Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 7.9.2018

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Do kadeřnictví s otevírací dobou od 8:00 do 18:00 denně přijde průměrně 15 zákazníků, přičemž průměrně každý pátý zákazník je muž. Zákaznící chodí zcela nezávisle na sobě rovnoměrně během celého dne. Určete pravděpodobnost, že

- a) do 9:20 přijdou maximálně 3 zákazníci,
- b) do 9:20 přijdou maximálně 3 zákazníci a všechno to budou ženy,
- c) nejpozději čtvrtý příchozí zákazník bude muž,
- d) na dalšího zákazníka budeme čekat alespoň hodinu.
- e) Určete čas t tak, že s pravděpodobností 0,9 doba čekání na příštího zákazníka nepřekročí t.

Úloha 2. Hromadného školení řidičů se zúčastnili zaměstnanci dvou firem, přičemž z firmy A dorazilo dvakrát více zaměstnanců než z firmy B. Mezi zaměstnanci firmy A bylo 25% žen, mezi zaměstnanci firmy B bylo 50% žen. Určete pravděpodobnost, že

- a) náhodně vybraná žena je z firmy A,
- b) náhodně vybraný muž je z firmy B,
- c) náhodně vybraný zaměstnanec na školení je žena,
- d) náhodně vybraný zaměstnanec na školení je žena z firmy A.
- e) Mějme jevy K a L, pro něž platí P(L) = 1/5 a $P(K^c|L^c) = 3/4$. Spočtěte $P(K \cap L^c)$.

Úloha 3. Z 20 studentů, kteří přišli daný den na zkoušku, jich 16 tuto zkoušku úspěšně složilo.

- a) Na základě těchto dat nakreslete empirickou distribuční funkci náhodné veličiny X popisující, zda náhodně vybraný student zkoušku složil (X=1) nebo nesložil (X=0).
- b) Určete, jaké rozdělení má tato náhodná veličina X, a metodou maximální věrohodnosti určete parametr tohoto rozdělení.

- c) Určete oboustranný asymtotický 95% interval spolehlivosti pro tento parametr. (hint: Využijte vztahu mezi střední hodnotou a rozptylem rozdělení těchto dat.)
- d) Na základě výsledku z bodu b) určete pravděpodobnost, že z pěti náhodně vybraných studentů přesně 2 zkoušku úspěšně složili.
- e) Předpokládejme, že v celém ročníku je úspěšnost složení zkoušky stejná, jako v tomto termínu. Určete pravděpodobnost, že ze 100 náhodně vybraných studentů jich zkoušku úspěšně složilo maximálně 75. Použijte CLV.

Úloha 4. U dvou různých algoritmů třídění náhodných, stejně dlouhých posloupností bylo sledováno, zda doba třídění nepřesáhne zvolený limit. Statistika je následující:

	úspěšný	neúspěšný
algoritmus 1	40	10
algoritmus 2	20	30

- a) Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde X popisuje úspěšnost zpracování (X=1 pro úspěch a X=0 pro neúspěch), a Y popisuje zvolený algoritmus (Y=1 pro algoritmus 1 a Y=2 pro algoritmus 2).
- b) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je úspěšnost třídění závislá na zvoleném algoritmu.
- c) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda počet úspěšných a neúspěšných výsledků byl přibližně stejný.
- d) Jsou počty úspěšných a neúspěšných výsledků v těchto 100 pokusech nezávislé? Odpověď řádně zdůvodněte.
- e) Definujte **obecně** nezávislost diskrétních náhodných veličin U a V.