Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 14.5.2018

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Hokejisté jistého týmu vyšlou během utkání (hraného pouze na tři třetiny, tj. bez prodloužení) na branku průměrně 30 střel. Průměrně každá desátá střela skončí gólem, přičemž poměr gólů první, druhé a třetí formace jsou 6:3:1, první formace se trefuje s pravděpodobností 0.12 a druhá s pravděpodobností 0.1. Všechny střely, resp. góly, přicházejí zcela nezávisle na předešlých střelách, resp. gólech. Určete pravděpodobnost, že

- a) během prvních dvou třetin vstřelí tento tým maximálně 4 góly, (5 bodů)
- b) na první gól tohoto týmu budou diváci čekat alespoň 10 hracích minut (pozn.: jedna třetina má 20 hracích minut ;-)), (5 bodů)
- c) nejpozději pátá střela tohoto týmu skončí gólem, (5 bodů)
- d) během první třetiny padnou maximálně dva góly, přičemž ani jeden nepadne během prvních pěti minut, kdy fanoušek stojí frontu na pivo, (5 bodů)
- e) vystřelil hráč třetí formace, (5 bodů)
- f) pokud vystřelil hráč třetí formace, padl gól, (5 bodů)
- g) ze 100 střel tohoto týmu padne alespoň 9 gólů (řešte pomocí CLV). (10 bodů)

Úloha 2.

- a) $P(A \cup B) = 0, 7, P(A \setminus B) = 0, 2, P(A^c) = 0, 6$. Jsou jevy A a B nezávislé? (5 bodů)
- b) Definujte nezávislost náhodných jevů A, B, C. (5 bodů)

Úloha 3. Biologové měřili na několika exemplářích výšku daného druhu rostliny. Naměřené hodnoty (v cm) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení má výška rostliny. (5 bodů)
- b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (5 bodů) (hint: $\sum x_i = 1263$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 730.2$)
- c) Statisticky otestujte, zda je možné říct, že střední výška rostliny je 1 m. (7 bodů)
- d) Předpokládejme, že skutečná střední hodnota výšky rostliny je 1m a rozptyl je 0.64 (m²). Spočtěte pravděpodobnost, že výška náhodně vybrané rostliny je v mezích 1m 2m. (8 bodů)

Úloha 4. Počty prodaných zájezdů jistou cestovní kanceláří ve dvou po sobě jdoucích letech byly (dle záznamů z kartotéky):

rok \ čtvrtletí	1.	2.	3.	4.
1.	90	150	90	120
2.	130	150	110	160

- a) Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde X popisuje rok a Y popisuje čtvrtletí prodeje zájezdu náhodně vybraného z kartotéky. (5 bodů)
- b) Jaké rozdělení má náhodná veličina Z udávající počet zájezdů prodaných ve 2.čtvrtletí v deseti zájezdech náhodně vybraných z kartotéky (a po vytažení zase vrácených zpět do kartotéky). (5 bodů)
- c) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda v prvním roce i ve druhém roce bylo množství prodaných zájezdů přibližně stejné. (6 bodů)
- d) Uvažujme testovací hladiny $\alpha_1 = 1\%$ a $\alpha_2 = 5\%$ a opakovaně aplikujme χ^2 -test dobré shody na různé výběry. Která z těchto hladin způsobí, že
 - i) zamítáme častěji nulovou hypotézu, (3 body)
 - ii) zvyšujeme chybu prvního druhu, (3 body)
 - iii) dostáváme hodnotu statistiky χ^2 blíže k hodnotě 0? (3 body)