

# Úloha N 1

## Měření Dopplerova jevu

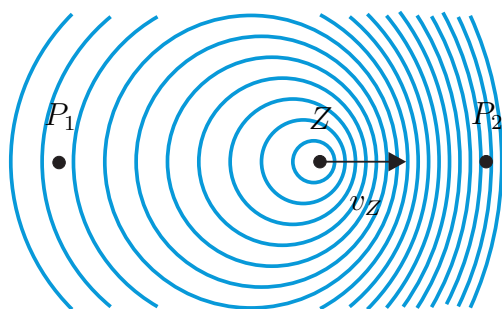
### 1.1 Úkol měření

Proměřte posuv kmitočtu ultrazvukové vlny, pokud pozorovatel (přijímač) či zdroj (vysílač) této vlny budou ve vzájemném pohybu. Porovnejte naměřené hodnoty s hodnotami teoretickými.

### 1.2 Dopplerův jev

Pohybují-li se vůči sobě zdroj a přijímač zvukových vln, dochází ke změně kmitočtu přijímačem detekovaných vln oproti kmitočtu, který by přijímač detekoval, kdyby se přijímač a zdroj vůči sobě vzájemně nepohybovaly. Tento efekt se nazývá Dopplerův jev, protože jej v roce 1842 objevil Christian Doppler<sup>1</sup>, a uplatňuje se pro všechny známé druhy vlnění, nejen pro vlny mechanické, ale například i pro vlny elektromagnetické (světlo, rádiové vlny, ...). My se dále budeme zabývat Dopplerovým jevem pro zvukové vlny.

Pokud se zdroj pohybuje, střed vyzařovaných zvukových vln se posouvá, takže před zdrojem dochází ke zhušťování vlnoploch a za zdrojem naopak k jejich zředňování, viz obrázek 1.1.



Obrázek 1.1:

Zdroj  $Z$  se pohybuje směrem k pozorovateli  $P_2$  rychlostí o velikosti  $v_Z$ , což znamená, že během každé periody  $T$  se přiblíží o vzdálenost  $v_Z T$ . Hřebeny vln před zdrojem tedy nejsou vzdáleny o vlnovou délku  $\lambda = cT$ , kde  $c$  je rychlost zvuku, ale o vzdálenost  $\lambda' = \lambda - v_Z T$ , což je vlnová délka, kterou registruje pozorovatel. Tomu odpovídá kmitočet

$$f' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda - v_Z T} = \frac{c}{cT - v_Z T} = \frac{c}{c - v_Z} f, \quad (1.1)$$

kde  $f = 1/T$  je kmitočet emitovaný zdrojem. Pokud  $v_Z < c$ , pak  $f' > f$ , pozorovatel tedy registruje vyšší kmitočet.

Pokud se od pozorovatele  $P_2$  zdroj rychlostí  $v_Z$  vzdaluje, vzdálenost sousedních hřebenů vln je o hodnotu  $v_Z T$  prodloužena, takže pro jím registrovanou vlnovou délku platí  $\lambda' = \lambda + v_Z T$ , čemuž odpovídá kmitočet

$$f' = \frac{c}{c + v_Z} f. \quad (1.2)$$

Pozorovatel, od něhož se zdroj vzdaluje, tedy registruje kmitočet nižší.

<sup>1</sup>Christian Johann Doppler (1803–1853), rakouský matematik a fyzik, v letech 1837 až 1847 působil jako profesor elementární matematiky a praktické geometrie na Královském českém stavovském učilišti technickém v Praze.

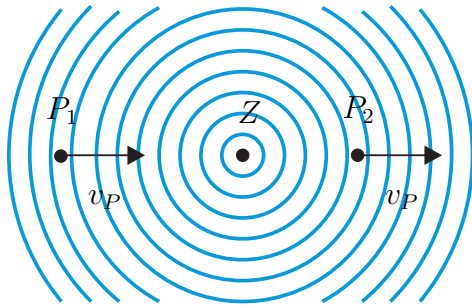
Ze vzorců (1.1) a (1.2) vyplývá, že pozorovatelem registrovaný kmitočet  $f'$  závisí na rychlosti zdroje nelineárně. Použitím Taylorova rozvoje dostaneme

$$\frac{c}{c \mp v_Z} = \frac{1}{1 \mp v_Z/c} = 1 \pm \frac{v_Z}{c} + \left(\frac{v_Z}{c}\right)^2 \pm \left(\frac{v_Z}{c}\right)^3 + \dots,$$

takže pokud  $v_Z \ll c$ , můžeme uvažovat pouze první dva členy rozvoje a vzorce (1.1) a (1.2) psát ve tvaru

$$f' = \frac{c \pm v_Z}{c} f, \quad (1.3)$$

kde kladné znaménko odpovídá přibližujícímu a záporné znaménko vzdalujícímu se zdroji zvuku.



