Příklady (Fyzika II pro KyR)

Milan Červenka, 28. listopadu 2011

Některé fyzikální konstanty

Gravitační konstanta	$G = 6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
Rychlost světla ve vakuu	$c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
Boltzmannova konstanta	$k_\mathrm{B} = 1{,}38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$
Avogadrovo číslo	$N_\mathrm{A} = 6{,}02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
Molární plynová konstanta	$R_\mathrm{m} = 8{,}31\,\mathrm{J\,K^{-1}mol^{-1}}$
Planckova konstanta	$h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
Redukovaná Planckova konstanta	$\hbar = 1,05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
Náboj elektronu	$q_\mathrm{e} = -1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Hmotnost elektronu	$m_\mathrm{e} = 9{,}11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Hmotnost protonu	$m_\mathrm{p} = 1{,}673 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Hmotnost neutronu	$m_\mathrm{n} = 1{,}675 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Příklad 1: Pro intenzitu jistého fyzikálního pole platí

$$\boldsymbol{K} = \left(3x^2y, yz^2, -xz\right).$$

Zjistěte, zda je toto pole potenciálové. Pokud ano, najděte jeho potenciál φ tak, aby platilo $\boldsymbol{K} = -\nabla\varphi$.

$\boxed{\text{Pole není potenciálové.}}$

Příklad 2: Pro intenzitu jistého fyzikálního pole platí

$$\boldsymbol{K} = \left(2xy + z^3, x^2 + 2y, 3xz^2 - 2\right).$$

Zjistěte, zda je toto pole potenciálové. Pokud ano, najděte jeho potenciál φ tak, aby platilo $\boldsymbol{K} = -\nabla\varphi$.

$\boxed{\text{Je potenciálové, platí } \varphi = -x^2y - xz^3 - y^2 + 2z + c.}$

Příklad 3: Pro intenzitu jistého fyzikálního pole platí

$$\boldsymbol{K} = \left(1 + 2xy, x^2 + 3y^2, 0\right).$$

Zjistěte, zda je toto pole potenciálové. Pokud ano, najděte jeho potenciál φ tak, aby platilo $\boldsymbol{K} = -\nabla\varphi$.

$\boxed{\text{Je potenciálové, platí } \varphi = -x^2y - x - y^3 + c.}$

Příklad 4: Hliníkový váleček o hmotnosti $m_\mathrm{h} = 100\,\mathrm{g}$ zahřátý na teplotu $t_\mathrm{h} = 300\,°\mathrm{C}$ byl vhozen do kádinky obsahující $m_\mathrm{v} = 400\,\mathrm{g}$ vody. Vypočítejte, na jaké teplotě t se soustava (váleček + voda + kádinka) ustálí, jestliže počáteční teplota kádinky s vodou $t_0 = 20\,°\mathrm{C}$, pro měrnou tepelnou kapacitu hliníku a vody platí $c_\mathrm{h} = 900\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, $c_\mathrm{v} = 4\,190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$ a tepelná kapacita kádinky $C = 200\,\mathrm{J\,K^{-1}}$. Předpokládejte, že nedochází k výměně tepla soustavy s okolím.

$\boxed{t = 32{,}8\,°\mathrm{C}}$

Příklad 5: Automobil o hmotnosti $M = 2000\,\mathrm{kg}$ brzděním zastavil z rychlosti $25\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. O kolik Celsiových stupňů se zvýšila teplota každého ze čtyř železných brzdových bubnů o hmotnosti $m = 9\,\mathrm{kg}$, můžeme-li předpokládat, že veškeré teplo generované třením brzd se akumulovalo v brzdových bubnech? Pro měrnou tepelnou kapacitu železa platí $c_\mathrm{ž} = 450\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$.

