Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 28.6.2018

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Dům služeb (DS) má tři patra. Otevírací doba DS je 6:00-24:00. Průměrně přijde do tohoto DS 900 lidí denně. Počty návštěvníků v 1.patře, 2.patře a 3.patře jsou v poměru 4:3:2. Celkově muži tvoří 1/3 návštěvníků, přičemž v 1.patře je podíl mužů 25% a ve 2.patře je podíl mužů 50%. Všichni zákaznící přicházejí rovnoměrně během celého dne a zcela nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- a) v době 9:00-9:09 přijdou do DS maximálně 2 ženy,
- b) v době 9:00-9:09 přijdou do 1.patra maximálně 2 ženy,
- c) na prvního zákazníka bude DS čekat alespoň 6 minut,
- d) nejpozději třetí příchozí zákazník bude žena,
- e) náhodně vybraný zákazník ve 3.patře je muž (neboli jaký je podíl mužů ve 3.patře),
- f) pokud jsme potkali muže, bylo to v 1.patře,
- g) pokud jsme potkali ženu, bylo to ve 2.patře,
- h) ze 48 náhodně vybraných zákazníků v 1.patře je minimálně 15 mužů (řešte pomocí CLV).

Úloha 2.

- a) Definujte nezávislost náhodných jevů A, B, C.
- b) Definujte nezávislost diskrétních náhodných veličin X, Y, Z.

Úloha 3. 16 studentek na střední škole skákalo do výšky. Naměřené délky skoků (uvedené v metrech a zaokrouhlené) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a odhadněte, jaké rozdělení má výška skoku (zdůvodněte).
- b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (hint: $\sum x_i = 20, 8, \sum (x_i \bar{x})^2 = 0, 78$)
- c) Statisticky otestujte (na libovolné hladině), zda je možné říct, že střední výška skoku je 1,5 m.
- d) Předpokládejme (bez ohledu na výsledek c)), že skutečná střední hodnota výšky skoku je 1,5 m a rozptyl je 0,04 (m²). Spočtěte pravděpodobnost, že výška příštího skoku bude v mezích 1,3 1,5 m.
- e) Jaká je **obecně** souvislost mezi výběrovým průměrem a (teoretickou) střední hodnotou?

Úloha 4. Na místech o stejné ploše 1 m² byly sledovány počty výskytů dané rostliny. Tyto počty jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete empirickou distribuční funkci těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení mají tato data, a metodou maximální věrohodnosti určete parametr tohoto rozdělení.
- c) Určete oboustranný asymtotický 95% interval spolehlivosti pro tento parametr. (hint: Využijte vztahu mezi střední hodnotou a rozptylem rozdělení těchto dat.)
- d) Na základě výsledku z bodu b) odhadněte pravděpodobnost, že na zatím neprozkoumaném místě o ploše 0,5 m² budou přesně 2 rostliny.
- e) Mezi 30 náhodně vybranými rostlinami má 12 z nich červený květ, ostatní mají květ oranžový. Statisticky otestujte (na libovolné hladině), zda jsou počty červených a oranžových květů přibližně stejné.