1. Co je to termodynamická soustava, jaké termodynamické soustavy rozlišujeme?

Skupina makroskopických objektů, která je oddělena od okolí myšleným nebo skutečným rozhraním se specifickými vlastnostmi.

Druhy soustav:

- Izolovaná nedochází u ní k výměně energie ani hmoty s okolím.
- Neizolovaná(otevřená) dochází k výměně energie a částic s okolím.
- Uzavřená S okolím si vyměňuje pouze energii.
- Adiabaticky izolovaná Nedochází k tepelné výměně s okolím.
- Diatermická Soustava je oddělena tak, aby se s okolím dostala do tepelné rovnováhy.

2. Čím se vyznačuji intenzivní a extenzivní veličiny, jaký je rozdíl mezi stavovými a procesními veličinami?

Procesní veličiny vystihují přechod mezi stavy a nemají úplný diferenciál. Např. práce, teplo.

Stavové veličiny jsou veličiny, které popisují stav soustavy nezávisle na tom, jak se soustava do tohoto stavu dostala a mají úplný diferenciál. Např. tlak, teplota, objem, energie, entropie atd.

Intenzivní veličiny po spojení obou soustav nezmění svoji hodnotu, patří sem např. teplota, tlak ...

Extenzivní (aditivní) veličiny po spojení obou soustav se jejich hodnota sečte, tedy v případě dvou identických soustav se jejich hodnota zdvojnásobí, patří sem např. objem, hmotnost ...

3. Jak zní I. a II. Postulát termodynamiky?

- **I. Termodynamický postulát** Izolujeme-li termodynamickou soustavu od okolí, časem přejde do stavu termodynamické rovnováhy.
- **II. Termodynamický postulát** Stav homogenního systému v rovnováze je jednoznačně určen souborem všech vnějších parametrů a jedním parametrem vnitřním.

4. Jak je definován rovnovážný (kvazistatický) děj, jaké termodynamické děje rozlišujeme?

je to děj, při kterém soustava zůstává nekonečně blízko jejího rovnovážného stavu.

Dále rozlišujeme termodynamický děj:

- Izobarický: probíhá při konstantním tlaku.
- Izochorický: probíhá při konstantním objemu.
- Izotermický: probíhá za konstantní teploty.
- Adiabatický: při tomto ději neprobíhá tepelná výměna mezi soustavou a okolím.
- Polytropický: probíhá za stálé tepelné kapacity soustavy.

5. Jak zní Nultý zákon termodynamiky?

Jestliže dvě tělesa jsou v tepelné rovnováze s tělesem třetím, pak jsou v rovnováze i tato dvě tělesa.

6. Jak je definována Celsiova a termodynamická (absolutní) teplotní stupnice?

Celsiova teplotní stupnice vychází ze dvou stavů:

- Rovnovážný stav chemicky čisté vody a jejího ledu za normálního tlaku. Tomuto stavu přiřazujeme dohodou teplotu 0 °C. (Teplota tání ledu za normálního tlaku).
- Rovnovážný stav chemicky čisté vody a její syté páry za normálního tlaku. Tomuto stavu přiřazujeme dohodou teplotu 100 °C.(Teplota varu za normálního tlaku.)

Termodynamická teplotní stupnice je odvozena od trojného bodu čisté vody. (Rovnovážný stav ledu, vody a syté páry). Jednotka kelvin **K** je stanovena jako 273,16 tá část teploty trojného bodu vody.

Převodní vztah mezi soustavami : T =($\{t\}+273,15$) K

7. Co je vnitřní energie termodynamické soustavy?

Je energie, která závisí pouze na termodynamickém stavu soustavy a nezávisí na tom, jak se do tohoto stavu dostala. Patří mezi stavové veličiny.

 $U = E_k + E_p$, kde E_k je celková kinetická energie soustavy, E_p je celková potenciální energie soustavy.

8. Jaké rozlišujeme mechanizmy přenosu energie. Co chápeme pod pojmem teplo?

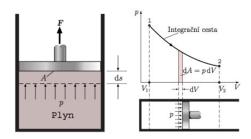
Energie se přenáší ze soustavy nebo soustavy třemi způsoby:

- přenosem tepla
- konáním práce
- tokem hmoty

Teplo je forma energie, která se přenáší mezi dvěma soustavami, nebo mezi soustavou a jejím okolím jako důsledek jejich teplotního rozdílu.

9. Jak je definována objemová práce?

Element práce můžeme vyjádřit jako $\delta W = \vec{F} \, d\vec{s} = p \vec{A} d\vec{s} = p dV$. Práce z z počátečního stavu 1 do koncového stavu 2: $W_{12}(C) = \int_1^2 p dV$.



10. Jak je definován ideální plyn? Napište stavovou rovnici ideálního plynu.

Ideální plyn je takový plyn, který odpovídá stavové rovnici:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{pV}{T} = konst$$

A vnitřní energie ideálního plynu je pouze funkcí teploty U = U(T).

11. Napište 1. Zákon termodynamiky. Co je to kruhový děj?

Teplo dodané soustavě se spotřebuje na zvýšení vnitřní energie a na práci, kterou soustava vykoná.

Kruhový děj je takový děj, při kterém je výchozí a koncový stav soustavy stejný.

12. Jak je definována tepelná kapacita? Napište Mayerův vztah. Napište kalorimetrickou rovnici.

Tepelná kapacita říká, jaké teplo je potřeba dodat soustavě, aby zvýšila svoji teplotu o jeden teplotní stupeň.

Mayerův vztah:

$$C_{mp} - C_{mV} = R_m$$

kde:

 C_{mp} - molární tepelná kapacita pro $\mathrm{dp}=0$

 C_{mV} - molární tepelná kapacita pro $\mathrm{dV}=0$

 R_m - molární plynová konstanta

Kalorimetrická rovnice:

$$c_1 m_1 (T_1 - T) = c_2 m_2 (T - T_2)$$

kde:

 \boldsymbol{c} - měrná tepelná kapacita

m - hmotnost

T - teplota

13. Napište rovnici popisující 1. Termodynamický zákon pro ideální plyn

$$\delta Q = C_v dT + p dV$$

kde:

Q - teplo

 C_v - tepelná kapacita pro izochorický děj

p - tlak

14. Napište rovnici adiabaty

$$pV^k = konst$$

kde:

p - tlak

V - objem

k - Poissonova kostanta

15. Co chápeme pod pojmem tepelný stroj, cyklicky pracující tepelný stroj?

Tepelný stroj je zařízení, které si se svým okolím vyměňuje teplo a práci.

Cyklicky pracující tepelný stroj je zařízení, které se po vykonání celého cyklu vrátí do původního stavu.

16. Napište Thomsonovu (Kelvinovu) formulaci II. Termodynamického zákona.

Je nemožné cyklickým dějem jednomu tělesu odnímat teplo a to bezezbytku měnit v kladnou práci.

17. Jak definujeme tepelný motor, čím jsou charakterizovány?

Tepelný motor převádí teplo na užitečnou práci.

- . Přijímají teplo od vysokoteplotního zdroje.
- . Částo tohoto tepla přeměňují na práci.
- . Odevzdají teplo chladiči.
- . Pracují cyklicky.

18. Jak je definována tepelná účinnost? Nakreslete a popište principiální schéma tepelného motoru.

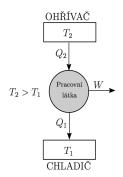
$$\eta = \frac{W}{|Q|} = \frac{|Q_2| - |Q_1|}{|Q_2|} = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2}$$

kde:

W - práce vykonaná tepelným motorem

 Q_2 - odevzdané teplo

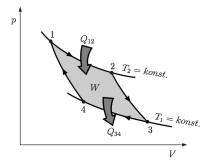
 Q_1 - přijaté teplo



19. Popište Carnotův cyklus pomocí p-V diagramu.

Carnotův cyklus se skládá ze čtyř vratných dějů.

- 1. Izotermická expanze
- 2. Adiabatická expanze
- 3. Izotermická komprese
- 4. Adiabatická komprese



20. Napište vztah pro tepelnou účinnost ideálního tepelného motoru pracujícího na základně Carnotova cyklu.

$$\eta = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2} \le \frac{T_2 - T_1}{T_2} < 1$$

Účinnost je určena teplotou tepelných lázní. Je to maximální účinnost jaké může tepelný motor mezi lázněmi o teplotách T_1 a T_2 dosáhnout.

21. Napište znění Carnotových vět.

- 1. Tepelná účinnost všech vratných motorů je stejná, pracují-li mezi lázněmi o stejných teplotách.
- 2. Účinnost ideálního vratného tepelného stroje je vždy vyšší než účinnost neideálních tepelných strojů, pracují-li mezi lázněmi o stejných teplotách.

22. Napište Clausiovu nerovnost

$$\oint_{\Gamma} = \frac{\delta Q}{T} \le 0$$

Jedná se o matematické vyjádření II. termodynamického zákona.

23. Napište matematický tvar I. Termodynamického zákona pro vratné děje.

$$dU = TdS - \delta W$$

24. Jaké hodnoty nabývá entropie adiabaticky izolované soustavy?

$$\Delta S = S_2 - S_1 \ge 0$$

Entropie telně izolované soustavy nikdy neklesá. V uvažované soustavě pro vratné děje je entropie konstantní a pro nevratné děje roste.

5

25. Napište znění III. Termodynamického zákona

Zádným postupem nelze u žádné soustavy dosáhnout teploty 0K konečným počtem operací.

26. Co je fáze, fázové rozhraní a skupenství?

Fáze je část termodynamické soustavy, která je, za předpokladu, že na ni nepůsobí vnější síly, fyzikálně a chemicky homogenní. Tzn. je charakterizována stejnými termodynamickými a chemickými vlastnostmi.

Fázovés rozhraní je myšlená plocha oddělující dvě fáze.

Skupentsví je základní charakteristika látky, která souvisí se stupněm uspořádanosti částic, které tuto látku tvoří.

27. Jaké fázové přechody, skupenství a skupenské přeměny rozlišujeme?

Fázový přechod prvního druhu: entropie a specifický (měrný) objem se mění skokem a dochází při něm k přijímání nebo odevzdání tepla fázového přechodu (latentní teplo). Např. změna skupenství

Fázový přechod druhého druhu: entropie a specifický objem se mění spojitě a nedochází k výměně tepla s fázovým přechodem. Mění se skokem tepelná kapacita, teplotní roztažnost, atd. Např. přechod železa z fero do paramagnetického stavu, přechod z běžné vodivosti do supravodivosti, atd.

