Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 30.5.2018

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Vrátný na FEL během své pracovní doby od 7:00 do 19:00 obslouží průměrně 120 studentů a pedagogů, přičemž studentů, kteří využívají pomoci vtátného, je čtyřikrát víc než pedagogů. Předpokládejme, že časy příchodů studentů i pedagogovů jsou nezávislé a jsou v této době rozloženy rovnoměrně. Určete pravděpodobnost, že

- a) po 17:00 využijí služeb vrátného minimálně dva pedagogové,
- b) do 7:30 využijí služeb vrátného maximálně tři lidé, přičemž všichni to budou studenti,
- c) doba čekání na prvního pedagoga bude kratší než 1,5 hodiny,
- d) v daný den bude nejpozději čtvrtý příchozí člověk pedagog,
- e) v pěti příchozích lidech budou maximálně tři studenti (použijte přesné rozdělení),
- f) ve 100 příchozích lidech bude minimálně 25 studentů (použijte CLV).

Úloha 2. Sdružené pravděpodobnosti dvou diskrétních náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	X = -1	X = 0	X = 1
Y = -1	1/5	1/25	1/5
Y = 0	1/25	1/25	1/25
Y=1	1/5	1/25	1/5

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte kovarianci cov(X,Y) a rozhodněte o (ne)závislosti X a Y.
- c) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U,V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom jsou U a V nezávislé.
- d) Určete $P(X \le 0|Y \ge 0)$.

Úloha 3. Lesníci měřili na třinácti stromech průměr kmene. Naměřené hodnoty (v m) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení má výška rostliny, a zdůvodněte.
- c) Spočtěte výběrový průměr a výběrový rozptyl těchto dat. (hint: $\sum x_i = 24.7$, $\sum (x_i \bar{x})^2 \doteq 6$)
- d) Statisticky otestujte, zda je možné říct, že střední průměr kmene je 2m.
- e) Předpokládejme, že střední průměr kmene je 2m a jeho skutečný rozptyl je 4. Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný kmen bude mít průměr v rozmezí 1,5m 2m.

Úloha 4. Na firemním večírku se pracovníci sešli v následujícím složení:

	programátoři	analytici	administrativní pracovníci
muži	30	20	10
ženy	20	10	10

- a) Otestujte na hladině 5%, zda je počet mužů a žen na večírku přibližně stejný.
- b) Otestujte na hladině 5%, zda jsou náhodné veličiny popisující pracovní pozici a pohlaví pracovníků vzájemně nezávislé.
- c) Jaké rozdělení má náhodná veličina X popisující počet žen u osmimístného stolu plně obsazeného pracovníky firmy?
- d) Označme Y náhodnou veličinu popisující počet mužů u téhož stolu. Jsou X a Y nezávislé? Proč?
- e) Definujte nezávislost náhodných veličin W a Z.