Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 18.6.2013

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Během dne přijde do solária průměrně patnáct žen a dva muži (všichni přicházejí vzájemně zcela nezávisle na sobě, žádná denní doma není více či méně preferovaná). Každý příchozí zaplatí za pobyt 100 Kč. Určete pravděpodobnost, že

- a) během dvou dní přijdou maximálně 3 muži,
- b) během jednoho dne přijde maximálně 10 lidí a všechno to budou ženy,
- c) během pracovního týdne (= 5 dní) vydělá solárium na vstupném maximálně 8 000 Kč (použité rozdělení řádně zdůvodněte!),
- d) v prvních čtyřech lidech, kteří dnes přijdou do solária, bude maximálně 1 muž,
- e) v daný den bude nejpozději pátý člověk, který přijde do solária, muž.

Úloha 2. Matematické olympiády se zúčastnili studenti státních a soukromých gymnázií, přičemž ze státních gymnázií dorazilo dvakrát více studentů než ze soukromých. Mezi studenty soukromých gymnázií bylo 10% úspěšných řešitelů, zatímco mezi studenty státních gymnázií uspělo 50% řešitelů.

- a) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný úspěšný řešitel je ze státního gymnázia.
- b) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný neúspěšný řešitel je ze soukromého gymnázia.
- c) Určete pravděpodobnost, že ve stovce náhodně vybraných řešitelů ze soukromého gymnázia je aspoň 15 úspěšných řešitelů. (Použijte CLV)
- d) Spočtěte $P(A \cap B^c)$, jestliže víte, že P(B) = 1/5 a $P(A^c|B^c) = 3/4$.
- e) Definujte nezávislost jevů A, B, C.

Úloha 3. Chovatel sledoval hmotnost svých měsíc starých králíků. Vzorek naměřených hodnot (v gramech) je uveden v následující tabulce:

184 196 191 199 205 207 198 187 198 202 191 198 211 190 193	184	196	191	199	205	207	198	187	198	202	191	198	211	190	193
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má hmotnost králíka.
- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. $(\sum x_i = 2950, \sum (x_i \bar{x})^2 = 797.33)$
- d) Jaká je souvislost mezi vypočtenými hodnotami z otázky c) a teoretickou střední hodnotou, resp. rozptylem, náhodné veličiny udávající hmotnost náhodně vybraného králíka?
- e) Statisticky otestujte, zda je možné říct, že střední hmotnost králíka je 2kg.

Úloha 4. V padesáti vzájemných tenisových utkáních vyhrál dvacetkrát hráč A nad hráčem B.

- a) Otestujte na hladině 5%, zda mají oba hráči ve vzájemných zápasech přibližně stejnou úspěšnost.
- b) Předpokládejme, že oba hráči mají ve vzájemných zápasech přibližně stejnou úspěšnost. Jaké rozdělení má náhodná veličina X_1 udávající počet zápasů, které vyhraje hráč B v následujících dvaceti zápasech?
- c) Označme X_2 náhodnou veličinu udávající počet zápasů, které vyhraje hráč A v oněch následujících dvaceti zápasech. Jsou X_1 a X_2 nezávislé? Odpověď řádně zdůvodněte.
- d) Definujte **obecně** nezávislost náhodných veličin X a Y.
- e) Jaká je souvislost kovariance cov(X, Y) s nezávislostí X a Y?