1)

a) Nejprve načteme data to v matlabu provedeme příkazem:

```
>> Data = load('mzdy.txt','-ascii');
>> Rok = Data(:,1);
>> Mzdy = Data(:,2);
```

b) potom máme převést problém na optimalizační úlohu což provedeme následovně:

$$\underline{x} = (x_0^*; x_1^*) = \underset{i=1}{\operatorname{argmin}} F(x_0; x_1), \text{ kde } F(x_0; x_1) = \sum_{i=1}^{n} (x_0 + x_1 t_i - M(t_i))^2$$
Do tvaru $x^* = \underset{x \in \mathbb{R}^2}{\operatorname{argmin}} ||Ax - b||^2$
(3)

F můžeme rozepsat do několika rovnic, kvůli sumě tím bychom měli soustavu rovnic.

Potom stačí vhodně zvolit matici A, aby odpovídalarovnici v zadání, náš vektor \underline{b} bude evidentně $\underline{b} = M(t_i)$

matice A bude úzká matice kde první sloupec bude jednotkový a druhý bude t_i , i = 1..n, vektor $\underline{x} = (x_0, x_1)$, pozor v řešení příkladu budeme uvažovat $(x_0, x_1)^T$ v matlabu:

```
>> b = Mzdy;

>> A = [ones(size(Rok)) (1:1:36)'];

% <u>b</u> se mi zdálo nepřehledné tak jsem ho přeškáloval 1 jednotka = 1/roku tj. 1 = 2000 první kv.

% <u>x</u> je proměnná, spočítáme ji jako řešení (3)

>> x = A\b;

<u>x</u> = (12273,289)
```

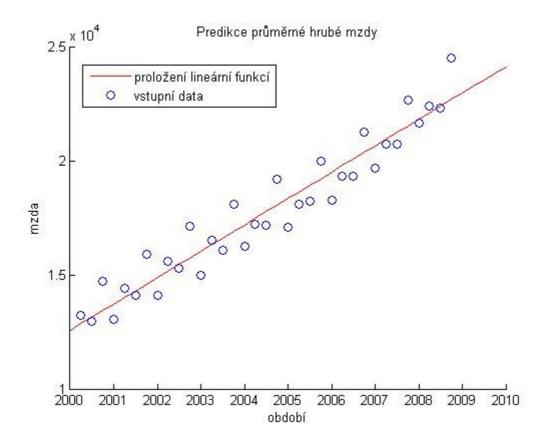
Odhadnutá funkce tedy je

$$M(t) = x_0 + x_1 t = 12273 + 289t$$

c) Požadované vyobrazení provedeme následovně:

```
>> hold on plot((2000:0.25:2010)',12273 + 289*(1:1:41)', 'r'); plot((2000:0.25:2008.75)',Mzdy, 'o'); xlabel('období'); ylabel('mzda');title('Predikce průměrné hrubé mzdy') hold off
```

% zobrazí následující graf



% omlouvám se, že kód píšu tak nepřehledně, osa x je 1:1:40 od 1-40 po 1krocích konstanty jsem získal v předchozím výpočtu 'r' dělá červenou barvu 'o' jsou kulaté body

- d) Mě vychází 23255, snad jsem se nespletl. Přijde mi to vcelku přijatelné číslo.
- e) dosadíme koeficienty a vysčítáme přes všechny indexy => hodnota krit. fce. bude 24804626, a graficky reprezentuje čtverec odchylky mojí funkce od naměřené hodnoty, čili hodnota je suma čtverců všech odchylek, což je vidět už z toho jak kriteriální funkce vypadá.

```
>> x = 0;
for index = 1:36
x = x + ((12273 + 289*index)-Mzdy(index))^2
end
```

