Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 14.6.2012

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. K obvodnímu lékaři přijde během jeho ordinačních hodin 7:30-11:30 a 12:30-14:30 průměrně 24 pacientů (předpokládejme, že v uvedenou dobu není žádný čas preferovaný, pacienti přicházejí nezávisle na sobě a jejich počet je teoreticky neomezený), přičemž průměrně každý osmý pacient má chřipku. Určete pravděpodobnost, že

- a) během dne přijde maximálně dvacet pacientů, přičemž všichni přijdou až po osmé hodině,
- b) během dopoledne přijde maximálně jeden pacient s chřipkou,
- c) nejpozději pátý příchozí pacient bude mít chřipku,
- d) v deseti po sobě příchozích pacientech budou maximálně dva pacienti s chřipkou,
- e) v šedesáti po sobě příchozích pacientech bude alespoň deset pacientů s chřipkou (použijte CLV).

Úloha 2. Sdružené pravděpodobnosti náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	X = -1	X = 0	X = 1
Y = -1	1/12	1/4	1/12
Y = 0	1/12	0	1/12
Y=1	1/12	1/4	1/12

- a) Určete marginální rozdělení náhodných veličin X a Y.
- b) Spočtěte cov(X, Y).
- c) Rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé, a své rozhodnutí zdůvodněte.
- d) Jsou-li X a Y nezávislé, určete sdružené rozdělení (tj. tabulku sdružených pravděpodobností) náhodného vektoru (U,V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom U a V nezávislé nejsou. Nejsou-li X a Y nezávislé, určete sdružené rozdělení (tj. tabulku sdružených pravděpodobností) náhodného vektoru (U,V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom U a V nezávislé jsou.
- e) Definujte nezávislost náhodných jevů K, B a T.

Úloha 3. Lesníci měřili na třinácti stromech průměr kmene. Naměřené hodnoty (v m) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení má výška rostliny, a zdůvodněte.
- c) Spočtěte výběrový průměr a výběrový rozptyl těchto dat. (hint: $\sum x_i = 24.7$, $\sum (x_i \bar{x})^2 \doteq 6$)
- d) Jak souvisí hodnoty spočtené v příkladě c) se střední hodnotou a rozptylem náhodné veličiny popisující výšku rostliny?
- e) Statisticky otestujte, zda je možné říct, že střední průměr kmene je 2m.

Úloha 4. Při 100 hodech mincí padla $60 \times$ panna a $40 \times$ orel.

- a) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je mince v pořádku.
- b) Předpokládejme, že mince je v pořádku. Jaké rozdělení má náhodná veličina X udávající počet padlých rubů (v oněch 100 hodech)?
- c) Označme Y náhodnou veličinu udávající počet padlých líců (v oněch 100 hodech). Jsou X a Y nezávislé? Odpověď řádně zdůvodněte.
- d) Definujte nezávislost náhodných veličin U a V.
- e) Co lze říci
 - (i) o náhodných veličinách W a Z, jestliže kovariance cov(W, Z) = -3?
 - (ii) jestliže spočteme korelaci corr(W, Z) = -3?