$\boxed{\Delta t = 38{,}6\,°\mathrm{C}}$

Příklad 6: Ponorný vařič má příkon $P = 620\,\mathrm{W}$. Za jakou dobu $\Delta\tau$ ohřeje 1 litr vody z teploty $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$ na teplotu $t_2 = 100\,°\mathrm{C}$, jestliže pro hustotu a měrnou tepelnou kapacitu vody platí $\rho = 1\,000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $c_\mathrm{v} = 4\,190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$ a únik tepla do okolí můžeme zanedbat?

$\boxed{\Delta\tau = 541\,\mathrm{s}}$

Příklad 7: Vypočítejte hustotu vodíku (tvořeného molekulami $\mathrm{H_2}$) za atmosférického tlaku $p = 10^5\,\mathrm{Pa}$ při teplotě $t = 0\,°\mathrm{C}$.

$\boxed{\rho = 8{,}9 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}$

Příklad 8: Vnitřek kosmické lodi má objem $V = 20\,\mathrm{m^3}$, teplotu $t = -100\,°\mathrm{C}$ a v lodi je vakuum. Jaký bude v lodi tlak vodních par, pokud do ní z prasklého potrubí pronikne kapička vody o hmotnosti $m = 1\,\mathrm{g}$? (kyslík = ${}^{16}_{8}\mathrm{O}$)

$\boxed{p = 3{,}97\,\mathrm{Pa}}$

Příklad 9: Ze dna rybníka z hloubky $h = 10\,\mathrm{m}$ unikla bublinka plynu o objemu $V_\mathrm{d} = 1\,\mathrm{cm}^3$. Jaký objem V_h měla u hladiny, jestliže pro teplotu vody u dna a hladiny platí $t_\mathrm{d} = 10\,°\mathrm{C}$, $t_\mathrm{h} = 20\,°\mathrm{C}$, hustota vody $\rho = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ a atmosférický tlak u hladiny $p_\mathrm{h} = 10^5\,\mathrm{Pa}$? Předpokládejte, že počet molekul plynu v bublince je konstantní a jeho teplota se vždy rovná teplotě vody.

$$\boxed{V_\mathrm{h} = 2{,}05\,\mathrm{cm}^3}$$

Příklad 10: Na jakou teplotu je třeba ohřát vzduch v balónu o objemu $V = 1000\,\mathrm{m}^3$, má-li unést hmotnost $m = 200\,\mathrm{kg}$? Víme přitom, že hustota vzduchu při teplotě $t_0 = 20\,°\mathrm{C}$ a atmosférickém tlaku $p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa}$ je $\rho_0 = 1{,}2\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

$$\boxed{t = 78{,}6\,°\mathrm{C}}$$

Příklad 11: Ve vratně pracujícím tepelném stroji bylo izobaricky ohřáto n molů ideálního plynu s molární tepelnou kapacitou C_V z teploty T_1 na T_2, $T_1 < T_2$. Jakou práci W plyn vykonal? Jak se změnila jeho vnitřní energie ΔU? Jaké teplo Q bylo plynu dodáno?

$$\boxed{W = nR_\mathrm{m}(T_2 - T_1),\ \Delta U = nC_\mathrm{V}(T_2 - T_1),\ Q = nC_\mathrm{p}(T_2 - T_1)}$$

Příklad 12: Ve vratně pracujícím tepelném stroji bylo izotermicky při teplotě T stlačeno n molů ideálního plynu z objemu V_1 na objem V_2, $V_1 > V_2$. Jakou práci W plyn vykonal? Jak se změnila jeho vnitřní energie ΔU? Jaké teplo Q bylo plynu dodáno?

$$\boxed{W = Q = nR_\mathrm{m}T\ln(V_2/V_1),\ \Delta U = 0}$$

Příklad 13: Ve vratně pracujícím tepelném stroji byl izochoricky snížen tlak n molů ideálního plynu o teplotě T_1 z hodnoty p_1 na p_2. Jakou práci W plyn vykonal? Jak se změnila jeho vnitřní energie ΔU? Jaké teplo Q bylo plynu dodáno?

$$\boxed{W = 0,\ \Delta U = Q = nC_\mathrm{V}T_1(p_2/p_1 - 1)}$$

Příklad 14: Cyklus vratně pracujícího tepelného stroje tvoří následující procesy:

1. izobarická expanze při tlaku p_1 z objemu V_1 na V_2,
2. izochorické snížení tlaku z p_1 na p_2,
3. izobarická komprese z objemu V_2 na V_1 a

4. izochorické zvýšení tlaku z p_2 na p_1.