Obrázek 1.2:

Situace, kdy zdroj je v klidu a pohybuje se pozorovatel, je znázorněna na obrázku 1.2. Tím, že se pozorovatel  $P_1$  pohybuje směrem ke zdroji rychlostí o velikosti  $v_P$ , zkracuje se doba mezi střetnutími s jednotlivými hřebeny vln. Relativní rychlost vln vzhledem k pozorovateli je  $c' = c + v_P$ , zatímco vlnová délka vln se nemění, a platí pro ni  $\lambda = cT$ . Kmitočet, který pozorovatel registruje je proto

$$f' = \frac{c'}{\lambda} = \frac{c + v_P}{cT} = \frac{c + v_P}{c} f. \quad (1.4)$$

Relativní rychlost vln vzhledem k pozorovateli  $P_2$ , který se od zdroje vzdaluje, je  $c' = c - v_P$ , takže pro registrovaný kmitočet

dostaneme vztah

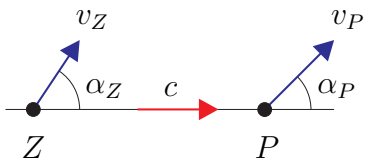
$$f' = \frac{c - v_P}{c} f. \quad (1.5)$$

Pokud se pohybuje současně pozorovatel i zdroj, registrovaný kmitočet dostaneme ze vztahu  $f' = c'/\lambda'$  kombinací vzorců (1.1), (1.2), (1.4) a (1.5) ve tvaru

$$f' = \frac{c \pm v_P}{c \mp v_Z} f. \quad (1.6)$$

Odtud například plyne, že pohybuje-li se pozorovatel za zdrojem stejnou rychlostí  $v = v_P = v_Z$  (navzájem jsou v relativním klidu), bude pozorovatel registrovat kmitočet

$$f' = \frac{c + v}{c + v} f = f.$$



Obrázek 1.3:

Všechny předchozí vztahy byly odvozeny za předpokladu, že pozorovatel i zdroj se pohybují po jedné přímce. Pokud se přijímač pohybuje vzhledem ke směru šíření zvukové vlny šikmo, viz obrázek (1.3), uplatní se jen průmět jeho rychlosti do směru šíření vlny  $v_P \cos \alpha_P$ , kde  $\alpha_P$  je úhel mezi směrem rychlosti pozorovatele a směrem šíření vlny. Podobně, pro šikmo se pohybující zdroj se uplatní jen složka rychlosti  $v_Z \cos \alpha_Z$ . Vzorec pro Dopplerův jev má v tomto případě tvar

$$f' = \frac{c - v_P \cos \alpha_P}{c - v_Z \cos \alpha_Z} f. \quad (1.7)$$

Směr šíření vlny a tedy i úhly  $\alpha_P$  a  $\alpha_Z$  jsou odvozeny od spojnice  $PZ$  pro přijímač v okamžiku registrace a pro zdroj v okamžiku vyslání vlny. Toto je třeba brát v úvahu, kdy úhly  $\alpha_P$  a  $\alpha_Z$  jsou funkcemi času. Ze vztahu (1.7) plyne, že pokud se pozorovatel nebo zdroj pohybuje vzhledem

k jejich spojnici kolmo, nemá tento jejich pohyb na pozorovatelem registrovaný kmitočet žádný vliv.

Ze vztahů (1.1), (1.2) a (1.4), (1.5) je vidět, že vztah pro pozorovatelem registrovaný kmitočet závisí na tom, zda se pohybuje pozorovatel, nebo zdroj. Ze vztahu (1.6) rovněž obecně vyplývá, že pokud se pohybuje pozorovatel i zdroj, pozorovatelem registrovaný kmitočet nezávisí explicitně na jejich vzájemné rychlosti  $v_P \pm v_Z$ . Na akustický Dopplerův jev tedy nelze aplikovat princip relativity, všechny vztažné soustavy nejsou pro popis zvuku rovnocenné. Významná vztažná soustava je ta, která je spojena s pružným médiem, ve kterém se zvukové vlny šíří.