Skupenství:

Plynné - kinetická energie částic je větší než energie jejich vzájemného působení

Kapalné - u látek, které se nacházejí v tomto skupenství se částice uspořádávají krátkodobě. Jedná se o uspořádání krátkého dosahu, které působí jen mezi nejbližšími částicemi. Tímto se vytváří shluky částic, které se mouhou vůči sobě pohybovat.

Pevné - kinetická energie částic je menší než energie jejich vzájemného působení. Částice jsou uspořádány dlouhodobě.

Skupenské přeměny : vypařovaní, var, tání, tuhnutí, sublimace, desublimace, kondenzace

28. Napište znění Clausiovy-Clapeyronovy rovnice.

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_1 - V_2)}$$

kde:

p - tlak

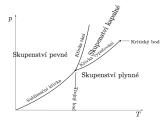
T - teplopa

L - fázový přechod

V - objem

29. Nakreslete a popište fázový p-T diagram pro jednosložkovou soustavu. Obsahuje tři křivky, které představují termodynamickou rovnváhu dvou fází. Nazývají se křivky rovnováhy. Trojný bod – bod, který znázorňuje rovnovážnou koexistenci pevného, kapalného a plynného skupenství téže látky

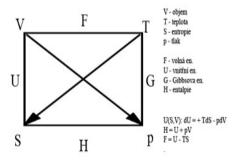
Kritický bod – bod kde mizí rozdíl mezi kapalným a plynným skupenstvím



30. Jaké termodynamické potenciály rozlišujeme a jaké jsou mezi mini vztahy?

Vnitřní energie U, entalpie H, Volná energie F, Gibbsova energie G

F=U-TS, F=G-pV, H=U+pV, H=G+ST...



31. Napište Maxvelovy vztahy.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right$$

32. Napište postuláty kinetické teorie plynů.

- 1. Látky kteréhokoliv skupenství se skládají z částic.
- 2. Částice se v látkách neustále neuspořádaně pohybují.
- 3. Částice látky libovolného skupenství ne sebe vzájemně působí současně silami přitažlivými i odpudivými.

33. Vysvětlete pojmy mikrostav, makrostav, fázový prostor, fázový objem makrostavu, konfigurační a impulzní prostor a jak je definován objemový element fázového prostoru.

Mikrostav - Určuje situaci všech částic soustavy v daném okamžiku.

Makrostav - Makroskopicky rozlišitelný stav soustavy. Každý makrostav jze realizovat obrovským počtem různých mikrostavů.

Fázový prostor - Prostor zobecněných souřadnic a zobecněných hybností. **Fázový objem makrostavu** - Oblast ve které je ve fázovém prostoru zobrazen makrostav.

Konfigurační prostor - Prostor, který jednoznačně popisuje polohy částic soustavy.

Impulzní prostor - Prostor, který jednoznačně určuje pohybový stav soustavy.

Objemový element fázového prostoru $d\Gamma = dq_1 dq_2 \dots dq_s dp_1 dp_2 \dots dp_s$

34. Jak je definována termodynamická rovnováha ve statistické termodynamice?

Stav termodynamické rovnováhy je stavem, kdy makroskopické veličiny (např. teplota, tlak), které ho popisují, se s časem samovolně nemění.

Termodynamická rovnováha je takový makrostav, který popisuje nejvíce mikrostavů.

35. Co je to mikrokanonický, kanonický a grandkanonický soubor?

Mikrokanonický soubor - Množina všech mikroskopických stavů (makrostavů) soustavy o daných hodnotách energie, objemu a počtu častic. Mikrokanonickému souboru odpovídá izolovaný termodynamický systém. Popisuje tedy izolovanou soustavu s danou hodnotou energie, počtem částic a hodnotou objemu.

Kanonický soubor - Množina všech mikroskopických stavů soustavy o daných hodnotách teploty, objemu a počtu částic. Kanonickému souboru odpovídá izotermicky a izochoricky uzavřený systém. Popisuje tedy soustavu, která si s okolím vyměňuje energii, přičemž je s tímto okolím v rovnováze.

Grandkanonický soubor - množina všech mikroskopických stavů soustavy o daných hodnotách chemického potenciálu, objemu a teploty. Grandkanonickému souboru odpovídá izotermická a izochorická soustava o konstantním chemickém potenciálu. Popisuje tedy soustavu, která si s okolím vyměňuje jak energii, tak i částice.

36. Co vyjadřuje Ergodická hypotéza a Hypotéza apriorní pravděpodobnosti?

Ergodická hypotéza nám říká, že střední hodnota fyzikálních veličin soustavy v rovnovážném stavu počítaná přes soubor se rovná časové střední hodnotě.

Hypotéza apriorní pravděpodobnosti nám říká, že všechny soustavě dostupné mikrostavy, kterým odpovídá stejná energie, jsou stejně pravděpodobné.

37. Co plyne pro hustotu pravděpodobnosti z Liouvillova teorémů?

Hustota pravděpodobnosti ve fázovém prostoru závisí pouze na celkové energii soustavy.

38. Čemu se rovná pravděpodobnost mikrostavu s energií E_i v případě mikrokanonického souboru?

Pro
$$E=E_i$$
 platí: $Pi=P(E_i)=\frac{1}{\Omega}$ kde Ω je počet dostupných mirkrostavů
Pro $E\neq E_i$ platí $Pi=P(E_i)=0$

39. Napište Boltzmannův vzorec pro entropii.

$$S = k_B lnW$$

kde: k_B - Boltzmannova konstanta, W - počet mikrostavů

40. Jak zní princip maxima entropie?

Pokud o daném rozdělení máme jen částečnou informaci (známe jen některé jeho charakteristiky), potom nejpravděpodobnější tvar daného rozdělení je takový, který splňuje požadavky, které o rozdělení známe, a má nejvyšší možnou entropii.

41. Napište vztah vyjadřující Boltzmannovo rodělení.

$$Pi = \frac{e^{\beta E_i}}{Z}; \ Z = \sum_{i=1}^{m} e^{\beta E_i}$$

kde:

 $e^{\beta E_i}$ - Boltzmanův faktor

 ${\cal E}_i$ - Energie i-tého mikrostavu

Pi - Pravděpodobnosti realizace i-tého stavu

42. Napište vztah vyjadřující partiční funkci.

$$Z = \sum_{i=1}^{n} e^{\beta E_i}$$

kde:

 $e^{\beta E_i}$ - Boltzmanův faktor

 E_i - Energie i-tého mikrostavu

43. Napište vztah popisující Maxvellovo-Boltzmanovo rozdělení rychlostí ideálního plynu.

$$\rho(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_b T}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m}{2k_b T}v^2}$$

kde:

m - hmotnost částice

 k_B - Boltzmannova konstanta

T - teplota

44. Odvoď te nejpravděpodobnější a střední rychlost molekuly ideálního jednoatomového plynu.

Nejpravděpodobnější rychlost:

$$\frac{d\rho(v)}{dv} = 0; \quad f(v) = Av^2 e^{-\alpha v^2}$$

$$\frac{df(v)}{dv} = A2ve^{-\alpha v^2} + Av^2(-2\alpha v)e^{-\alpha v^2} = 0$$

$$2v2\alpha v^2 = 0$$

$$v(1 - \alpha v^2) = 0$$

$$v(1 - \sqrt{\alpha}v)(1 + \sqrt{\alpha}v) = 0 \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$$

střední rychlost:

$$v = \int_0^\infty v f(v) dv = A \int_0^\infty v^3 e^{-\alpha v^2} dv = \begin{vmatrix} t = v^2 & v = 0 \Rightarrow k = 0 \\ dt = 2v dv & v \Rightarrow \infty \Rightarrow t \Rightarrow \infty \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} A \int_0^\infty t e^{-\alpha t} dt = \begin{vmatrix} u = t & u' = 1 \\ v' = e^{-\alpha t} & v = -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} A \left(\left[-\frac{t}{\alpha} e^{-\alpha t} \right]_0^\infty + \frac{1}{\alpha} \int_0^\infty e^{-\alpha t} dt \right) =$$

$$\frac{1}{2} A \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\alpha} = \frac{A}{2\alpha^2} = \frac{4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}}}{2\left(\frac{m}{2k_B T}\right)^2} = \dots = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

45. Jak zní ekvipartiční teorém?

Střední energie na každý nezávislý kvadratický člen v celkové energii je rovna $\frac{1}{2}k_BT$

46. Napište kanonický tvar třírozměrné a jednorozměrné vlnové rovnice.

třírozměrná:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

jednorozměrná

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

kde:

u: představuje poruchu (vzruch, resp. změnu oproti klidovému stavu)

c je kladná konstanta související s vlastnostmi prostředí, ve kterém se porucha vybudí, a evidentně má rozměr rychlosti.

47. Co je to profil vlny? Jak se mění vlny v nedisipativním a bezdisperzním prostředí při šíření vlny?

Profil vlny je počáteční podmínka vlnové funkce. (Jak vlna vypadá v čase t=0). řešení vlnové rovnice:

$$u(x,t) = f(x,t) + u(x,t)|_{t_0}$$

kde $u(x,t)|_{t_0}$ je počáteční podmínka a po dosazení dostáváme $u(x,t)|_{t_0} = f(x,0) = f(x)$ kde f(x) je profil vlny.

Profil vlny zůstává stejný.

48. Napište tvar vlnové rovnice pro retardované časy.

Retardované časy: $\tau_{+} = t - \frac{x}{c}$, $\tau_{-} = t + \frac{x}{c}$

Vlnová rovnice má tvar:

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tau_+ \partial \tau_-} = 0$$

49. Napište vlnovou rovnici pro kulové vlny spolu s jejím obecným řešením.

$$\frac{\partial^2(ru)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(ru)}{\partial t^2}$$

její řešení:

$$u(r,t) = \frac{u_1}{r}(r - ct) + \frac{u_2}{r}(r + ct)$$

50. Napište d'Alembertovo řešení jednorozměrné vlnové rovnice.

$$u(x,t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

51. Jak je definována fáze vlny a fázová rychlost?

Fáze vlny: $\theta = x$ - ct

Fázová rychlost : $C_F = \frac{dx}{dt}$

52. Napište tvar vlnové rovnice popisující šíření vlny pouze jedním směrem.

pro směr vpravo:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$u = u\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

pro směr vlevo:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$u = u\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

53. Jak je definována jednorozměrná harmonická vlna, vlnová délka, vlnové číslo, perioda, kmitočet a jaké vztahy platí mezi nimi?

jednorozměrná harmonická vlna má tvar vlnové rovnice: $u(x,t) = Acos(\omega t - kx + \varphi)$

vlnová délka: $\lambda = cT$

vlnové číslo: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

perioda: T

kruhový kmitočet: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

54. Napište komplexní reprezentaci jednorozměrné harmonické vlny.

$$\hat{u}(x,t) = \hat{A}e^{j(\omega t - kx)}$$

11

55. Jak je definována rovinná vlna? Co je to vlnoplocha?

Vlna pro níž platí, že v daný čas všechny vzruchy mají stejnou hodnotu na rovině kolmé ke směru šíření.

