Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 18.5.2020

Jméno a příjmení	1	2	3	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 45 bodů)

Pošta vydává zákazníkům v průměru 80 zásilek denně, přičemž 30 z nich je určeno firmám a zbytek soukromým osobám. Tyto zásilky pak pošta dělí na tři typy: balíky, úřední korespondenci (tj. dopisy z úřádů, soudů apod.) a osobní korespondenci (běžné dopisy, pohlednice, přání apod.). Poměry těchto zásilek jsou 1:2:1, přičemž 20% balíků a 60% úřední korespondence je určeno firmám. Otevírací doba pošty je 8:00 – 18:00. Předpokládejme, že každý zákazník si vyzvedne právě jednu zásilku a že zákazníci přicházejí na poštu rovnoměrně během celého dne a zcela nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- a) na prvního zákazníka bude pošta čekat alespoň půl hodiny, (7 bodů)
- b) v době 8:00 10:00 si pro úřední korespondenci přijdou alespoň dvě soukromé osoby, (7 bodů)
- c) nejpozději třetí příchozí zákazník bude zástupce firmy, (7 bodů)
- d) zákazník, který si vyzvedává osobní korespondenci, je soukromá osoba,
 (7 bodů)
- e) zákazník, který je soukromá osoba, si vyzvedává osobní korespondenci, (7 bodů)
- f) ze 60 zásilek je alespoň 15 pro firmy (řešte pomocí CLV; 10 bodů).

Úloha 2. (celkem 30 bodů)

V jistém australském parku si lidé mohou pohladit místní zvířátka, ale vybrat si mohou vždy jen jedno. Bylo pozorováno, že 100 náhodně vybraných dospělých a dětských návštěvníků si zvolilo následovně:

	klokan	koala	wombat
dospělý	10	15	15
dítě	30	25	5

a) Odhadněte z dat marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde X popisuje, zda návštěvník, který si jde pohladit zvířátko, je dospělý (X=1) nebo dítě (X=0) a Y popisuje vybrané zvířátko (Y=1) pro klokana, Y=2 pro koalu a Y=3 pro wombata). (6 bodů)

- b) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda počet dospělých a dětí, kteří si jdou pohladit zvířátko, je přibližně stejný. (8 bodů)
- c) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda můžeme považovat věk (tj. dětství vs dospělost) a vybrané zvířátko za nezávislé náhodné veličiny. (8 bodů)
- d) Definujte nezávislost diskrétní náhodné veličiny U a spojté náhodné veličiny V. (8 bodů)

Úloha 3. (celkem 25 bodů)

V krabici máme černé a bílé kuličky. 10x po sobě jsme vytáhli z krabice kuličku, zaznamenali její barvu a vrátili ji zpět do krabice. Naše záznamy jsou: B, Č, B, B, B, Č, Č, B, Č, B.

- a) Nakreslete empirickou distribuční funkci náhodné veličiny X popisující barvu tažené kuličky způsobem X=1, je-li tažená kulička bílá, a X=0, je-li tažená kulička černá. (7 bodů)
- b) Určete, jaké rozdělení má náhodná veličina X, a metodou maximální věrohodnosti odhadněte z dat parametr(y) tohoto rozdělení. (10 bodů)
- c) Jsou-li barvy kuliček v krabici zastoupeny přesně v tom poměru, v jakém jsme jednotlivé barvy vytáhli, jaká je pravděpodobnost, že v následujících dvou tazích vytáhneme právě jednu černou kuličku? (8 bodů)