Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 22.5.2013

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Rybář chytí za den průměrně 12 ryb, přičemž průměrně každá čtvrtá ryba je okoun (předpokládejme, že ryby jsou chytány nezávisle na sobě a počet chycených ryb není teoreticky omezen). Rybář denně sedí u vody v době 9:00-13:00. Určete pravděpodobnost, že

- a) během dopoledne (tj. do 12:00) chytí rybář maximálně 3 ryby, přičemž všechny je chytí až po desáté hodině,
- b) během odpoledne (tj. od 12:00) chytí rybář alespoň 2 okouny,
- c) doba čekání na ulovení první ryby bude kratší než půl hodiny,
- d) v pěti po sobě chycených rybách budou minimálně 4 okouni,
- e) v daný den bude nejpozději 3.chycená ryba okoun.

Úloha 2. Atletických závodů středních škol se zúčastnili studenti gymnázií a průmyslových škol, přičemž z průmyslových škol dorazilo dvakrát více studentů než z gymnázií. Mezi studenty průmyslových škol bylo 10% dívek, mezi studenty gymnázií 50% dívek.

- a) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraná dívka je z gymnázia.
- b) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný chlapec je z průmyslové školy.
- c) Určete pravděpodobnost, že ve stovce náhodně vybraných sportovců z průmyslové školy je aspoň 15 dívek. (Použijte CLV.)
- d) Určete pravděpodobnost, že v pěti náhodně vybraných sporovcích z gymnázia je maximálně jeden chlapec. (Spočtěte bez použití CLV.)
- e) Spočtěte $P(A \cap B^c)$, jestliže víte, že P(B) = 1/5 a $P(A^c|B^c) = 3/4$.

Úloha 3. Volejbalista absolvoval za sezónu 50 zápasů, přičemž na střídačku hrával ve světlém a tmavém triku. Statistika vítězných a prohraných zápasů je následující:

	světlé triko	tmavé triko	
vyhrané zápasy	20	10	
prohrané zápasy	5	15	

- a) Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde pro náhodně vybraný zápas X popisuje odstín barvy trika, v němž volejbalista hrál (X=0) pro světlé triko a X=1 pro tmavé triko), a Y popisuje výsledek daného zápasu (Y=0) pro prohrané zápasy a Y=1 pro vyhrané zápasy).
- b) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je výsledek zápasu (ne)závislý na odstínu trika.
- c) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda počet vyhraných a prohraných zápasů byl přibližně stejný.
- d) Jsou počty vyhraných a prohraných zápasů nezávislé? Odpověď řádně zdůvodněte.
- e) Definujte **obecně** nezávislost diskrétních náhodných veličin X a Y.

Úloha 4. U jistého druhu jablek byly naměřeny následující hmotnosti plodů (v gramech):

- a) Nakreslete histogram a empirickou distribuční funkci těchto dat.
- b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má hmotnost těchto jablek.
- c) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení (hint: $\sum x_i = 1020$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 264$).
- d) Statisticky otestujte (na libovolné hladině), zda je možné říct, že střední hmotnost jablka je 100 gramů.
- e) Jaká je souvislost mezi teoretickou a empirickou distribuční funkcí?