Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 29.6.2011

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Rybář chytí za den průměrně 8 ryb, přičemž průměrně každá čtvrtá ryba je okoun. Rybář denně sedí u vody v době 9:00-13:00. Určete pravděpodobnost, že

- a) během dopoledne (tj. do 12:00) chytí rybář maximálně 5 ryb, přičemž všechny je chytí až po desáté hodině,
- b) během odpoledne (tj. od 12:00) chytí rybář alespoň 2 okouny,
- c) doba čekání na ulovení ryby bude kratší než 1 hodina,
- d) v pěti po sobě chycených rybách budou maximálně 2 okouni,
- e) v daný den bude nejpozději 5.chycená ryba okoun.

Úloha 2. Atletických závodů středních škol se zúčastnili studenti gymnázií a průmyslových škol, přičemž z průmyslových škol dorazilo dvakrát více studentů než z gymnázií. Mezi studenty průmyslových škol bylo 10% dívek, mezi studenty gymnázií 50% dívek.

- a) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraná dívka je z průmyslové školy.
- b) Určete pravděpodobnost, že náhodně vybraný chlapec je z gymnázia.
- c) Určete pravděpodobnost, že ve stovce náhodně vybraných sporovců z průmyslové školy je aspoň 15 dívek. (Použijte CLV)
- d) Definujte podmíněnou pravděpodobnost.
- e) Napište Bayesovu větu. (Nezapomeňte na předpoklady!)

Úloha 3. Biologové měřili na několika exemplářích výšku daného druhu rostliny. Naměřené hodnoty (v cm) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má výška rostliny.

- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. $(\sum x_i = 1263, \sum (x_i \bar{x})^2 = 730.2)$
- d) Jak je definovaná (teoretická) střední hodnota a (teoretický) rozptyl náhodné veličiny?
- e) Otestujte, zda je možné říct, že střední výška rostliny je 1 m. (Využijte faktu, že za jistých předpokladů má

$$\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n} \sqrt{n}$$

rozdělení t_{n-1} .)

Úloha 4. Počty prodaných zájezdů jistou cestovní kanceláří ve dvou po sobě jdoucích letech byly:

$\boxed{rok \setminus ctvrtleti}$	1.	2.	3.	4.
1.	90	120	110	80
2.	130	180	170	120

a) Otestujte na hladině 5%, zda v prvním roce bylo množství prodaných zájezdů ve všech čtvrtletích přibližně stejné.

(Využijte faktu, že za jistých předpokladů má

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{(X_i - np_i)^2}{np_i}$$

rozdělení χ^2_{k-1} .)

- b) Určete pravděpodobnost, že zájezd náhodně vybraný z kartotéky je zájezd prodaný v prvním pololetí prvního roku?
- c) Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde X popisuje rok a Y popisuje čtvrtletí prodeje zájezdu náhodně vybraného z kartotéky.
- d) Definujte obecně nezávislost náhodných veličin X a Y.
- e) Definujte obecně kovarianci cov(X,Y) a napište její souvislost s nezávislostí.