

# Kapitola 1

## Měření na Peltierově článku

### 1.1 Úkol měření

Úkolem měření je seznámit se s chováním Peltierova článku ve funkci termoelektrického generátoru (TEG – *thermoelectric generator*) a chladicího prvku (TEC – *thermoelectric cooler*). V režimu TEG:

- změřte závislost termoelektrického napětí na teplotě a vynesete ji do grafu,
- z naměřené závislosti vypočtete Seebeckův koeficient,
- vypočítejte účinnost Peltierova článku v režimu TEG a vypočtenou hodnotu porovnejte s účinností vratně pracujícího tepelného stroje.

V režimu TEC:

- změřte časovou závislost teploty na obou stranách Peltierova článku a vynesete ji do grafu.

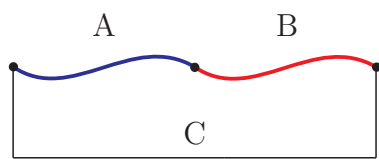
### 1.2 Termoelektrické jevy v kovech

Vedení elektrického proudu kovovým vodičem je zprostředkováno uspořádaným pohybem volných elektronů krystalovou mříží, tvořenou kladnými ionty daného kovu, pod vlivem vnějšího elektrického pole.

Elektrony nemohou samovolně vystupovat ven z kovového vodiče. Pohybují-li se uvnitř mezi ionty, působí na ně místní elektrické pole ze všech stran víceméně stejně. U povrchu a těsně nad ním však vzniká jednostranná přitažlivá coulombovská síla, kterou kladně nabitě ionty vtahují potenciálně vystupující (záporně nabitě) elektrony zpět do krystalové mříže. U povrchu kovu tedy brání výstupu elektronů potenciálová bariéra, k jejímuž překonání je potřeba jistá energie, neboli výstupní práce. Označíme-li náboj elektronu  $q_e$  a rozdíl potenciálů krajních bodů potenciálové bariéry  $U_v$ , můžeme pro výstupní práci psát  $A = q_e U_v$ . Velikost potenciálové bariéry  $U_v$  je různá pro různé kovy a závisí na jejich struktuře.

Podobně jako u molekul plynu je i u elektronů jistá pravděpodobnost velmi vysokých rychlostí vlivem neuspořádaného tepelného pohybu. Pokud by se elektron s takto velkou rychlostí (a tím pádem i kinetickou energií) náhodou pohyboval kolmo k povrchu kovu, mohl by potenciálovou bariéru překonat a kov opustit. Za pokojové teploty je však výstup elektronu z kovu ven do vzduchu prakticky zanedbatelný díky vysoké hodnotě  $U_v$ . Jiná situace nastane, budou-li se dva kovy A a B s různými  $U_{vA}$  a  $U_{vB}$  navzájem dotýkat. Rozdíl  $U_{vA} - U_{vB}$  může být natolik příznivý, že elektrony mohou snadněji opouštět kov A a vstupovat do kovu B, nežli naopak. Kov B se tedy počne oproti kovu A záporně nabíjet, na styku kovů tak vzniká kontaktní napětí  $U_{AB} = U_{vA} - U_{vB}$ . Intenzita takto

vzniklého elektrického pole (mající směr kolmo k rozhraní od kovu A ke kovu B) začne zabraňovat přechodu dalších a dalších elektronů přes rozhraní až do ustavení dynamické rovnováhy, kdy oběma směry prochází stejný počet elektronů.



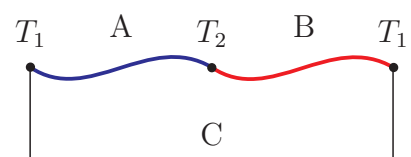
Obrázek 1.1: K měření kontaktního napětí.

Kontaktní napětí není jednoduché měřit, neboť za normálních podmínek nemůže v uzavřeném obvodu vytvořit elektrický proud. Představme si dva vodiče z materiálů A a B propojené vodičem z materiálu C, viz obr. 1.1. Obvodem poteče proud

$$I = \frac{U_{CA} + U_{AB} + U_{BC}}{R} = \frac{U_{vC} - U_{vA} + U_{vA} - U_{vB} + U_{vB} - U_{vC}}{R} = 0,$$

kde  $R$  je celkový odpor obvodu.

