## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 24.5.2021

Jméno a příjmení	1	2	3	ústní	celkem	známka

### **Úloha 1.** (celkem 50 bodů)

Sekretářka vyřídí během dopolední pracovní doby, tj. od 8:00 do 12:00, průměrně 20 emailů, 16 telefonátů a 4 zásilky v papírové formě (což odpovídá průměrným počtům daných typů korespondence, která přijde za den, přičemž telefonáty přicházejí pouze v dopolední pracovní době, rovnoměrně a nezávisle na sobě). Emaily jsou z 50% objednávky, z 20% reklamace a zbytek je korespondence jiného druhu. Telefonáty jsou z 80% objednávky, z 10% reklamace a zbytek jsou hovory jiného druhu. Zásilky v papírové formě jsou z 10% objednávky, z 80% reklamace a zbytek je korespondence jiného druhu. Určete pravděpodobnost, že

- a) příští záležitost, kterou bude sekretářka řešit, bude reklamace, (5 bodů)
- b) příští reklamace, kterou bude sekretářka řešit, bude telefonická, (5 bodů)
- c) během 10 minut, kdy jde sekretářka šéfovi uvařit kávu, nebude mít žádný zmeškaný hovor, (8 bodů)
- d) do 9:00 přijdou nejvýše dva hovory, přičemž žádný z nich nepřijde během 10 minut, kdy jde sekretářka v této době uvařit šéfovi ranní kávu, (8 bodů)
- e) nejpozději třetí email, který sekretářka bude vyřizovat, bude reklamace, (8 bodů)
- f) mezi pěti náhodně otevřenými emaily budou alespoň dvě objednávky, (8 bodů)
- g) mezi 100 náhodně otevřenými emaily bude alespoň 40 objednávek. (Řešte pomocí CLV; 8 bodů).

#### **Úloha 2.** (celkem 20 bodů)

Na tréninku stolního tenisu hráči zjišťovali, jak dlouho jim trvá odehrát jeden set. Různé dvojice hráčů odehrály celkem 15 setů a naměřily časy (v minutách, zaokrouhleno na jedno desetinné místo):

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení má náhodná veličina udávající čas odehrání jednoho setu. (7 bodů)
- b) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny z otázky a). (5 bodů) (hint:  $\sum x_i = 76.5$ ,  $\sum (x_i \bar{x})^2 = 3.14$ )

c) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda střední čas potřebný k odehrání setu je rovný 5 min. (8 bodů)

## Úloha 3. (celkem 30 bodů)

Restaurace jeden den sledovala, jaké druhy jídel si lidé objednávají v poledne a večer, a zjistili následující:

	kuře, ryba	vepřové, hovězí	pizza, vegetariánské	chuťovky k pivu
poledne	40	40	30	10
večer	10	10	20	40

- a) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda jsou počty objednávek v poledne a večer přibližně stejné. (8 bodů)
- b) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda jsou druhy objednaných jídel závislé na denní době. (8 bodů)
- c) Odhadněte z dat pravděpodobnost, že mezi třemi večerními objednávkami nebude ani jedna chuťovka k pivu. (6 bodů)
- d) Předpokládejte, že během oběda jsou pravděpodobnosti volby jednotlivých druhů jídel následující

 $P(\text{kuře, ryba}) = P(\text{vepřové, hovězí}) = p + \varepsilon,$ 

P(pizza, vegetariánské) = p,

 $P(\text{chuťovka k pivu}) = p - 2\varepsilon.$ 

S využitím metody maximální věrohodnosti odhadněte parametry p a  $\varepsilon$ . (8 bodů) (hint: Nejprve z vlastnosti pravděpodobnosti určete p a poté metodou maximální věrohodnosti odhadněte  $\varepsilon$ .)

# $\mathbf{\acute{U}stn\acute{\iota}}$ $\mathbf{\acute{c}\acute{a}st}$ (celkem 10 bodů)

Náhodné veličiny Xa Ymají hustoty pravděpodobnosti

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & \text{pro } x \in (1,3) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad \text{resp.} \quad g(y) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}y & \text{pro } y \in (0,2) \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Určete

- (i) sdruženou hustotu htěchto veličin tak, aby byly nezávislé,
- (ii) korelaci těchto veličin při sdružené hustotě h z bodu (i),
- (iii) P(X>2,Y<1) při sdružené hustotě h z bodu (i).