Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 10.6.2020

Jméno a příjmení	1	2	3	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 60 bodů)

Studenti jisté vysoké školy si v 1.ročníku, v němž je dvakrát více chlapců než dívek, mohou vybrat jako tělesnou výchovu posilovnu, basketbal, plavání nebo stolní tenis. Kapacita basketbalu je stejná jako kapacita plavání, kapacity posilovny a stolního tenisu jsou proti nim poloviční. Na plavání a stolním tenisu jsou poměry chlapců a dívek 1:1, v posilovně je podíl dívek 10%. Sportovní centrum je pro studenty 1.ročníku otevřeno v pondělí od 9:00 do 19:00, jednotlivé sporty jsou rozloženy na tuto dobu rovnoměrně dle zadaných poměrů a stejně tak studenti v nich. Během výuky chodí studenti zcela nezávisle na sobě k automatu s občerstvením. Automat průměrně vydá během pondělí 90 produktů. Určete pravděpodobnost, že

- a) náhodně vybraný sportovec je dívka z basketbalu, (5 bodů)
- b) náhodně vybraný sportovec z basketbalu je dívka, (5 bodů)
- c) náhodně vybraná dívka je z basketbalu, (5 bodů)
- d) během dvacetí minut si k automatu přijde pro občerstvení nejvýše jeden sportovec, (7 bodů)
- e) během dvacetí minut si k automatu přijde pro občerstvení nejvýše jeden sportovec z posilovny, (7 bodů)
- f) na prvního stolního tenistu budeme u automatu čekat nejvýše půl hodiny, (7 bodů)
- g) nejpozději pátý sportovec, který přišel k automatu, je plavec, (7 bodů)
- h) mezi prvními 8 studenty u automatu jsou alespoň dva stolní tenisté,
 (7 bodů)
- i) mezi prvními 80 studenty u automatu je alespoň 20 stolních tenistů. (řešte pomocí CLV; 10 bodů).

Úloha 2. (celkem 25 bodů)

a) Firma poskytující mj. charter (pronájem) lodí obdržela na dvanáct letních týdnů následující počty poptávek po (týdenní) pronájmech: 2, 5, 6, 7, 6, 5, 7, 5, 4, 9, 2, 2.

- (i) Nakreslete empirickou distribuční funkci a histogram těchto dat a odhadněte z nich a/nebo z povahy dat, jaké rozdělení má počet poptávek po charteru u této firmy týdně. (6 bodů)
- (ii) Metodou maximální věrohodnosti odhadněte parametr tohoto rozdělení. (6 bodů)
- b) Uvažujte realizaci (x_1,\ldots,x_{100}) náhodného výběru (X_1,\ldots,X_{100}) z normálního rozdělení, přičemž $\sum_{i=1}^{100} x_i = 5125$ a $\sum_{i=1}^{100} (x_i \bar{x})^2 = 2475$. Statisticky otestujte na hladině 1%, zda je možné říct, že $\mathbf{E}X_1 = 50$, proti alternativní hypotéze, že
 - (i) $\mathbf{E}X_1 \neq 50$, (6 bodů)
 - (ii) $\mathbf{E}X_1 > 50$. (7 bodů)

Úloha 3. (celkem 15 bodů)

U dvou různých algoritmů třídění náhodných, stejně dlouhých posloupností bylo sledováno, zda doba třídění nepřesáhne zvolený limit. Statistika je následující:

	úspěšný	neúspěšný
algoritmus 1	40	10
algoritmus 2	20	30

- a) Na vámi zvolené hladině statisticky otestujte, zda je úspěšnost třídění závislá na zvoleném algoritmu. (8 bodů)
- b) Definujte **obecně** nezávislost diskrétních náhodných veličin X a Y. (7 bodů)