Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 14.6.2018

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Firma obdrží během pracovního týdne (= 5 pracovních dní) průměrně 15 zakázek, přičemž průměrně každá třetí zakázka je od mezinárodní společnosti a zbytek jsou tuzemští zákazníci. Předpokládejme, že doby příchodů zakázek jsou nezávislé a jsou během týdne rozloženy rovnoměrně. Určete pravděpodobnost, že

- a) od úterka do čtvrtka (včetně) přijdou maximálně dvě zakázky od tuzemsnkých zákazníků,
- b) v pondělí přijdou přesně tři zakázky a přitom všechny budou od tuzemských zákazníků,
- c) doba čekání na první zakázku bude kratší než půl dne,
- d) nejpozději čtvrtá zakázka, která příští týden přijde, bude od mezinárodní společnosti,
- e) v pěti po sobě jdoucích zakázkách budou maximálně dvě od mezinárodní společnosti.

Úloha 2. Sdružené pravděpodobnosti dvou diskrétních náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	X = 0	X = 1	X=2	X = 3
Y = 0	1/6	0	1/6	0
Y=1	1/3	1/8	1/12	1/8

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte kovarianci cov(X, Y).
- c) Jaká je souvislost této kovariance s (ne)závislostí X a Y?
- d) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U,V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom jsou U a V nezávislé.
- e) Určete P(Y = 1|X je sudé).

Úloha 3. U jistého vyhledávače byly sledovány doby potřebné k nalezení zadaného výrazu. Naměřené hodnoty (v ms) jsou uvedeny v následující tabulce:

287 298 302 291 298 311 290 293 284 296 291 299 305	307 298	305	299	291	296	284	293	290	311	298	291	302	298	287	
---	-----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--

- a) Nakreslete histogram těchto dat a odhadněte z něj, jaké rozdělení má doba vyhledávání.
- b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat $(\sum x_i = 4450, \sum (x_i \bar{x})^2 = 797, \bar{3}).$
- c) Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední doba vyhledávání je 0,3 s.
- d) Co se stane (ohledně počtu zamítnutých hypotéz), když u libovolného testu zvýšíme testovací hladinu z 5% na 10%? Zdůvodněte.
- e) Předpokládejme, že skutečná střední doba vyhledávání je 300 ms a rozptyl je 64 (ms²). Spočtěte pravděpodobnost, že doba vyhledávání náhodně vybraného výrazu je v mezích 300 310 ms.

Úloha 4. Při 100 hodech mincí padla $60 \times$ panna a $40 \times$ orel.

- a) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je mince v pořádku (tj. zda je počet panen a orlů přibližně stejný).
- b) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda je mince v pořádku.

Nechť náhodná veličina X popisuje počet panen a náhodná veličina X popisuje počet orlů ve 100 hodech mincí.

- c) Předpokládejme, že mince v pořádku je. Jaké rozdělení (včetně parametrů) má nahodná veličina X.
- d) Jsou X a Y nezávislé? Svou odpověď řádně zdůvodněte.
- e) Definujte nezávislost **obecných** náhodných veličiny U a V.