stupňů vrcholů z původního grafu minus dva ($\deg ab = \deg a + \deg b - 2$), což je sudé číslo. Line graf je tedy také eulerovský. Obrácená implikace nebude obecně platit, jelikož lib. eulerovský graf G a graf G' , který vznikne z G přidáním izolovaného vrcholu bude mít stejný eulerovský line graf, přičemž G' zjevně není eulerovský (není spojitý).