Diskrétní matematika - Domácí úkol IX

Odevzdat **8. 12. 2025** na cvičení / Moodle

KRÁTKÉ INSTRUKCE

Domácí úkoly slouží k tomu, abyste si v klidu zopakovali nové pojmy, zkusili je použít na konkrétních příkladech a postupně se naučili psát matematiku *exaktně a srozumitelně.* V matematice i v praxi je schopnost přehledně a jasně formulovat své myšlenky velmi cenná.

Úkoly můžete řešit sami, nebo ve skupině. Platí ale tyto podmínky:

- řešení sepisuje **každý samostatně**,
- **rozumím** tomu, co odevzdávám,
- jsem **schopen/schopna argumentovat** ke svému postupu,
- cvičící si vyhrazuje právo **zeptat se na vaše řešení**.

Domácí úkol můžete odevzdat na cvičení, anebo přes moodle (nejpozději večer před cvičením). Řešení může být čitelně psané rukou (a *dobře* vyfocené), nebo sepsané na počítači (např. v TEXu — stejně se ho brzy budete potřebovat naučit, proč nezačít už teď?). Ideálně posílejte ve formátu **PNG** nebo **PDF**.

PŘÍKLADY

Příklad 1. Automorfismy stromu[4 body]
Dokažte, že každý automorfismus stromu fixuje vrchol nebo hranu (tzn. buď existuje v t.ž. $f(v) = v$, nebo existuje $uv \in E$ t.ž. $f(u) = v$ a $f(v) = u$).

Hint, zkuste se zamyslet nad tím, co všechno automorfizmus zachovává.
Speciálně, zachovává vzdálenosti mezi vrcholy.
Kam zobrazí vrcholy s maximální vzdáleností? Co když je vícero vrcholů maximální vzdálenosti?

Příklad 2. Podstromy.[4 body]
Buď $\mathcal{T}$ množina podstromů stromu T. Dokažte, že pokud průnik žádných dvou $T_1, T_2 \in \mathcal{T}$ není prázdný, pak není prázdný ani průnik všech ($\bigcap \mathcal{T} \neq \emptyset$).
Toto tvrzení není triviální, protože obecně pro množiny neplatí: uvažte např. $\mathcal{A} = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}\}$.