Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 6.6.2018

| Jméno a příjmení | 1 | 2 | 3 | 4 | celkem | známka |
|------------------|---|---|---|---|--------|--------|
| | | | | | | |

Úloha 1. Rybář chytí za den průměrně 12 ryb, přičemž průměrně každá třetí ryba je pražma. Rybář denně sedí u vody v době 7:00-11:00. Určete pravděpodobnost, že

- a) do 8:00 chytí rybář maximálně 3 pražmy,
- b) do 8:00 chytí rybář maximálně 3 ryby, přičemž všechny budou pražmy,
- c) doba čekání na ulovení pražmy bude delší než půl hodiny,
- d) ve čtyřechi po sobě chycených rybách bude maximálně jedna pražma,
- e) v daný den bude nejpozději druhá chycená ryba pražma.

Úloha 2. Kostka má náhodnou délku hrany rovnoměrně rozdělenou na intervalu (2,6).

- a) Určete distribuční funkci, hustotu, střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X udávající délku hrany kostky.
- b) Určete pravděpodobnost, že délka hrany je v rozmezí 3-7 cm.
- c) Určete distribuční funkci rozdělení náhodné veličiny Y udávající objem kostky.
- d) Předpokládejme, že deset takových kostek chceme prostrkávat čtvercovým otvorem s hranou délky 4 cm. Určete rozdělení náhodné veličiny Z udávající počet kostek, které otvorem prostrčíme, a spočtěte pravděpodobnost, že otvorem prošly maximálně dvě kostky.
- e) Předpokládejme, že do téhož otvoru strkáme 100 takových kostek. Spočtěte pravděpodobnost, že otvorem projde alespoň 60 kostek. (použijte CLV)

Úloha 3. V jistém juniorském basketbalovém týmu byla sledována výška jednotlivých hráčů. Vzorek naměřených hodnot (v cm) je uveden v následující tabulce:

| 188 | 177 | 188 | 174 | 186 | 181 | 189 | 195 | 197 | 192 | 181 | 188 | 201 | 180 | 183 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení má výška basketbalisty.

- b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. $(\sum x_i = 2800, \sum (x_i \bar{x})^2 = 797.33)$
- c) Otestujte, zda je možné říct, že střední výška basketbalisty je 190 cm.
- d) Jaká je souvislost mezi výběrovým průměrem a teoretickou střední hodnotou?
- e) Je-li skutečná střední výška basketbalisty 190 cm a rozptyl výšky je 64 (cm²), jaká je pravděpodobnost, že nově příchozí basketbalista bude mít výšku v rozmezí 170-190 cm?

Úloha 4. Nechť X označuje platovou třídu (1 nejnižší, 3 nejvyšší) a Y schopnost splácet úvěr (1 dobrá, 0 špatná). V tabulce jsou počty klientů jisté banky spadající do příslušných skupin dvojice "platová třída - schopnost splácet".

| $Y \mid X$ | 1 | 2 | 3 |
|------------|----|----|----|
| 0 | 12 | 10 | 8 |
| 1 | 8 | 30 | 52 |

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte korelaci corr(X, Y).
- c) Určete $P(X \leq 2, Y \geq 1)$.
- d) Otestujte, zda je možno považovat platovou třídu a schopnost splácet úvěr za nezávislé náhodné veličiny.
- e) Definujte nezávislost náhodných veličin $X,\,Y$ a Z.