Tento výsledek ovšem platí jen za předpokladu, že teplota všech kontaktních míst je stejná. Velikost potenciálových bariér a kontaktních napětí je totiž závislá na teplotě. Uvažujme nyní, viz obr. 1.2, že spoj vodičů z materiálů A a B je udržován na teplotě  $T_2$  a spoje s vodiči z materiálu C na teplotě  $T_1$ . Pro proud tekoucí obvodem dostaneme



Obrázek 1.2: Termočlánek.

$$I = \frac{U_{CA}(T_1) + U_{AB}(T_2) + U_{BC}(T_1)}{R} = \frac{U_{vC}(T_1) - U_{vA}(T_1) + U_{vA}(T_2) - U_{vB}(T_2) + U_{vB}(T_1) - U_{vC}(T_1)}{R} = \frac{U_{AB}(T_2) - U_{AB}(T_1)}{R},$$

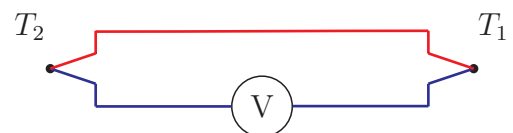
proud je v tomto případě nenulový a je vyvoláván celkovým elektromotorickým napětím  $\mathcal{E} = U_{AB}(T_2) - U_{AB}(T_1)$ . Uvedenému uspořádání se říká termočlánek a příslušnému jevu, podle jeho objevitele, *jev Seebeckův*. Všimněte si, že termočlánekové napětí vůbec nezávisí na materiálu vodiče C.

Opačný k jevu Seebeckovu je *jev Peltierův*. Spočívá v tom, že místo styku dvou různých kovů se průchodem elektrického proudu buď ohřívá, nebo ochlazuje, přičemž vyvinuté teplo je závislé na velikosti a směru proudu. Teplo, které tento proud vyvíjí, zeslabuje změnu způsobenou Seebeckovým jevem. To znamená, že při průchodu proudu spojem dvou vodičů stejným směrem, jaký má proud vzniklý Seebeckovým jevem při ohřátí tohoto spoje, se toto místo (jevem Peltierovým) ochlazuje.

Třetí termoelektrický jev je *jev Thomsonův*. Ve vodiči s teplotním spádem se generuje díky tepelné difúzi elektronového plynu elektromotorické napětí. Průchodem elektrického proudu podél teplotního spádu může ve vodiči být uvolňováno, nebo absorbováno teplo.

### 1.3 Termočlánek

Termočlánek je zařízení, které se na základě Seebeckova a Thomsonova jevu nejčastěji používá k měření teploty. Jeden (tzv. srovnávací) spoj dvou svařených, nebo spájených vodičů z vhodně zvolených materiálů je udržován na teplotě  $T_1$  (např. ponořením do směsi vody a tajícího ledu bude platit  $T_1 = 0^\circ\text{C}$ ), zatímco druhý (tzv. měřicí) spoj je umístěn do místa s neznámou teplotou  $T_2$ . Generované termoelektrické napětí měřené milivoltmetrem se dá s dostatečnou přesností aproximovat pomocí vzorce

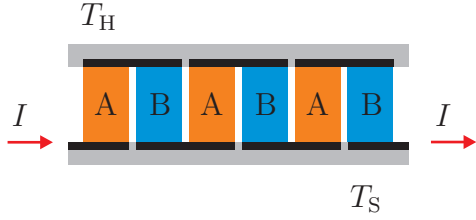


Obrázek 1.3: Termočlánek.

$$\mathcal{E} = \alpha(T_2 - T_1) + \beta(T_2 - T_1)^2, \quad (1.1)$$

kde tzv. Seebeckovy koeficienty  $\alpha$  a  $\beta$  závisí na materiálu termočlánku a určují se měřením. Například pro termočlánek železo-konstantan (slitina 55 %Cu + 45 % Ni) platí  $\alpha = 50\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,  $\beta = 0,03\mu\text{V}/^\circ\text{C}^2$ . Odtud je vidět, že pro malé rozdíly teplot můžeme závislost elektromotorického napětí na teplotě považovat za zhruba lineární.

## 1.4 Peltierův článek



Obrázek 1.4: Peltierův článek.

