## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 29.5.2012

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

**Úloha 1.** V pojišťovně vypozorovali, že denně obdrží průměrně 16 hlášení o pojistné události (jednotlivá hlášení chodí zcela nezávisle, pouze v pracovní době od 9:00 do 17:00, žádná doba přitom není preferovaná). Doba do hlášení příští pojistné události má exponenciální rozdělení.

- a) Určete pravděpodobnost, že na příští hlášení bude pojišťovna čekat maximálně 1,5 pracovní hodiny.
- b) Určete čas t takový, že s pravděpodobností 0.9 bude doba čekání na příští hlášení delší než t.
- c) Určete pravděpodobnost, že všechna hlášení v daném dni přijdou po 9:30.
- d) Určete pravděpodobnost, že během odpoledne (tj. od 12:00) přijde přesně 15 hlášení, a to všechna do 16:30.
- e) Je-li průměrně každé čtvrté hlášení škody hlášení o automobilové havárii, jaká je pravděpodobnost, že v daný den bude nejpozději třetí hlášení hlášením o automobilové havárii?

Úloha 2. Kostka má náhodnou délku hrany rovnoměrně rozdělenou na intervalu (2,4).

- a) Určete distribuční funkci, hustotu, střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X udávající délku hrany kostky.
- b) Určete pravděpodobnost, že délka hrany je v rozmezí 2.5-5.5cm.
- c) Určete distribuční funkci rozdělení náhodné veličiny Y udávající objem kostky.
- d) Předpokládejme, že pět takových kostek chceme prostrkávat čtvercovým otvorem s hranou délky 3.5cm. Určete rozdělení náhodné veličiny Z udávající počet kostek, které otvorem prostrčíme, a spočtěte pravděpodobnost, že otvorem prošly maximálně dvě kostky.
- e) Předpokládejme, že do téhož otvoru strkáme 100 takových kostek. Spočtěte pravděpodobnost, že otvorem projde alespoň 80 kostek. (Použijte CLV)

Úloha 3. Na tenisovém turnaji se hráči sešli v následujícím složení:

	mladší žactvo	starší žactvo	dorost
chlapci	10	30	20
dívky	10	20	10

- a) Otestujte na hladině 5%, zda je počet chlapců a dívek na turnaji přibližně stejný.
- b) Otestujte na hladině 5%, zda jsou náhodné veličiny popisující příslušnost do kategorie a pohlaví hráčů vzájemně nezávislé.
- c) Jaké rozdělení má náhodná veličina X popisující počet dívek u šestimístného stolu plně obsazeného hráči turnaje.
- d) Označme Y náhodnou veličinu popisující počet chlapců u téhož stolu. Jsou X a Y nezávislé? Proč?
- e) Uveďte příklad náhodné veličiny Z, která se týká počtu hráčů/dívek/chlapců na turnaji a přitom je sX nezávislá.

**Úloha 4.** Biologové měřili na několika exemplářích výšku daného druhu rostliny. Naměřené hodnoty (v cm) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení má výška rostliny, a zdůvodněte.
- c) Spočtěte výběrový průměr a výběrový rozptyl těchto dat. (hint:  $\sum x_i=25.2, \sum (x_i-\bar{x})^2=5.73$ )
- d) Jak souvisí hodnoty spočtené v příkladě c) se skutečnou střední hodnotou a rozptylem náhodné veličiny popisující výšku rostliny?
- e) Statisticky otestujte, zda je možné říct, že střední výška rostliny je 90cm.