Vlnoplocha je plocha kde má vlnová funkce konstantní fázi.

56. Napište obecný tvar řešení vlnové rovnice po rovinné vlny.

$$u(\vec{r},t) = f(\vec{n}\vec{r} - ct)$$

kde:

 \vec{n} je jednotkový vektor

 \vec{r} je polohový vektor

57. Napište obecný tvar řešení vlnové rovnice pro harmonické rovinné vlny.

$$u(\vec{r},t) = Asin(\omega t - k\vec{r} + \varphi)$$

58. Napište vztahy popisující Dopperův jev.

$$f_p = \frac{c - v_p cos \alpha_p}{c - v_z cos \alpha_z} fz$$

kde:

 \boldsymbol{v}_p - rychlost přijímače

 v_z - rychlost zdroje

c - rychlost vlny

 f_p - detekovaný kmitočet

 f_z - výsílaný kmitočet

59. Jak definujeme disperzi, co jsou to disperzní relace a disperzní rovnice?

Disperze je závislost šíření fázové rychlosti vlny na její frekvenci.

Disperzní relace je vztah mezi vlnovým vektorem a úhlovou frekvenci.

Disperzní rovnice : $D(\omega, k) = 0$

60. Jak definujeme kvazihramonickou vlnu?

Jako kmitočtový balík. Má úzké kmitočtové spetrum.

61. Napište vztah popisující šíření kvaziharmonické vlny.

$$u(x,t) = A\left(t - \frac{x}{cg}\right)\sin(\omega_0 t - k_0 x + \varphi)$$

62. Jak je definována grupová rychlost?

$$v_g = \frac{d\omega_0}{dk}$$

63. Jakou rychlostí se šíří kvaziharmonická vlna? Jakou rychlostí se šíří energie kvaziharmonické vlny (vlnového balíku)?

Vlna se šíří fázovou rychlostí. Energie vlny se šíří grupovou rychlostí.

64. Odvoď te vztah mezi grupovou a fázovou rychlostí.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \left| \omega = kv_f \right| = \frac{d(kv_f)}{dk} = v_f + k\frac{dv_f}{dk}$$
$$\left| k = \frac{2\pi}{f} => dk = -\frac{2\pi}{\lambda^2}d\lambda \right|$$
$$v_g = v_f - \lambda\frac{dv_f}{d\lambda}$$

65. Jak je definována normální a anomální disperze?

Pro anomální disperzi platí: $v_g>v_f$

Pro normální disperzi: $v_g < v_f$

66. Jak souvisí komplexní vlnové číslo, resp komplexní kmitočet, s disipací energie vlnění?

$$\omega = \omega(k) = \hat{\omega} = \omega + \cos j\alpha$$

$$k = k(\omega) => \hat{k} = k - j\beta$$

Kde : $\hat{\omega}$ je komplexní kruhový kmitočet, \hat{k} je komplexní vlnové číslo

$$\hat{u}(x,t) = \hat{A}e^{j(\omega t - \hat{k}x)} = \hat{A}e^{j(\omega t - kx + \beta x)} = \hat{A}e^{-\beta x}e^{j(\omega t - kx)} \quad (\hat{A}e^{-\beta x} - prostorove \ tlumeni)$$

$$\hat{u}(x,t) = \hat{A}e^{j(\hat{\omega}t - kx)} = e^{-\alpha t}\hat{A}e^{j(\omega t - kx)}$$

13

67. Jak je definován akustický tlak, akustická rychlost? Jak se počítá hladina akustického tlaku?

Akustický tlak: změny tlaku vzduchu při šíření akustické vlny.

Akustická rychlost je rychlost uspořádaného kmitání částic prostředí kolem střední polohy při vlnění.

Hladina akustického tlaku:

$$L_p = 20log\left(\frac{p'}{p_0}\right)$$

kde:

$$p_0$$
 - (2.10^{-5} Pa)

p'- akustický tlak

68. Odvoď te vlnovou rovnici pro akustický tlak a akustickou rychlost.

Eulerova rovnice bez uvažování objemových sil:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial \vec{t}} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \right] = -\vec{\nabla} p \Rightarrow \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial \vec{t}} = -\vec{\nabla} p' \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \cdot \vec{v}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \vec{v} = 0$$
 (2)

stavová rovnice $p = p(\rho) \Rightarrow$ adiabatické děje $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\varkappa}, p = p(\rho) = \frac{p_0}{\rho_0^{\varkappa}} \rho^{\varkappa}$ (3)

Taylor:

$$p = p(\rho_0) + \frac{dp}{d\rho} \Big|_{\rho = \rho_0} (\rho - \rho_0) + \dots$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{p_0^{\varkappa}}{\rho_0^{\varkappa}} \rho^{\varkappa - 1}$$

$$\frac{dp}{d\rho} \Big|_{\rho = \rho_0} = \frac{p_0^{\varkappa}}{\rho_0} = c^2 \Rightarrow p = p_0 c^2 (\rho - \rho_0)$$

$$p - p_0 = c^2 (\rho - \rho_0) \Rightarrow |p - p_0 = p'; \rho - \rho_0 = \rho'| \Rightarrow p' = c^2 \rho$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \vec{v} = 0$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \vec{v} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{-1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p'}{\partial t}$$

$$|\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} (\vec{\nabla} \vec{v}) = -\nabla^2 p'$$

Po dosazení:

$$-\frac{\rho_0}{\rho_0 c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = -\nabla^2 p'$$

$$\nabla^2 p' = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2}$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p' \mid_{\frac{\partial}{\partial t}} \qquad \qquad \begin{vmatrix} -\rho_0 c^2 \vec{\nabla} \vec{v} = \frac{\partial p'}{\partial t} & |\vec{\nabla} \vec{v}| \\ -\rho_0 c^2 \nabla^2 \vec{v} = \nabla^2 \frac{\partial p'}{\partial t} & -\rho_0 c^2 \nabla^2 \vec{v} = \nabla^2 \frac{\partial p'}{\partial t} \end{vmatrix}$$

Dosadíme:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \rho_0 c^2 \nabla^2 \vec{v}$$
$$\nabla^2 \vec{v} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2}$$

69. Jaký je rozdíl mezi podélnou a příčnou akustickou vlnou? Jaký typ akustické vlny se šíří v tekutinách?

Při podélném vlnění je amplituda kmitů rovnoběžná se směrem šíření vlny.

Při **příčném** vlnění je amplituda kmitů kolmá na směr šíření vlny.

V tekutinách se šíří pouze **podélné** vlnění.

70. Odvoď te z Maxwellových rovnic telegrafní rovnice pro intenzitu elektrického pole a pro vektor magnetické indukce. Za jakých podmínek přejde telegrafní vlnová rovnice v kanonickou vlnovou rovnici?

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \times H = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
nechť je vodivé $\rightarrow \rho = 0$

Výchozí rovnice:

$$\begin{array}{rcl} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} & = & 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} & = & -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} & = & 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} & = & \gamma \mu \vec{E} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array}$$

Pro vektor magnetické indukce:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu \gamma \vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \mu \gamma \vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E})$$

$$-\nabla^2 B^2 = -\mu \gamma \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) + \mu \epsilon \left(-\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right)$$

$$\nabla^2 B^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \mu \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Pro intenzitu elektrického pole:

$$\begin{split} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) &= \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \\ \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} &= -\mu \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\delta t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= \mu \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{split}$$

71. Odvoď te disperzní relaci elektromagnetické vlny šířící se vodivém prostředím.

$$\nabla^{2}\vec{E} - \mu\gamma \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^{2}\vec{E}}{\partial t^{2}} = \vec{0}$$

$$\vec{E} = Re[\vec{E}] \qquad \vec{k} = (kx, ky, kz) = \vec{n_{0}}k$$

$$\vec{E} = \tilde{E_{0}}e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \qquad k = \sqrt{k^{2}x + k^{2}y + k^{2}z}$$

 $|j\omega = j\omega \tilde{\vec{E}}|$

Dosazení:

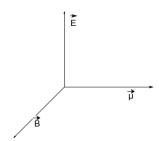
enf:
$$\begin{split} |j\omega = j\omega E \\ \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} &= \tilde{E_0} e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \\ \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} &= -\omega^2 \tilde{E} \\ \frac{\partial \tilde{E_0}}{\partial x} &= -jkx\vec{E} \\ \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} &= -kx^2 \vec{E} \\ \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} &= -kx^2 \vec{E} \\ \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} &= -kx^2 \vec{E} \\ -k^2 \tilde{E} &= -\mu\gamma j\omega \tilde{E} = \vec{0} \\ (-k^2 - j\mu\gamma\omega + \mu\epsilon\omega^2) \tilde{E} &= \vec{0} \end{split}$$

Po úpravě dostáváme:

$$k^2 = \mu \epsilon \omega^2 - i\mu \gamma \omega$$

72. Napište vztah mezi intenzitou elektrického pole, vektorem magmetické indukce a jednotkovým vektorem šíření rovinné elektromagnetické vlny. Graficky tento vztah znázorněte.

$$\vec{E} = -c(\vec{\mu} \times \vec{B})$$



73. Je rovinná elektromagnetická vlna vlnou podélnou, nebo příčnou? Napište vztah, ze kterého plyne odpověď na tuto otázku.

$$\vec{E} = -c(\vec{\mu} \times \vec{B})$$

Vektory jsou na sebe kolmé => jedná se o vlnu příčnou.

74. Čemu se rovná index lomu pro nemagnetická prostředí?

