Příklady (Fyzika II pro KyR)

(123 problémů na dlouhé zimní večery)

Milan Červenka, 8. ledna 2018

Některé fyzikální konstanty

gravitační konstanta	$G = 6,6742 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
rychlost světla ve vakuu	$c = 299\,792\,458\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
Boltzmannova konstanta	$k_\mathrm{B} = 1{,}3807 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$
Avogadrovo číslo	$N_\mathrm{A} = 6{,}0221 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
molární plynová konstanta	$R_\mathrm{m} = 8{,}3145\,\mathrm{J\,K^{-1}mol^{-1}}$
Planckova konstanta	$h = 6{,}6261 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
redukovaná Planckova konstanta	$\hbar = 1,0546 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
náboj elektronu	$q_\mathrm{e} = -1{,}6022 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
hmotnost elektronu	$m_\mathrm{e} = 9{,}1094 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
hmotnost protonu	$m_\mathrm{p} = 1{,}6726 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
hmotnost neutronu	$m_\mathrm{n} = 1{,}6749 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Stefanova-Boltzmannova konstanta	$\sigma = 5{,}6704 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
konstanta Wienova zákona	$b = 2{,}8978 \times 10^{-3}\,\mathrm{m\,K}$
magnetická konstanta	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H\,m^{-1}}$
elektrická konstanta	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2\,\mathrm{F\,m^{-1}}$

Příklad 1: Pro intenzitu jistého fyzikálního pole platí

$$\boldsymbol{K} = \left(3x^2y, yz^2, -xz\right).$$

Zjistěte, zda je toto pole potenciálové. Pokud ano, najděte jeho potenciál φ tak, aby platilo $\boldsymbol{K} = -\nabla\varphi$.

Pole není potenciálové.

Příklad 2: Pro intenzitu jistého fyzikálního pole platí

$$\boldsymbol{K} = \left(2xy + z^3, x^2 + 2y, 3xz^2 - 2\right).$$

Zjistěte, zda je toto pole potenciálové. Pokud ano, najděte jeho potenciál φ tak, aby platilo $\boldsymbol{K} = -\nabla\varphi$.

$\boxed{\text{Je potenciálové, platí } \varphi = -x^2y - xz^3 - y^2 + 2z + c.}$

Příklad 3: Pro intenzitu jistého fyzikálního pole platí

$$\boldsymbol{K} = \left(1 + 2xy, x^2 + 3y^2, 0\right).$$

Zjistěte, zda je toto pole potenciálové. Pokud ano, najděte jeho potenciál φ tak, aby platilo $\boldsymbol{K} = -\nabla\varphi$.

$\boxed{\text{Je potenciálové, platí } \varphi = -x^2y - x - y^3 + c.}$

Příklad 4: Hliníkový váleček o hmotnosti $m_\mathrm{h} = 100\,\mathrm{g}$ zahřátý na teplotu $t_\mathrm{h} = 300\,°\mathrm{C}$ byl vhozen do kádinky obsahující $m_\mathrm{v} = 400\,\mathrm{g}$ vody. Vypočítejte, na jaké teplotě t se soustava (váleček + voda + kádinka) ustálí, jestliže počáteční teplota kádinky s vodou $t_0 = 20\,°\mathrm{C}$, pro měrnou tepelnou kapacitu hliníku a vody platí $c_\mathrm{h} = 900\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, $c_\mathrm{v} = 4\,190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$ a tepelná kapacita kádinky $C = 200\,\mathrm{J\,K^{-1}}$. Předpokládejte, že nedochází k výměně tepla soustavy s okolím.

$\boxed{t = 32{,}8\,°\mathrm{C}}$

Příklad 5: Automobil o hmotnosti $M = 2000\,\mathrm{kg}$ brzděním zastavil z rychlosti $25\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. O kolik Celsiových stupňů se zvýšila teplota každého ze čtyř železných brzdových bubnů o hmotnosti $m = 9\,\mathrm{kg}$, můžeme-li předpokládat, že veškeré teplo generované třením brzd se akumulovalo v brzdových bubnech? Pro měrnou tepelnou kapacitu železa platí $c_\mathrm{ž} = 450\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$.

$\boxed{\Delta t = 38{,}6\,°\mathrm{C}}$

Příklad 6: Ponorný vařič má příkon $P = 620\,\mathrm{W}$. Za jakou dobu $\Delta\tau$ ohřeje 1 litr vody z teploty $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$ na teplotu $t_2 = 100\,°\mathrm{C}$, jestliže pro hustotu a měrnou tepelnou kapacitu vody platí $\rho = 1\,000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $c_\mathrm{v} = 4\,190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$ a únik tepla do okolí můžeme zanedbat?

$\boxed{\Delta\tau = 541\,\mathrm{s}}$

Příklad 7: Vypočítejte hustotu vodíku (tvořeného molekulami H_2) za atmosférického tlaku $p = 10^5\,\mathrm{Pa}$ při teplotě $t = 0\,°\mathrm{C}$.

$\boxed{\rho = 8{,}9 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}$

Příklad 8: Vnitřek kosmické lodi má objem $V = 20\,\mathrm{m^3}$, teplotu $t = -100\,^\circ\mathrm{C}$ a v lodi je vakuum. Jaký bude v lodi tlak vodních par, pokud do ní z praskléo potrubí pronikne kapička vody o hmotnosti $m = 1\,\mathrm{g}$? (kyslík = ${}^{16}_{8}\mathrm{O}$)

$$\boxed{p = 4\,\mathrm{Pa}}$$

Příklad 9: Jaký objem bude mít plynný oxid uhličitý (CO_2) po úplné sublimaci $m = 1\,\mathrm{kg}$ suchého ledu, při teplotě $t = 20\,^\circ\mathrm{C}$ a atmosférickém tlaku $p = 10^5\,\mathrm{Pa}$? Jakou bude mít hustotu?

$$\boxed{V = 554\,\mathrm{l},\ \rho = 1{,}80\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}$$

Příklad 10: Ze dna rybníka z hloubky $h = 10\,\mathrm{m}$ unikla bublinka plynu o objemu $V_\mathrm{d} = 1\,\mathrm{cm^3}$. Jaký objem V_h měla u hladiny, jestliže pro teplotu vody u dna a hladiny platí $t_\mathrm{d} = 10\,^\circ\mathrm{C}$, $t_\mathrm{h} = 20\,^\circ\mathrm{C}$, hustota vody $\rho = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ a atmosférický tlak u hladiny $p_\mathrm{h} = 10^5\,\mathrm{Pa}$? Předpokládejte, že počet molekul plynu v bublince je konstantní a jeho teplota se vždy rovná teplotě vody.

$$\boxed{V_\mathrm{h} = 2{,}05\,\mathrm{cm^3}}$$

Příklad 11: Bomba o objemu $V_1 = 20\,\mathrm{l}$ je naplněna vzduchem (ideální plyn), který má při teplotě $t_1 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ tlak $p_1 = 120 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$. Jaký objem vody V_2 lze tímto vzduchem vytlačit z komory ponorky, která se nachází v hloubce $h = 30\,\mathrm{m}$? Teplota vody $t_2 = 5\,^\circ\mathrm{C}$, hustota vody $\rho = 1\,000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, atmosférický tlak na hladině $p_A = 10^5\,\mathrm{Pa}$.

