

Kapitola I

Proxima Centauri

Zadání: Najděte paralaxu Proximy Centauri, která je vzdálená asi 4.3 světelného roku.

Řešení: $p = \arctan \frac{1au}{4.3ly} = \arctan \frac{1.5 \cdot 10^{11}}{4.3 \cdot 10^8 \cdot \pi \cdot 10^7} \doteq 3.7 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$

Pogsonova rovnice

Zadání: Odvoďte vztah mezi absolutní magnitudou a relativní magnitudou v parsecích (tzv. Pogsonovu rovnici).

Řešení:

Měrný výkon Rigelu

Zadání: Hvězda Rigel ze souhvězdí Orionu je od Slunce vzdálena 240 pc a její relativní magnituda je 0,18^m. Hmotnost Rigelu je 17 hmotností Slunce. Určete výkon hvězdy na jednotku hmotnosti tak, že její parametry porovnáte se Sluncem.

Řešení:

Kapitola II

Teplota Slunce z vlnové délky světla

Zadání: Určete povrchovou teplotu Slunce, víte-li, že maximum vyzařování je na vlnové délce 500 nm

Řešení: $\lambda_{max} = \frac{b}{T} \implies T = \frac{b}{\lambda_{max}} \doteq \frac{2.9 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} = 5800 \text{ K}$

Zářivý výkon Slunce

Zadání: Nalezněte celkový zářivý výkon Slunce, znáte-li jeho povrchovou teplotu $T = 5800 \text{ K}$.

Řešení: $r = 6.96 \cdot 10^8 \text{ m} \implies S = 4\pi r^2 \doteq 6.08 \cdot 10^{18} \text{ m}^2$, $I = \sigma T^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 \doteq 6.42 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2$
 $\implies P = I \cdot S = 6.42 \cdot 10^7 \cdot 6.08 \cdot 10^{18} \doteq 3.91 \cdot 10^{26} \text{ W}$

Měrný výkon Slunce

Zadání: Jaký výkon se průměrně uvolňuje v jednom kilogramu sluneční hmoty?

Řešení: $P_m = \frac{P}{m_s} = \frac{3.91 \cdot 10^{26}}{2 \cdot 10^{30}} \doteq 2 \cdot 10^{-4} \text{ W/kg}$

Sluneční konstanta

Zadání: Určete intenzitu slunečního záření v okolí Země.

Řešení: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 1.5^2 \times 10^{22} \doteq 2.83 \cdot 10^{23} \text{ m}^2$, $P_S = \frac{P}{S} \doteq \frac{3.91 \cdot 10^{26}}{2.83 \cdot 10^{23}} \doteq 1380 \text{ W/m}^2$

Určení poloměru hvězdy

Zadání: Hvězda s paralaxou $0,03''$ a vizuální magnitudou $3,9^m$ má maximum vyzařování na vlnové délce 500 nm. Určete poloměr této hvězdy.

Řešení:

Kapitola III

Úbytek sluneční hmoty

Zadání: Kolik procent sluneční hmoty se přemění v energii za jedno tisíciletí?

Řešení: $E = W = P \cdot t = 3.91 \cdot 10^{26} \cdot \pi \cdot 10^{10} \doteq 1.23 \cdot 10^{37} \text{ J}$, $E = mc^2 \implies \Delta m = \frac{E}{c^2} \doteq \frac{1.23 \cdot 10^{37}}{9 \cdot 10^{16}} \doteq 1.37 \cdot 10^{20} \text{ kg}$, $\frac{\Delta m}{m_s} \doteq \frac{1.37 \cdot 10^{20}}{2 \cdot 10^{30}} \doteq 6.83 \cdot 10^{-11} = 6.83 \cdot 10^{-9} \%$

Kapitola IV

Kometární dráha

Zadání: Kometa se v okamžiku opozice se Sluncem nacházela v odsluní. Její vzdálenost od Země tehdy činila 5 au. Velká poloosa její dráhy je 4 au. Za jak dlouho projde kometa přísluním? V jaké vzdálenosti bude v tom okamžiku od Slunce a od Země?

Řešení:

Pád Země do Slunce

Zadání: Jak dlouho by padala Země do Slunce, kdybychom ji zastavili?

Řešení: $F = G \frac{m_Z m_S}{r^2}$, $r = \frac{1}{2} a t^2$, $a = \frac{F}{m_Z} \implies r = \frac{G m_S t^2}{2 r^2} \implies t = \sqrt{\frac{2 r^3}{G m_S}} \doteq 7.11 \cdot 10^6 \text{ s} \doteq 82.3 \text{ d}$

Gravitační působení Slunce a Země na Měsíc

Zadání: Nalezněte poměr gravitačních sil, kterými působí na Měsíc Země a Slunce. Která síla je větší?

Řešení:

Kapitola V

Hvězda měnící rozměry

Zadání: Spočítejte rotační periodu a magnetické pole našeho Slunce, pokud by změnilo rozměry podle následující tabulky (stalo se obrem, bílým trpaslíkem nebo neutronovou hvězdou). Předpokládejte, že se při hvězdném vývoji zachovává moment hybnosti a magnetický indukční tok.

	poloměr [m]	perioda [s]	magn. pole [T]
Slunce	$7 \cdot 10^8$	$2.16 \cdot 10^6$	10^{-4}
obr	$1.4 \cdot 10^{11}$?	?
bílý trpaslík	$2 \cdot 10^7$?	?
neutronová hvězda	$5 \cdot 10^4$?	?

Řešení:

Rozměr neutronové hvězdy

Zadání: Stanovte horní hranici poloměru neutronové hvězdy o hmotnosti $1,7 m_S$, která má periodu rotace 2,1 ms. Použijte klasický výraz pro odstředivou sílu.

Řešení:

Kapitola VI

Mion

Zadání: Doba života mionu (těžký elektron) je $\Delta\tau = 2.2 \times 10^{-6}$ s. Mion vznikl ve výšce $h = 30$ km nad povrchem Země z kosmického záření a dopadl na Zem. Jakou musel mít minimální rychlost při vzniku?

Řešení:

Kapitola VII

Laplaceův výpočet Schwarzschildova poloměru

Zadání: Zjistěte, jak malý poloměr by musel mít objekt o hmotnosti M , aby úniková rychlost dosáhla rychlosti světla.

Řešení:

Kapitola VIII

Maximální stáří vesmíru pro Fridmanovu expanzi

Zadání: Odhadněte z hodnoty Hubbleovy konstanty maximální stáří vesmíru.

Řešení: