## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 22.5.2012

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

**Úloha 1.** Telefonní ústředna během své pracovní doby od 8:00 do 18:00 přijme průměrně 200 hovorů, z nichž průměrně každý desátý je omyl. Všechny hovory přicházejí nezávisle na sobě, jejich počet během libovolného časového okamžiku je teoreticky neomezený. Určete pravděpodobnost, že

- a) během odpoledne (tj. od 12:00) přijme ústředna maximálně 50 hovorů a přitom všechny se uskuteční do 17:00,
- b) během dopoledne (tj. do 12:00) přijme ústředna alespoň 2 hovory, které jsou omyl,
- c) doba čekání na omyl bude kratší než půl hodiny,
- d) v deseti po sobě jdoucích hovorech budou maximálně 2 omyly,
- e) v daný den bude nejpozději 7.hovor omyl.

**Úloha 2.** Na školním výletě 5.tříd je 108 dětí. Ty je třeba rozdělit do čtyř přibližně stejně velkých skupin. Každému dítěti je tudíž přiděleno náhodné (reálné) číslo X rovnoměrně rozdělené mezi 0 a 1, přičemž pokud je číslo menší než 1/4, patří dítě do první skupiny, pokud číslo padne do intervalu 1/4 až 1/2, přidá se dítě ke druhé skupině, děti s číslem v rozmezí 1/2 až 3/4 tvoří třetí skupinu a děti s číslem nad 3/4 tvoří skupinu čtvrtou.

- a) Určete distribuční funkci, hustotu, střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X.
- b) Určete pravděpodobnost, že číslo, které je náhodně vybranému dítěti přiřazeno, je z intevalu (2/3,4/3).
- c) Jaká je pravděpodobnost, že alespoň 18 dětí je ve třetí skupině? (Použijte CLV)
- d) Jaká je pravděpodobnost, že z pěti náhodně vybraných dětí je maximálně jedno ve třetí skupině? (Počítejte bez použití CLV)
- e) Určete distribuční funkci rozdělení náhodné veličiny  $Y = 2X^3 1$  (kde X je stále náhodné reálné číslo rovnoměrně rozdělené mezi 0 a 1).

**Úloha 3.** Na 16 místech (o stejné ploše  $100\text{m}^2$ ) byly sledovány počty výskytů dané rostliny. Tyto počty jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a empirickou distribuční funkci těchto dat.
- b) Určete, jaké rozdělení mají tato data, a zdůvodněte.
- c) Metodou maximální věrohodnosti určete parametr(y) rozdělení z otázky b).
- d) Spočtěte výběrový průměr z dat.
- e) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda střední počet rostlin na ploše  $100 \text{m}^2$  je možno považovat za roven 3. Použitý test zdůvodněte.

## Úloha 4. Při 200 hodech mincí padl 110krát rub a 90krát líc.

- a) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je mince v pořádku.
- b) Předpokládejme, že mince je v pořádku. Jaké rozdělení má náhodná veličina  $X_1$  udávající počet padlých rubů (v oněch 200 hodech)?
- c) Označme  $X_2$  náhodnou veličinu udávající počet padlých líců (v oněch 200 hodech). Jsou  $X_1$  a  $X_2$  nezávislé? Odpověď řádně zdůvodněte.
- d) Definujte nezávislost náhodných veličin X a Y.
- e) (i) Co lze říci o náhodných veličinách X a Y, jestliže kovariance cov(X,Y)=2?
  - (ii) Co lze říci, jestliže spočteme korelaci corr(X, Y) = 2?