Jakou práci tento stroj během jednoho cyklu vykoná?

$$\boxed{W = (p_1 - p_2)(V_2 - V_1)}$$

Příklad 15: Cyklus vratně pracujícího tepelného stroje, jehož pracovní médium tvoří n molů ideálního plynu, tvoří následující procesy:

1. izotermická expanze při teplotě T_1 z objemu V_1 na V_2,
2. izochorické ochlazení na teplotu T_2,
3. izotermická komprese na objem V_1 a
4. izochorický ohřev na teplotu T_1.

Jakou práci plyn během jednoho cyklu vykoná?

$$\boxed{W = nR_{\mathrm{m}}(T_1 - T_2)\ln\left(V_2/V_1\right)}$$

Příklad 16: V dieselovém motoru stlačuje píst směs vzduchu a paliva o teplotě $t_1 = 45\,°\mathrm{C}$ z objemu $V_1 = 630\,\mathrm{cm}^3$ na objem $V_2 = 30\,\mathrm{cm}^3$. Jakou teplotu t_2 má stlačená směs, jestliže stlačení můžeme považovat za adiabatický proces a pro adiabatický exponent směsi platí $\varkappa = 1{,}37$?

$$\boxed{t_2 = 708\,°\mathrm{C}}$$

Příklad 17: Jakou práci je třeba vykonat na adiabatické stlačení ideálního plynu na n-tinu jeho původního objemu V_0? Plyn měl před stlačením tlak p_0, jeho adiabatický exponent je $\varkappa$.

$$\boxed{W = p_0V_0\left(n^{\varkappa-1} - 1\right)/(\varkappa - 1)}$$

Příklad 18: Vratný Carnotův motor pracuje s účinností $\eta = 0{,}4$. O kolik Celsiových stupňů musíme zvětšit teplotu ohříváku, aby účinnost tohoto stroje vzrostla na $\eta' = 0{,}5$? Pro teplotu chladiče v obou případech platí $t_{\mathrm{ch}} = 27\,°\mathrm{C}$.

$$\boxed{\Delta t_{\mathrm{oh}} = 100\,°\mathrm{C}}$$

Příklad 19: Vratně pracujícímu Carnotovu motoru je v průběhu každého cyklu dodáno teplo $|Q_{\mathrm{H}}| = 500\,\mathrm{kJ}$ z rezervoáru o teplotě $t_{\mathrm{H}} = 652\,°\mathrm{C}$. Jestlže pro teplotu studeného rezervoáru platí $t_\mathrm{S} = 30\,°\mathrm{C}$, vypočítejte a) účinnost motoru η a b) množství tepla $|Q_\mathrm{S}|$ odcházejícího v každém cyklu z motoru do studeného rezervoáru.

$$\boxed{\eta = 0{,}672,\ |Q_\mathrm{S}| = 164\,\mathrm{kJ}}$$

Příklad 20: Vypočítejte minimální příkon P tepelného čerpadla, které má vytápět dům na teplotu $t_\mathrm{H} = 21\,°\mathrm{C}$, jestliže z domu uniká teplo rychlostí $135\,\mathrm{MJ/h}$ a pro venkovní teplotu platí $t_\mathrm{S} = -5\,°\mathrm{C}$.

$$\boxed{P = 3{,}31\,\mathrm{kW}}$$

Příklad 21: Domácí chladnička má příkon $P = 450\,\mathrm{W}$ a chladicí faktor $K = 2{,}5$. Vypočítejte, jak dlouho v ní bude trvat ochlazení pěti melounů o celkové hmotnosti $50\,\mathrm{kg}$ z teploty $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$ na teplotu $t_2 = 8\,°\mathrm{C}$. Předpokládejte, že melouny jsou v zásadě voda o měrné tepelné kapacitě $c = 4190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$.