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

kde:

 ϵ - permitivita prostředí

 ϵ_0 - permitivita vakua

75. Co chápeme pod pojmem polarizace vlny? Jaké druhy polarizace rozeznáváme?

Polarizace popisuje, jak je u vlnění orientován vektor intenzity elektrického pole. Polarizaci rozeznáváme: kruhovou, eliptickou a lineární

76. Napište polarizační rovnici a podmínky pro jednotlivé druhy polarizace.

Polarizační rovnice:

$$\left(\frac{E_x}{E_{x_0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y_0}}\right)^2 - 2\frac{E_y E_x}{E_{x_0} E_{y_0}} cos\varphi = sin^2 \varphi$$

Eliptická polarizace za podmínky:

$$E_x = E_{x_0} cos(\omega t - k_2)$$

$$E_y = E_{y_0} cos(\omega t - k_2 + \varphi)$$

Kruhová polarizace pokud:

$$E_{x_0} = E_{y_0}$$

$$\varphi = (2m+1)\frac{\pi}{2} \qquad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Lineární polarizace: $\varphi=m\pi$ kde m = 0, 1, 2, 3, ... nebo jedna složka je rovna nule.

77. Co chápeme pod pojmem interference vlnění? Jak je definována intenzita světla?

Interference znamená vzájemné ovlivňování, prolínání nebo střetání vlnění.

Intenzita světla je světelný tok procházející příčným průřezem plochy zdroje. $I = \langle \vec{S}(\vec{r},t) \rangle$

78. Napište vztah pro intenzitu světla dvou rovinných lineárně polarizovaných harmonických vln s časově proměnnou počáteční fází. Dále ukažte, jak se redukuje tento vztah pro zcela koherentní a zcela nekoherentní vlny. Co chápeme pod pojmem koherence vlnění?

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \int_0^{t_0} \cos[k(l_2 - l_1) + \varphi_2(t) - \varphi_1(t)] dt$$

Pro nekoherentní:

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2$$

Pro koherentní:

$$\left\langle I\right\rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}cos\alpha cosk(l_2-l_1)$$

Koherence je vlastnost světla vytvářet stacionární interferenční strukturu; souvislost vlnění vycházejích buď ze dvou různých míst na povrchu zářícího tělesa nebo vlnění vycházejícího z jednoho místa avšak s časovým odstupem

79. Nalezněte podmínky pro maxima a minima při interferenci dvou shodně polarizovaných vln mající stejnou amplitudu.

Maximum: $\Delta l = m\Delta \lambda$

Minimum: $\Delta l = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

80. Co chápeme pod pojmem koherenční délka. Napište vztah pro koherenční délku, a jaká musí být splněna podmínka pro dráhový rozdíl, aby bylo možné považovat dvě vlny ještě za koherentní.

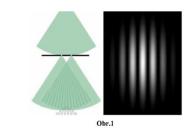
Koherenční délka udává největší dráhový rozdíl, při němž je ještě světlo daného zdroje schopno interference.

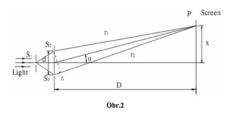
$$l_c = c\tau_c$$

Dráhový rozdíl musí být menší, než koherenční délka.

81. Nakreslete obrázek, který schématicky popisuje Youngův pokus. Odvoď te podmínky pro interferenční maxima a minima u interferenčního obrazce pozorovaného u Youngova pokusu.

Pro dráhový rozdíl světla v rovině stínítka umístěného ve vzdálenosti D od dvouštěrbiny platí:





$$\delta = r_2 - r_1 \approx ssin\theta \approx dtan\theta = d\frac{x}{D}$$

Pro dráhový rozdíl u tmavých interferenčních proužků (interferenčních minim) tedy platí:

$$\delta = d\frac{x}{D} = \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Pro dráhový rozdíl u světlých interferenčních proužků(maximum):

$$\delta = d\frac{x}{D} = \pm k\lambda$$

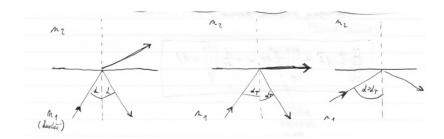
18

82. Napište zákon odrazu a lomu pro vlnu.

Zákon odrazu:

Úhel odrazu je roven úhlu dopadu, přičemž odražené vlnění zůstává v rovině dopadu.

Zákon lomu:



úhel lomu a úhel dopadu splňuje vztah $n_1 sin\alpha_1 = n_2 sin\alpha_2$ a rovina lomu je totožná s rovinou dopadu.

83. Co nám vyjadřují Fresnelovy vzorce? Napište vztah pro výpočet Brewsterova úhlu. Co se stane se světlem dopadajícím na rozhraní dvou dielektrik pod Brewsterovým úhlem?

Fresnelovy vzorce udávají intenzitu odraženého a lomeného světla.

Bresterův úhel:

$$\alpha_B = arctg \ n$$

Odražená vlna bude lineárně polarizovaná v rovině kolmé k dopadu.

84. Odvoď te podmínku pro totální odraz.

Velikost mezního úhlu pro dané rozhraní můžeme určit na základě Snellova zákona lomu, do něhož dosadíme $\beta=90^\circ$

$$n_1 sin \alpha_m = n_2 sin 90^\circ = n_2$$

a proto

$$sin\alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$$

85. Odvoď te vztahy pro interferenční maxima a minima pro dvousvazkovou interferenci na tenké vrstvě.

Maximum pro odraženou vlnu:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

Minimum pro odraženou vlnu:

$$2d\sqrt{n^2-sin^2\alpha}-\frac{\lambda}{2}=(2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

Maximum pro prostou vlnu:

$$2d\sqrt{n^3 - \sin^2\alpha} = m\lambda$$

Minimum pro prostou vlnu:

$$2d\sqrt{n^3 - \sin^2\alpha} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

86. Co rozumíme difrakcí? Napište Helmholtzovu rovnici. Co nám říká Kirchhoffova okrajová podmínka?

Jev, který se projevuje tím, že se světlo vyskytuje v místech geometrického stínu vytvořeného překážkou. Způsobuje tedy odklon vlny od jejího přímočarého šíření.

Helmhotzova rovnice:

$$\nabla^2 \hat{A}(\vec{r}) + k^2 \hat{A}(\hat{r}) = 0$$

Kirchhoffovy okrajové podmínky předpokládají, že v nepropustné části stínítka je funkce ψ i její derivace ve směru normály rovna nule, kdežto v propustné části je táž, jakoby nepropustných částí nebylo.

87. Napište znění Huygensova – Fresnelova principu. Napište Kirchhoffův – Fresnelův integrál spolu s vysvětlujícím obrázkem.

Každý bod každé vlnoplochy můžeme považovat za zdroj elementárního vlnění, které se z něho šíří ve vlnoplochách.

Kirchhoffův-Fresnelův integrál:

$$d\hat{A}(P) = \frac{1}{j\lambda}\hat{A}_0(M)K(E)\frac{e^{jkr}}{R}dS$$

$$\hat{A}(P) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{S_0} \hat{A}_0(M) K(\theta) \frac{e^{jkr}}{r} dS$$

Kde:

 $\hat{A}(P)$ - amplituda jakékoliv veličiny

 $\hat{A}_0(M)$ - amplituda primární vlny v bodě M

K(E) - inklinační faktor

88. Jaké jsou podmínky pro pozorování Fraunhoferovy difrakce? Odvoď te vztah pro intenzitu světla na stínítku pro Fraunhoferovu difrakci na jednorozměrné štěrbině.

Fraunhoferova difrakce vzniká při hodně veliké vzdálenosti od štěrbiny k rovině pozorování (stínítku).

Vztah pro intenzitu světla:

$$\begin{split} d\hat{A}(P) &= -\frac{j}{\lambda}\hat{A}\frac{e^{jkr(x)}}{r}dS = -\frac{j}{\lambda}\hat{A}a\frac{e^{jk(r_0+ysin\theta)}}{r_0+xsin\theta}dx \approx (predpoklad:r_0 >> xsin\theta) \approx -\frac{j}{\lambda}\hat{A}a\frac{e^{jk(r_0+ysin\theta)}}{r_0}dx = \\ &= -\frac{j}{\lambda}\hat{A}a\frac{e^{jkr_0}}{r_0}\int_0^b e^{jkxsin\theta}dx = \left| \begin{array}{cc} x = t + \frac{b}{2} & 0 > -\frac{b}{2} \\ dt = dx & b > \frac{b}{2} \end{array} \right| = \frac{-j}{\lambda}\hat{A}a\frac{e^{jk(r_0+\frac{3}{2}sin\theta)}}{r_0}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{jktsin\theta}dt = \hat{B}\frac{\left[e^{jktsin\theta}\right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}}{jksin\theta} = \\ &= \frac{\hat{B}}{jksin\theta}(e^{jk\frac{b}{2}} - e^{-jk\frac{b}{2}sin\theta}) = \frac{\hat{B}}{ksin\theta}2sin\frac{1}{2}bksin\theta = \hat{B}\frac{sin\beta}{\beta} \\ &I = \frac{1}{2Z}\hat{A}(P)\hat{A}^*(P) = I_0\frac{sin^2\beta}{\beta^2} \end{split}$$

89. Za jakých podmínek je možné použít geometrickou optiku? Co chápeme pod pojmem světelný paprsek. Jak je definována optická dráha? Jaký je rozdíl mezi geometrickou a optickou dráhou?

Rozměry uvažovaných objektů jsou mnohonásobně větší než vlnová délka

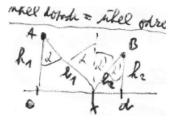
Paprsek je křivka, která je v izotropním prostředí kolmá k vlnoplochám a její tečna v daném místě ukazuje směr šíření.V homogenním izotropním prostředí představují paprsky přímky.

Opt. Dráha je dráha, kterou by urazilo světlo ve vakuu za stejný čas jako v prostředí o daném indexu lomu n.

90. Jak zní Fermatův princip? Na základě Fermatova principu odvoď te zákon odrazu a zákon lomu.

Fermatův princip říká, že světlo se šíří po takových paprscích, že dráhu mezi dvěma body urazí za nejkratší čas.