Peltierův článek je termoelektrické zařízení, pracující na principu Peltierova jevu, které se nejčastěji používá k aktivnímu chlazení, neboť umožňuje čerpání tepla z místa chladnějšího na místo teplejší, tedy opačným směrem oproti přirozenému toku tepla vedením. Použitím Peltierova článku tak můžeme chladit tělesa i pod okolní (rovnovážnou) teplotu. Peltierovy články se nejčastěji konstruují tak, že větší množství elementů většinou z polovodičových materiálů je z hlediska toku elektrického proudu zapojeno do série a z hlediska toku tepla paralelně, viz obr. 1.4.

### Energetická bilance Peltierova článku v režimu TEC

Pro teplo uvolňované (absorbované) průtokem proudu  $I$  spojem dvou různých vodičů v Peltierově článku za jednotku času vlivem Peltierova jevu platí

$$\frac{\Delta Q_P}{\Delta t} = P_P = \alpha TI,$$

kde  $\alpha$  je Seebeckův koeficient<sup>1</sup> a  $T$  termodynamická teplota spoje. Průchodem elektrického proudu článkem se v elektrickém odporu  $R$  uvolňuje Jouleovo teplo, pro které platí

$$\frac{\Delta Q_J}{\Delta t} = P_J = RI^2.$$

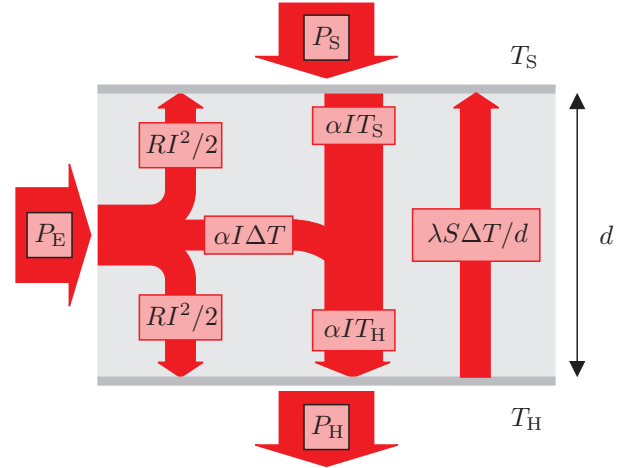
Pro teplo, procházející článkem za jednotku času z teplejší strany o teplotě  $T_H$  na stranu studenější o teplotě  $T_S$  dostaneme z Fourierova zákona

$$\frac{\Delta Q_F}{\Delta t} = P_F = \lambda S \frac{T_H - T_S}{d} = \Lambda \Delta T,$$

kde  $\Delta T = T_H - T_S$ ,  $\lambda$  je součinitel tepelné vodivosti použitého materiálu,  $S$  je průřez,  $d$  tloušťka článku a  $\Lambda = \lambda S/d$ .

Pro tepelný výkon vcházející na studené straně do Peltierova článku (viz obr. 1.5) dostaneme

$$P_S = \alpha IT_S - \frac{RI^2}{2} - \Lambda \Delta T, \quad (1.2)$$



Obrázek 1.5: Toky tepla v Peltierově článku.

<sup>1</sup>Seebeckův koeficient  $\alpha$  je ve skutečnosti závislý na teplotě. Dá se ukázat, viz [3], že pokud budeme v analýze Peltierova článku používat hodnotu tohoto koeficientu pro průměrnou teplotu, nemusíme uvažovat vliv Thomsonova jevu, což analýzu dosti zjednoduší.

zatímco pro tepelný výkon odcházející na horké straně z Peltierova článku platí

$$P_H = \alpha I T_H + \frac{RI^2}{2} - \Lambda \Delta T. \quad (1.3)$$

Po dosažení ustáleného stavu, kdy se jednotlivé veličiny s časem již nemění, musí ze zákona zachování energie pro elektrický výkon dodávaný do článku platit

$$P_E = UI = P_H - P_S = \alpha I \Delta T + RI^2. \quad (1.4)$$

Chladicí účinnost Peltierova článku (a chladicího stroje obecně) definujeme jako poměr toho, co chceme (odebírat teplo ze studené strany) a toho, co platíme (elektrický příkon), tedy

$$\eta_{\text{TEC}} = \frac{P_S}{P_E} = \frac{\alpha I T_S - \frac{RI^2}{2} - \Lambda \Delta T}{\alpha I \Delta T + RI^2}. \quad (1.5)$$