$$\boxed{\Delta\tau = 37\,\mathrm{minut}\ \ 15\,\mathrm{sekund}}$$

Příklad 22: Vratný tepelný stroj vykonávající tzv. Ottův cyklus pracuje následujícím způsobem:

1. adiabatická expanze z objemu V_1 na V_2,
2. izochorické ochlazení,
3. adiabatická komprese zpět na objem V_1,
4. izochorický ohřev na původní teplotu.

Vypočítejte účinnost tohoto tepelného stroje, jestliže pracovním médiem je ideální plyn s adiabatickým exponentem $\varkappa$.

$$\boxed{\eta = 1 - (V_1/V_2)^{\varkappa - 1}}$$

Příklad 23: Cyklus vratně pracujícího tepelného stroje se sestává z těchto tří procesů:

1. izobarický ohřev z teploty T_1 na T_2,
2. adiabatická expanze s poklesem teploty zpět na T_1,
3. izotermická komprese na počáteční objem.

Vypočítejte účinnost tohoto tepelného stroje, jehož pracovním médiem je ideální plyn.

$$\boxed{\eta = 1 - T_1 \ln(T_2/T1)/(T_2 - T_1)}$$

Příklad 24: Vypočítejte, jak se změní entropie $m = 10\,\mathrm{g}$ kyslíku, pokud jej ve vratně pracujícím tepelném stroji ochladíme z teploty $t_1 = 50\,°\mathrm{C}$ na teplotu $t_2 = -10\,°\mathrm{C}$ 1) izochoricky, 2) izobaricky. Měrná tepelná kapacita kyslíku (O_2) při konstantním objemu $c_\mathrm{V} = 651\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, molární hmotnost kyslíku $M = 32\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$.

$$\boxed{\Delta S_\mathrm{izochor} = -1{,}34\,\mathrm{J\,K^{-1}},\ \Delta S_\mathrm{izobar} = -1{,}87\,\mathrm{J\,K^{-1}}}$$

Příklad 25: Vypočítejte, jak se změní entropie, smícháme-li $m_1 = 80\,\mathrm{g}$ vody o teplotě $t_1 = 90\,°\mathrm{C}$ a $m_2 = 20\,\mathrm{g}$ vody o teplotě $t_2 = 10\,°\mathrm{C}$. Pro měrnou tepelnou kapacitu vody platí $c = 4190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, výměnu tepla s okolím zanedbejte.

$$\boxed{\Delta S = 1{,}97\,\mathrm{J\,K^{-1}}}$$

Příklad 26: Mosazná a hliníková tyč mají při teplotě $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$ stejnou délku $l_1 = 2\,\mathrm{m}$. Jaký je rozdíl jejich délek Δl při teplotě $t_2 = 100\,°\mathrm{C}$? Pro součinitele teplotní délkové roztažnosti mosazi a hliníku platí $\alpha_\mathrm{m} = 1{,}9 \times 10^{-5}\,\mathrm{K^{-1}}$, $\alpha_\mathrm{h} = 2{,}4 \times 10^{-5}\,\mathrm{K^{-1}}$.

$$\boxed{\Delta l = 0{,}80\,\mathrm{mm}}$$

Příklad 27: Z minulého semestru si možná pamatujete, že když zavěsíte homogenní tyč délky l za jeden konec, bude po vychýlení kývat s dobou kyvu

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{2l}{3g}},$$

kde g je velikost tíhového zrychlení. Pokud hodiny s takovýmto kyvadlem vyrobeným z mědi jdou při teplotě $t_1 = 10\,°\mathrm{C}$ přesně, jak dlouho na nich trvá jedna „sekunda“ při teplotě $t_2 = 25\,°\mathrm{C}$? Pro součinitel teplotní délkové roztažnosti mědi platí $\alpha = 1{,}7 \times 10^{-5}\,\mathrm{K^{-1}}$.

