

Domácí úkol č. 10 k přednášce NMAG111/113: Lineární algebra 1

zimní semestr 2025/2026

Datum odevzdání **středa 17. 12. 2025, 23:55 hod.**

(10.1) O lineárním zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ máme následující informace:

$$f \circ f = f, \quad f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Určete obraz vektoru $(x, y)^T$ při zobrazení f (v závislosti na x a y).

Nápověda: Z informací lze určit obraz vektorů nějaké báze při zobrazení f a tím určit matici f vzhledem k nějakým bázím. Z toho můžete spočítat matici f vzhledem ke kanonickým bázím.

(10.2) Matice lineárního zobrazení $f: \mathbb{Z}_5^2 \rightarrow \mathbb{Z}_5^2$ vzhledem ke kanonickým bázím je

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Najděte nějakou bázi B prostoru \mathbb{Z}_5^2 takovou, že matice f vzhledem k B a B je

$$[f]_B^B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Nápověda: Rozepište si definici matice $[f]_B^B$, jakou to dá podmínku na bázové vektory? Sestavte soustavu rovnic, jejímž řešením jsou jednotlivé složky neznámých bázových vektorů.