## 1.3 Pokyny pro měření

### 1.3.1 Postup měření

1. Zkontrolujte zapojení přístrojů, seznámte se s ovládáním programu **Measure** a seznámte se s ovládáním vláčku.
2. Nastavte zesílení UZV jednotky (ovládací prvky 1 a 2, viz obr. 1.4) a amplitudu výstupního signálu (potenciometr 6) tak, aby fungovalo měření kmitočtu i v krajních polohách dráhy vláčku. Může se stát, že v krajní poloze vláčku bude UZV jednotka přebuzena (což je indikováno diodou **OVL**), což ale na měření nemá vliv. Optickou závoru pro měření rychlosti (viz níže) umístěte do místa, kde už je rychlost vláčku víceméně konstantní.
3. Změřte pro několik rychlostí vláčku (a oba směry) kmitočet UZV vlny v případě pohybujícího se UZV vysílače. Rychlost vláčku vždy změřte několikrát a spočítejte průměrnou hodnotu rychlosti.
4. Předchozí měření zopakujte pro pohybující se UZV přijímač.
5. Rychlost zvuku závisí na teplotě, takže se koukněte na teploměr a rychlost zvuku spočítejte ze vzorce  $c = 331,06 + 0,61 t$  [m/s, °C].
6. Porovnejte teoretické a naměřené hodnoty. To můžete provést následujícím způsobem. Pro pohybující se UZV vysílač vyneste do jednoho grafu závislost naměřeného kmitočtu  $f'$  na rychlosti, přičemž pro vzájemné vzdalování rychlost opatřete záporným znaménkem. Pomocí metody nejmenších čtverců, např. s využitím Univerzálního nástroj pro kreslení grafů na adrese

<http://herodes.feld.cvut.cz/mereni/>

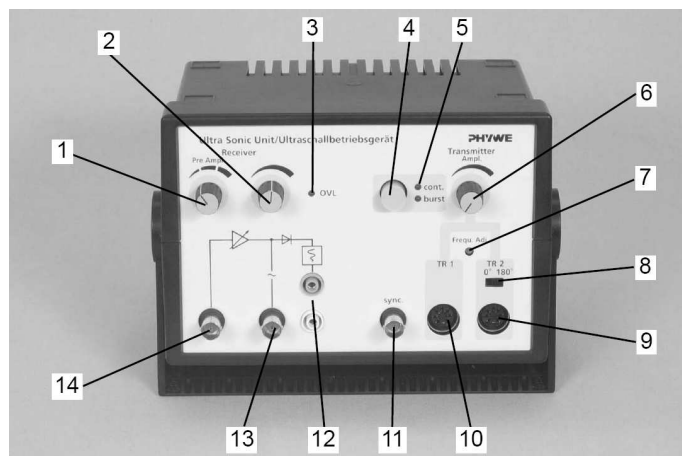
proložte naměřené hodnoty přímkou (polynomem prvního stupně) a směrnici této přímky porovnejte s výrazem  $f/c$ , viz vztah (1.3). Totéž proveďte pro pohybující se UZV přijímač.

### 1.3.2 Zapojení přístrojů

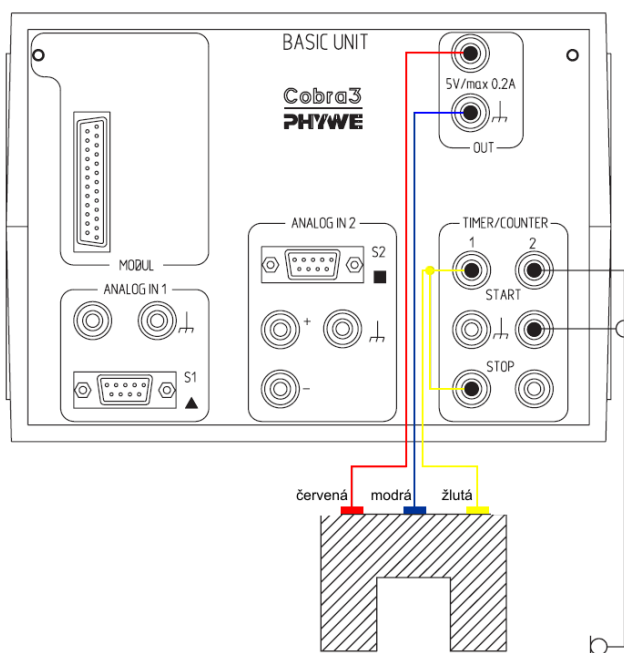
Kabely a jednotlivé přístroje není třeba po ukončení měření rozpojovat, a proto tak zbytečně nečinite. V případě, že některé kabely budou přeci jen rozpojeny (nebo něco nebude fungovat), je níže uveden postup zapojení.

