Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 2.6.2014

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Vrátný na FEL během své pracovní doby od 9:00 do 17:00 obslouží průměrně 96 studentů a pedagogů, přičemž studentů, kteří využívají pomoci vtátného, je třikrát víc než pedagogů. Předpokládejme, že časy příchodů studentů i pedagogovů jsou nezávislé a jsou v této době rozloženy rovnoměrně. Určete pravděpodobnost, že

- a) do 11:00 využijí služeb vrátného maximálně čtyři pedagogové,
- b) po 16:00 využijí služeb vrátného minimálně tři lidé, přičemž všichni to budou studenti,
- c) doba čekání na prvního pedagoga bude delší než 1,5 hodiny,
- d) v daný den bude nejpozději třetí příchozí člověk pedagog,
- e) v pěti po sobě jdoucích příchozích lidech budou maximálně tři studenti.

Úloha 2. Sdružené pravděpodobnosti dvou diskrétních náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	X = -1	X = 0	X = 1
Y = -1	1/12	1/4	1/12
Y = 0	1/12	0	1/12
Y=1	1/12	1/4	1/12

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte kovarianci cov(X, Y).
- c) Jaká je souvislost této kovariance s (ne)závislostí X a Y?
- d) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U,V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom jsou U a V nezávislé.
- e) Určete $P(X \le 0, Y = 1)$.

Úloha 3. Na jednom počítači byly testovány časy běhu simulačního programu. Naměřené hodnoty (v min.) jsou uvedeny v následující tabulce:

$ \hspace{.06cm} 28,7 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,8 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,2 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,1 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,8 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 31,1 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,0 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,3 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 28,4 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,6 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,1 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,9 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,5 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,7 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,1 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,1 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,9 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,5 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,7 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,1 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,9 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,5 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,7 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,1 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,9 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,5 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,7 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,1 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,9 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,5 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,5 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,7 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 29,9 \hspace{.08cm} \hspace{.08cm} 30,5 .0$	28,7	29,8	30, 2	29, 1	29,8	31, 1	29,0	29, 3	28, 4	29,6	29, 1	29,9	30, 5	30, 7	29,8
--	------	------	-------	-------	------	-------	------	-------	-------	------	-------	------	-------	-------	------

- a) Nakreslete histogram těchto dat.
- b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má doba běhu programu.
- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat $(\sum x_i = 430, \sum (x_i \bar{x})^2 \doteq 8)$.
- d) Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední doba běhu programu je půl hodiny.
- e) Co se stane (ohledně počtu zamítnutých hypotéz), když u libovolného testu snížíme testovací hladinu z 5% na 1%?

Úloha 4. Během jednoho měsíce byla v jistém baru pozorována obliba nabízených značek whisky u mužů a u žen. Pozorování jsou uvedena v následující tabulce:

$pohlavi \setminus whisky$	Jameson	Tullamore Dew	Johnnie Walker	ChivasRegal
muz	47	18	32	13
zena	33	42	8	7

- a) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda je počet mužů a žen popíjejících whisky přibližně stejný.
- b) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda jsou všechny značky whisky přibližně stejně oblíbené (tj. zda je počet prodaných kusů jednotlivých značek přibližně stejný).
- c) Uvažujte pouze značky Jameson a Chivas Regal. Statisticky otestujte (na libovolné hladině), zda je prodej těchto dvou značek závislý na pohlaví.
- d) Sestrojte náhodnou veličinu X popisující značku whisky, kterou si objedná nově příchozí zákazník, a určete její pravděpodobnostní rozdělení (pozn.: rozdělení té náhodné veličiny, nikoliv té whisky ;-)).
- e) Definujte nezávislost spojitých náhodných veličin Y a Z.