## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 26.5.2020

Jméno a příjmení	1	2	3	celkem	známka

### **Úloha 1.** (celkem 60 bodů)

Na dětském maškarním plese je 60% dětí, zbytek tvoří dospělí, z nichž 70% jsou ženy. Dále víme, že 50% účastníků se pohybuje na tanečním parketu, 30% sedí v bufetu a zbytek se nachází v jiných prostorách (u stolků vedle parketu, na chodbě apod.). Z osob na parketu je 90% dětí a 8% žen, zbytek tvoří muži. V bufetu je pak počet mužů, žen i dětí rozdělen rovnoměrně. Dveřmi mezi tanečním sálem a bufetem projdou průměrně 3 osoby za minutu. Předpokládejme, že účastníci plesu procházejí dveřmi časově rovnoměrně a zcela nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- a) náhodně vybraný účastník plesu je dítě, které se pohybuje v jiných prostorách, tj. mimo taneční parket a bufet, (7 bodů)
- b) náhodně vybraný účastník plesu, který se pohybuje v jiných prostorách, je dítě (7 bodů)
- c) během dvou minut projde dveřmi nejvýše jedno dítě, (7 bodů)
- d) ze čtyř náhodně vybraných účastníků jsou alespoň dva na tanečním parketu, (7 bodů)
- e) ze 100 náhodně vybraných účastníků je alespoň 45 na tanečním parketu (řešte pomocí CLV; 10 bodů).
- f) Uvažujme náhodné veličiny X a Y, kde X=0, je-li náhodně vybraný účastník dospělý, X=1, je-li náhodně vybraný účastník dítě, Y=0, jeli náhodně vybraný účastník na parketu, Y=1, je-li náhodně vybraný účastník v bufetu, a Y=2, je-li náhodně vybraný účastník v jiných prostorách.
  - (i) Rozhodněte, zda jsou X a Y nezávislé, a své rozhodnutí zdůvodněte. (7 bodů)
  - (ii) Spočtěte cov(X, Y). (7 bodů)
  - (iii) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U,V), kde U a V jsou nezávislé a mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y. (8 bodů)

## Úloha 2. (celkem 25 bodů)

U jistého vyhledávače byly sledovány doby potřebné k nalezení zadaného výrazu. Naměřené hodnoty (v ms) jsou uvedeny v následující tabulce:

007	വെ	200	001	000	011	വെ	വെവ	004	000	001	200	205	207	000
287	298	302	291	298	311	290	293	284	290	291	299	305	307	298
													l	

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení mají doby potřebné k nalezení zadaného výrazu. (5 bodů)
- b) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení. (5 bodů) (hint:  $\sum x_i = 4450$ ,  $\sum (x_i \bar{x})^2 = 797$ ,  $\bar{3}$ ). (5 bodů)
- c) Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední doba vyhledávání je 0,3 s. (7 bodů)
- d) Co se obecně stane (ohledně počtu zamítaných hypotéz při různých realizacích náhodného výběru), když v testu snížíme testovací hladinu z 5% na 1%? Zdůvodněte (stručně slovně nebo obrázkem). (8 bodů)

# Úloha 3. (celkem 15 bodů)

V jistém baru sledovali minulé léto po dobu jednoho večera oblíbenost alkoholických nápojů u tuzemských a zahraničních turistů. Byla zjištěna následující konzumace:

	pivo	víno	tvrdý alkohol / koktejl
tuzemský turista	220	130	100
zahraniční turista	130	220	200

#### Statisticky otestujte

- a) na hladině 5%, zda můžeme považovat počet domácích a počet zahraničních hostů během léta za přibližně stejné. (7 bodů)
- b) na hladině 1%, zda jsou všechny zmíněné druhy alkoholu přibližně stejně oblíbené. (8 bodů)