Ze vzorce pro účinnost je vidět, že Jouleovo teplo uvolňované v odporu článku jeho účinnost snižuje, neboť jeho polovina ohřívá studený konec článku. Ke snižování účinnosti rovněž přispívá tepelná vodivost, neboť díky ní část tepla prochází opačným směrem, než transportuje Peltierův článek. Kdyby se podařilo oba tyto negativní jevy eliminovat<sup>2</sup> ( $R = 0, \Lambda = 0$ ), pro chladicí účinnost by platilo

$$\eta'_{\text{TEC}} = \frac{T_S}{T_H - T_S},$$

což je z termodynamiky známý vztah pro účinnost vratně pracujícího chladicího stroje<sup>3</sup>.

Ze vztahu (1.2) je vidět, že chladicí výkon Peltierova článku snižuje Jouleovo teplo,  $P_S$  není monotónní funkcí proudu. Existuje optimální proud, při kterém je chladicí výkon maximální:

$$\frac{dP_S}{dI} = \alpha T_S - RI \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad I_{\text{opt}} = \frac{\alpha T_S}{R}.$$

Pro chladicí výkon při tomto proudu dostaneme

$$P_{S\text{opt}} = \frac{\alpha^2 T_S^2}{2R} - \Lambda \Delta T.$$

Minimální dosažitelnou teplotu na studené straně (při dané teplotě  $T_H$ ) dostaneme z podmínky, že studenou stranou Peltierova článku již neprochází žádné teplo, tedy (kladným) řešením (kvadratické) rovnice  $P_{S\text{opt}} = 0$  jako

$$T_{S\text{min}} = \frac{\Lambda R}{\alpha^2} \left( \sqrt{1 + \frac{2\alpha^2 T_H}{\Lambda R}} - 1 \right).$$

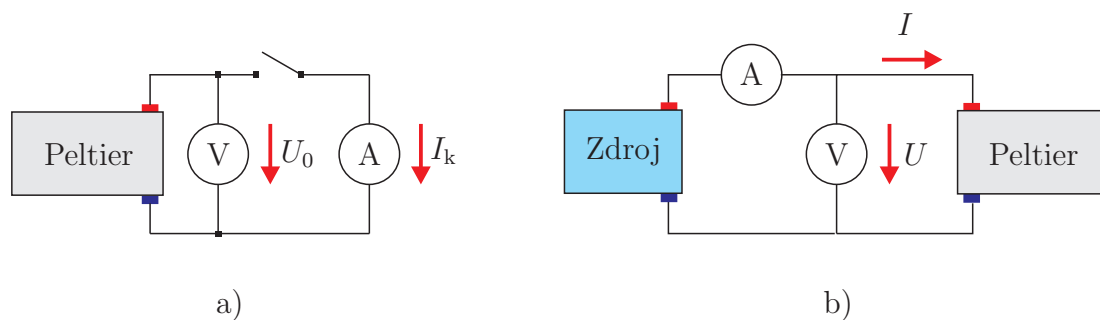
Ze vzorce je mimo jiné patrné, že pro dosažení nízké teploty na studené straně nesmí být příliš vysoká ani teplota na straně horké. Teplo z horké strany Peltierova článku tedy musí být účinně odváděno.

## 1.5 Postup měření

**UPOZORNĚNÍ:** Nepřekračujte mezní hodnoty Peltierova článku. Může dojít k jeho zničení, pokud: procházející proud překročí hodnotu  $I_{\text{max}} = 4 \text{ A}$ , teplota horké strany překročí hodnotu  $T_{H\text{max}} = 100^\circ \text{C}$ .

<sup>2</sup>To je bohužel velice obtížné, neboť vodiče, které vedou dobře elektrický proud, zpravidla vedou dobře i teplo.

<sup>3</sup>Vnímavý čtenář si jistě všiml, že pro takto definovanou účinnost může platit (a většinou platí)  $\eta > 1$ .



Obrázek 1.6: K měření na Peltierově článku.

