## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 23.5.2019

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

**Úloha 1.** Hokejisté jistého týmu vyšlou během utkání (hraného pouze na tři třetiny, tj. bez prodloužení) na branku průměrně 40 střel. Průměrně každá osmá střela skončí gólem, přičemž poměr střel první, druhé a třetí formace jsou 3:3:2 a třetí formace se trefuje s pravděpodobností 0,1. Všechny střely, resp. góly, přicházejí zcela nezávisle na předešlých střelách, resp. gólech. Určete pravděpodobnost, že

- a) během třetí třetiny vstřelí tento tým alespoň 2 góly,
- b) na první gól tohoto týmu budou diváci čekat alespoň 10 hracích minut (pozn.: jedna třetina má 20 hracích minut ;-)),
- c) během první třetiny padnou maximálně 2 góly, přičemž ani jeden nepadne během posledních dvou minut této třetiny (kdy už fanynka odběhla, aby pak o přestávce nestála dlouhou frontu na WC;-)),
- d) nejpozději třetí střela tohoto týmu skončí gólem,
- e) pokud vystřelí hráč první formace, padne gól,
- f) pokud padne gól, vstřelil ho hráč první formace,
- g) z 28 střel tohoto týmu padne alespoň 5 gólů (řešte pomocí CLV).

## Úloha 2.

- a)  $P(A \cup B) = 0, 7, P(A \setminus B) = 0, 2, P(A^c) = 0, 6$ . Jsou jevy A a B nezávislé?
- b) Definujte nezávislost náhodných jevů A, B, C.
- c) Definujte nezávislost náhodných veličin X, Y, Z.

**Úloha 3.** Letecká společnost měřila výšky 13 nových zaměstnanců kvůli velikostem uniforem. Naměřené hodnoty (v cm) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení má výška rostliny.
- b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (hint:  $\sum x_i = 2303$ ,  $\sum (x_i \bar{x})^2 \doteq 730$ )
- c) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední výška nového zaměstnance je 1,8 m.
- d) Předpokládejme, že skutečná střední hodnota výšky nového zaměstnance je 1,8 m a rozptyl je 0.64 (m²). Spočtěte pravděpodobnost, že výška náhodně vybraného nového zaměstnance je v mezích 1,7m 1,9m.

**Úloha 4.** Hotel nabízí čtyři různé snídaně. Jejich oblíbenost mezi muži, ženami a dětmi je následující:

	snídaně $\rightarrow$	vločky	croissant	anglická	toast se šunkou
	skupina $\downarrow$	s jogurtem	s nutellou	$\operatorname{snídaně}$	a sýrem
ĺ	muži	2	3	10	5
ĺ	ženy	10	5	3	2
ĺ	děti	5	30	5	20

- a) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je v hotelu přibližně stejný počet dospělých a dětí.
- b) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda jsou všechny snídaně přibližně stejně oblíbené.
- c) Uvažujme pouze dospělé hosty. Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je výběr sladké (vločky / croissant) nebo slané (anglická / toast) snídaně závislý na pohlaví.
- d) Uvažujme testovací hladiny  $\alpha_1 = 1\%$  a  $\alpha_2 = 5\%$  a opakovaně aplikujme test nezávislosti na různé výběry. Která z těchto hladin způsobí, že
  - i) zamítáme častěji nulovou hypotézu,
  - ii) zvyšujeme chybu prvního druhu,
  - iii) dostáváme hodnotu příslušné testové statistiky blíže k hodnotě 0?