Zákon odrazu:



$$t = t_1 + t_2 = \frac{l_1}{v_f} + \frac{l_2}{v_f} = \frac{\sqrt{x^2 + k^2}}{v_f} + \frac{\sqrt{(d - x)^2 + k_2^2}}{v_f}$$
$$\frac{dt}{dx} = \dots = 0 \Rightarrow \frac{x}{l_1} = \frac{d - x}{l_2}$$
$$\sin\alpha = \sin\alpha'$$

Zákon lomu:

$$\begin{split} s_1 &= \sqrt{a^2 + x^2}; \ s_2 = \sqrt{b^2 + (d - x)^2} \\ t(x) &= \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{b^2 - (d - x^2)^2}}{\sqrt{b^2 - (d - x^2)^2}} \\ \frac{dt(x)}{dx} &= \frac{2x}{c_1 2\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{2(d - x)}{c_2 2\sqrt{b^2 + (d - x)^2}} = \frac{1}{c_1} \frac{x}{s_1} - \frac{1}{c_2} \frac{d - x}{s_2} = \frac{\sin\alpha}{c_1} - \frac{\sin\beta}{c_2} = 0 \\ \frac{\sin\alpha}{c_1} &= \frac{\sin\beta}{c_2} \quad \bigg/ c_0 \\ \frac{c_0}{c_1} \sin\alpha &= \frac{c_0}{c_1} \sin\beta \\ n_1 \sin\alpha &= n_2 \sin\beta \end{split}$$

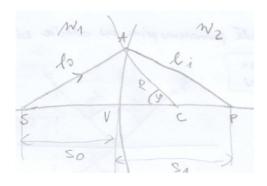
91. Co je optická soustava, skutečný a zdánlivý obraz?

Optická soustava je soubor optických prvků a jejich rozhraní zpracovávající dopadající světlo.

Skutečný obraz lze promítnout na stínítko. Zdánlivý obraz není možno promítnout na stínítko.

92. Co chápeme pod pojmem parciální aproximace? Odvoď te Gaussovu a Newtonovu zobrazovací rovnici pro lom na kulové ploše. Co je to ohnisková vzdálenost? Jak je definováno příčné zvětšení?

Gaussova zobrazovací rovnice:



$$l_o^2 = R^2 + (S_o + R)^2 - 2R(S_o + R)\cos\varphi$$

$$l_i^2 = R^2 + (S_i + R^2)^2 - 2R(S_i - R)\cos(\pi - \varphi)$$

$$OPD = n_1 l_o + n_2 l_i = n_1 \sqrt{R^2 + (S_o + R)^2 - 2R(S_o + R)\cos\varphi} + n_2 \sqrt{R^2 + (S_i - R)^2 + 2R(S_i - R)\cos\varphi}$$

Fermat:
$$\frac{dOPD}{d\varphi} \quad \stackrel{!}{=} \quad 0$$

$$\frac{dOPD}{d\varphi} = n_1 \frac{R(S_o + R)sin\varphi}{l_o} - n_2 \frac{R(S_i + R)}{l_i} \quad \stackrel{!}{=} \quad 0$$

$$\frac{n_1(R + S_o)}{l_o} - \frac{n_2(S_i - R)}{l_i} = 0 \Rightarrow \frac{n_1S_o}{l_o} + \frac{n_1R}{l_o} - \frac{n_2S_i}{l_i} + \frac{n_2R}{l_i} = 0$$

paralaxiální aproximace(paprsky v blízkosti optické osy

$$\begin{split} l_o \approx \sqrt{R^2 + (S_o + R)^2 - 2R(S_o + R)} &= \sqrt{2R^2 + 2RS_o + S_o^2 - 2R^2 - 2RS_o} = S_o \\ l_i \approx &= \sqrt{R^2 + (S_i + R^2)^2 - 2R(S_i - R)} = S_i \\ n_1 + \frac{n_1}{S_o}R - n_2 + \frac{n_2}{S_i}R = 0 \\ \frac{n_1}{S_o} + \frac{n_2}{S_i} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ \text{lik } S_i = f_i, \ P = F_i \\ \frac{n_1}{S_o} + \frac{n_2}{S_i} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \end{split}$$

a)
$$S_o \to \infty$$
 pak $S_i = f_i$, $P = F_i$

$$\frac{1}{1} \frac{1}{n_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

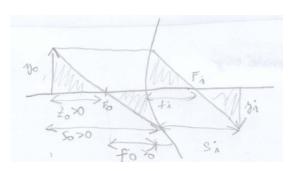
b)
$$S_i \to \infty$$
 pak $S_o = f_o$, $S \equiv F_o$

$$f_0 = \frac{n_1}{S_o} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R$$

Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{\frac{n_1}{n_2 - n_1}R}{S_o} + \frac{\frac{n_2}{n_2 - n_1}R}{S_i} = 1 \Rightarrow \frac{f_o}{S_o} + \frac{f_i}{S_i} = 1$$

Newtonova zobrazovací rovnice:



a)
$$\frac{y_o}{S_o - f_o} = -\frac{y_i}{f_o} \Rightarrow \beta = -\frac{f_o}{S_o - f_o}$$

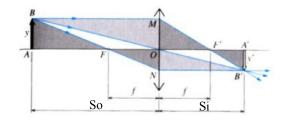
b)
$$-\frac{y_o}{S_i - f_i} = -\frac{y_o}{f_i} \Rightarrow \beta = -\frac{S_{i-f_i}}{f_i}$$

$$Z_o = S_o - f_o \qquad \frac{f_o}{S_o - f_o} = \frac{S_i - f_i}{f_i}$$

$$Z_i = S_i - f_i$$
 $\frac{f_o}{Z_o} = \frac{Z_i}{f_i} \Rightarrow Z_o Z_i = f_o f_i$ - Newtonova zobrazovací rovnice

93. Napište Gaussovu a Newtonovu zobrazovací rovnici tenké čočky. Jak je definována její optická mohutnost?

Gaussova zobrazovací rovnice:



$$\frac{1}{S_0} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f}$$

Newtonova zobrazovací rvonice:

$$qq' = f^2$$

kde:

q je vzdálenost předmětu od ohniska

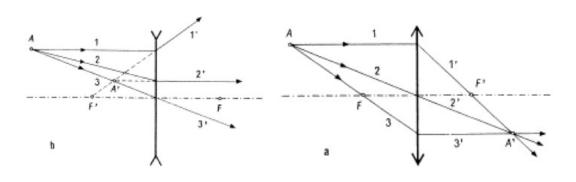
q' vzdálenost obrazu od ohniska

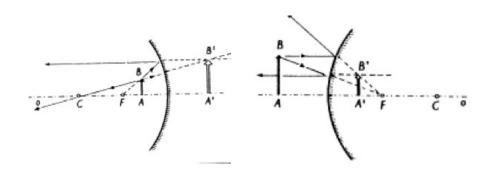
94. Napište Gaussovu zobrazovací rovnici kulového zrcadla.

$$\frac{f_0}{S_0} + \frac{f_i}{S_i} = 1$$

95. Pro kulovou plochu, pro tenkou čočku a kulové zrcadlo proveďte základní grafické konstrukce zachycující skutečné a zdánlivé obrazy.

pro čočku: pro zrcadlo:





96. Jak je definován zářivý tok, intenzita vyzařování, pohltivost a emisivita? Co je to absolutně černé těleso?

Zářivý tok popisuje Energii procházející určitou plochou za jednotku času.

$$\phi = \frac{dE}{dt}$$

Intenzita vyzařování zdroje je definována jako podíl zářivého toku a elementární plošky na povrchu toho zdroje.

$$M_e = \frac{d\phi_e}{dS}$$

Pohltivost je definována jako poměr pohlceného a dopadajícího zářivého toku.

$$\alpha = \frac{Q_a}{Q_i}$$

 Q_a - absorbovaný; Q_i - dopadající

Emisivita je poměr intenzity vyzařování daného tělesa vůči intenzitě vyzařování absolutně černého tělesa.

$$\epsilon = \frac{M_e}{M_e^0}$$

 M_e^0 intenzita vyzařování absolutně černého tělesa.

Absolutně černé těleso je ideální těleso, které pohlcuje veškeré dopadající záření.

97. Zapište matematicky Kirchhoffův zákon vyzařování. Jaký je vztah mezi intenzitou vyzařování a objemovou hustotou energie tepelného záření? Co je to tepelné záření?

$$\frac{M_e}{\alpha} = f(T)$$

vztah mezi intenzitou vyzařování a objemovou hustotou energie tepelného záření:

$$M_e = \frac{d\phi_e}{dS}$$

Tepelné záření je elektromagnetické záření o vlnové délce větší než $700\eta m$ a kratší než 1mm.

98. Napište Planckův vyzařovací zákon absolutně černého tělesa, zakreslete jeho průběh a z Planckova vyzařovacího zákona odvoď Raygleighův – Jeansův a Wienův vyzařovací zákon. Co chápeme pod pojmem ultrafialová katastrofa? V čem se lišil přístup při odvození Raygleighova – Jeansova a Planckova vyzařovacího zákona?

Planckův vyzařovací zákon absolutně černého tělesa:

$$w_{\nu} = \frac{8\pi h \nu^3}{c_0^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

kde:

h - Planckova konstanta

 c_0 - rychlost světla ve vakuu

 ν - frekvence vyzařování

T - teplota absolutně černého tělesa

Raygleighův – Jeansův vyzařovací zákon:

Pro $h\nu \ll k_BT$ provedeme aproximaci: $e^{\frac{h\nu}{k_BT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{k_BT}$ a dostaneme:

$$w_{\nu} = \frac{8\pi h \nu^3}{c_0^3} k_B T$$

Wienův vyzařovací zákon:

Pro $h\nu >> k_BT$ provedeme aproximaci: $e^{\frac{h\nu}{k_BT}}-1\approx e^{\frac{h\nu}{k_BT}}$ a dostaneme:

$$w_{\nu} = \frac{8\pi h \nu^3}{c_0^3} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$$

Ultrafialová katastrofa je důsledek Raygleighův-Jeansova vyzařovacího zákona, při kterém pro vyšší frekvence záření Intenzita záření dosahuje nekonečna.

