$\sin(\alpha \pm \mathrm{B}) = \sin\alpha\cos\mathrm{B} \pm \cos\alpha\sin\mathrm{B}$

$\cos(\alpha \pm \mathrm{B}) = \cos\alpha\cos\mathrm{B} \mp \sin\alpha\sin\mathrm{B}$

$\cos\alpha\cos\mathrm{B} = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\mathrm{B}) + \cos(\alpha-\mathrm{B}))$

$\sin\alpha\sin\mathrm{B} = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\mathrm{B}) - \cos(\alpha+\mathrm{B}))$

$\sin\alpha\cos\mathrm{B} = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\mathrm{B}) + \sin(\alpha-\mathrm{B}))$

$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$

$\sum q^k = \lim_{N\to\infty}\sum q^k = \frac{1}{1-q}$

$E = \int_{-\infty}^{\infty}|s(t)|^2\,\mathrm{d}t = \sum_{k=-\infty}^{\infty}|s[k]|^2$

$\mathrm{Av}\{.\} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}.\,\mathrm{d}t$

$s_{\mathrm{ss}} = \mathrm{Av}\{s(t)\}$

$P = \mathrm{Av}\{|s(t)|^2\}$

Re harm. signál : $s_{\mathrm{ss}} = 0, P = \frac{A^2}{2}$

Re+Im harm signál : $s_{\mathrm{ss}} = 0, P = |C|^2$

$E_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t)s_2^*(t)\,\mathrm{d}t$

$P_{12} = \mathrm{Av}\{s_1(t)s_2^*(t)\}$

$P_{\mathrm{S1}} = E_{\mathrm{S1}} = R_{\mathrm{S1}}(0)$

$s_{\mathrm{ef}} = \sqrt{P} = \sqrt{\mathrm{Av}\{|s(t)|^2\}}$

ACF Energetický CT a DT signál:

- $R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t+\tau)s^*(t)\,\mathrm{d}t$
- $R[m] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k+m]s^*[k]$

ACF Výkonový CT a DT signál:

- $R(\tau) = \mathrm{Av}\{s(t+\tau)s^*(t)\} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} s(t+\tau)s^*(t)\,\mathrm{d}t$
- $R[m] = \mathrm{Av}\{s[k+m]s^*[k]\} = \lim_{k\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{k=-N}^{N} s[k+m]s^*[k]$

Energetický signál:	$E < \infty$, nemusí být finitní	**Ortogonální:**	$E_{12} = 0, P_{12} = 0$
Výkonový signál:	$E \to \infty, 0 < P < \infty$	**Periodické:**	nekauzální, ne-finitní, výkonové

Parsevalova rovnost: $P = \sum_{k=-\infty}^{\infty}|c_n|^2 \quad \Rightarrow \quad R(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}|c_n|^2\ e^{jn\omega_o t}$

$E = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}|S(\Omega)|^2\,\mathrm{d}\Omega$ (frekvenční oblast)

Signál		**FS**	**Spektrum**
$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_o t}$	$s(t)$	$\iff$ $\{c_n\}_{-\infty}^{\infty}$	$c_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} s(t)e^{-jn\omega_o t}\,\mathrm{d}t$
ACF	$\Downarrow$	$\Downarrow$	**Výkonové spektrum**
$R(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\|(c_n)\|^2\ e^{jn\omega_o t}$	$R(\tau)$	$\iff$ $\{\|c_n\|^2\}_{-\infty}^{\infty}$	$\|c_n\|^2 = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} R(\tau)e^{-jn\omega_o t}\,\mathrm{d}\tau$

FT: $S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t}\,\mathrm{d}t$ $\quad s(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{j\omega t}\,\mathrm{d}\omega$

Modulační věta: $\mathcal{F}\left[s(t)e^{jat}\right] = S(\omega - a)$

Frekvenční posun spektra: $\mathcal{F}[s(t)\cdot\cos(\omega_c t)] = \frac{1}{2}(S(\omega-\omega_c) + S(\omega+\omega_c))$

Posun signálu v čase: $\mathcal{F}[s(t-t_d)] = S(\omega)e^{-j\omega t_d}$ (Amp. spektrum se nezmění)

Konvoluce v časové oblasti: $\mathcal{F}[s_1(t) * s_2(t)] = S_1(\omega)\cdot S_2(\omega)$

Změna časového měřítka: $\mathcal{F}[s(at)] = \int_{-\infty}^{\infty} s(at)e^{-j\omega t}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{|a|}S\left(\frac{\omega}{a}\right)$