### 1.5.1 Peltierův článek jako zdroj elektrické energie

1. Propojte Peltierův článek s voltmetrem a ampérmetrem (na rozsahu 10 A, případně 20 A), viz obr. 1.6 a). Zapojte do sítě čerpadlo vhánějící vodu z vnějšího rezervoáru do tepelného výměníku na jedné straně Peltierova článku. Do nádoby na druhé straně Peltierova článku nalijte vodu ohřátou v rychlovarné konvici do výšky 1 mm pod okraj nádoby. Pakliže je v nádobce voda po předchozím měření, odstraňte ji předtím pomocí injekční stříkačky. Nádobku s vodou přikryjte tepelně-izolačním víčkem.
2. Teploty po stranách Peltierova článku se začnou postupně vyrovnávat. Počkejte chvíli, než dojde k vyrovnání teploty mezi nádobkou s horkou vodou a Peltierovým článkem (cca 30 s) – do okamžiku, než začne teplota na horké straně s časem klesat. Měřte závislost termoelektrického napětí  $U_0$  a teplot  $T_H$ ,  $T_S$  na čase. Po každém odečtu termoelektrického napětí zkratujte voltmetr ampérmetrem a změřte proud nakrátko  $I_k$ .
3. Zpracujte graf závislosti termoelektrického napětí na rozdílu teplot  $\Delta T$  a vypočtete Seebeckův koeficient  $\alpha$ . I když teplotní závislost termoelektrického napětí, viz vztah (1.1), je nelineární, v daném rozsahu teplot a vzhledem k přesnosti měření můžete uvažovat závislost  $U_0 = \alpha \Delta T$ . K výpočtu koeficientu  $\alpha$  (a zhotovení grafu) použijte metodu nejmenších čtverců – aproximaci polynomem prvního stupně (např. Univerzální nástroj pro kreslení grafů na serveru <http://herodes.feld.cvut.cz/mereni/>).
4. Pro vybranou teplotu odhadněte účinnost Peltierova článku jako zdroje elektrické energie, která je definována jako

$$\eta_{\text{TEG}} = \frac{P_E}{P_H},$$

kde  $P_E$  je odhad teoretického maximálního výkonu dodávaného článkem do zátěže, který dostaneme jako<sup>4</sup>

$$P_E = \frac{1}{4} U_0 I_k$$

a  $P_H$  je tepelný výkon procházející horkou stranou do Peltierova článku. Budeme-li předpokládat, že veškeré teplo z (tepelně izolované) nádoby s horkou vodou prochází Peltierovým článkem, můžeme tento výkon odhadnout jako

$$P_H \approx \frac{\Delta Q_H}{\Delta t} = \frac{C_{\text{celk}}(T_{H1} - T_{H2})}{t_1 - t_2},$$

<sup>4</sup>Snadno se můžete přesvědčit, že maximální výkon do zátěže s odporem  $R_z$  je zdrojem napětí s vnitřním odporem  $R_i$  dodáván tehdy, platí-li  $R_z = R_i$ . Pak je na odporu  $R_z$  napětí  $U_0/2$  (dělič) a protéká jím proud  $I_k/2$  (oproti obvodu pro měření proudu nakrátko je nyní v obvodu zapojen ještě jeden rezistor do série s  $R_i$ ).

kde  $C_{\text{celk}}$  je celková tepelná kapacita nádoby s vodou na horké straně Peltierova článku pro kterou platí, viz dodatek,  $C_{\text{celk}} = 1121 \text{ J K}^{-1}$  a  $T_{\text{H1}}$  a  $T_{\text{H2}}$  jsou teploty na horké straně v časech  $t_1$  a  $t_2$ . Tento odhad proveďte pro hodnoty získané během počátku měření, kdy je rozdíl teplot  $\Delta T$  velký.

5. Porovnejte (procentně) odhadnutou účinnost  $\eta_{\text{TEG}}$  s maximální možnou účinností tepelného stroje vratně pracujícího mezi danými teplotami  $T_{\text{H}}$  a  $T_{\text{S}}$ , pro kterou platí<sup>5</sup>

