Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 6.6.2016

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Rybář chytí za den průměrně 15 ryb, přičemž průměrně každá třetí ryba je pražma (předpokládejme, že ryby jsou chytány nezávisle na sobě a počet chycených ryb není teoreticky omezen). Rybář denně loví v době 6:00-8:00 a 20:00-23:00. Určete pravděpodobnost, že

- a) během rána chytí rybář maximálně 4 ryby, přičemž všechny je chytí až po půl sedmé,
- b) během večera chytí rybář alespoň 2 pražmy,
- c) doba čekání na ulovení první ryby bude kratší než půl hodiny,
- d) v pěti po sobě chycených rybách budou maximálně 2 pražmy,
- e) v daný den bude nejpozději 4.chycená ryba pražma.

Úloha 2. Sdružené pravděpodobnosti dvou diskrétních náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	X = 0	X = 1	X=2	X = 3
Y = 0	1/6	0	1/6	0
Y=1	1/12	1/8	1/3	1/8

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte kovarianci cov(X, Y).
- c) Jaká je souvislost této kovariance s (ne)závislostí X a Y?
- d) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U,V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom jsou U a V nezávislé.
- e) Určete $P(X \le 2|Y=1)$.

Úloha 3. Biologové měřili na několika exemplářích výšku daného druhu rostliny. Naměřené hodnoty (v cm) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení má výška rostliny, a zdůvodněte.
- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (hint: $\sum x_i = 1263$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 730.2$)
- d) Otestujte, zda je možné říct, že střední výška rostliny je 1 m.
- e) Předpokládejme, že skutečná střední hodnota výšky rostliny je 1m a rozptyl je 0.64 (m²). Spočtěte pravděpodobnost, že výška náhodně vybrané rostliny je v mezích 1m 2m.

Úloha 4. Počty prodaných lodí různých značek dvěma významným charterovým společnostem byly v uplynulých pěti letech následující:

společnost \ typ lodi	Bavaria	Elan
Baotić	30	10
Adria Yacht Center	30	30

- a) Předpokládejme, že z těchto 100 prodaných lodí náhodně vybereme jednu. Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde X popisuje příslušnou charterovou společnost a Y popisuje značku této lodi.
- b) Určete pravděpodobnost, že pokud jsme náhodně vybrali loď od Baotiće, není to Bavaria?
- c) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda jsou obě značky lodí stejně oblíbené.
- d) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda je značka prodávané lodi závislá na společnosti, která ji kupuje.
- e) Co se stane (ohledně počtu zamítnutých hypotéz), když u libovolného testu snížíme testovací hladinu z 5% na 1%?