$$\boxed{V_2 = 557{,}5\,\mathrm{l}}$$

Příklad 12: Na jakou teplotu je třeba ohřát vzduch v balónu o objemu $V = 1000\,\mathrm{m^3}$, má-li unést hmotnost $m = 200\,\mathrm{kg}$? Víme přitom, že hustota vzduchu při teplotě $t_0 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ a atmosférickém tlaku $p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa}$ je $\rho_0 = 1{,}2\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

$$\boxed{t = 78{,}6\,^\circ\mathrm{C}}$$

Příklad 13: Ve vratně pracujícím tepelném stroji bylo izobaricky ohřáto n molů ideálního plynu s molární tepelnou kapacitou C_V z teploty T_1 na T_2, $T_1 < T_2$. Jakou práci W plyn vykonal? Jak se změnila jeho vnitřní energie ΔU? Jaké teplo Q bylo plynu dodáno?

$$\boxed{W = nR_\mathrm{m}(T_2 - T_1),\ \Delta U = nC_\mathrm{V}(T_2 - T_1),\ Q = nC_\mathrm{p}(T_2 - T_1)}$$

Příklad 14: Ve vratně pracujícím tepelném stroji bylo izotermicky při teplotě T stlačeno n molů ideálního plynu z objemu V_1 na objem V_2, $V_1 > V_2$. Jakou práci W plyn vykonal? Jak se změnila jeho vnitřní energie ΔU? Jaké teplo Q bylo plynu dodáno?

$$\boxed{W = Q = nR_\mathrm{m}T\ln\left(V_2/V_1\right),\ \Delta U = 0}$$

Příklad 15: Ve vratně pracujícím tepelném stroji byl izochoricky snížen tlak n molů ideálního plynu o teplotě T_1 z hodnoty p_1 na p_2. Jakou práci W plyn vykonal? Jak se změnila jeho vnitřní energie ΔU? Jaké teplo Q bylo plynu dodáno?

$$\boxed{W = 0,\ \Delta U = Q = nC_\mathrm{V}T_1(p_2/p_1 - 1)}$$

Příklad 16: Cyklus vratně pracujícího tepelného stroje tvoří následující procesy:

1. izobarická expanze při tlaku p_1 z objemu V_1 na V_2,
2. izochorické snížení tlaku z p_1 na p_2,
3. izobarická komprese z objemu V_2 na V_1 a
4. izochorické zvýšení tlaku z p_2 na p_1.

Jakou práci tento stroj během jednoho cyklu vykoná?

$$\boxed{W = (p_1 - p_2)(V_2 - V_1)}$$

Příklad 17: Cyklus vratně pracujícího tepelného stroje, jehož pracovní médium tvoří n molů ideálního plynu, tvoří následující procesy:

1. izotermická expanze při teplotě T_1 z objemu V_1 na V_2,
2. izochorické ochlazení na teplotu T_2,
3. izotermická komprese na objem V_1 a
4. izochorický ohřev na teplotu T_1.

Jakou práci plyn během jednoho cyklu vykoná?

$$\boxed{W = nR_\mathrm{m}(T_1 - T_2)\ln\left(V_2/V_1\right)}$$

Příklad 18: V dieselovém motoru stlačuje píst směs vzduchu a paliva o teplotě $t_1 = 45\,^\circ\mathrm{C}$ z objemu $V_1 = 630\,\mathrm{cm}^3$ na objem $V_2 = 30\,\mathrm{cm}^3$. Jakou teplotu t_2 má stlačená směs, jestliže stlačení můžeme považovat za adiabatický proces a pro adiabatický exponent směsi platí $\varkappa = 1{,}37$?

$\boxed{t_2 = 708\,°\mathrm{C}}$

Příklad 19: Jakou práci je třeba vykonat na adiabatické stlačení ideálního plynu na n-tinu jeho původního objemu V_0? Plyn měl před stlačením tlak p_0, jeho adiabatický exponent je $\varkappa$.

$\boxed{W = p_0 V_0 \left(n^{\varkappa - 1} - 1\right) / (\varkappa - 1)}$

Příklad 20: Vratný Carnotův motor pracuje s účinností $\eta = 0{,}4$. O kolik Celsiových stupňů musíme zvětšit teplotu ohříváku, aby účinnost tohoto stroje vzrostla na $\eta' = 0{,}5$? Pro teplotu chladiče v obou případech platí $t_{\mathrm{ch}} = 27\,°\mathrm{C}$.

$\boxed{\Delta t_{\mathrm{oh}} = 100\,°\mathrm{C}}$

Příklad 21: Vratně pracujícímu Carnotovu motoru je v průběhu každého cyklu dodáno teplo $|Q_{\mathrm{H}}| = 500\,\mathrm{kJ}$ z rezervoáru o teplotě $t_{\mathrm{H}} = 652\,°\mathrm{C}$. Jestliže pro teplotu studeného rezervoáru platí $t_{\mathrm{S}} = 30\,°\mathrm{C}$, vypočítejte a) účinnost motoru η a b) množství tepla $|Q_{\mathrm{S}}|$ odcházejícího v každém cyklu z motoru do studeného rezervoáru.

$\boxed{\eta = 0{,}672,\ |Q_{\mathrm{S}}| = 164\,\mathrm{kJ}}$

Příklad 22: Vypočítejte minimální příkon P tepelného čerpadla, které má vytápět dům na teplotu $t_{\mathrm{H}} = 21\,°\mathrm{C}$, jestliže z domu uniká teplo rychlostí 135 MJ/h a pro venkovní teplotu platí $t_{\mathrm{S}} = -5\,°\mathrm{C}$.

$\boxed{P = 3{,}31\,\mathrm{kW}}$

Příklad 23: Domácí chladnička má příkon $P = 450\,\mathrm{W}$ a chladicí faktor $K = 2{,}5$. Vypočítejte, jak dlouho v ní bude trvat ochlazení pěti melounů o celkové hmotnosti 50 kg z teploty $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$ na teplotu $t_2 = 8\,°\mathrm{C}$. Předpokládejte, že melouny jsou v zásadě voda o měrné tepelné kapacitě $c = 4190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$.

$\boxed{\Delta\tau = 37\,\text{minut}\ 15\,\text{sekund}}$

Příklad 24: Vratný tepelný stroj vykonávající tzv. Ottův cyklus pracuje následujícím způsobem:

1. adiabatická expanze z objemu V_1 na V_2,
2. izochorické ochlazení,
3. adiabatická komprese zpět na objem V_1,
4. izochorický ohřev na původní teplotu.

Vypočítejte účinnost tohoto tepelného stroje, jestliže pracovním médiem je ideální plyn s adiabatickým exponentem $\varkappa$.

$$\boxed{\eta = 1 - (V_1/V_2)^{\varkappa - 1}}$$

Příklad 25: Cyklus vratně pracujícího tepelného stroje se sestává z těchto tří procesů:

1. izobarický ohřev z teploty T_1 na T_2,
2. adiabatická expanze s poklesem teploty zpět na T_1,
3. izotermická komprese na počáteční objem.