$$\boxed{\tau_{t2} = 1{,}00013\,\mathrm{s}}$$

Příklad 28: Skleněná nádobka o objemu $V = 200\,\mathrm{cm}^3$ je až po okraj naplněna rtutí. Jaký objem rtuti V_v vyteče, zahřeje-li se nádobka i se rtutí o $\Delta t = 30\,°\mathrm{C}$? Pro teplotní součinitel délkové roztažnosti skla nádobky platí $\alpha = 9{,}0 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$, pro teplotní součinitel objemové roztažnosti rtuti $\beta = 0{,}182 \times 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$.

$\boxed{V_\mathrm{v} = 0{,}93\,\mathrm{cm}^3}$

Příklad 29: Na vařiči uvedeme $V = 2$ litry vody o teplotě $t = 10\,°\mathrm{C}$ k varu za dobu $\tau_1 = 5$ minut. Za jakou dobu τ_2 se veškerá voda vyvaří, jestliže tepelný výkon vařiče je konstantní, měrná tepelná kapacita vody $c = 4190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$ a měrné skupenské teplo varu vody $l_\mathrm{v} = 2{,}256 \times 10^6\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$?

$\boxed{\tau_2 = 29\,\text{minut}\ 55\,\text{sekund}}$

Příklad 30: Jakou rychlostí musí být vystřelena olověná kulka o teplotě $t_1 = 27\,°\mathrm{C}$ do terče, aby se po nárazu roztavila? Předpokládejte, že se veškerá kinetická energie kulky přemění na teplo. Měrná tepelná kapacita pevného olova $c = 129\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání olova $l_\mathrm{t} = 23{,}2 \times 10^3\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$, teplota tání olova $t_\mathrm{t} = 328\,°\mathrm{C}$.

$\boxed{v = 352\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$

Příklad 31: V termosce je $V = 0{,}5$ litru čaje o teplotě $t_\mathrm{č} = 80\,°\mathrm{C}$. Vhodíme do ní $m = 200\,\mathrm{g}$ ledu o teplotě $t_\mathrm{l} = -10\,°\mathrm{C}$. Jakou teplotu t_x bude mít čaj poté, co všechen led roztaje? Tepelnou kapacitu termosky a únik tepla do okolí zanedbejte. Měrná tepelná kapacita čaje (vody) $c_\mathrm{v} = 4190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$ a ledu $c_\mathrm{l} = 2220\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_\mathrm{t} = 333\,000\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$.

$\boxed{t_\mathrm{x} = 32{,}9\,°\mathrm{C}}$

Příklad 32: Vypočítejte teplotu tání ledu t_t při tlaku $p = 400\,000\,\mathrm{Pa}$, víte-li, že při normálním atmosférickém tlaku $p_0 = 101\,325\,\mathrm{Pa}$ led taje při teplotě $0\,°\mathrm{C}$. pro měrné skupenské teplo tání ledu platí $l_\mathrm{t} = 333\,000\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$, pro hustotu vody a ledu platí $\rho_\mathrm{v} = 1\,000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $\rho_\mathrm{l} = 920\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

$\boxed{t_\mathrm{t} = -0{,}0213\,°\mathrm{C}}$

Příklad 33: Pro Maxwellovo rozdělení velikostí rychlostí molekul ideálního plynu můžeme psát

$$f(v) = Av^2 \mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}.$$

Vypočítejte hodnotu koeficientu A, víte-li, že pro $\alpha > 0$ platí

$$\int_0^\infty x^2 \mathrm{e}^{-\alpha x^2} \mathrm{d}x = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}.$$

$$\boxed{A = \sqrt{\frac{2m^3}{\pi k^3 T^3}}}$$

Příklad 34: Z Maxwellova rozdělení velikostí rychlostí molekul ideálního plynu **odvoďte** nejpravděpodobnější rychlost molekul.

