Zkouškový test 1.6.2023

B6B01PRA, B0B01STP, BD5B01STP Statistika a pravděpodobnost / B6B01PST Pravděpodobnost a statistika

Jméno a příjmení	1	2	3	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 50 bodů)

Zaměstnanec FELu, který má kancelář v budově CIIRKu (tj. u zastávky tramvaje Lotyšská), se po práci stavuje na večeři na Vítězné náměstí. Tramvaj odjíždí ze zastávky Lotyšská do zastávky Vítězné náměstí jednou za 5 minut minut. Cesta tramvají mezi těmito zastávkami trvá 1 minutu, pěšky zaměstnanec tuto trasu ujde za 4 minuty. Zaměstnanec FELu přichází na zastávku bez ohledu na jízdní řád, jeho příchody na zastávku jsou vzájemně nezávislé a až na zastávce se rozhodne, zda na Vítězné náměstí pojede tramvají nebo půjde pěšky, podle toho, co je pro něj časově výhodnější. V tramvaji v té době bývá průměrně 20 cestujících. Spočtěte pravděpodobnost, že zaměstnanec

- a) při příští cestě mezi zastávkami půjde pěšky, (6 bodů)
- b) nejpozději třetí cestu z Lotyšské na Vítězné náměstí absolvuje tramvají, (7 bodů)
- c) bude-li čekat na tramvaj, pak nejvýše 2 minuty, (7 bodů)
- d) nastoupí-li do tramvaje, bude v ní alespoň 5 cestujících, (7 bodů)
- e) z pěti cest z Lotyšské na Vítězné náměstí pojede alespoň třikrát tramvají, (7 bodů)
- f) z 54 cest z Lotyšské na Vítězné náměstí pojede alespoň 30× tramvají; řešte použitím CLV, (8 bodů)
- g) během 27 cest z Lotyšské na Vítězné náměstí, které absolvovuje tramvají, stráví celkově čekáním na tramvaj nejvýše třičtvrtě hodiny; řešte použitím CLV. (8 bodů)

Úloha 2. (celkem 25 bodů)

Na trhu ve stánku se prodávají balíčky pražených mandlí. Prodavač tvrdí, že balíček má (průměrnou) hmotnost 100 g. U 21 náhodně vybraných balíčků byly naměřené hmotnosti (zaokrouhleno na celé gramy):

100	102	96	97	97	98	99	100	101	103	92	95	95	96	97	99	104	99	100	103	99
-----	-----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	----	----	----	----	----	----	-----	----	-----	-----	----

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj a/nebo z povahy dat, jaké rozdělení má náhodná veličina popisující hmotnost náhodně vybraného balíčku pražených mandlí. (7 bodů)
- b) Metodou momentů odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny z otázky a). (5 bodů; hint: $\sum x_i = 2072$, $\sum (x_i \bar{x})^2 \doteq 182.667$)
- c) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda můžeme prodavačovo tvrzení považovat za pravdivé,
 - (i) při oboustranné alternativě, (6 bodů)
 - (ii) při jednostranné alternativě, která přirozeně vyplývá z odhadu střední hodnoty v bodě b).(7 bodů)

Úloha 3. (celkem 25 bodů)

Sdružené pravděpodobnosti náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	X = -1	X = 0	X = 1
Y = -1	1/12	1/4	1/12
Y = 0	1/12	0	1/12
Y=1	1/12	1/4	1/12

- a) Spočtěte cov(X, Y). (7 bodů)
- b) Rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé, a své rozhodnutí zdůvodněte. (5 bodů)
- c) Jsou-li X a Y nezávislé, určete sdružené rozdělení (tj. tabulku sdružených pravděpodobností) náhodného vektoru (U, V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom U a V nezávislé nejsou.
 Nejsou-li X a Y nezávislé, určete sdružené rozdělení (tj. tabulku sdružených pravděpodobností) náhodného vektoru (U, V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom U a V nezávislé jsou. (7 bodů)
- d) Definujte **obecně** nezávislost náhodných veličin X, Y a Z. (6 bodů)