Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 18.5.2011

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Telefonní ústředna během své pracovní doby od 8:00 do 18:00 přijme průměrně 100 hovorů, z nichž průměrně každý desátý je omyl. Určete pravděpodobnost, že

- a) během dopoledne (tj. do 12:00) přijme ústředna maximálně 30 hovorů a přitom všechny se uskuteční až po půl deváté,
- b) během odpoledne (tj. od 12:00) přijme ústředna alespoň 3 hovory, které jsou omyl,
- c) doba čekání na omyl bude kratší než 1 hodina,
- d) v deseti po sobě jdoucích hovorech budou maximálně 2 omyly,
- e) v daný den bude nejpozději 5.hovor omyl.

Úloha 2. Atletických závodů středních škol se zúčastnili studenti gymnázií a průmyslových škol, přičemž z průmyslových škol dorazilo dvakrát více studentů než z gymnázií. Mezi studenty průmyslových škol bylo 10% dívek, mezi studenty gymnázií 50% dívek.

- a) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraná dívka je z průmyslové školy.
- b) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný chlapec je z gymnázia.
- c) Určete pravděpodobnost, že ve stovce náhodně vybraných sporovců z průmyslové školy je aspoň 15 dívek. (Použijte CLV)
- d) Definujte podmíněnou pravděpodobnost.
- e) Napište větu o úplné pravděpodobnosti. (Nezapomeňte na předpoklady!)

Úloha 3. Na 16 místech (o stejné ploše 100m²) byly sledovány počty výskytů dané rostliny. Tyto počty jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a empirickou distribuční funkci těchto dat.
- b) Určete, jaké rozdělení mají tato data, a metodou maximální věrohodnosti určete parametr tohoto rozdělení.
- c) Spočtěte výběrový průměr z dat.
- d) Definujte 95% (oboustranný) intervalový odhad obecného parametru θ .
- e) Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední počet rostlin na ploše 100m² je roven 3.

(Využijte faktu, že za jistých předpokladů má intervalový odhad o spolehlivosti $(1-\alpha)$ tvar

$$(\bar{X}_n - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_n}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S_n}{\sqrt{n}}),$$

a vztahu mezi střední hodnotou a rozptylem u Poissonova rozdělení.)

Úloha 4. Při 200 hodech mincí padl 110krát rub a 90krát líc.

- a) Otestujte na hladině 5%, zda je mince v pořádku.
- b) Předpokládejme, že mince je v pořádku. Jaké rozdělení má náhodná veličina X_1 udávající počet padlých rubů (v oněch 200 hodech)?
- c) Označme X_2 náhodnou veličinu udávající počet padlých líců (v oněch 200 hodech). Jsou X_1 a X_2 nezávislé? Odpověď řádně zdůvodněte.
- d) Definujte nezávislost náhodných veličin X a Y.
- e) Definujte kovarianci cov(X,Y) a napište její souvislost s nezávislostí.