Fyzika 2
Online seminář č. 10
1. prosince 2020

Absolutně černé těleso

Příklad 1.4

Určete výkon P, vyzařovaný z jednoho metru čtverečního povrchu Slunce. Předpokládejte, že Slunce září jako absolutně černé těleso. Maximum intenzity slunečního záření připadá na vlnovou délku λ =510 nm, Stefan-Boltzmanova konstanta je rovna $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$,

Wienova konstanta je $b = 2,898 \cdot 10^{-3}$ m $\cdot$ K $\left[P = \sigma \left(\frac{b}{\lambda}\right)^4 = 59,1\ \mathrm{MW \cdot m^{-2}}\right]$

Výkon vyzařovaný z 1m^2 určíme dle Stefanova-Boltzmannova zákona

$I = \sigma T^4$, kde $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W m^{-2} K^{-4}}$

Teplotu určíme pomocí Wienova posunovacího zákona: $\lambda_{MAX} = \frac{b}{T}$

$T = \frac{b}{\lambda_{MAX}}$, kde $b = 0{,}002\,898$ K

Dosazením dostaneme

$I = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{MAX}}\right)^4$ $\qquad I = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{510 \cdot 10^{-9}}\right)^4 = 59{,}1$ MW

Příklad 1.1

Slunce vyzařuje přibližně jako absolutně černé těleso o teplotě T=5700 K. Budeme-li slunečním světlem ozařovat absolutně černou měděnou kouli umístěnou ve vzdálenosti 1 AU od Slunce, jaká se na ní ustaví rovnovážná teplota T_k? Průměr Slunce je ze Země pozorován pod úhlem $\alpha = 30'$. $\left[T_k = \dfrac{\sqrt{\alpha}}{2} T_s = 266,2 \text{ K}\right]$

Výkon vyzařovaný Sluncem z 1 m^2:

$I = \sigma T_S^4$ (Stefanův - Boltzmannův zákon)

Výkon vyzařovaný celým Sluncem $P_S = 4\pi R_S^2 \cdot I = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4$

Měděná koule ve vzdálenosti $x = 1$ AU zachytí výkon $P_{dopad} = P_S \cdot \dfrac{S}{4\pi x^2}$,

kde S je efektivní plocha, na kterou dopadá záření ze Slunce.

Pro černou kouli o poloměru r je $S = \pi r^2$.

$$P_{dopad} = P_S \cdot \frac{\pi r^2}{4\pi x^2} = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4 \cdot \frac{r^2}{4x^2} = \pi R_S^2 \frac{r^2}{x^2} \cdot \sigma T_S^4$$

V rovnováze bude mít černá koule teplotu, pro kterou bude vyzařovaný výkon

$$P_{vyzářený} = P_{dopad}$$

$$4\pi r^2 \sigma T_k^4 = \pi R_S^2 \frac{r^2}{x^2} \sigma T_S^4$$

$$T_k^4 = \frac{R_S^2}{4x^2} \cdot T_S^4 = \frac{D^2}{16x^2} T_S^4 \qquad \frac{D}{x} = \operatorname{tg}\alpha \doteq \alpha = 30' = 0{,}5° = 0{,}00873 \text{ rad}$$

$$T_k = \frac{\sqrt{\alpha}}{2} T_S \doteq \frac{\sqrt{0{,}00873}}{2} 5700 \text{ K} \doteq 266 \text{ K} = -7 \text{ °C}$$

http://reseneulohy.cz/613/tepelna-rovnovaha-zeme

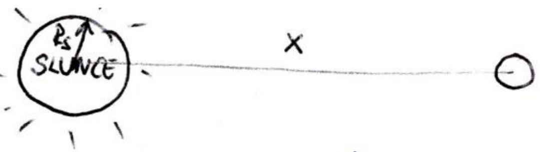
Příklad 1.2

Sluneční světlo dopadá kolmo k povrchu Země někde v rovníkové Africe. Předpokládejte, že povrch Země vyzařuje jako absolutně černé těleso. Dále předpokládejte, že Slunce vyzařuje jako absolutně černé těleso o teplotě 5700 K, poloměr Slunce je roven 696 000 km , střední vzdálenost Země od Slunce je rovna $149,6 \cdot 10^6$ km, Stefan-Boltzmanova konstanta je rovna $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$.

a) Jaký výkon přenáší sluneční záření na metr čtvereční zemského povrchu v těchto místech?

$$\left[\frac{R_s^2 \sigma T^4}{x^2} = 1295,5\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}\right]$$

b) Jaká bude maximální teplota T_z v této oblasti? $\left[T_z = T\sqrt{\frac{R_s}{x}} = 388{,}8\ \mathrm{K} = 116,5^o\ \mathrm{C}\right]$



Výkon vyzařovaný z 1 m² na Slunci:

$I = \sigma T^4$ (dle Stefanova-Boltzmanova zákona)

Výkon vyzařovaný Sluncem $P = 4\pi R_s^2 I = 4\pi R_s^2 \sigma T^4$

Ve vzdálenosti x (Slunce - Země) bude na 1 m² dopadat výkon $\Phi = \frac{P}{4\pi x^2} = \frac{R_s^2}{x^2}\sigma T^4$

$$\Phi = \left(\frac{696\,000}{149{,}6 \cdot 10^6}\right)^2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 5700^4\ \frac{W}{m^2} \doteq 1{,}3\ \frac{kW}{m^2}$$

V rovnováze bude povrch v tomto místě vyzařovat právě tento výkon.