$$\boxed{v_\mathrm{n} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}}$$

Příklad 35: Z astrofyziky je známo, že planeta si může dlouhodobě (řádově miliardy let) udržet atmosféru, pokud je splněna podmínka, že úniková rychlost z jejího povrchu je alespoň 10× větší, než střední kvadratická rychlost molekul, jimiž je atmosféra planety tvořena. Vypočítejte kritickou teplotu t_k, při níž by již výše zmíněná podmínka nebyla na Zemi splněna pro molekuly dusíku N_2 tvořené izotopem ${}^{14}_{7}N$. Pro poloměr a hmotnost Země platí $R_\mathrm{Z} = 6\,378\,\mathrm{km}$, $M_\mathrm{Z} = 5{,}97 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$.

$$\boxed{t_\mathrm{k} = 1\,130\,{}^\circ\mathrm{C}}$$

Příklad 36: Pohybová rovnice pro vlny na tuhé struně má tvar

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \alpha^2 c^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4},$$

kde $u(x,t)$ je výchylka struny a koeficienty c, α jsou konstantní. Najděte disperzní relaci a fázovou rychlost těchto vln.

$$\boxed{\omega^2 = c^2k^2 + \alpha^2c^2k^4,\ v_\mathrm{f} = c\sqrt{1+\alpha^2k^2}}$$

Příklad 37: Vypočítejte fázovou a grupovou rychlost vln na hluboké vodě, pro něž platí disperzní relace $\omega = \sqrt{gk}$ (g je velikost tíhového zrychlení).

$$\boxed{v_\mathrm{f} = \sqrt{g/k},\ v_\mathrm{g} = v_\mathrm{f}/2}$$

Příklad 38: Pro fázovou rychlost příčných vln v pružné tyči platí $v_\mathrm{f} = a/\lambda$, kde a je konstanta. Vypočítejte grupovou rychlost těchto vln.

$$\boxed{v_\mathrm{g} = 2v_\mathrm{f}}$$

Příklad 39: Pro vlny šířící se plazmatem můžeme psát disperzní relaci $\omega^2 = \omega_\mathrm{p}^2 + c^2k^2$, kde c je rychlost světla ve vakuu a $\omega_\mathrm{p} = \mathit{konst.}$ je tzv. plazmová frekvence. Vypočítejte fázovou a grupovou rychlost těchto vln.

$$\boxed{v_\mathrm{f} = c\sqrt{1 + (\omega_\mathrm{p}/ck)^2},\ v_\mathrm{g} = c/\sqrt{1 + (\omega_\mathrm{p}/ck)^2}}$$

Příklad 40: Polouzavřená píšťala (čtvrtvlnný rezonátor) má délku $l = 17\,\mathrm{cm}$. Vypočítejte tři nejnižší kmitočty, na kterých tato píšťala zní, pokud pro rychlost zvuku (při dané teplotě) platí $c = 340\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

$$\boxed{f_1 = 500\,\mathrm{Hz},\ f_2 = 1\,500\,\mathrm{Hz},\ f_3 = 2\,500\,\mathrm{Hz}}$$

Příklad 41: Struna „e" na houslích je naladěna na kmitočet $f_\mathrm{e2} = 660\,\mathrm{Hz}$. O kolik procent musíme stiskem hmatníku strunu zkrátit, aby na ní zněl tón a^2 o kmitočtu $f_\mathrm{a2} = 880\,\mathrm{Hz}$?

$$\boxed{\text{Strunu je třeba zkrátit o 25 \% její původní délky.}}$$

Příklad 42: Vypočítejte rychlost zvuku v héliu $^4_2\mathrm{He}$ při teplotě $t = 20\,^\circ\mathrm{C}$, víte-li, že molekuly hélia jsou jednoatomové.

$$\boxed{c = 1\,007\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$$

Příklad 43: O kolik procent se zhruba změní kmitočet píšťaly, jestliže se teplota v Kelvinech zvýší o cca jedno procento?

