

# DÚ Lineární algebra – Sada 9

Jan Romanovský

8. prosince 2025

**(9.1)** Provedeme Gaussovou eliminaci na matici  $A_{a,b}$ .

$$\begin{pmatrix} a+2 & b & 1 & 2 \\ 2a+1 & 2b & a+3 & 1 \\ 3a+b+3 & 3b & a+4 & b+3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} a+2 & b & 1 & 2 \\ -3 & 0 & a+1 & -3 \\ b-3 & 0 & a+1 & b-3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} a+2 & b & 1 & 2 \\ -3 & 0 & a+1 & -3 \\ b & 0 & 0 & b \end{pmatrix}$$

Vidíme, že můžeme vynulovat pouze třetí řádek, a to volbou parametru  $b = 0$ . V tom případě bude  $\dim \text{Im } A_{a,b} = 2$ , jindy  $\dim \text{Im } A_{a,b} = 3$ . Z tvrzení o dimenzi jádra a sloupcového prostoru můžeme rovnou určit dimenze ostatních prostorů.

	$\dim \text{Im } A_{a,b}$	$\dim \text{Im } A_{a,b}^T$	$\dim \text{Ker } A_{a,b}$	$\dim \text{Ker } A_{a,b}^T$
$b = 0$	2	2	2	2
$b \neq 0$	3	3	1	1