Vypočítejte účinnost tohoto tepelného stroje, jehož pracovním médiem je ideální plyn.

$$\boxed{\eta = 1 - T_1 \ln(T_2/T1)/(T_2 - T_1)}$$

Příklad 26: Vypočítejte, jak se změní entropie $m = 10\,\mathrm{g}$ kyslíku, pokud jej ve vratně pracujícím tepelném stroji ochladíme z teploty $t_1 = 50\,^\circ\mathrm{C}$ na teplotu $t_2 = -10\,^\circ\mathrm{C}$ 1) izochoricky, 2) izobaricky. Měrná tepelná kapacita kyslíku (O_2) při konstantním objemu $c_V = 651\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, molární hmotnost kyslíku $M = 32\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$.

$$\boxed{\Delta S_{\mathrm{izochor}} = -1{,}34\,\mathrm{J\,K^{-1}},\ \Delta S_{\mathrm{izobar}} = -1{,}87\,\mathrm{J\,K^{-1}}}$$

Příklad 27: Vypočítejte, jak se změní entropie, smícháme-li $m_1 = 80\,\mathrm{g}$ vody o teplotě $t_1 = 90\,^\circ\mathrm{C}$ a $m_2 = 20\,\mathrm{g}$ vody o teplotě $t_2 = 10\,^\circ\mathrm{C}$. Pro měrnou tepelnou kapacitu vody platí $c = 4190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, výměnu tepla s okolím zanedbejte.

$$\boxed{\Delta S = 1{,}97\,\mathrm{J\,K^{-1}}}$$

Příklad 28: Vypočítejte, jak se změní entropie n molů ideálního plynu při volné expanzi z objemu V_0 do $V > V_0$. Při volné expanzi se plyn rozpíná do vakua. Termodynamickou soustavu při volné expanzi můžete považovat za izolovanou.

$$\boxed{\Delta S = nR_{\mathrm{m}} \ln V/V_0}$$

Příklad 29: Mosazná a hliníková tyč mají při teplotě $t_1 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ stejnou délku $l_1 = 2\,\mathrm{m}$. Jaký je rozdíl jejich délek Δl při teplotě $t_2 = 100\,^\circ\mathrm{C}$? Pro součinitele teplotní délkové roztažnosti mosazi a hliníku platí $\alpha_{\mathrm{m}} = 1{,}9 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$, $\alpha_{\mathrm{h}} = 2{,}4 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$.

$$\boxed{\Delta l = 0{,}80\,\mathrm{mm}}$$

Příklad 30: Z minulého semestru si možná pamatujete, že když zavěsíte homogenní tyč délky l za jeden konec, bude po vychýlení kývat s dobou kyvu

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{2l}{3g}},$$

kde g je velikost tíhového zrychlení. Pokud hodiny s takovýmto kyvadlem vyrobeným z mědi jdou při teplotě $t_1 = 10\,^\circ\mathrm{C}$ přesně, jak dlouho na nich trvá jedna „sekunda“ při teplotě $t_2 = 25\,^\circ\mathrm{C}$? Pro součinitel teplotní délkové roztažnosti mědi platí $\alpha = 1{,}7 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$.

$$\boxed{\tau_{t2} = 1{,}00013\,\mathrm{s}}$$

Příklad 31: Skleněná nádobka o objemu $V = 200\,\mathrm{cm}^3$ je až po okraj naplněna rtutí. Jaký objem rtuti V_{v} vyteče, zahřeje-li se nádobka i se rtutí o $\Delta t = 30\,^\circ\mathrm{C}$? Pro teplotní součinitel délkové roztažnosti skla nádobky platí $\alpha = 9{,}0 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$, pro teplotní součinitel objemové roztažnosti rtuti $\beta = 0{,}182 \times 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$.

$$\boxed{V_{\mathrm{v}} = 0{,}93\,\mathrm{cm}^3}$$

Příklad 32: Dvě tyče o stejném průřezu $S = 4\,\mathrm{cm}^2$, měděná, o délce $l_{\mathrm{m}} = 1{,}2\,\mathrm{m}$ a ocelová, o délce $l_{\mathrm{o}} = 1\,\mathrm{m}$, jsou navzájem spojeny a na koncích udržovány na teplotách $t_{\mathrm{m}} = 100\,^\circ\mathrm{C}$ a $t_{\mathrm{o}} = 0\,^\circ\mathrm{C}$. Jakou teplotu t_{s} má spoj tyčí a jaký je tepelný tok tyčemi? Pro součinitel tepelné vodivosti mědi a oceli platí $\lambda_{\mathrm{m}} = 380\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$ a $\lambda_{\mathrm{o}} = 50\ \mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$.

$$\boxed{t_{\mathrm{s}} = 86{,}4\,^\circ\mathrm{C},\ \dot{Q} = 1{,}73\,\mathrm{W}}$$

Příklad 33: Na vařiči uvedeme $V = 2\,\mathrm{litry}$ vody o teplotě $t = 10\,^\circ\mathrm{C}$ k varu za dobu $\tau_1 = 5\,\mathrm{minut}$. Za jakou dobu τ_2 se veškerá voda vyvaří, jestliže tepelný výkon vařiče je konstantní, měrná tepelná kapacita vody $c = 4190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$ a měrné skupenské teplo varu vody $l_{\mathrm{v}} = 2{,}256 \times 10^6\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$?

$\boxed{\tau_2 = 29\,\text{minut}\ 55\,\text{sekund}}$

Příklad 34: Jakou rychlostí musí být vystřelena olověná kulka o teplotě $t_1 = 27\,°\mathrm{C}$ do terče, aby se po nárazu roztavila? Předpokládejte, že se veškerá kinetická energie kulky přemění na teplo. Měrná tepelná kapacita pevného olova $c = 129\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání olova $l_\mathrm{t} = 23{,}2 \times 10^3\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$, teplota tání olova $t_\mathrm{t} = 328\,°\mathrm{C}$.

$\boxed{v = 352\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$

Příklad 35: V termosce je $V = 0{,}5\,\text{litru}$ čaje o teplotě $t_\mathrm{č} = 80\,°\mathrm{C}$. Vhodíme do ní $m = 200\,\mathrm{g}$ ledu o teplotě $t_\mathrm{l} = -10\,°\mathrm{C}$. Jakou teplotu t_x bude mít čaj poté, co všechen led roztaje? Tepelnou kapacitu termosky a únik tepla do okolí zanedbejte. Měrná tepelná kapacita čaje (vody) $c_\mathrm{v} = 4190\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$ a ledu $c_\mathrm{l} = 2220\,\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_\mathrm{t} = 333\,000\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$.

$\boxed{t_\mathrm{x} = 32{,}9\,°\mathrm{C}}$

Příklad 36: Vypočítejte teplotu tání ledu t_t při tlaku $p = 400\,000\,\mathrm{Pa}$, víte-li, že při normálním atmosférickém tlaku $p_0 = 101\,325\,\mathrm{Pa}$ led taje při teplotě $0\,°\mathrm{C}$. pro měrné skupenské teplo tání ledu platí $l_\mathrm{t} = 333\,000\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$, pro hustotu vody a ledu platí $\rho_\mathrm{v} = 1\,000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $\rho_\mathrm{l} = 920\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

$\boxed{t_\mathrm{t} = -0{,}0213\,°\mathrm{C}}$

Příklad 37: Pomocí rozměrové analýzy nalezněte kombinaci Boltzmannovy konstanty k, termodynamické teploty T a hmotnosti m, která má rozměr rychlosti.