Planck kvantoval energii příslušného stavu pole podle vztahu:

$$E'_n = h\nu(n+m), \quad n = 1, 2, 3 \dots, \quad h - Planckovakonstanta$$

99. Z Planckova vyzařovacího zákona odvoď te Wienův posunovací zákon.

$$w_{\nu} = \frac{8\pi h \nu^3}{c_0^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}$$

$$\Rightarrow h\nu \gg k_B T \Rightarrow e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1 \approx e^{\frac{h\nu}{k_BT}} \Rightarrow w_{\nu} = \frac{2\pi h \nu^3}{c_0^3} e^{\frac{-h\nu}{k_BT}}$$

$$\Rightarrow \frac{dw_{\nu}}{d\nu} \stackrel{!}{=} 0 \quad \left| \frac{h\nu}{k_BT} = x \right|$$

$$w_x = \frac{8\pi k_b T^3}{c_0^3 h^2} = \frac{x^3}{e^x - 1} \Rightarrow \frac{dw_x}{dx} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{x^3}{e^x - 1} \right) = \frac{3x^3 (e^x - 1) - x^3 e^x}{(e^x - 1)^2} = 0$$

$$3x^3 (e^x - 1) - x^3 e^x = 0 \Rightarrow \chi_{ma} \cong 2, 8$$

$$x_{max} = \frac{h}{k_B T} \nu_{max} \Rightarrow \nu_{max} = \frac{k_B x_{max}}{h} T$$

$$\nu_{max} = c_{\nu} T$$

$$\lambda_{max} = \frac{c\lambda}{T} \rightarrow \text{Wiennův posunovací zákon}$$

100. Z Planckova vyzařovacího zákona odvoď te Stefanův – Boltzmannův zákon pro intenzitu vyzařování.

$$\begin{split} w(T) &= \int_0^\infty w_\nu(\nu,T) d\nu = \int_0^\infty \frac{8\pi\nu^2}{c_0^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1} d\nu \\ & \left| x = \frac{h\nu}{k_BT} \right| dx = \frac{h}{k_BT} d\nu \right| \\ & w(T) = \frac{8\pi k_B^4 t^4}{h^3 c_0^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^3 - 1} dx \\ & \int_0^\infty \frac{x^3}{e^3 - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \Rightarrow w(T) = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15h^3 c_0^3} T^4 \\ & M_e^0 = \frac{d\Phi_e}{dS} = \frac{c_0 w}{4} = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c_0^2} T^4 \Rightarrow M_e^0 = \sigma T^4 \end{split}$$

obecnější tvar:

$$M_e = \varepsilon \sigma T^4$$

101. Co je to fotoelektrický jev? Napište vztah pro kinetickou energii emitovaných elektronů. Odvoď te vztah mezi hybností fotonu a vlnovou délkou elektromagnetické vlny. Čemu se rovná kvantum energie?

Fotoelektrický jev je jev, při kterém jsou elektrony uvolňovány z látky v důsledku absorpce elektromagnetického záření.

Kvantum energie: $E_k = hv$

102. V čem spočívá Comptonův jev?

Comptonův jev je děj, při kterém se po srážce elektromagnetického záření s atomy pevné látky mění vlnová délka záření v důsledku předání části své energie atomům, nebo jejich elektronům.

103. Jaký byl hlavní nedostatek planetárního modelu atomu? Jak zní Bohrovy postuláty?

Elektricky nabité částice obíhající po kruhové dráze musejí vyzařovat elektromagnetickou energii a po nějakém čase by spadly do jádra.

Bohrovy postuláty:

- 1. Elektrony se pohybují po kružnicích
- 2. Při přechodu z jedné kružnice na druhou elektron vyzáří nebo pohltí právě jeden foton.
- 3. Jsou dovoleny ty trajektorie, jejichž moment hybnosti je n h^* , kde n = 1, 2, 3 ...

104. Odvoďte vztah pro poloměry přípustných kruhových drah v Bohrově modelu? Odvoďte vztah pro energie odpovídajících jednotlivým přípustným kruhovým drahám elektronu. Odvoďte vztah vyjadřující vlnové délky vyzařované atomem vodíku při přechodu mezi zvolenými energetickými stavy.

Vztah pro poloměr:

Coulumbova síla:
$$F_c=krac{e^2}{r^2},\,k=rac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Moment hybnosti elektronu: $L = m_e v r = h^* n$, kde $n = 1, 2, 3, \ldots$ a $h^* = \frac{h}{2\pi}$

$$F_d = \frac{m_e v^2}{r}$$

$$F_c = F_d$$

$$k \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} = \frac{m_e^2 v^2 r^2}{m_e r} = \frac{n^2 h^*}{m_e r}$$

$$r_n = \frac{h^*}{m_e k e} n^2 = a_0 n^2$$

kde: $a_0 = 0,529.10^{10} m$ je Bohrův poloměr

Energie:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{ke^2 m_e ke^2}{h^* n^2} = -\frac{1}{2} \frac{m_e k^2 e^4}{h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6[eV]}{n^2}$$

Vlnová délka:

$$\Delta E = \frac{2\pi h^* c}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\Delta E}{2\pi h^* c} = \frac{m_e k^2 e^4}{4\pi h^{*3} c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

kde: $R=1,097\cdot 10^7 m^{-1}$ je Rydbergova konstanta

105. Napište vztah pro vlnovou délku materiálových vln a napište vztah mezi obvodem dovolených kruhových drah v Bohrově modelu a vlnovou délkou materiálové vlny.

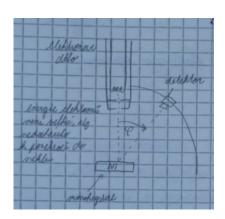
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$2\pi r_n = n\lambda$$

$$2\pi v r_n = n\frac{h}{p} = \frac{nh}{m_e v}$$

$$m_e v r_n = nh^*$$

106. Popište Davissonův – Germerův experiment a ukažte, jak potvrzuje existenci materiálových vln.



Urychlovací napětí U = 54 V.

$$\frac{1}{2}m_ev^2=eU$$

$$v=\sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m_ev}=\frac{h}{\sqrt{2em_eU}}\cong 1,67.10^{-10}m$$

Na základě výše uvedeného můžeme tedy vyslovit závěr, že elektrony vykazují při rozptylu na krystalu niklu vlnové chování.

28

107. Naznačte heuristický způsob odvození Schrödingerovy rovnice.

Vyšel z
:
$$\nabla^2\Psi=\frac{1}{c_0}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$$

Za podmínky $v \ll c_0$ můžeme psát $E = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r},t)$ s využitím vztahů $E = \hbar \omega$ a $p = \hbar k$:

$$\hbar\omega = \hbar^2 \frac{k^2}{2m} + U(\vec{r}, t)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -j\omega\Psi; \, \nabla^2 \Psi = k^2 \Psi$$

$$-j\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{h}{2m}\nabla^2\Psi + U(\vec{r},t)\Psi$$

108. Napište standardní podmínky, které musí splňovat vlnová funkce.

- všude spojitá i se svými 2mi derivacemi
- je jednorozměrná
- je omezená
- (je normovaná $\int \int \int \psi \psi^* dV = 1$)

109. Napište Bornovu interpretaci vlnové funkce.

Max Born interpretoval vlnovou funkci jako:

$$|\psi|^2 dV = \psi \psi^* dV$$

kde: $\psi \psi^*$ je hustota pravděpodobnosti.

Udává pravděpodobnost, že se elektron nachází v elementu objemu, jenž je umístěn do místa o polohovém vektoru \vec{r} v čase t.

normovací podmínka:

$$\int \int \int \psi \psi^* dV = 1$$

110. Proveď te odvození bezčasové Schrödingerovy rovnice pomocí metody separace.

Vyjdeme ze stacionární Schrödingerovy rovnice:

$$j\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U(\vec{r})\psi$$

Požadujeme, aby se levá strana rovnice rovnala pravé straně. V tom případě se musí levá i pravá strana rovnat stejné separační konstantě.

Pro pravou stranu dostáváme:

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\varphi(\vec{r})} \nabla^2 \varphi(\vec{r}) + U(\vec{r}) = E \quad (sep.konstanta)$$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \varphi(\vec{r}) + U(\vec{r}) \varphi(\vec{r}) = E \varphi(\vec{r})$$

29

což je bezčasová Schrödingerovy rovnice.

111. Dokažte, že hustota pravděpodobnosti pro výskyt částice nezávisí na čase.

$$\psi(\vec{r},t) = \phi(\vec{r})f(t) = \phi(\vec{r})e^{-\frac{j}{\hbar}Et}$$

hustota pravděpodobnosti:

$$|\psi(\vec{r},t)|^2 = \psi(\vec{r},t)\psi^*(\vec{r},t) = \varphi(\vec{r})e^{-\frac{j}{\hbar}Et}\varphi^*(\vec{r})e^{-\frac{j}{\hbar}Et} = \varphi(\vec{r})\varphi^*(\vec{r}) = |\varphi(\vec{r})|^2$$

112. Napište vlnovou funkci pro volnou částici a ukažte, že je řešením Schrödingerovy rovnice.

$$\psi = \psi_0 e^{j(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

113. Napište, co chápeme pod pojmem operátor, vlastní funkce a vlastní hodnota operátoru, jak je definován skalární součin funkcí, ortogonalita funkcí, jak je definován hermitovský operátor a jaké má vlastnosti, jak je definován komutátor.

Operátor matematický předpis, pomocí kterého přiřazujeme nějaké funkci z uvažované množiny jinou funkci z téže množiny.

 \hat{O} - operátor, $\hat{O}f=g$ - funkci f
 přiřazuje funkci g

 $\hat{O}f = \lambda f$ kde f je vlastní f
ce operátoru \hat{O} a λ je vlastní hodnota operátoru \hat{O} příslušící vlastní funkci f. Jeden operátor může mít nekonečně mnoho vlastních funkcí a vlastních hodnot.

Skalární součin je definován jako:

$$(f,g) = \int_{V} f^*gdV$$

když (f,g) = 0 pak jsou funkce f a g vzájemně ortogonální.

Komutátor:

$$[\hat{A},\hat{B}]=\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A} \ =0 \Rightarrow$$
operátory vzájemně komutují $\neq 0 \Rightarrow$ operátory spolu nekomutují

kde \hat{A} , \hat{B} jsou operátory.

hermitovský operátor \hat{O}_h splňuje vlastnost:

$$(\hat{O}_h f, g) = (f, \hat{O}_h g)$$
$$\hat{O}_h f = \lambda f$$

kde λ je vždy reálné číslo.

 \rightarrow jestliže máme více vlnových funkcí příslušících různým vlastním hodnotám, pak tyto vlnocé funkce jsou vzájemně ortogonální.

