## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 25.5.2011

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

**Úloha 1.** V pojišťovně vypozorovali, že denně obdrží průměrně 12 hlášení o pojistné události (hlášení chodí pouze v pracovní době od 9:00 do 17:00, žádná doba přitom není preferovaná). Doba do hlášení příští pojistné události má exponenciální rozdělení.

- a) Určete pravděpodobnost, že na příští hlášení bude pojišťovna čekat alespoň dvě pracovní hodiny.
- b) Určete čas t takový, že s pravděpodobností 0.9 doba čekání na příští hlášení nepřekročí t.
- c) Určete pravděpodobnost, že všechna hlášení v daném dni přijdou do 16:00.
- d) Určete pravděpodobnost, že od 9:00 do 12:00 přijdou přesně 3 hlášení.
- e) Jaká je souvislost mezi exponenciálním a Poissonovým rozdělením?

Úloha 2. Kostka má náhodnou délku hrany rovnoměrně rozdělenou na intervalu (1,5).

- a) Určete distribuční funkci, hustotu, střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X udávající délku hrany kostky.
- b) Určete pravděpodobnost, že délka hrany je v rozmezí 3-6cm.
- c) Určete distribuční funkci rozdělení náhodné veličiny Y udávající objem kostky.
- d) Předpokládejme, že deset takových kostek chceme prostrkávat čtvercovým otvorem s hranou délky 4cm. Určete rozdělení náhodné veličiny Z udávající počet kostek, které otvorem prostrčíme, a spočtěte pravděpodobnost, že otvorem prošly maximálně dvě kostky.
- e) Předpokládejme, že do téhož otvoru strkáme 100 takových kostek. Spočtěte pravděpodobnost, že otvorem projde alespoň 80 kostek. (použijte CLV)

**Úloha 3.** Při nástupu do prvního ročníku policejní akademie byla provedena studentům zdravotní prohlídka, při které byla změřena mimo jiné výška jednotlivých studentů. Vzorek naměřených hodnot (v cm) je uveden v následující tabulce:

174	186	181	189	195	197	188	177	188	192	181	188	201	180	183
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má výška studenta.
- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat.  $(\sum x_i = 2800, \sum (x_i \bar{x})^2 = 797.33)$
- d) Jak je definovaná teoretická střední hodnota a rozptyl náhodné veličiny?
- e) Otestujte, zda je možné říct, že střední výška studenta je 190cm.
  (Využijte faktu, že za jistých předpokladů má

$$\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n} \sqrt{n}$$

rozdělení  $t_{n-1}$ .)

**Úloha 4.** Nechť X označuje platovou třídu (1 nejnižší, 3 nejvyšší) a Y schopnost splácet úvěr (1 dobrá, 0 špatná). V tabulce jsou počty klientů jisté banky spadající do příslušných skupin dvojice "platová třída - schopnost splácet".

$Y \mid X$	1	2	3
0	12	10	8
1	8	30	52

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte korelaci corr(X, Y).
- c) Určete  $P(X \le 2, Y = 0)$ .
- d) Otestujte, zda je možno považovat platovou třídu a schopnost splácet úvěr za nezávislé náhodné veličiny.

(Využijte faktu, že za jistých předpokladů má

$$\sum_{i} \sum_{j} \frac{\left(n_{ij} - \frac{n_{i}, n_{.j}}{n}\right)^{2}}{\frac{n_{i}, n_{.j}}{n}}$$

rozdělení  $\chi^2_{(r-1)(c-1)}$ kde r je počet řádků a c je počet sloupců v tabulce.)

e) Definujte nezávislost jevů A a B.

Návod: V bodech a)-c) použijte odhadnuté pravděpodobnosti  $P(X=i,Y=j)=n_{ij}/n$ , kde  $n_{ij}$  je hodnota z tabulky a n je počet pozorování.