$\boxed{v = \sqrt{\frac{kT}{m}}}$

Příklad 38: V nádobě se nacházejí 2 moly helia při teplotě $t = 25\,°\mathrm{C}$. Spočítejte celkovou translační kinetickou energii všech molekul, průměrnou kinetickou energii připadající na jednu molekulu a střední kvadratickou rychlost molekul. Helium za těchto podmínek můžete považovat za ideální plyn.

$\boxed{E_\mathrm{celk} = 7\,436\,\mathrm{J},\ \bar{E}_1 = 6{,}17 \times 10^{-21}\,\mathrm{J},\ v_\mathrm{k} = 1\,363\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$

Příklad 39: Nádoba je naplněna kyslíkem (id. plynem) o teplotě $t = 25\,°\mathrm{C}$. Jaká část molekul má rychlost v intervalu $599\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ – $601\,\mathrm{m\,s^{-1}}$? Interval Δv je natolik malý, že v něm můžete uvažovat rozdělení rychlostí molekul jako konstantní.

$\boxed{\text{Rychlost v tomto intervalu má 0,261 \% molekul.}}$

Příklad 40: Pro Maxwellovo rozdělení velikostí rychlostí molekul ideálního plynu můžeme psát

$$f(v) = Av^2 \mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}.$$

Vypočítejte hodnotu koeficientu A, víte-li, že pro $\alpha > 0$ platí

$$\int_0^\infty x^2 \mathrm{e}^{-\alpha x^2} \mathrm{d}x = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}.$$

$$\boxed{A = \sqrt{\frac{2m^3}{\pi k^3 T^3}}}$$

Příklad 41: Z Maxwellova rozdělení velikostí rychlostí molekul ideálního plynu **odvoďte** nejpravděpodobnější rychlost molekul.

$$\boxed{v_\mathrm{n} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}}$$

Příklad 42: Z Maxwellova rozdělení velikostí rychlostí molekul ideálního plynu **odvoďte** střední rychlost molekul.

$$\boxed{v_\mathrm{n} = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m}}}$$

Příklad 43: Z astrofyziky je známo, že planeta si může dlouhodobě (řádově miliardy let) udržet atmosféru, pokud je splněna podmínka, že úniková rychlost z jejího povrchu je alespoň 10× větší, než střední kvadratická rychlost molekul, jimiž je atmosféra planety tvořena. Vypočítejte kritickou teplotu t_k, při níž by již výše zmíněná podmínka nebyla na Zemi splněna pro molekuly dusíku N_2 tvořené izotopem ${}^{14}_{7}N$. Pro poloměr a hmotnost Země platí $R_\mathrm{Z} = 6\,378\,\mathrm{km}$, $M_\mathrm{Z} = 5{,}97 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$.

$$\boxed{t_\mathrm{k} = 1\,130\,{}^\circ\mathrm{C}}$$

Příklad 44: Pohybová rovnice pro vlny na tuhé struně má tvar

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \alpha^2 c^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4},$$

kde $u(x,t)$ je výchylka struny a koeficienty c, α jsou konstantní. Najděte disperzní relaci a fázovou rychlost těchto vln.

$$\boxed{\omega^2 = c^2k^2 + \alpha^2c^2k^4,\ v_\mathrm{f} = c\sqrt{1+\alpha^2k^2}}$$

Příklad 45: Vypočítejte fázovou a grupovou rychlost vln na hluboké vodě, pro něž platí disperzní relace $\omega = \sqrt{gk}$ (g je velikost tíhového zrychlení).

$$\boxed{v_\mathrm{f} = \sqrt{g/k},\ v_\mathrm{g} = v_\mathrm{f}/2}$$

Příklad 46: Pro fázovou rychlost příčných vln v pružné tyči platí $v_\mathrm{f} = a/\lambda$, kde a je konstanta. Vypočítejte grupovou rychlost těchto vln.

$$\boxed{v_\mathrm{g} = 2v_\mathrm{f}}$$

Příklad 47: Vypočítejte fázovou a grupovou rychlost kapilárních vln na povrchu kapaliny, pro něž platí disperzní relace $\omega = \sqrt{\alpha k^3/\rho}$ (α je povrchové napětí kapaliny, ρ je její hustota).

$$\boxed{v_\mathrm{f} = \sqrt{\alpha k/\rho},\ v_\mathrm{g} = 3v_\mathrm{f}/2}$$

Příklad 48: Pro vlny šířící se plazmatem můžeme psát disperzní relaci $\omega^2 = \omega_\mathrm{p}^2 + c^2k^2$, kde c je rychlost světla ve vakuu a $\omega_\mathrm{p} = \mathit{konst.}$ je tzv. plazmová frekvence. Vypočítejte fázovou a grupovou rychlost těchto vln.

$$\boxed{v_\mathrm{f} = c\sqrt{1+(\omega_\mathrm{p}/ck)^2},\ v_\mathrm{g} = c/\sqrt{1+(\omega_\mathrm{p}/ck)^2}}$$

Příklad 49: Stojatá vlna vznikla interferencí dvou proti sobě jdoucích vln o kmitočtu $f = 500\,\mathrm{Hz}$. Vzdálenost dvou sousedních uzlů je $l = 1{,}2\,\mathrm{m}$. Jaká je fázová rychlost vln v prostředí, ve kterém se vlny šíří?

$$\boxed{v_\mathrm{f} = 1\,200\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$$

Příklad 50: Jakou silou F musí být napnuta na obou koncích upevněná struna délky $l = 64\,\mathrm{cm}$, průměru $d = 0{,}41\,\mathrm{mm}$, a hustoty $\rho = 7{,}8\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, aby její základní mód měl frekvenci $f = 247{,}5\,\mathrm{Hz}$?

$$\boxed{F = 103\,\mathrm{N}}$$

Příklad 51: Na napnuté, na obou koncích upevněné struně délky $l = 160\,\mathrm{cm}$, byly naměřeny dvě po sobě jdoucí rezonanční frekvence $f_\mathrm{n} = 85\,\mathrm{Hz}$ a $f_\mathrm{n+1} = 102\,\mathrm{Hz}$. Určete rychlost šíření vln strunou.

$\boxed{v_\mathrm{f} = 54{,}4\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$

Příklad 52: Struna „e“ na houslích je naladěna na kmitočet $f_\mathrm{e2} = 660\,\mathrm{Hz}$. O kolik procent musíme stiskem hmatníku strunu zkrátit, aby na ní zněl tón a^2 o kmitočtu $f_\mathrm{a2} = 880\,\mathrm{Hz}$?

$\boxed{\text{Strunu je třeba zkrátit o } 25\,\% \text{ její původní délky.}}$

Příklad 53: Polouzavřená píšťala (čtvrtvlnný rezonátor) má délku $l = 17\,\mathrm{cm}$. Vypočítejte tři nejnižší kmitočty, na kterých tato píšťala zní, pokud pro rychlost zvuku (při dané teplotě) platí $c = 340\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

$\boxed{f_1 = 500\,\mathrm{Hz},\ f_2 = 1\,500\,\mathrm{Hz},\ f_3 = 2\,500\,\mathrm{Hz}}$

Příklad 54: Vypočítejte rychlost zvuku v héliu ${}^4_2\mathrm{He}$ při teplotě $t = 20\,^\circ\mathrm{C}$, víte-li, že molekuly hélia jsou jednoatomové.