114. Napište postuláty kvantové mechaniky.

- 1. Veškerá informace o stavu kvantově mechanické částice je obsažena v její vlnové funkci.
- 2. Každé měřitelné fyzikální veličině připadá lineární harmonický operátor, který pracuje(operuje) na vlnové funkci.
- 3. Jediných hodnot, kterých může fyzikální veličina nabývat při jednotlivých měřeních jsou vlastní hodnoty jí příslušného operátoru.
- 4. Jestliže máme fyzikální veličinu jako funkci polohy a hybnosti, pak jí odpovídá operátor:

$$F = F(\vec{r}, \vec{p}) \rightarrow \hat{F} = F(\hat{\vec{r}}, \hat{\vec{p}})$$

5. Jestliže systém (částice) je popsán normovanou vlnovou funkcí ψ a měříme na systému fyzikálních veličin A, potom pro její střední hodnotu platí:

$$\langle A \rangle = (\psi, \hat{A}\psi) = \int_{V} \psi^* \hat{A}\psi dV$$

6. Jestliže meřením fyzikální veličiny A získáme hodnotu Ar, potom měřený systém přechází do stavu popsaného vlnovou(vlastní) funkcí ψ_n

$$\hat{A}\psi_n = A_n\psi_n$$

kde ψ_n je vlastní funkce operátoru A.

⇒ "kolaps vlnové funkce"

115. Jakou podmínku musí splňovat operátory, aby měly společné vlastní funkce?

Pokud $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$, tedy operátory spolu komutují, pak mají společné vlastní funkce. V opačeném případě, když spolu nekomutují, nemají společné vlastní funkce.

116. Napište operátory základních fyzikálních veličin známých z klasické mechaniky.

kinetická energie:

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$$

potenciální energie:

$$U = U(\vec{r}) - > \hat{U} = U(\vec{r}) = \hat{U} = \hat{U}(\vec{r})$$

celková energie:

$$H = T + U = > \hat{H} = \hat{T} + \hat{U} = -\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r})$$

momentová hybnost:

$$Lx = -j\hbar (y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y})$$

$$Ly = -j\hbar (z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z})$$

$$Lz = -j\hbar(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x})$$

117. Dokažte, zda vybrané operátory spolu komutují.

Například: Lze současně změřit hybnost a polohu?

$$\begin{split} [\hat{A},\hat{B}] &= \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \\ [\hat{x},\hat{p}_x]\psi &= -xj\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x} + j\hbar\frac{\partial(x\psi)}{\partial x} = -j\hbar x\frac{\partial\psi}{\partial x} + j\hbar x\frac{\partial\psi}{\partial x} + j\hbar\psi\frac{\partial x}{\partial x} = j\hbar\psi \end{split}$$

 $\Rightarrow [\hat{x}, \hat{p}_x] = j\hbar\psi \Rightarrow$ operátory spolu nekomutují, tudíž je nelze změřit současně.

118. Napište Heisenbergovy relace neurčitosti.

$$\Delta x \Delta p_x \ge \frac{\hbar}{2}$$

119. Nalezněte vlastní hodnoty a funkce hamiltoniánu pro případ částice uvězněné v jednorozměrné nekonečné potenciálové jámě.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = E\varphi(x)$$

$$U(x) = 0 \text{ pro } 0 < x < a$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \varphi = 0$$

$$\left| \frac{2mE}{\hbar^2} = k^2 \right|$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + k^2 \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \varphi(x) = A sinkx + B coskx$$

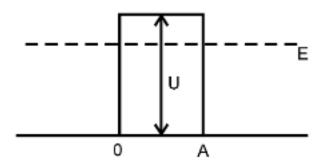
120. Vysvětlete tunelový jev

Tunelový jev je kvantový jev, při kterém částice porušují principy klasické fyziky tím, že prochází potenciálovou bariérou, jejíž energie je vyšší než energie samotné částice.

Podle klasické mechanicky by se taková částice měla od bariéry odrazit. Klasická mechanika neumožňuje průchod takové částice bariérou, to však neplatí v kvantové mechanice, kd je určitá pravděpodobnost, že se částici podaří projít skrz.

Pravděpodobnost:

$$\psi(x) = Ae^{\frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar^2}x} \quad x \in \langle 0; a \rangle$$



 $m \dots$ hmotnost částice

 $U\,\dots$ energie bariéry

 $E \dots$ energie částice

121. Ukažte, že dochází k disperzi vlnové funkce, a že vlnový balík se pohybuje rychlostí (grupovou) shodnou s rychlostí částice.

$$\begin{split} v_f &= \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar \omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{\sqrt{p^2 c_0^2 + m_0^2 c_0^2}}{p} = \frac{c_0 \sqrt{p^2 + m_0^2 c_0^2}}{p} = c_0 \sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c_0}{p}\right)^2} = c_0 \sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c_0}{\hbar k}\right)^2} \\ v_g &= \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\partial (k v_F)}{\partial k} = v_F + k \frac{d v_F}{d k} = \frac{c_0^2}{v_F} \\ v_F &= \frac{E}{p} = \frac{\gamma m_0 c_0^2}{\gamma m_0 v} = \frac{c_0^2}{v} \Rightarrow v_g = v(rychlost\ castice) \end{split}$$

to znamená, že dochází k disperzi vlnového balíku.

122. Napište Schrödingerovu rovnici pro atom vodíku. Ukažte, které operátory spolu komutují a jaké jsou jejich vlastní hodnoty, jakých hodnoty mohou nabývat. Jakými čísla je určena vlnová funkce elektronu vodíku?

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\varphi(\vec{r}) + U(\vec{r})\varphi(\vec{r}) = E\varphi(\vec{r})$$

Schrödingerovu rovnici vyjádříme pomocí operátorů:

•
$$\hat{H}\varphi = E\varphi$$

Operátor složky momentu hybnosti:

$$\bullet \ \hat{L}_z \varphi = L_z \varphi$$

Operátor kvadrátu velikosti:

$$\bullet \ \hat{L}^2\varphi = L^2\varphi$$

Komutují:

- $\bullet \ [\hat{H}, \hat{L}_z] = 0$
- $[\hat{H}, \hat{L}^2] = 0$
- $[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$

=> mají společné vlnové funkce

- $\hat{H}\varphi_{nem_s} = E_n\varphi_{nem_s}$
- $\hat{L}_z \varphi_{nem_e} = h^* me \varphi_{nem_e}$
- $\hat{L}^2 \varphi_{nem_e} = h^{*2} l(l+1) \varphi_{nem_e}$

$$E_n = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a_0 n^2}$$

Výsledná vlnová fce: R-radiální fce,Y-kulová fce

$$\varphi_{nem_e} = R_{em_e}(r)Y(\phi, \nu)$$

123. Nalezněte vztah pro velikost orbitálního magnetického dipólového momentu a jeho z-tovou složku pro případ elektronu vodíku. Jak je zaveden Bohrův magneton?

$$\mu_0 = IA = -c\frac{v}{2\pi r}\pi r^2 = -\frac{evr}{2} = \frac{-erm_e v}{2m_e} = -\frac{e}{2m_e}L$$

Pro jeho z-ovou složku platí:

$$\vec{\mu_0} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L} \Rightarrow \mu_{0z} = \frac{-e}{2m_e}L_z = -\frac{e}{2m_e}\hbar m_e = -\frac{e\hbar}{2m_e}m_e = -\mu_B m_e$$

kde:

$$-\frac{e\hbar}{2m_e} = \mu_B$$

je Bohrův magneton.

124. Co nám demonstruje Sternův-Gerlachův experiment? Jaké závěry byly postulovány na základě tohoto experimentu?

Sternův-Gerlachův experiment prokázal existenci prostorového kvantování magnetického momentu atomu.

125. Co chápeme pod pojmem spin, jakých hodnot nabývá vlastní moment hybnosti elektronu a jeho z-tová složka? Jak se liší spinová vlnová funkce od vlnové funkce, která je řešením Schrödingerovy rovnice?

Spin je vlastní moment hybnosti elektronu \vec{S} .

Velikost spinu pro elektron je $S = 0,866h^*$.

Jeho z-ová složka nabývá hodnoty: $\mu_{0z} = -2\mu_B m_s$.

Spinová vlnová rovnice má tvar: $\psi = \psi(x,y,z,S_z,t)$ kde $S_z = \pm \frac{\hbar}{2}$

126. Jaká rozlišujeme kvantová čísla, co chápeme pod pojmem jednoelektronová aproximace?

- n: hlavní kvantové číslo
- l: vedlejší kvantové číslo
- m_l : magnetické kvantové číslo
- m_s : magnetické spinové kvantové číslo

Jedno-elektronová aproximace:

127. Co jsou to nerozlišitelné částice, symetrická a antisymetrická vlnová funkce. Pro které skupiny částic se používá a pro které antisymetrické vlnové funkce.

Nerozlišitelné částice:

- zcela identické stejná vnitřní kvantová čísla
- $|\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)|^2 = |\Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1, t)|^2$

Symetrická vlnová funkce:

- $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1, t)$
- nemění znaménko při permutaci
- třída částic bozony(foton,pion)

Antisymetrická vlnová funkce:

- $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = -\Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1, t)$
- mění znaménko při permutaci
- třída částic fermiony p^1, n^-, e

128. Pomocí antisymetrické funkce vysvětlete Pauliho vylučovací princip. Jaké je jeho znění pro elektrony v atomech?

V témže atomu se nemohou vyskytovat elektrony se stejnými kvantovými čísly jestliže musíme soustavu tvořenou stejnými fermiony,potom se v ní nemůžou nacházet fermiony ve stejném stavu

129. Napište Schrödingerovu rovnici pro elektrony atomu hélia

$$\begin{split} \hat{H}\varphi(\vec{r}_1,\vec{r}_2) &= E\varphi(\vec{r}_1,\vec{r}_2) \\ \hat{H} &= -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla_2^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{|\vec{r}_1|} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{|\vec{r}_2|} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 \end{split}$$

 φ vyjádříme jako:

$$\varphi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \varphi_a(\vec{r}_1)\varphi_b(\vec{r}_2)$$

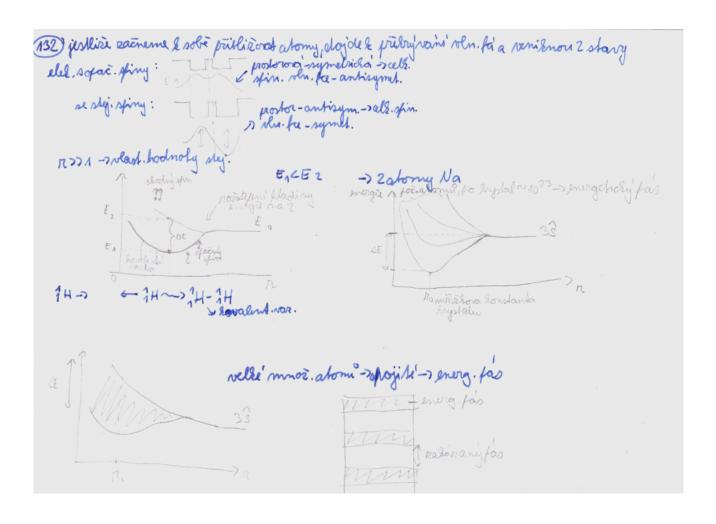
130. Popis elektronu v jádře atomů, jednoelektronová aproximace, slupky, podslupky a notace pro elektrony v jednotlivých podslupkách.