Zapojte UZV přijímač do vstupního BNC konektoru UZV jednotky (14, obr. 1.4). Propojte střídavý výstup UZV jednotky (13, obr. 1.4) se vstupem **Timer/Counter 2**, viz obr. 1.5 pomocí stíněného kabelu. Dejte pozor na správnou polaritu kabelu. Zapojte UZV vysílač do konektoru

TR1 UZV jednotky (10, obr. 1.4) a UZV jednotku přepněte pomocí tlačítka 4 do kontinuálního režimu (je indikován diodou **Cont.**). Pomocí barevných kabelů propojte světelnou závoru s řídicí jednotkou Cobra3, jak je znázorněno na obrázku 1.5. Dejte pozor na správnou polaritu napájení! Propojte řídicí jednotku Cobra3 s počítačem pomocí datového kabelu.



Obrázek 1.4: Ultrazvuková (UZV) jednotka. 1 - třístupňový otočný přepínač zesílení vstupního signálu; 2 - potenciometr plynulého zesílení vstupního signálu; 3 - **LED indikace přebuzení zesilovače (OVERLOADED)**, 4, 5 - Tlačítka nastavení operačního módu s indikací LED, cont. indikuje nepřetržitý režim, burst pulzní režim; 6 - potenciometr nastavení amplitudy výstupního UZV signálu; 7 - korekce kmitočtu UZV signálu; 8 - přepínač fáze výstupního UZV signálu; 9, 10 - konektory pro připojení UZV měničů (vysílačů); 11 - analogový výstup budícího signálu; 12 - usměrněný výstup zesíleného signálu vstupního UZV měniče, tento výstup je propojen s analogovým vstupem řídicí jednotky goniometru; 13 - střídavý výstup zesíleného signálu vstupního UZV měniče; 14 - vstup pro připojení UZV měniče (přijímače).



Obrázek 1.5: Řídicí jednotka Cobra3.

### 1.3.3 Ovládání měřicího softwaru

Spusťte program **Measure**. Po jeho spuštění v menu **File** vyberte položku **New measurement**. Mělo by se objevit jedno z oken, které je zobrazeno na obrázku (1.6). Pokud se tak nestane, zkontrolujte zda je v menu **Gauge** zaškrtnuta položka **Cobra3 Timer/Counter**, případně zavolejte cvičícího, který problém napraví.

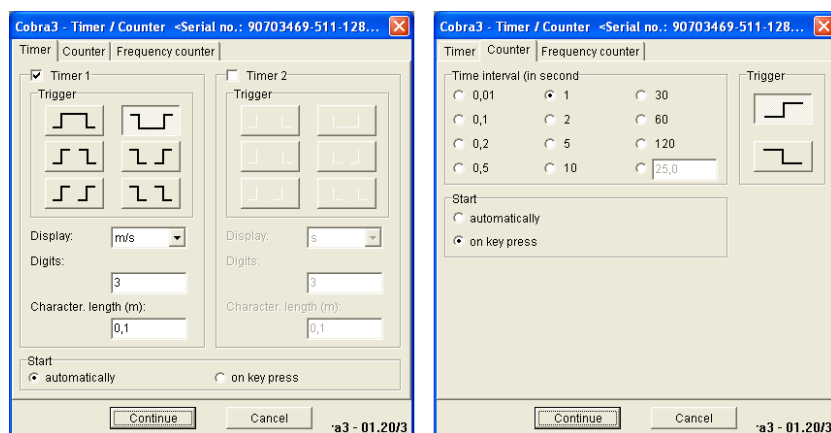
#### Měření rychlosti vláčku

V ovládacím okně klepněte na záložku **Timer** a nastavte parametry stejným způsobem, jak je uvedeno na levé části obrázku 1.6. Po stisknutí tlačítka **Continue** se objeví okno, ve kterém se bude zobrazovat rychlost vláčku vypočtená z doby zakrytí světelné závory. Měření se automaticky opakuje vždy při zakrytí závory, Ukončíte jej stiskem tlačítka **Stop**.

#### Měření kmitočtu ultrazvukové vlny

V ovládacím okně klepněte na záložku **Counter** a nastavte parametry stejným způsobem, jak je uvedeno na pravé části obrázku 1.6. Po stisknutí tlačítka **Continue** se objeví měřicí okno. Stiskem tlačítka **Start** (anebo mezerníku) se spustí měření a zobrazí se naměřený kmitočet, tlačítkem **Stop** měření ukončíte.

Obslužný program bohužel neumožňuje současné měření kmitočtu a rychlosti, tato měření budete muset provádět postupně.



Obrázek 1.6: Nastavení parametrů měření v programu Measure.

## 1.4 Použitá literatura

1. Jiří Bajer: Mechanika 3, *Univerzita Palackého v Olomouci*, Olomouc, 2006.
2. Jan Horský a kolektiv: Mechanika ve fyzice, *Academia*, Praha, 2001.