$\boxed{c = 1\,007\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$

Příklad 55: O kolik procent se zhruba změní kmitočet píšťaly, jestliže se teplota v kelvinech zvýší o cca jedno procento?

$\boxed{\text{Kmitočet píšťaly se zvýší zhruba o půl procenta.}}$

Příklad 56: Pod jakým největším úhlem α_max může dopadat zvuková vlna na rozhraní vzduch–voda, aby pronikla do vody, když pro rychlost zvuku ve vodě platí $v_2 = 1\,450\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ a rychlost zvuku ve vzduchu při dané teplotě $v_1 = 340\,\mathrm{m\,s^{-1}}$?

$\boxed{\alpha_\mathrm{max} = 13^\circ\,34'}$

Příklad 57: Amplituda akustického tlaku rovinné zvukové vlny o kmitočtu $f = 1\,000\,\mathrm{Hz}$ $p'_0 = 3 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa}$ (hranice slyšitelnosti). Vypočítejte amplitudu akustické rychlosti a akustické výchylky, jestliže pro rychlost zvuku a hustotu vzduchu při dané teplotě platí $c = 345\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $\rho_0 = 1{,}2\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

$\boxed{v = 7{,}25 \times 10^{-8}\,\mathrm{m\,s^{-1}},\ y = 1{,}15 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}}$

Příklad 58: Určete, o kolik decibelů se zvýší hladina intenzity zvuku, pokud se a) zvýší fyzikální intenzita 4×, b) zvýší akustický tlak 4×.

$\boxed{\text{a) } \Delta L = 6{,}02\ \mathrm{dB},\ \text{b) } \Delta L = 12{,}04\,\mathrm{dB}}$

Příklad 59: O kolik procent se musí zvýšit intenzita zdroje zvuku, aby se hladina intenzity zvýšila o 1 dB?

$\boxed{\text{Intenzita se musí zvýšit o } 25{,}9\,\%.}$

Příklad 60: V prostředí, jehož hladina hluku pozadí je $L_\mathrm{p} = 60\,\mathrm{dB}$, byl změřen hluk stroje. Byla naměřena hladina hluku $L_\mathrm{s} = 64\,\mathrm{dB}$. Jak velká hladina hluku stroje L_st by byla naměřena, kdyby měření probíhalo v tiché místnosti?

$\boxed{L_\mathrm{st} = 61{,}8\,\mathrm{dB}}$

Příklad 61: Hladina hluku jednoho stroje v tovární hale je L_1. O kolik decibelů se zvýší hladina hluku, bue-li současně zapnuto 2, 5, 10 stejných strojů?

$\boxed{\Delta L = 3{,}01\,\mathrm{dB},\ 6{,}99\,\mathrm{dB},\ 10\,\mathrm{dB}}$

Příklad 62: Okno, jehož plocha $S = 2\,\mathrm{m}^2$ je otevřeno do ulice, pouliční ruch v rovině okna má hladinu intenzity $L = 80\,\mathrm{dB}$. Jak velký je akustický výkon vstupující oknem do pokoje?

$\boxed{P = 0{,}2\,\mathrm{mW}}$

Příklad 63: Ve vzdálenosti $r_1 = 10\,\mathrm{m}$ od zdroje zvuku velmi malých rozměrů je hladina intenzity zvuku $L_1 = 20\,\mathrm{dB}$. Vypočítejte, zanedbávaje útlum, jaká je hladina intenzity zvuku L_2 ve vzdálenosti $r_2 = 5\,\mathrm{m}$ od zdroje zvuku.

$\boxed{L_2 = 26\,\mathrm{dB}}$

Příklad 64: Jakou rychlostí by se musel pohybovat zdroj zvuku, aby pozorovatel, ke kterému se zdroj přibližuje, slyšel dvojnásobný kmitočet oproti pozorovateli, od kterého se stejný zdroj vzdaluje? Rychlost zdroje vyjádřete jako násobek rychlosti zvuku.

$$\boxed{v = c/3}$$

Příklad 65: Dva vozíky se pohybují proti sobě rychlostmi o stejné velikosti $v = 1{,}6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Na každém z vozíků je ladička znící tónem „komorní a“ o kmitočtu $f_{\mathrm{a1}} = 440\,\mathrm{Hz}$. Jaký kmitočet záznějů f_{z} vnímá pozorovatel sedící na jednom z vozíků? Pro rychlost zvuku při dané teplotě platí $c = 345\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

$$\boxed{f_{\mathrm{z}} = 4{,}1\,\mathrm{Hz}}$$

Příklad 66: Jeden ze dvou navzájem se přibližujících vlaků jede rychlostí $v_1 = 72\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ a píská s frekvencí $f = 620\,\mathrm{Hz}$. Určete, jakou frekvenci vnímá cestující druhého vlaku, jede-li rychlostí $v_2 = 54\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, před setkáním, a po minutí obou vlaků. Rychlost zvuku $c = 335\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

$$\boxed{f_{\text{před}} = 689\,\mathrm{Hz},\ f_{\mathrm{po}} = 559\,\mathrm{Hz}}$$

Příklad 67: Souprava TGV, jedoucí rychlostí $v = 575\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, píská 2 sekundy. Jak dlouho trvá zvuk, který vnímá v klidu stojící pozorovatel, pokud se a) k němu souprava přibližuje, b) od něho vzdaluje? Rychlost zvuku $c = 335\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

$$\boxed{\text{a) } \tau_{\text{přibliž}} = 1{,}05\,\mathrm{s},\ \text{b) } \tau_{\text{vzdal}} = 2{,}95\,\mathrm{s}}$$

Příklad 68: Při jakém úhlu dopadu bude světlo odražené od vodní hladiny zcela polarizováno? Pro index lomu vody platí $n = 1{,}33$.

$$\boxed{\alpha_{\mathrm{B}} = 53^\circ\,04'}$$

Příklad 69: Vypočítejte efektivní hodnotu intenzity elektrického a magnetického pole slunečního záření v blízkosti Země, víte-li, že v blízkosti Země je intenzita záření $I = 1\,395\,\mathrm{W\,m^{-2}}$.

$$\boxed{E_{\mathrm{ef}} = 725\,\mathrm{V\,m^{-1}},\ H_{\mathrm{ef}} = 1{,}92\,\mathrm{A\,m^{-1}}}$$

Příklad 70: Jaká část energie elektromagnetické vlny se odrazí, dopadá-li vlna kolmo na rozhraní vzduch-voda? Index lomu vody (pro světlo) $n_{\mathrm{voda}} = 1{,}33$.

$$\boxed{R = 2\,\%}$$

Příklad 71: Vypočítejte, jaká část intenzity nepolarizovaného světla projde ideálním polarizačním filtrem.

