

**Teoretická informatika (TIN) – 2017/2018**

**Úkol 1**

(max. zisk 5 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

1. Nechť  $M_1 = (Q_1, \Sigma_1, \delta_1, \Gamma_1, q_1, Z_1, F_1)$  je zásobníkový automat a  $M_2 = (Q_2, \Sigma_2, \delta_2, q_2, F_2)$  je nedeterministický konečný automat.

Navrhněte a *formálně popište* algoritmus, který má na vstupu automaty  $M_1$  a  $M_2$ , a jehož výstupem bude zásobníkový automat  $M_3$  takový, že  $L(M_3) = \{w \mid w \in L(M_1) \wedge \exists w' \in L(M_2) : |w| = |w'|\}$ .

10 bodů

2. Uvažujme binární operaci nad jazyky  $\circ$  definovanou následovně:  $L_1 \circ L_2 = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$ . S využitím uzávěrových vlastností dokažte, nebo vyvráťte, následující vztahy:

- (a)  $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow L_1 \circ L_2 \in \mathcal{L}_3$
- (b)  $L_1 \in \mathcal{L}_3, L_2 \in \mathcal{L}_2^D \Rightarrow L_1 \circ L_2 \in \mathcal{L}_2^D$
- (c)  $L_1 \in \mathcal{L}_3, L_2 \in \mathcal{L}_2 \Rightarrow L_1 \circ L_2 \in \mathcal{L}_2$

$\mathcal{L}_2^D$  značí třídu deterministických bezkontextových jazyků.

8 bodů

3. Nechť  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Uvažujme jazyk  $L$  nad abecedou  $\Sigma \cup \{1, 2\}$  definovaný následovně:  $L = \{w_1 1 w_2 \mid w_1, w_2 \in \Sigma^*, \#_a(w_1) = \#_c(w_2)\} \cup \{w_1 2 w_2 \mid w_1, w_2 \in \Sigma^*, \#_b(w_1) = \#_c(w_2)\}$

Sestrojte deterministický zásobníkový automat  $M_L$  takový, že  $L(M_L) = L$ .

8 bodů

4. Dokažte, že jazyk  $L$  z předchozího příkladu není regulární.

8 bodů

5. Uvažujme jazyk  $L_k$  definovaný následovně:  $L_k = \{w_1 \# w_2 \mid w_1, w_2 \in \{0, 1, 2\}^*, \#_0(w_1) < \#_2(w_2) < \#_1(w_1)\}$ . Dokažte, že  $L_k$  není bezkontextový.

8 bodů

6. Popište hlavní ideu důkazu, že pro každý regulární jazyk existuje jednoznačná gramatika (definice jednoznačné gramatiky—viz slidy 2, strana 11).

8 bodů