2)

a) Nejprve načteme data to v matlabu provedeme příkazem:

```
>> Data = load('teplota.txt','-ascii');

>> Den = Data(:,1);

>> Teplota = Data(:,2);

b)\underline{x} = (x_0^*; x_1^*; x_2^*; x_3^*) = \underset{\underline{x} \in \mathbb{R}^4}{\operatorname{argmin}} F(x_0; x_1; x_2; x_3),

\underline{x} \in \mathbb{R}^4

,kde F(x_0; x_1; x_2; x_3) = \sum_{i=1}^{n} (x_0 + x_1 t_i + x_2 sin(\omega t_i) + x_3 sin(\omega t_i) - T(t_i))^2

na tvar x^* = \underset{\underline{x} \in \mathbb{R}^2}{\operatorname{argmin}} ||Ax - b||^2
```

```
>> b = Teplota;
```

>> A = [ones(size(Rok)) Den sin(Den*2*pi/365) cos(Den*2*pi/365)];

% A první sloupec koef. 1 druhý Den 3ti/4tý sloupec za ω rovnou dosadíme, jak jsem došel k A % snad není potřeba vysvětlovat je to stejně jako v první úloze jen rozepsání vzorce a sestavení % matice.

 $\%~\underline{x}$ je proměnná, spočítáme ji jako řešení (3)

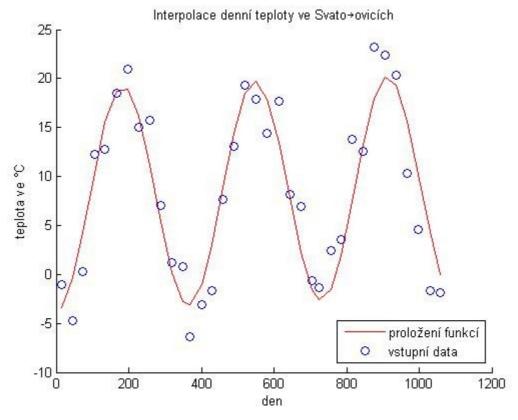
 $>> x = A \backslash b$;

 $\underline{\mathbf{x}}$ = (7.6341,0.0014,-0.1055,-11.3133)

c) graf v matlabu zobrazíme příkazy:

```
>> hold on plot(Den, 7.6341 + 0.0014*Den-0.1055*sin(Den*2*pi/365)-11.3133*cos(Den*2*pi/365) , 'r'); plot(Den,Teplota, 'o'); xlabel('den'); ylabel('teplota ve °C');title('Interpolace denní teploty ve Svatoòovicích') hold off
```

a graf až na popisek pak bude vypadat náledovně:



d) dosadíme koeficienty a vysčítáme přes všechny indexy => hodnota krit. fce. bude 388.6419 a graficky reprezentuje čtverec odchylky mojí funkce od naměřené hodnoty, čili hodnota je suma čtverců všech odchylek, což je vidět už z toho jak kriteriální funkce vypadá.

$$>>$$
x = 0;
for index = 1:36

 $x = x + ((7.6341 + 0.0014*Den(index) - 0.1055*sin(Den(index)*2*pi/365) - 11.3133*cos(Den(index)*2*pi/365)) - Teplota(index))^2 \\ end$

e) máme dokázat, že funkce $y_0 + y_1t_i + A\sin(\omega t + \phi)$ se dá napsat jako $x_0 + x_1t + x_2\sin(\omega t) + x_3\sin(\omega t)$, je evidentní, že y_0 a y_1 se dají přímo zapsat jako x_0 a x_1 , stačí tedy dokázat, že $A\sin(\omega t + \phi)$ se dá zapsat jako $x_2\sin(\omega t) + x_3\sin(\omega t)$. Vyjdeme ze vztahu pro $\sin(x + y)$

 $\sin(\omega t)\cos(\phi) + \cos(\omega t)\sin(\phi)$, dále $\sin(\phi) = \cos(\phi - 90^\circ) = \cos(\phi)\cos(-90^\circ) + \sin(\phi)\sin(-90^\circ) = \cos(\phi)$

no a z toho pak plyne x_2 = A.cos(ϕ) a x_3 = A.cos(ϕ - 90°)

Q.E.D.