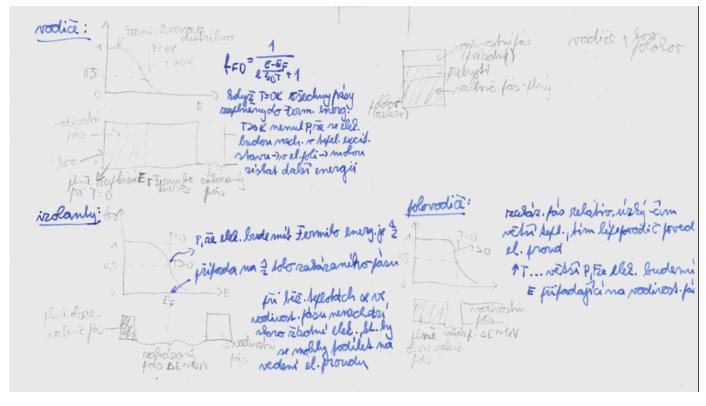
Popis elektronů v jádře atomů:

- elektrony na sebe vzájemně působí v atomu
- jednoelektronová aproximace elektron vidí jen jádro jen energie mezi jadernyma elektornama
- $\bullet\,$ 4 kvantová čísla každý elektron má svou jedinečnou konfiguraci Slupky:
- $\bullet\,$ tvoří elektron se stejným kvantovým číslem: n= 1(K),2(L),3(M),4(N),5(O) Podslupky:
- tvoří elektrony se stejnym orbital. kvant. číslem v rámci 1 slupky: l=0(s),1(p),2(d),3(f),4(g),5(h)Notace pro elektrony v jednotlivých slupkách:
- $\bullet \ n l^i$ i-počet elektronů v dané slupce
- maximální počet ve slupce: $2n^2$ podlupce: l(2l+1)
- 131. Vysvětlete pomocí kvantové mechaniky kovalentní vazbu.

2 atomy sdílí současně 1 valenční elektron => molekula a vazba (H_2, Cl_2)

132. Vysvětlete vznik energetických pásů u pevných látek. Pomocí teori energetických pásů vysvětlete chování vodičů.





133. Uveďte vztah pro Fermiho-Diracovu distribuci, zakreslete její průběh.

$$f_{FD} = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_b T}} + 1}$$

T=0K-všechny pásy zaplněny do fermat energie ,T>0K-elektrony se budou nacházet v tepelně excit. stavu mohou zásobovat další energii

134. Jak je definován standardní model vesmíru?

Veškerá známá hmota ve vesmíru se skládá z 6-ti leptonů a 6-ti kvarků a všechny pozorované jevy ve vesmíru můžeme popsat pomocí 4 interakcí(Elektromagnetická, gravitační, silná a slabá).

135. Jaké základní interakce rozlišujeme, uspořádejte je podle velikosti a dosahu.

název interakce	dosah	rel. síla	zprostředkující částice
Elektromagnetická	∞	10^{-2}	virtuální foton
Gravitační	∞	10^{-38}	graviton
Slabá	10^{-18}	10^{-13}	W^{\pm}, Z^0
Silná	10^{15}	1	gluony

136. Co jsou to leptony? Jaké leptony známe?

Jedná se o fundamentální částice, které namjí vnitřní strukturu. Nepůsobí na ně silná interakce

Elektron, elektronové neutrino, mion, mionové neutrino, tauon, tauonové neutrino

137. Co jsou to hadrony, baryony, mezony?

Hadrony jsou částice mající vnitřní strukturu. Jsou tvořeny 6 kvarky.

Hadrony se dělí na baryony (jsou složené ze tří kvarků) a mezony (obsahují jeden kvark a jeden antikvark).

138. Jak je definováno protonové, neutronové a hmotnostní číslo, co je to izotop?

Protonové číslo Z - udává počet protonů v jádře.

Neutronové číslo N - udává počet neutronů v jádře.

Hmotnostní číšlo: A = N + Z N-počet neutronů; Z-počet protonů

Izotop je nuklid se stejným protonovým číslem a rozdílnými hmotnostními čísly.

139. Napište empirický vztah pro poloměr jádra v závislosti na jeho hmotnostním čísle.

$$r = r_0 A^{\frac{1}{3}}$$

kde $r_0 = 1, 2.10^{-15} m$

140. Jak je definována vazbová energie jádra?

$$E_v = \Delta m c_0^2$$

kde:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m(Z, A)$$

 Δm - hmotnostní úbytek

 m_p - hmotnost p^+

 m_n - hmotnost n^0

m - hmotnost jádra A - Z = N

141. Co nám popisuje slupkový model jádra atomu?

analogie α modelu elektronů v obalu atom, kvantová čísla a jádro ma spin,dochází ke kvantování energii, platí tam pauliho vylučovací princip, jednotlivé p^+, n^0 mají rozdílné konfigurace ,které jsou dané kvantovými čísly, energetické hladiny => diskrétní

142. Vysvětlete, proč jádro drží pohromadě. Zakreslete a vysvětlete závislost mezi počtem protonů a neutronů v jádře.

Jádro drží pohromadě silná interkace, jaderná síla.

143. Co je to radioaktivita? Definujte exponenciální zákon rozpadu, poločas rozpadu, aktivitu.

Radioaktivita je spontánní přeměna jednoho jádra v jádro jiné za současného vyzáření částic.

Exponenciální zákon rozpadu:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

kde: N_0 je počet jader v čase t_0

Poločas rozpadu:

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

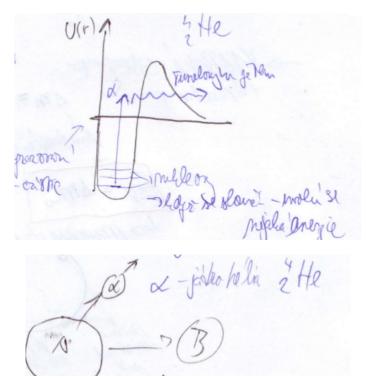
Aktivita:

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$

kde R_0 je kativita v čase t_0

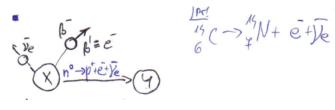
144. Popište a vysvětlete radioaktivitu α .

u těžkých jader $\alpha-rozpad,$ α částice: malá průchodnost zastaví je list papíru energie se dostane do kladné části a vyzáří se kvůli tunelovému jevu !!

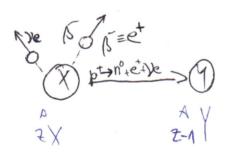


145. Popište a vysvětlete radioaktivitu β ($\beta^-, \beta^+,$ elektronový záchyt).

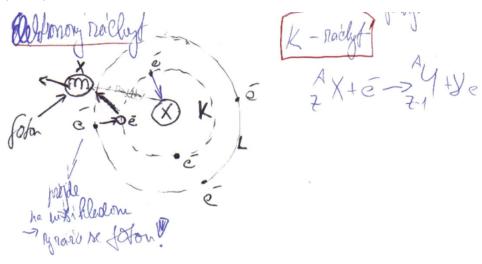
 β proud elektronů nebo pozitronů β^- :



 β^+ :

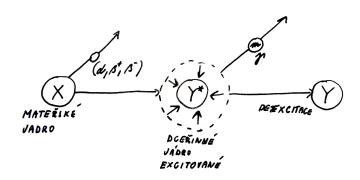


Elektronový záchyt:

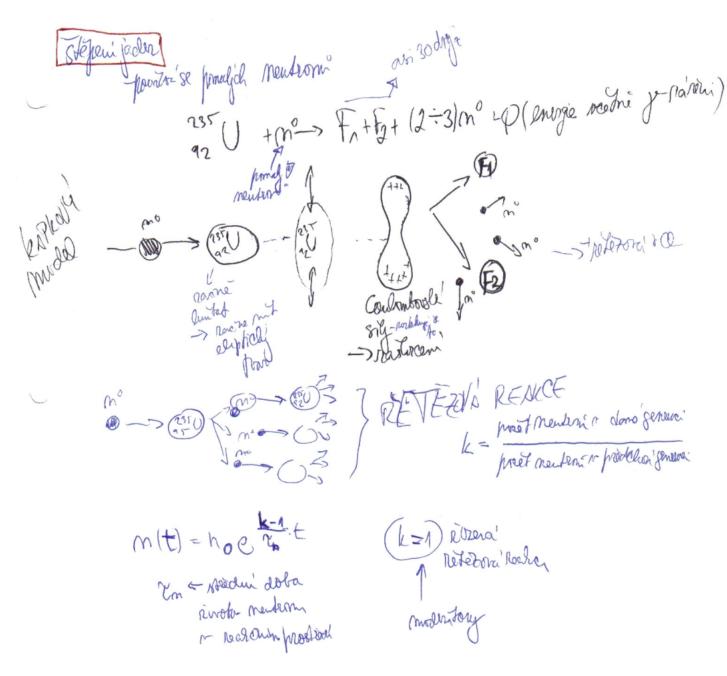


146. Popište a vysvětlete radioaktivitu γ .

 γ záření je spojeno s de
excitací jádra. Pozorujeme ji u excitovaných jader. Do tohoto stavu se dostanou jiným druhem radio
aktivního záření.



147. Popište metodu získávání jaderné energie štěpením jádra, co je to řetězová reakce, kritické množství.



Kritické množství: musíme mít kritické a větší množství tohoto radioaktivního materiálu,by začla ta řetězová reakce(aby se zvýšila pravděpodobnost srážky)

148. Popište a vysvětlete získávání jaderné energie slučováním jader.

Jadema fire mys: 2 denterium prisium 4 He + 10 (146 MeV)

- $\bullet =$ jádro se musí přiblížit na vzdálenost $10^{-15} \mathrm{m}$
- musí se překonat odpudivé coulumbovy síly

ize	sokou teplotu 10			