$\boxed{I = I_0/2}$

Příklad 72: Dva ideální polarizační filtry (polarizátor a analyzátor) jsou zařazeny za sebou a prochází přes ně světelný paprsek. Pokud jsou osy polarizace obou filtrů totožné, má intenzita světla za druhým filtrem velikost I_0. Vypočítejte, jak musí byt osy polarizace filtrů navzájem stočeny, aby intenzita světla za druhým filtrem měla velikost a) $I_0/2$, b) $I_0/10$.

$\boxed{\text{a) } \Delta\varphi = 45°, \text{ b) } \Delta\varphi = 71° \, 34'}$

Příklad 73: V Youngově pokusu jsou štěrbiny, vzdálené od sebe $d = 0{,}1\,\mathrm{mm}$, kolmo osvětleny monochromatickým světlem o vlnové délce $\lambda = 650\,\mathrm{nm}$. Na stínítku vzdáleném $x = 0{,}5\,\mathrm{m}$ se objeví světlé interferenční proužky. Spočítejte vzdálenost Δy dvou sousedních proužků.

$\boxed{\Delta y = 3{,}25\,\mathrm{mm}}$

Příklad 74: Na optickou mřížku s hustotou 600 vrypů na jeden milimetr dopadá kolmo laserový paprsek o vlnové délce $\lambda = 532\,\mathrm{nm}$. Vypočítejte, pod jakými úhly α_m je v prošlém světle možné pozorovat interferenční maxima.

$\boxed{\alpha_m = 0°, \pm 18°37', \pm 39°40', \pm 73°15'}$

Příklad 75: Spočítejte mřížkovou konstantu optické mřížky, která na stínítku vzdáleném $x = 0{,}5\,\mathrm{m}$ vytváří maxima 1. řádu vzdálená od hlavního (centrálního) maxima $y = 10{,}789\,\mathrm{cm}$. Mřížka je osvětlena kolmo laserovým světlem o vlnové délce $\lambda = 632{,}8\,\mathrm{nm}$.

$\boxed{d = 3\,\mu\mathrm{m}}$

Příklad 76: Štěrbina šířky $a = 0{,}5\,\mathrm{mm}$, osvětlovaná kolmo fialovým laserovým světlem, je vzdálena $x = 2{,}5\,\mathrm{m}$ od stínítka. První dva tmavé proužky na stínítku, ležící na téže straně od hlavního maxima, jsou od sebe vzdáleny $\Delta y = 2\,\mathrm{mm}$. Určete vlnovou délku použitého světla.

$\boxed{\lambda = 400\,\mathrm{nm}}$

Příklad 77: Bílé světlo o stejné intenzitě v celé viditelné oblasti vlnových délek ($400\,\mathrm{nm}$ – $750\,\mathrm{nm}$) dopadá kolmo na vrstvu o tloušťce $h = 350\,\mathrm{nm}$ a indexu lomu $n = 1{,}33$, která se nachází ve vzduchu. Při jakých vlnových délkách se pozorovateli jeví vrstva nejvíce osvětlená? Pozorovatel vnímá odražené světlo.

$\boxed{\lambda = 621\,\mathrm{nm}}$

Příklad 78: Na čočce ze skla o indexu lomu $n_2 = 1{,}5$ je umístěna antireflexní vrstva z materiálu o indexu lomu $n_1 = 1{,}4$. Jaká musí být nejmenší tloušťka této vrstvy, aby interferenčně potlačovala odraz světla o vlnové délce $\lambda = 550\,\mathrm{nm}$? Předpokládejte, že světlo na čočku dopadá kolmo.

$\boxed{h = 98{,}2\,\mathrm{nm}}$

Příklad 79: Dvě čtvercové desky ze skla o indexu lomu $n = 1{,}5$ a hraně $l = 200\,\mathrm{mm}$ jsou položeny na sebe, přičemž je mezi ně podél jedné z hran vložen tenký drátek o průměru $d = 0{,}05\,\mathrm{mm}$. Na desky dopadá kolmo svazek světla o vlnové délce $\lambda = 633\,\mathrm{nm}$, díky čemuž na vzduchové vrstvě mezi nimi vznikají interferenční proužky. Jaká je vzájemná vzdálenost Δx dvou sousedních světlých proužků?

$\boxed{\Delta x = 1{,}27\,\mathrm{mm}}$

Příklad 80: Bílé světlo se odráží od tenké olejové vrstvy, plovoucí na vodní hladině, pod úhlem $\alpha = 60^\circ$. Vypočítejte, které vlnové délky jsou v odraženém viditelném světle nejvíce zesíleny, pokud olejová vrstva má tloušťku $d = 1000\,\mathrm{nm}$, index lomu oleje $n_\mathrm{o} = 1{,}45$ a index lomu vody $n_\mathrm{v} = 1{,}33$.

$\boxed{\lambda = 423\,\mathrm{nm},\ 517\,\mathrm{nm},\ 665\,\mathrm{nm}}$

Příklad 81: Jaká musí být minimální výška h svislého rovinného zrcadla, aby se v něm viděla celá osoba výšky H?

$\boxed{h = H/2}$

Příklad 82: Do jaké vzdálenosti s_o před vyduté zrcadlo o poloměru velikosti $|r|$ musíme umístit předmět, aby jeho obraz byl převrácený a pro velikost jeho zvětšení platilo $|m| = 3$? V jaké vzdálenosti s_i od zrcadla se obraz nahází? Je skutečný?

$\boxed{s_o = 2|r|/3,\ s_i = 2|r|,\ \text{obraz leží před zrcadlem a je skutečný}}$

Příklad 83: Do jaké vzdálenosti s_o před vyduté zrcadlo o poloměru velikosti $|r|$ musíme umístit předmět, aby jeho obraz byl vzpřímený a pro velikost jeho zvětšení platilo $|m| = 3$? V jaké vzdálenosti s_i od zrcadla se obraz nahází? Je skutečný?

$\boxed{s_o = |r|/3,\ s_i = -|r|,\ \text{obraz leží za zrcadlem a je virtuální}}$

Příklad 84: Do jaké vzdálenosti s_o před vypuklé zrcadlo o poloměru velikosti $|r|$ musíme umístit předmět, aby jeho obraz měl zvětšení o velikosti $|m| = 1/4$? V jaké vzdálenosti s_i od zrcadla se obraz nahází? Je skutečný?

$\boxed{s_o = 3|r|/2,\ s_i = -3|r|/8,\ \text{obraz leží za zrcadlem a je virtuální}}$

Příklad 85: Tenká skleněná čočka, umístěná ve vzduchu, má optickou mohutnost $D = +12$ dioptrií. Jakou optickou mohutnost D' bude mít ve vodě? Pro index lomu skla a vody platí $n_\mathrm{s} = 1{,}5$, $n_\mathrm{v} = 1{,}33$.

$\boxed{D' = 3{,}07\,\text{dioptrie}}$

Příklad 86: Tenká skleněná čočka, umístěná ve vzduchu, má optickou mohutnost $D = +5$ dioptrií. Umístíme-li ji do kapaliny, optická mohutnost se změní na $D' = -1$ dioptrie. Jaký index lomu n_k má kapalina? Index lomu skla $n_\mathrm{s} = 1{,}5$.