$$\eta'_{\text{TEG}} = \frac{T_{\text{H}} - T_{\text{S}}}{T_{\text{H}}}.$$

### 1.5.2 Peltierův článek jako chladicí stroj

1. Nádobku na straně Peltierova článku naplňte cca 1 mm pod okraj vodou z vodovodu o přibližně pokojové teplotě. Připojte Peltierův článek ke zdroji napětí, viz obr. 1.6 b). Počkejte cca 3 minuty, než dojde k vyrovnání teplot po stranách Peltierova článku. Nádobku s vodou přikryjte tepelně-izolačním víčkem.
2. Zapněte zdroj napětí, proud procházející článkem by neměl překročit hodnotu  $I_{\text{max}} = 4 \text{ A}$ , hodnotu proudu nejspíše nastavíte omezovačem proudu na laboratorním zdroji<sup>6</sup>.
3. V intervalu jedné minuty měřte teploty  $T_{\text{H}}$  a  $T_{\text{S}}$  na horké a studené straně Peltierova článku<sup>7</sup>. Průběžně kontrolujte, zda se proud procházející článkem s časem nemění.
4. Do grafu vyneste závislost teplot  $T_{\text{H}}$  a  $T_{\text{S}}$  na čase.
5. Jaké nejnižší teploty se vám podařilo dosáhnout?

### 1.5.3 Pokud vám zbude čas – Peltierův článek jako ohřívač (tepelné čerpadlo)

1. Odpojte Peltierův článek od zdroje proudu.
2. Nádobku na straně Peltierova článku naplňte cca 1 mm pod okraj vodou z vodovodu o přibližně pokojové teplotě. Počkejte cca 3 minuty, než dojde k vyrovnání teplot po stranách Peltierova článku. Nádobku s vodou přikryjte tepelně-izolačním víčkem.
3. Přepólujte výstup laboratorního zdroje, aby Peltierovým článkem protékal proud opačným směrem – nádoba s vodou bude tentokrát na horké straně článku.
4. V intervalu jedné minuty měřte teploty  $T_{\text{H}}$  a  $T_{\text{S}}$  na horké a studené straně Peltierova článku. Průběžně kontrolujte, zda se proud procházející článkem s časem nemění. Teplotu na horké straně článku nenechte překročit cca  $70^\circ\text{C}$ .
5. Do grafu vyneste závislost teplot  $T_{\text{H}}$  a  $T_{\text{S}}$  na čase.
6. Uměli byste zdůvodnit, proč v tomto režimu dosáhnete rychleji většího rozdílu teplot, než v režimu TEC?

<sup>5</sup>Nezapomeňte, že do jmenovatele vzorce je třeba dosadit teplotu v kelvinech!

<sup>6</sup>Potenciometry regulace proudu a napětí nastavte na **minimální** hodnotu. Potenciometr regulace napětí nastavte na maximální hodnotu. Omezovačem proudu nastavte požadovaný proud.

<sup>7</sup>Pokud jste propojili svorky stejných barev na Peltierově článku a zdroji, je studená strana ta, kam jste nalili vodu.

## 1.6 Použitá literatura

1. B. Klimeš, J. Kracík, A. Ženíšek: Základy fyziky II, Academia, Praha, 1982.
2. B. Sedlák, I. Štoll: Elektrina a magnetismus, *Academia*, Praha, 2002.
3. A. V. Da Rosa: Fundamentals of Renewable Energy Processes, 2<sup>nd</sup> edition, *Academic Press*, 2009.

## 1.7 Dodatek - výpočet tepelné kapacity $C_{\text{celk}}$

Při výpočtu tepelné kapacity tělesa ohřívaného (ochlazovaného) Peltierovým článkem musíme vzít v úvahu jak tepelnou kapacitu vody, tak měděných bloků po stranách článku a mosazných nádobek na vodu. Platí tedy

$$C_{\text{celk}} = m_{\text{voda}}c_{\text{voda}} + m_{\text{měď}}c_{\text{měď}} + m_{\text{mosaz}}c_{\text{mosaz}},$$

kde  $m_i$  jsou hmotnosti a  $c_i$  měrné tepelné kapacity. Protože platí  $c_{\text{voda}} = 4182 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $c_{\text{měď}} = 383 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $c_{\text{mosaz}} = 381 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  a v tomto konkrétním případě  $m_{\text{voda}} = 0,194 \text{ kg}$ ,  $m_{\text{měď}} = 0,712 \text{ kg}$ ,  $m_{\text{mosaz}} = 0,0983 \text{ kg}$ , platí  $C_{\text{celk}} = 1121 \text{ J K}^{-1}$ .

6. září 2011, Milan Červenka, Ladislav Sieger, [milan.cervenka@fel.cvut.cz](mailto:milan.cervenka@fel.cvut.cz)