Tzn. $\Phi = \sigma T_z^4$, kde T_z je teplota povrchu Země zářícího jako abs. černé těleso

$$\frac{R_s^2}{x^2}\sigma T^4 = \sigma T_z^4 \Rightarrow T_z = \sqrt{\frac{R_s}{x}} \cdot T \qquad T_z = \sqrt{\frac{696 \cdot 10^3}{149{,}6 \cdot 10^6}} \cdot 5700\ K \doteq 389\ K \doteq 116\,°C$$

Příklad 1.3

Určete, jaký proud I by měl procházet kovovým vláknem o průměru d =0,1 mm, které je umístěno ve vyčerpané baňce, aby se jeho teplota udržela na konstantní hodnotě T =1000 K. Předpokládejte, že vlákno vyzařuje jako absolutně černé těleso, tepelné ztráty spojené s vedením tepla zanedbejte. Rezistivita vodiče je ρ =0,025 $\mu\Omega$.m. Stefan-Boltzmanova konstanta je rovna $\sigma = 5{,}67.10^{-8}$ Wm^{-2}K^{-4}.

$$\left[I = \frac{\pi d^{\frac{3}{2}} T^2}{2}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = 2,37 \text{ A}\right]$$

Vrovnováze je vyzářený výkon roven ohmickému (Joeleovu) ohřevu:

$$P_{\text{vyzářený}} = P_{\text{JOULE}}$$

$$\pi d \cdot \ell \cdot \sigma T^4 = R I^2$$

$$\pi d \ell \cdot \sigma T^4 = \rho \cdot \frac{\ell}{S} I^2 \quad , \text{kde} \quad S = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$I^2 = \frac{\sigma T^4}{4\rho} \pi^2 d^3$$

$$I = \frac{\pi d^{3/2} T^2}{2}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

$$I = \frac{3,14 \cdot (10^{-4})^{3/2} (10^3)^2}{2}\sqrt{\frac{5,67 \cdot 10^{-8}}{2,5 \cdot 10^{-8}}} \text{ A} \doteq 2,37 \text{ A}$$

Kvantová fyzika

Příklad 2.3

Za příznivých okolností může lidské oko zaregistrovat $E = 10^{-18}$ joulů elektromagnetické energie. Vypočítejte, kolik je to fotonů světla oranžové barvy (s vlnovou délkou λ=600 nm).

Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1} , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C $\left[N = \dfrac{E\lambda}{hc} = 3\right]$

Energie 1 fotonu $E_1 = h \cdot f$, elmag. vlnění $\lambda = c \cdot T = \dfrac{c}{f}$ $f = \dfrac{c}{\lambda}$

$$E_1 = h\frac{c}{\lambda}$$

Počet fotonů $N = \dfrac{E}{E_1} = \dfrac{E\lambda}{hc}$

$$N = \frac{10^{-18} \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{+8}} \doteq 3$$

Příklad 2.5

Kolik fotonů emituje destiwattová žlutá žárovka za čas $t = 1$ s? Předpokládejme monochromatické světlo s vlnovou délkou $\lambda = 580$ nm.

Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1}

$$\left[N = \frac{Pt\lambda}{hc} = 2,9 \cdot 10^{19} \right]$$

Odevzdáváte v Moodle. Děkuji.

Příklad 2.2

Elektron v urychlovači získá energii E =100 MeV. Vypočítejte jeho vlnovou délku λ a kmitočet f
Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s , rychlost světla ve vakuu je $c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1} , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C $\left[\lambda = \frac{hc}{E} = 1,24.10^{-14} \text{ m}\right]$ $\left[f = \frac{E}{h} = 2,42.10^{22} \text{ Hz}\right]$

Vlnová délka dle de Broglieovy hypotézy je

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Elektron má klidovou energii 0,5 MeV. Jde tedy o tzv. ultrarelativist. částici, pro kterou platí (podobně jako pro foton):

$$E = p \cdot c$$

Lze si zapamatovat $v = c$

$$E = mc^2 = (mc) \cdot c = p \cdot c$$

Pak $\lambda = \frac{hc}{E}$ $\quad \lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{100 \cdot 10^{6} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \doteq 1,24 \cdot 10^{-14} \text{ m} = 12,4 \text{ fm}$

Podobně jako pro foton $E = hf$ definujeme de Broglieovu frekvenci:

$$f = \frac{E}{h} \qquad f = \frac{100 \cdot 10^{6} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,626 \cdot 10^{-34}} \text{ Hz} = 2,4 \cdot 10^{22} \text{ Hz}$$

Příklad 2.6

Určete vlnovou délku de Broghliovy vlny elektronu, který byl urychlen průchodem potenciálním rozdílem U=1 MV. hmotnost elektronu je $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg , náboj elektronu je $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C , Planckova konstanta je $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J · s . $\left[\dfrac{hc}{\sqrt{e^2U^2 + 2eUm_{e0}c^2}} = 8,72 \cdot 10^{-13} \text{ m}\right]$

Vlnová délka dle de Broglieovy hypotézy

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Jde o relativistickou částici s energií $E = m_e c^2 + e \cdot U$

Hybnost s energií spojuje relativistický vztah

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2$$

$$E^2 = m_e^2c^4 + p^2c^2$$

$$pc = \sqrt{E^2 - m_e^2c^4} = \sqrt{(m_ec^2 + eU)^2 - m_e^2c^4} = \sqrt{2m_ec^2eU + e^2U^2}$$

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{e^2U^2 + 2m_ec^2 eU}$$

Dosazením do $\lambda = \frac{h}{p}$ dostaneme

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{e^2U^2 + 2m_ec^2eU}} \qquad \lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{(1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6)^2 + 2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6}} = 0,87 \text{ pm}$$