$\boxed{n_\mathrm{k} = 1{,}67}$

Příklad 87: Do jaké vzdálenosti s_i od objektivu diaprojektoru (spojné tenké čočky) musíme umístit projekční plátno o velikosti $1{,}8\,\mathrm{m} \times 1{,}2\,\mathrm{m}$, aby na celou jeho plochu byl ostře promítnut diapozitiv o velikosti $36\,\mathrm{mm} \times 24\,\mathrm{mm}$, jestliže pro ohniskovou vzdálenost objektivu platí $f = 0{,}2\,\mathrm{m}$? Jak je obraz diapozitivu orientován?

$\boxed{s_i = 10{,}2\,\mathrm{m},\ \text{obraz je převrácený}}$

Příklad 88: S fotoaparátem, jehož objektiv (tenká spojná čočka) má ohniskovou vzdálenost $f = 50\,\mathrm{mm}$, chceme zachytit předmět výšky $20\,\mathrm{cm}$ tak, aby na kinofilmu měl výšku $20\,\mathrm{mm}$. Do jaké vzdálenosti s_o od objektivu musíme předmět umístit? Jakou má obraz vzhledem k předmětu orientaci?

$\boxed{s_o = 55\,\mathrm{cm},\ \text{obraz je převrácený}}$

Příklad 89: Fotoaparátem s objektivem o ohniskové vzdálenosti $f = 0{,}2\,\mathrm{m}$ byl ze vzdálenosti $l = 100\,\mathrm{m}$ vyfotografován strom, jehož obraz na kinofilmu má výšku $h = 15\,\mathrm{mm}$. Jakou výšku má strom?

$\boxed{\text{Výška stromu je } 7{,}49\,\mathrm{m.}}$

Příklad 90: Vypočtěte, jakou povrchovou teplotu má Slunce a jaký celkový výkon vyzařuje, jestliže vyzařuje jako AČT s maximem na vlnové délce $\lambda_\mathrm{m} = 500\,\mathrm{nm}$. Poloměr Slunce je $R_\mathrm{S} = 695\,500\,\mathrm{km}$.

$\boxed{T = 5796\,\mathrm{K},\ P = 3{,}89 \times 10^{26}\,\mathrm{W}}$

Příklad 91: Hvězda Sírius má povrchovou teplotu $T_\mathrm{Si} = 9\,940\,\mathrm{K}$ a poloměr $R_\mathrm{Si} = 1{,}711\times$ větší, nežli je poloměr Slunce. Kolikrát větší výkon vyzařuje Sírius oproti Slunci, víte-li, že Slunce vyzařuje s maximem na vlnové délce $\lambda_\mathrm{m} = 500\,\mathrm{nm}$?

$\boxed{P_\mathrm{Si}/P_\mathrm{Sl} = 25{,}3}$

Příklad 92: Vypočítejte, jaký proud by měl protékat kovovým vláknem o průměru $d = 0{,}1\,\mathrm{mm}$, umístěným ve vyčerpané baňce, aby se jeho teplota ustálila na hodnotě $T = 2\,500\,\mathrm{K}$. Pro měrný odpor vlákna platí $\rho = 2{,}5 \times 10^{-6}\,\Omega\,\mathrm{m}$, vlákno vyzařuje jako AČT.

$\boxed{I = 1{,}48\,\mathrm{A}}$

Příklad 93: Prahová vlnová délka pro fotoelektrickou emisi u wolframu je $\lambda_0 = 230\,\mathrm{nm}$. Jakou vlnovou délku dopadajícího světla musíme použít, aby vyletovaly elektrony s maximální kinetickou energií $2\,\mathrm{eV}$?

$\boxed{\lambda = 168\,\mathrm{nm}}$

Příklad 94: Výstupní práce pro sodík $A = 2{,}3\,\mathrm{eV}$. Jaká maximální vlnová délka dopadajícího světla ještě způsobí fotoelektrickou emisi?

$\boxed{\lambda = 539\,\mathrm{nm}}$

Příklad 95: Zdroj světla s vlnovou délkou λ osvětluje kovový povrch a způsobuje fotoemisi elektronů s maximální kinetickou energií $1\,\mathrm{eV}$. Použijeme-li zdroj světla s poloviční vlnovou délkou, mají fotoelektrony maximální kinetickou energii 4 eV. Jaká je výstupní práce kovového povrchu?

$\boxed{A = 2\,\mathrm{eV}}$

Příklad 96: Jakou vlnovou délku musí mít foton, aby jeho hmotnost odpovídala klidové hmotnosti elektronu?

$\boxed{\lambda = 2{,}43\,\mathrm{pm}}$

Příklad 97: Určete energii, hybnost a hmotnost fotonu rentgenového záření s vlnovou délkou $\lambda = 1\,\text{Å}$.

$\boxed{E = 12{,}4\,\mathrm{keV},\ p = 6{,}63 \times 10^{-24}\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}},\ m = 2{,}21 \times 10^{-32}\,\mathrm{kg}}$

Příklad 98: Laserové ukazovátko vyzařuje svazek světla o vlnové délce $\lambda = 405\,\mathrm{nm}$ a výkonu $P = 100\,\mathrm{mW}$. Kolik fotonů toto ukazovátko emituje každou sekundu?

$\boxed{n = 2{,}04 \times 10^{17}\,\mathrm{s^{-1}}}$

Příklad 99: Svazek rentgenových paprsků se rozptyluje na volných elektronech. Paprsky odchýlené o úhel $\varphi = 45^\circ$ od původního směru mají vlnovou délku $\lambda' = 2\,\mathrm{pm}$. Jaká je vlnová délka dopadajících paprsků?

$\boxed{\lambda = 1{,}29\,\mathrm{pm}}$

Příklad 100: Foton rentgenového záření o vlnové délce $\lambda = 10\,\mathrm{pm}$ se čelně srazil s volným elektronem, který byl v klidu, a odrazil se zpět. Jaká je vlnová délka fotonu a kinetická energie elektronu po srážce?

$\boxed{\lambda' = 14{,}9\,\mathrm{pm},\ E_\mathrm{k} = 40{,}5\,\mathrm{keV}}$

Příklad 101: Jestliže maximální kinetická energie dodaná elektronům při Comptonově rozptylu je 30 keV, jaká je vlnová délka λ_0 dopadajících fotonů?

$\boxed{\lambda_0 = 11{,}9\,\mathrm{pm}}$

Příklad 102: Jakou kinetickou energii musí mít elektron letící vodou s indexem lomu $n = 1{,}33$, aby se stal zdrojem Čerenkovova záření?

$\boxed{E_\mathrm{k} \gtrsim 264\,\mathrm{keV}}$

Příklad 103: Z povrchu bílého trpaslíka o poloměru $R = 10\,000\,\mathrm{km}$ a hmotnosti $M = 2 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$ byl vyzářen foton o vlnové dálce $\lambda_0 = 500\,\mathrm{nm}$. Jakou vlnovou délku bude mít tento foton, vzdálí-li se do nekonečné vzdálenosti od hvězdy?

$\boxed{\lambda = 500{,}074\,\mathrm{nm}}$

Příklad 104: Vypočtěte rychlost a de Broglieho vlnovou délku elektronu, jehož kinetická energie $E_\mathrm{k} = 20\,\mathrm{keV}$. Výpočet proveďte relativisticky.

