Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 1.6.2011

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Během dne přijde do fitness centra průměrně deset žen a patnáct mužů. Počet příchozích žen i počet příchozích mužů se řídí Poissonovým rozdělením. Každý příchozí stráví ve fitness centru hodinu, za kterou zaplatí 100 Kč. Určete pravděpodobnost, že

- a) během dvou dní přijde aspoň 15 žen,
- b) během jednoho dne přijde maximálně 20 lidí a všichni to budou muži,
- c) během pracovního týdne (= 5 dní) vydělá fitness centrum na vstupném maximálně 10 000 Kč (použité rozdělení řádně zdůvodněte!),
- d) v prvních pěti lidech, kteří dnes přijdou do fitness centra, budou maximálně 2 ženy,
- e) v daný den bude nejpozději třetí člověk, který přijde do fitness centra, žena.

Úloha 2. V restauraci si nealkoholický nápoj objedná každá třetí žena a každý pátý muž. Mužů je v dané restauraci dvakrát více než žen. Určete pravděpodobnost, že

- a) ten, kdo si naposledy objednal nealko, byla žena,
- b) ten, kdo si naposledy objednal alkoholický nápoj, byl muž,
- c) z deseti zákazníků, kteří si objednali nealko, je aspoň 7 žen,
- d) ze 72 přítomných žen si alespoň 20 objednalo nealko. (Použijte CLV.)
- e) Napište Bayesovu větu. (Nezapomeňte na předpoklady!)

Úloha 3. U jistého druhu jablek byly naměřeny následující hmotnosti plodů (v gramech):

- a) Nakreslete histogram a empirickou distribuční funkci těchto dat.
- b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má hmotnost těchto jablek.

- c) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení. $(\sum x_i = 918, \sum (x_i \bar{x})^2 = 246)$
- d) Otestujte, zda je možné říct, že střední hmotnost jablka je 100 gramů. (Využijte faktu, že za jistých předpokladů má

$$\frac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n} \sqrt{n}$$

rozdělení t_{n-1} .)

e) Definujte teoretickou distribuční funkci náhodné veličiny a napište její vlastnosti. Jak se liší od distribuční funkce empirické?

Úloha 4. Počty prodaných zájezdů jistou cestovní kanceláří ve dvou po sobě jdoucích letech byly:

$\boxed{rok \setminus ctvrtleti}$	1.	2.	3.	4.
1.	90	120	110	80
2.	130	180	170	120

a) Otestujte na hladině 5%, zda v prvním roce bylo množství prodaných zájezdů ve všech čtvrtletích přibližně stejné.

(Využijte faktu, že za jistých předpokladů má

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{(X_i - np_i)^2}{np_i}$$

rozdělení $\chi^2_{k-1}.)$

- b) Určete pravděpodobnost, že zájezd náhodně vybraný z kartotéky je zájezd prodaný v prvním pololetí prvního roku?
- c) Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde X popisuje rok a Y popisuje čtvrtletí prodeje zájezdu náhodně vybraného z kartotéky.
- d) Definujte nezávislost náhodných veličin X a Y.
- e) Definujte kovarianci cov(X,Y) a napište její souvislost s nezávislostí.