## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 14.6.2017 - verze A

Jméno a příjmení		2	3	4	celkem	známka

**Úloha 1.** Vrátný na FEL během své pracovní doby od 8:00 do 16:00 obslouží průměrně 120 lidí - studentů a pedagogů, přičemž studentů, kteří využívají služeb vrátného, je průměrně dvakrát víc než pedagogů. Předpokládejme, že časy příchodů studentů i pedagogovů jsou nezávislé a jsou v této době rozloženy rovnoměrně. Určete pravděpodobnost, že

- a) do 10:00 využijí služeb vrátného minimálně dva pedagogové, (5 bodů)
- b) po 15:00 využije služeb vrátného maximálně 5 lidí, přičemž všichni to budou studenti,
  (5 bodů)
- c) doba čekání na prvního pedagoga bude alespoň půl hodiny, (5 bodů)
- d) v daný den bude nejpozději čtvrtý příchozí člověk student, (5 bodů)
- e) v 50 příchozích lidech bude minimálně 20 pedagogů. Řešte pomocí CLV. (10 bodů)

**Úloha 2.** Sdružené pravděpodobnosti dvou diskrétních náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	X = -1	X = 0	X = 1
Y = -1	1/12	1/4	1/12
Y = 0	1/12	0	1/12
Y=1	1/12	1/4	1/12

- a) Určete marginální rozdělení X a Y a spočtěte kovarianci cov(X,Y). (5 bodů)
- b) Co můžeme říct na základě kovariance vypočtené v bodě a) o (ne)závislostí X a Y? Jsou X a Y nezávislé? (5 bodů)
- c) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U,V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom jsou U a V nezávislé. (7 bodů)
- d) Určete  $P(X = 0, Y \ge 0)$ . (3 body)

**Úloha 3.** Nechť X označuje platovou třídu (0 nejnižší, 2 nejvyšší) a Y schopnost splácet úvěr (1 dobrá, 0 špatná). V tabulce jsou počty klientů jisté banky spadající do příslušných skupin dvojice "platová třída - schopnost splácet".

$Y \setminus X$	0	1	2
0	12	10	8
1	8	30	52

- a) Odhadněte z dat marginální rozdělení X a Y. (5 bodů)
- b) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda je v každé platové třídě přibližně stejný počet lidí. (7 bodů)
- c) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je možno považovat platovou třídu a schopnost splácet úvěr za nezávislé náhodné veličiny. (8 bodů)
- d) Definujte obecně nezávislost diskrétních náhodných veličin U, V a W. (5 bodů)

**Úloha 4.** Při nástupu do prvního ročníku policejní akademie byla provedena studentům zdravotní prohlídka, při které byla změřena mimo jiné výška jednotlivých studentů. Vzorek naměřených hodnot (zaokrouhlených na cm) je uveden v následující tabulce:

174	186	181	189	195	197	188	177	188	192	181	188	201	180	183	
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--

- a) Nakreslete histogram těchto dat a odhadněte z něj, jaké rozdělení má výška studenta.
  (5 bodů)
- b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (5 bodů) (hint:  $\sum x_i = 2800$ ,  $\sum (x_i \bar{x})^2 = 797.33$ )
- c) Statisticky otestujte (na libovolné hladině), zda je možné říct, že střední výška studenta je 1,9 m. (7 bodů)
- e) Odhadněte P(výška studenta < 1.9 m). (3 body)
- d) Definujte 0.8-kvantil spojité náhodné veličiny X. (5 bodů)