$$\boxed{\text{Kmitočet píšťaly se zvýší zhruba o půl procenta.}}$$

Příklad 44: Jakou rychlostí by se musel pohybovat zdroj zvuku, aby pozorovatel, ke kterému se zdroj přibližuje, slyšel dvojnásobný kmitočet oproti pozorovateli, od kterého se stejný zdroj vzdaluje? Rychlost zdroje vyjádřete jako násobek rychlosti zvuku.

$$\boxed{v = c/3}$$

Příklad 45: Dva vozíky se pohybují proti sobě rychlostmi o stejné velikosti $v = 1{,}6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Na každém z vozíků je ladička znící tónem „komorní a“ o kmitočtu $f_{\mathrm{a1}} = 440\,\mathrm{Hz}$. Jaký kmitočet záznějů f_{z} vnímá pozorovatel sedící na jednom z vozíků? Pro rychlost zvuku při dané teplotě platí $c = 345\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

$\boxed{f_{\mathrm{z}} = 4{,}1\,\mathrm{Hz}}$

Příklad 46: Amplituda akustického tlaku rovinné zvukové vlny o kmitočtu $f = 1\,000\,\mathrm{Hz}$ $p' = 3 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa}$ (hranice slyšitelnosti). Vypočítejte amplitudu akustické rychlosti a akustické výchylky, jestliže pro rychlost zvuku a hustotu vzduchu při dané teplotě platí $c = 345\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $\rho_0 = 1{,}2\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

$\boxed{v = 7{,}25 \times 10^{-8}\,\mathrm{m\,s^{-1}},\ y = 1{,}15 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}}$

Příklad 47: Při jakém úhlu dopadu bude světlo odražené od vodní hladiny zcela polarizováno? Pro index lomu vody platí $n = 1{,}33$.

$\boxed{\alpha_{\mathrm{B}} = 53^\circ\,04'}$

Příklad 48: Bílé světlo o stejné intenzitě v celé viditelné oblasti vlnových délek (400 nm – 750 nm) dopadá kolmo na vrstvu o tloušťce $h = 350\,\mathrm{nm}$ a indexu lomu $n = 1{,}33$, která se nachází ve vzduchu. Při jakých vlnových délkách se pozorovateli jeví vrstva nejvíce osvětlená? Pozorovatel vnímá odražené světlo.

$\boxed{\lambda = 621\,\mathrm{nm}}$

Příklad 49: Na čočce ze skla o indexu lomu $n_2 = 1{,}5$ je umístěna antireflexní vrstva z materiálu o indexu lomu $n_1 = 1{,}4$. Jaká musí být nejmenší tloušťka této vrstvy, aby interferenčně potlačovala odraz světla o vlnové délce $\lambda = 550\,\mathrm{nm}$? Předpokládejte, že světlo na čočku dopadá kolmo.

$\boxed{h = 98{,}2\,\mathrm{nm}}$

Příklad 50: Dvě čtvercové desky ze skla o indexu lomu $n = 1{,}5$ a hraně $l = 200\,\mathrm{mm}$ jsou položeny na sebe, přičemž je mezi ně podél jedné z hran vložen tenký drátek o průměru $d = 0{,}05\,\mathrm{mm}$. Na desky dopadá kolmo svazek světla o vlnové délce $\lambda = 633\,\mathrm{nm}$, díky čemuž na vzduchové vrstvě mezi nimi vznikají interferenční proužky. Jaká je vzájemná vzdálenost Δx dvou sousedních světlých proužků?

$$\boxed{\Delta x = 1{,}27\,\mathrm{mm}}$$

Příklad 51: Na optickou mřížku s hustotou 600 vrypů na jeden milimetr dopadá kolmo laserový paprsek o vlnové délce $\lambda = 532\,\mathrm{nm}$. Vypočítejte, pod jakými úhly α_m je v prošlém světle možné pozorovat interferenční maxima.

$$\boxed{\alpha_m = 0°, \pm 18°37', \pm 39°40', \pm 73°15'}$$