$\boxed{v = 0{,}272\,c,\ \lambda = 8{,}59\,\mathrm{pm}}$

Příklad 105: Vypočtěte de Broglieho vlnovou délku elektronu, který byl urychlen potenciálovým rozdílem $U = 100\,\mathrm{V}$. Výpočet můžete provést nerelativisticky.

$\boxed{\lambda = 123\,\mathrm{pm}}$

Příklad 106: Stanovte neurčitosti rychlostí elektronu a protonu, pokud jsou tyto částice uzavřeny v oblasti s lineárním rozměrem $\Delta x = 1\,\mathrm{nm}$.

$\boxed{\Delta v_\mathrm{e} \approx 58\,\mathrm{km\,s^{-1}},\ \Delta v_\mathrm{p} \approx 32\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$

Příklad 107: Předpokládejte, že nejistota určení polohy částice je úměrná de Broglieho vlnové délce této částice. Vyjádřete nejistotu určení rychlosti částice jako funkci rychlosti.

$\boxed{\Delta v \approx v/4\pi}$

Příklad 108: Jistá elementární částice má dobu života $\Delta t \approx 10^{-23}\,\mathrm{s}$. Jaká je neurčitost její klidové hmotnosti?

$\boxed{\Delta m \approx 6 \times 10^{-29}\,\mathrm{kg}}$

Příklad 109: Porovnejte velikost Coulombovy a gravitační síly, kterou na sebe působí proton a elektron.

$\boxed{F_\mathrm{C}/F_\mathrm{G} = 2{,}27 \times 10^{39}}$

Příklad 110: Vypočítejte poloměry prvních dvou kvantových orbit elektronu v atomu vodíku podle Bohrova modelu.

$\boxed{r_1 = 5{,}29 \times 10^{-11}\,\mathrm{m},\ r_2 = 2{,}12 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}}$

Příklad 111: Vypočítejte rychlosti elektronu na prvních dvou kvantových orbitách v atomu vodíku podle Bohrova modelu.

$\boxed{v_1 = 2{,}19 \times 10^{6}\,\mathrm{m\,s^{-1}},\ v_2 = 1{,}09 \times 10^{6}\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$

Příklad 112: Vypočítejte oběžné frekvence elektronu na prvních dvou kvantových orbitách v atomu vodíku podle Bohrova modelu. Kdyby elektrony na těchto frekvencích vyzařovaly, jakým vlnovým délkám ve vakuu by to odpovídalo?

$\boxed{f_1 = 6{,}58 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz},\ f_2 = 8{,}23 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz},\ \lambda_1 = 45{,}6\,\mathrm{nm},\ \lambda_2 = 364\,\mathrm{nm}}$

Příklad 113: Vypočítejte poměr obvodu n-té kvantové orbity a de Broglieho vlnové délky elektronu na této orbitě podle Bohrova modelu atomu vodíku.

$\boxed{o_n/\lambda_n = n}$

Příklad 114: S využitím Bohrova modelu, vypočítejte ionizační energii atomu vodíku s elektronem v základním stavu. Jakou maximální vlnovou délku musí mít foton, který může atom vodíku v základním stavu ionizovat?

$\boxed{E_\mathrm{i} = 13{,}6\,\mathrm{eV},\ \lambda = 91{,}1\,\mathrm{nm}}$

Příklad 115: S využitím Bohrova modelu, vypočítejte ionizační energii jednou ionizovaného atomu hélia (atomu hélia s pouze jedním elektronem) s elektronem v základním stavu.

$\boxed{E_\mathrm{i} = 54{,}4\,\mathrm{eV}}$

Příklad 116: S využitím Bohrova modelu, vypočítejte vlnovou délku fotonu, který je emitován, když elektron v atomu vodíku přechází z 6., 5., 4. a 3. na 2. kvantovou orbitu.

$\boxed{\lambda_{62} = 410\,\mathrm{nm},\ \lambda_{52} = 434\,\mathrm{nm},\ \lambda_{42} = 486\,\mathrm{nm},\ \lambda_{32} = 656\,\mathrm{nm}}$

Příklad 117: Na základě Pauliho vylučovacího principu ukažte, jaký je nejvyšší možný počet elektronů na 1., 2., 3. a 4. kvantové orbitě.

$$\boxed{N = 2, 8, 18, 32}$$

Příklad 118: Částice o hmotnosti m se nachází v jednorozměrné, nekonečně hluboké, pravoúhlé potenciálové jámě šířky a. Řešením stacionární Schrödingerovy rovnice najděte energie, které může částice mít.

$$\boxed{E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2, \quad n = 1, 2, 3, \ldots}$$

Příklad 119: Určete normovací konstantu A pro vlnovou funkci $\Psi(x) = A\sin(n\pi x/a)$, kde $n = 1, 2, 3, \ldots$, v oboru proměnné x ležící v intervalu $0 \leq x \leq a$.

$$\boxed{A = \pm\sqrt{2/a}}$$

Příklad 120: Vlnová funkce jisté částice má tvar

$$\Psi(x) = C\mathrm{e}^{-|x|/x_0},$$

kde C a $x_0 > 0$ jsou konstanty a $x \in (-\infty, \infty)$. Najděte normovací konstantu C a pravděpodobnost P, že částice se nachází v intervalu $\langle -x_0, x_0\rangle$.

$$\boxed{C = \pm 1/\sqrt{x_0},\ P = 0{,}865}$$

Příklad 121: Vlnová funkce pro částici s nejmenší možnou energií, uvězněnou v nekonečně hluboké, pravoúhlé, jednorozměrné potenciálové jámě šířky, a má tvar $\Psi(x) = \sqrt{2/a}\sin \pi x/a$, kde $x \in \langle 0, a\rangle$. Vypočítejte pravděpodobnost, že částice se nachází v intervalu $x \in \langle a/4, 3a/4\rangle$.

$$\boxed{P = 0{,}818}$$

Příklad 122: Částice o hmotnosti $m = 1\,\mathrm{mg}$ se může pohybovat kolmo mezi dvěma tuhými stěnami vzdálenými od sebe $a = 1\,\mathrm{cm}$. Jaká je minimální možná rychlost této částice?

$$\boxed{v_{\min} = 3{,}31 \times 10^{-26}\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$$

Příklad 123: Kvantový oscilátor. Víme, že pro potenciální energii lineárního harmonického oscilátoru (např. hmotný bod o hmotnosti m na pružině) platí $V = -kx^2/2$, kde k je tuhost pružiny. Řešením pohybové rovnice pak dostaneme pro kruhový kmitočet $\omega = \sqrt{k/m}$, takže potenciální energii můžeme psát jako $V = -m\omega^2 x^2/2$. Dosazením do Schrödingerovy rovnice dostaneme

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2\Psi}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2\Psi = E\Psi.$$

Ukažte, že funkce $\Psi(x) = C\mathrm{e}^{-\alpha x^2}$ je řešením této rovnice. Najděte hodnotu koeficientu α a energii, pro kterou je daná funkce řešením Schrödingerovy rovnice.

$\boxed{\alpha = \frac{m\omega}{2\hbar},\ E = \frac{1}{2}\hbar\omega}$