Obraz sdruženého signálu: $\mathcal{F}[s^*(t) = S^*(-\omega)$ (Reálný signál $s(t) = s^*(t)$)

Obraz derivace signálu: $\mathcal{F}[s^n(t)] = (j\omega)^n\cdot S(\omega)$

Obraz součinu signálu: $\mathcal{F}[s_1(t)\cdot s_2(t)] = \frac{1}{2\pi}S_1(\omega) * S_2(\omega)$

Signál		**FT**	**Spektrum**
$s(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{j\omega t}\,\mathrm{d}t$	$s(t)$	$\iff$ $S(\omega)$	$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t}\,\mathrm{d}\omega$
ACF	$\Downarrow$	$\Downarrow$	**Spektrální hustota**
$R(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} C(\omega)e^{j\omega\tau}\,\mathrm{d}\omega$	$R(\tau)$	$\iff$ $C(\omega)$	$C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau,)e^{-j\omega\tau}\,\mathrm{d}\tau$

Sample-funkce:	$\mathcal{F}[Sa(t)] = \pi\ \mathrm{rect}\left(\frac{\omega}{2}\right)$	**Obdelník:**	$\mathcal{F}[\mathrm{rect}(t)] = Sa\left(\frac{\omega}{2}\right)$
Diracův impuls:	$\mathcal{F}[\delta(t)] = 1$	**Cos:**	$\mathcal{F}[A\cos(\omega_c t)] = \pi A\left[e^{j\varphi}\delta(\omega-\omega_c) + e^{-j\varphi}\delta(\omega+\omega_c)\right]$
Konstantní:	$\mathcal{F}[K] = 2\pi K\delta(t)$	**Periodický:**	$\mathcal{F}[s(t)] = 2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\delta(\omega - n\omega_o)$

Spektrální hustota energie $C(\omega) = |S(\omega/\Omega)|^2 = S(\omega)S^*(\omega) \quad C(\omega) = \mathcal{F}[R(\tau)] \quad E(\omega_1,\omega_2) = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2}|S(\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega$

DFS: $s[k] = \sum_{n\in N_0} d_n e^{jk\Omega_0 n}, \Omega_0 = 2\pi F_0 = \frac{2\pi}{N_0} \quad d_n = \frac{1}{N_0}\sum_{k\in N_0} s[k]e^{-jn\Omega_0 k}$

DtFT	Stejné identity jako FT
$S(\Omega) = \mathcal{F}[s[k]] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k]e^{-jn\Omega k}$	$s[k] = \mathcal{F}^{-1}[S(\Omega)] = \frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)} S(\Omega)e^{j\Omega k}\,\mathrm{d}\Omega$
Obraz sumace signálu:	$\mathcal{F}[i[k]] = \mathcal{F}\left[\sum_{n=-\infty}^{k} s[n]\right] = \frac{S(\Omega)}{1-e^{-j\Omega}}$
Sumace součinu signálů	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} s_1[k]s_2^*[k] = \frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)} S_1(\Omega)S_2^*(\Omega)\,\mathrm{d}\Omega$
Spektrum periodického signálu	$\mathcal{F}[s[k]] = F\left[\sum_{n=n_0}^{n_0+N_0-1} d_n e^{jn\Omega_0 k}\right] = 2\pi\sum_{i=-\infty}^{\infty} d_i\delta(\Omega - i\Omega_0), \Omega_0 = \frac{2\pi}{N_0}$
Spektrální hustota výkonu	$C(\Omega) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\,\lvert S_N(\Omega)\rvert^2 = \frac{1}{2N+1}\,\lvert\sum_{k=-N}^{N} s[k]e^{-j\Omega k}\rvert^2$
Výkon signálu - Parseval	$P = \frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\,\lvert S_N(\Omega)\rvert^2\,\mathrm{d}\Omega = \frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)} C(\Omega)\,\mathrm{d}\Omega$

Signál		**DtFT**		**Spektrum**
$s[k] = \mathcal{F}^{-1}[S(\Omega)] = \frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)} S(\Omega)e^{j\Omega k}\,\mathrm{d}\Omega$	$s[k]$	$\iff$	$S(\Omega)$	$S(\Omega) = \mathcal{F}[s[k]] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k]e^{-j\Omega k}$
ACF	$\Downarrow$		$\Downarrow$	**Spektrální hustota**
$R[m] = \mathcal{F}^{-1}[C(\Omega)] = \frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)} C(\Omega)e^{j\Omega m}\,\mathrm{d}\Omega$	$R[m]$	$\iff$	$C(\Omega)$	$C(\Omega) = \mathcal{F}[R[m]] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R[m]e^{-j\Omega m}$

