Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 20.5.2013

Jméno a příjmení		2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Park je rozdělený na severní a jižní zahradu, přičemž jižní je dvakrát větší než severní. Do parku přilétá v době 5:00-23:00 jistý druh ptáků, přičemž průměrně přiletí 9 jedinců za den (předpokládejme, že v uvedenou dobu není žádný čas ani žádné místo v parku ptáky preferované, ptáci přilétají nezávisle na sobě a jejich počet je teoreticky neomezený). Určete pravděpodobnost, že

- a) během rána do 10:00 přiletí do parku přesně pět zmíněných ptáků, přičemž všichni přiletí až po 6:00,
- b) po 20:00 přiletí do jižní zahrady alespoň dva ptáci,
- c) doba čekání na přílet ptáka do parku bude kratší než čtvrt hodiny,
- d) z pěti náhodně vybraných ptáků v parku přiletěl maximálně jeden do severní zahrady,
- e) do severní zahrady přiletí v daný den nejpozději čtvrtý pták .

Úloha 2. V restauraci si nealkoholický nápoj objedná každá třetí žena a každý pátý muž. Mužů je v dané restauraci dvakrát více než žen. Určete pravděpodobnost, že

- a) ten, kdo si naposledy objednal nealko, byla žena,
- b) ten, kdo si naposledy objednal alkoholický nápoj, byl muž,
- c) z pěti zákazníků, kteří si objednali nealko, jsou aspoň 4 ženy,
- d) ze 72 přítomných žen si alespoň 20 objednalo nealko. (Použijte CLV.)
- e) Definujte nezávislost jevů A, B, C.

Úloha 3. Při nástupu do prvního ročníku policejní akademie byla provedena studentům zdravotní prohlídka, při které byla změřena mimo jiné výška jednotlivých studentů. Vzorek naměřených hodnot (v cm) je uveden v následující tabulce:

174	186	181	189	195	197	188	177	188	192	181	188	201	180	183	
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení má výška studenta, a zdůvodněte.
- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (hint: $\sum x_i = 2800$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 797.33$)
- d) Otestujte, zda je možné říct, že střední výška studenta je 1.9m.
- e) Definujte 0.99-kvantil spojité náhodné veličiny X.

Úloha 4. Nechť X označuje platovou třídu (0 nejnižší, 2 nejvyšší) a Y schopnost splácet úvěr (1 dobrá, 0 špatná). V tabulce jsou počty klientů jisté banky spadající do příslušných skupin dvojice "platová třída - schopnost splácet".

$Y \setminus X$	0	1	2
0	12	10	8
1	8	30	52

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte korelaci corr(X, Y).
- c) Určete $P(X \le 1, Y = 1)$.
- d) Statisticky otestujte, zda je možno považovat platovou třídu a schopnost splácet úvěr za nezávislé náhodné veličiny.
- e) Definujte obecně nezávislost diskrétních náhodných veličin U, V a W.

Návod: V bodech a)-c) použijte pravděpodobnosti odhadnuté z dat.