Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 30.5.2019

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Autoservis přijímá objednávky telefonicky v otevírací době od 9:00 do 17:00. Na přelomu března a dubna, tj. v době výměny zimních pneumatik za letní, obdrží průměrně 24 objednávek denně, přičemž průměrně dvě objednávky ze tří jsou právě na výměnu pneumatik. Zakázky chodí nezávisle na sobě. Kartou platí 70% zákazníků, přičemž mezi zákazníky požadujícími výměnu pneumatik jich platí kartou 60%. Určete pravděpodobnost, že

- a) zákazník, který požaduje jinou službu než výměnu pneumatik, zaplatí kartou,
- b) pokud zákazník zaplatí kartou, je to za výměnu pneumatik,
- c) na příští objednávku bude autoservis čekat alespoň půl (pracovní) hodiny,
- d) do 10:00 přijdou alespoň dvě objednávky a všechny budou na výměnu pneumatik,
- e) nejpozději pátá objednávka je na jinou službu než výměnu pneumatik,
- f) v sérii 50 objednávek bude alespoň 30 na výměnu pneumatik (použijte CLV).
- g) Určete čas t takový, že s pravděpodobností 0.9 doba čekání na přiští objednávku nepřekročí t.
- h) Jaká je souvislost mezi exponenciálním a Poissonovým rozdělením?

Úloha 2. Sdružené rozdělení náhodných veličin X a Y je dáno předpisem

$$P(X = i, Y = j) = i \cdot j \cdot a, \quad i = 1, 2, j = 1, 2, 3.$$

- a) Určete konstantu a.
- b) Rozhodněte, zda jsou X a Y nezávislé.
- c) Spočtěte kovarianční matici náhodného vektoru (X,Y).

Úloha 3. Účastníci jisté escape game (tzv. únikovky) potřebovali k vyřešení úkolu následující doby (v minutách):

52.7 48.9 42.6 34.4 33.7 36.7 50.0 40.7 38.8 43.3	$44.2 \mid 40.0$	35.7
---	------------------	------

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení má doba potřebná k vyřešení úkolu.
- b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (hint: $\sum x_i = 541.7$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 441.93$)
- c) Otestujte, zda je možné říct, že střední doba potřebná k vyřešení úkolu je 40 minut.
- d) Bez ohledu na výsledek c) předpokládejme, že střední doba potřebná k vyřešení úkolu je 40 minut a rozptyl je 36 (minut²). Spočtěte pravděpodobnost, že další příchozí tým stihne vyřešit úkol v časovém rozmezí 38 až 42 minut.

Úloha 4. Na tenisovém turnaji mládeže se hráči sešli v následujícím složení:

	mladší žactvo	starší žactvo	dorostenci
chlapci	10	30	20
dívky	10	20	10

- a) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je počet dívek a chlapců na turnaji přibližně stejný.
- b) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda je počet hráčů v jednotlivých kategoriích v poměru 1:2:1 (od nejmladších po nejstarší).
- c) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je možno považovat pohlaví a kategorie za nezávislé náhodné veličiny.
- d) Nechť náhodná veličina X označuje pohlaví náhodně vybraného hráče (X=1 pro chlapce, X=2 pro dívky) a Y označuje kategorii (Y=1 pro mladší žactvo, Y=2 pro starší žactvo, Y=3 pro dorostence). Určete marginální rozdělení veličin X a Y.
- e) Určete $P(Y \le 2|X=1)$.