Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 15.5.2012

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Rybář chytí za den průměrně 8 ryb, přičemž průměrně každá čtvrtá ryba je okoun (předpokládejme, že ryby jsou chytány nezávisle na sobě a počet chycených ryb není teoreticky omezen). Rybář denně sedí u vody v době 9:00-13:00. Určete pravděpodobnost, že

- a) během dopoledne (tj. do 12:00) chytí rybář maximálně 3 ryby, přičemž všechny je chytí až po desáté hodině,
- b) během odpoledne (tj. od 12:00) chytí rybář alespoň 2 okouny,
- c) doba čekání na ulovení první ryby bude kratší než 1 hodina,
- d) v pěti po sobě chycených rybách budou maximálně 2 okouni,
- e) v daný den bude nejpozději 5.chycená ryba okoun.

Úloha 2. Atletických závodů středních škol se zúčastnili studenti gymnázií a průmyslových škol, přičemž z průmyslových škol dorazilo dvakrát více studentů než z gymnázií. Mezi studenty průmyslových škol bylo 10% dívek, mezi studenty gymnázií 50% dívek.

- a) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraná dívka je z průmyslové školy.
- b) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný chlapec je z gymnázia.
- c) Určete pravděpodobnost, že ve stovce náhodně vybraných sporovců z průmyslové školy je aspoň 15 dívek. (Použijte CLV.)
- d) Určete pravděpodobnost, že v pěti náhodně vybraných sporovcích z gymnázia je maximálně jeden chlapec. (Spočtěte bez použití CLV.)
- e) Spočtěte $P(A \cap B^c)$, jestliže víte, že P(B) = 1/5 a $P(A^c|B^c) = 3/4$.

Úloha 3. Biologové měřili na několika exemplářích výšku daného druhu rostliny. Naměřené hodnoty (v cm) jsou uvedeny v následující tabulce:

84.1 96.4 91.3 99.2 104.7 107.0 87.2 98.1 102.4 98.7 1
--

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení má výška rostliny, a zdůvodněte.
- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (hint: $\sum x_i = 1263$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 730.2$)
- d) Otestujte, zda je možné říct, že střední výška rostliny je 1 m.
- e) Předpokládejme, že skutečná střední hodnota výšky rostliny je 1m a rozptyl je 0.64 (m²). Spočtěte pravděpodobnost, že výška náhodně vybrané rostliny je v mezích 1m 2m.

Úloha 4. Počty prodaných zájezdů jistou cestovní kanceláří ve dvou po sobě jdoucích letech byly (dle záznamů z kartotéky):

$\boxed{rok \setminus ctvrtleti}$	1.	2.	3.	4.
1.	90	120	110	80
2.	130	180	170	120

- a) Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde X popisuje rok a Y popisuje čtvrtletí prodeje zájezdu náhodně vybraného z kartotéky.
- b) Určete pravděpodobnost, že zájezd náhodně vybraný z kartotéky je zájezd prodaný v prvním pololetí prvního roku?
- c) Otestujte na hladině 5%, zda v prvním roce i ve druhém roce bylo množství prodaných zájezdů přibližně stejné.
- c) Otestujte na hladině 5%, zda v prvním roce bylo množství prodaných zájezdů ve všech čtvrtletích přibližně stejné.
- e) Definujte **obecně** nezávislost náhodných veličin X a Y.