## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 27.6.2011

Jméno a příjmení		2	3	4	celkem	známka

**Úloha 1.** Do kadeřnictví s otevírací dobou od 9:00 do 17:00 denně přijde průměrně 16 zákazníků, přičemž průměrně každý čtvrtý je muž. Počet zákazníků má Poissonovo rozdělení.

- a) Určete pravděpodobnost, že příští zákazník přijde nejdříve za půl hodiny.
- b) Určete čas t tak, že s pravděpodobností 0.9 doba čekání na příštího zákazníka nepřekročí t.
- c) Určete pravděpodobnost, že všechny zákaznice (ženy!) v daném dni přijdou po 11:00.
- d) Určete pravděpodobnost, že od 9:00 do 12:00 přijde maximálně 5 zákazníků a všechno to budou ženy.
- e) Určete pravděpodobnost, že nejpozději třetí příchozí zákazník bude muž.

## Úloha 2. Pošta do firmy chodí pouze v pracovní dny v době 9:00-11:00.

- a) Určete distribuční funkci, hustotu, střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X popisující dobu příchodu pošty.
- b) Určete pravděpodobnost, že pošta přijde v době 10:30-11:30.
- c) Jaká je pravděpodobnost, že během klasického pracovního týdne (= 5 pracovních dní) přijde pošta po 10:30 maximálně dvakrát?
- d) Jaká je pravděpodobnost, že během patnácti klasických pracovních týdnů (= 75 pracovních dní) přijde pošta po 10:30 alespoň patnáctkrát? (Použijte CLV)
- e) Určete distribuční funkci rozdělení náhodné veličiny Y popisující dobu odchodu pošťáka z firmy, víme-li, ze se po předání pošty zdrží ještě půl hodiny u sekretářky na kávě.

**Úloha 3.** Hmotnosti dětí (v kg) naměřené na jistém dětském táboře jsou uvedeny v následující tabulce:

52.7	48.9	42.6	34.4	33.7	36.7	50.0	40.7	38.8	43.3	44.2	40.0	35.7	
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	--

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má hmotnost náhodně vybraného dítěte na táboře.
- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat.  $(\sum x_i = 541.7, \sum (x_i \bar{x})^2 = 441.93)$
- d) Jak je definovaná (teoretická) střední hodnota a (teoretický) rozptyl náhodné veličiny?
- e) Otestujte, zda je možné říct, že střední hmotnost dítěte je 40kg. (Využijte faktu, že za jistých předpokladů má

$$\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n} \sqrt{n}$$

rozdělení  $t_{n-1}$ .)

**Úloha 4.** Nechť X označuje počet dní, které student věnoval přípravě na zkoušku, a Y studentovu úspěšnost (1 prošel, 0 neprošel). V tabulce jsou počty studentů spadající do příslušných skupin dvojice "doba přípravy - úspěšnost".

$Y \mid X$	1	2	3	
0	12	10	8	
1	8	30	52	

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte kovarianci cov(X,Y).
- c) Určete  $P(X \leq 2, Y = 0)$ .
- d) Otestujte, zda je možno považovat dobu přípravy a úspěšnost za nezávislé náhodné veličiny.

(Využijte faktu, že za jistých předpokladů má

$$\sum_{i} \sum_{j} \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i}, n_{.j}}{n}\right)^{2}}{\frac{n_{i}, n_{.j}}{n}}$$

rozdělení  $\chi^2_{(r-1)(c-1)}$  kde r je počet řádků a c je počet sloupců v tabulce.)

e) Definujte nezávislost jevů A a B.

Návod: V bodech a)-c) použijte odhadnuté pravděpodobnosti  $P(X = i, Y = j) = n_{ij}/n$ , kde  $n_{ij}$  je hodnota z tabulky a n je počet pozorování.