Vzorkovací podmínka DT: $N_0 \geq 2N_{\max} + 1; N_0 = \frac{T_0}{T_{\text{sa}}}$, CT: $f_{\text{sa}} \geq 2f_{\max}$

Vztahy mezi FT a DtFT	$\mathrm{FT} \longrightarrow \mathrm{DtFT} : s[k] = s(kT_{\text{sa}})$
$S_d(\Omega) = \frac{1}{T_{\text{sa}}}\sum_{m=-\infty}^{\infty} S_s\left(\frac{\Omega - m2\Pi}{T_{\text{sa}}}\right)$	$= \frac{1}{T_{\text{sa}}}\sum_{m=-\infty}^{\infty} S_s\left(\frac{\Omega}{T_{\text{sa}}} - m\omega_{\text{sa}}\right)$
$S_s(\omega) = T_{\text{sa}}S_d(T_{\text{sa}}\omega)$	pro $\omega \in \left(-\frac{\omega_{\text{sa}}}{2}; \frac{\omega_{\text{sa}}}{2}\right)$
Vzorkovací podmínka: $\omega_{\text{sa}} > 2\omega_m$	$\Longrightarrow$ vzorky nesou veškerou informaci o s(t)
Postup obnovení s(t) z s[k]	$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k]\ \mathrm{Sa}\left(\frac{\omega_{\text{sa}}}{2}(t - kT_{\text{sa}})\right)$
Finitní / Periodický signál:	$s_{\text{per}}(t) = s_{\text{fin}}(t)$ pro $t \in \left(-\frac{T_0}{2}; \frac{T_0}{2}\right) \iff S(n\omega_0) = T_0 c_n$
	$s_{\text{per}}[k] = s_{\text{fin}}[k]$ pro $k \in < k_p; k_p + N_0 - 1 > \iff S(n\Omega_0) = N_0 d_n$

Přímá DFT	$D[n] = \mathrm{DFT}\{d[k]\} = \sum_{k=0}^{N-1} d[k]e^{-jn\frac{2\pi}{N}k}$
Zpětná DFT	$d[k] = \mathrm{DFT}^{-1}\{D[k]\} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} D[n]e^{jn\frac{2\pi}{N}k}$
	Platí linearita, periodicita D[n] a d[k] s periodou N
Parsevalova rovnost	$\sum_{k=0}^{N-1}\lvert d[k]\rvert^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\lvert D[n]\rvert^2$

Soustavy	• **y = A[x(t)] (CT), y = A[x[k]] (DT)**
Kauzální soustavy:	**x(t) = 0,** $\forall t < t_0 \Longrightarrow y(t) = 0, \forall t < t_0$
	• Nekauzální soustavy: nelze fyzikálně realizovat (ideální filtry)
Stabilita:	BIBO $\longrightarrow \int_{-\infty}^{\infty}\lvert h(\tau)\rvert\,\mathrm{d}\tau < \infty$ nebo $\sum_{k=-\infty}^{\infty}\lvert h[k]\rvert < \infty$
	• Nestabilní systém: ideální rezonanční obvod, integrátor
	• $\mathcal{L}$: póly mají zápornou reálnou část, Re(p_i) < 0
	• $\mathcal{Z}$: póly leží uvnitř jednotkové kružnice $\lvert p_i\rvert$ < 1
Časová invariantnost:	operátor soustavy A je v čase neměnný $y(t-\tau) = A[x(t-\tau)]$
	• Linearita: platí princip superpozice (lineární kombinace)
LTI soustava:	• Impulsová odezva: $h(t) = A[\delta(t)]$
	• Výstupní signál: $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$
Systémová funkce	$\mathrm{CT} \longrightarrow H(p) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \int_O^{\infty} s(t)e^{-pt}\,\mathrm{d}t$
	$\mathrm{DT} \longrightarrow H(w) = \mathcal{Z}(h[k]) = \sum_{k=0}^{\infty} s[k]z^{-k}$
Přenosová funkce	$\mathrm{CT} \longrightarrow H(\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\}, \mathrm{DT} \longrightarrow H(\Omega) = dt\mathcal{F}(h[k])$