Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 24.5.2012

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Autoservis s otevírací dobou od 9:00 do 19:00 denně obdrží průměrně 15 zakázek, přičemž průměrně každý třetí zákazník je žena. Doba do příchodu příští zakázky má exponenciální rozdělení.

- a) Určete pravděpodobnost, že na příští zakázku bude autoservis čekat alespoň 2 pracovní hodiny.
- b) Určete čas t tak, že s pravděpodobností 0.7 doba čekání na příští zakázku nepřekročí t.
- c) Určete pravděpodobnost, že všechny zakázky v daném dni přijdou po 11:00.
- d) Určete pravděpodobnost, že od 9:00 do 12:00 dostane servis od žen maximálně 2 zakázky.
- e) Určete pravděpodobnost, že z prvních pěti zakázek si alespoň dvě objednaly ženy.

Úloha 2. Sdružené pravděpodobnosti náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	X = 0	X = 1	X = 2	X = 3
Y = 0	1/6	0	1/6	0
Y=1	1/3	1/8	1/12	1/8

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Určete pravděpodobnost P(X je liché|Y>0).
- c) Spočtěte kovarianci cov(X, Y).
- d) Jaká je souvislost této kovariance s nezávislostí X a Y?
- e) Určete sdružené rozdělení (tj. tabulku sdružených pravděpodobností) náhodného vektoru (U, V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom jsou U a V nezávislé.

Úloha 3. U jistého druhu jablek byly naměřeny následující hmotnosti plodů (v gramech):

- a) Nakreslete histogram a empirickou distribuční funkci těchto dat.
- b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má hmotnost těchto jablek.
- c) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení (hint: $\sum x_i = 1020$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 264$).
- d) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední hmotnost jablka je 100 gramů.
- e) Jaká je souvislost mezi teoretickou a empirickou distribuční funkcí?

Úloha 4. Student si během studia dělal záznamy o tom, kolik vypil za semestr piv, a získal následujícíc údaje:

semestr \ ročník	1.	2.	3.	4.	5.
1.	60	100	100	60	80
2.	100	150	140	90	120

- a) Víme-li, že jediné z vypitých piv byl Guiness, jaká je pravděpodobnost, že tento Guiness byl vypitý během prvních tří ročníků?
- b) Víme-li, že čtvrtina vypitých piv byl Budvar, jaké rozdělení má náhodná veličina X popisující počet vypitých Budvarů v 5.ročníku?
- c) Otestujte na hladině 5%, zda student v zimním i letním semestru vypil přibližně stejné množství piv.
- d) Otestujte na hladině 5%, zda student ve každém ročníku vypil přibližně stejné množství piv.
- e) Definujte 0.95-kvantil spojité náhodné veličiny Y.