Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 8.6.2020

Jméno a příjmení	1	2	3	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 60 bodů)

Maturitního plesu se účastní maturanti, jejich profesoři a doprovodné osoby (rodiče, partneři, přátelé apod.) v poměru 3:1:4, přičemž mezi maturanty je stejně mužů a žen, mezi profesory je mužů 70% a z doprovodných osob tvoří muži 1/4. Během večera číšníci nabízejí účastníkům sklenice s pitím, ty si účastnící plesu berou nezávisle na sobě. Jeden z číšníků zjistil, že tác s 25 sklenicemi rozdá průměrně za 15 minut. Určete pravděpodobnost, že

- a) náhodně vybraný účastník plesu je muž, (5 bodů)
- b) náhodně vybraný účastník plesu je muž profesor, (5 bodů)
- c) náhodně vybraný muž je profesor, (5 bodů)
- d) během dvou minut si u číšníka vyzvednou nápoj alespoň tři účastníci, (7 bodů)
- e) během dvou minut si u číšníka vyzvedne nápoj alespoň jedna maturantka, (7 bodů)
- f) na první odebranou sklenici bude číšník čekat alespoň minutu, (7 bodů)
- g) mezi prvními pěti účastníky odcházejícími na toaletu jsou alespoň dvě doprovodné osoby, (7 bodů)
- h) číšník rozdá čtyři tácy nejpozději za 50 minut (řešte pomocí CLV; 10 bodů).
- i) Definujte nezávislost náhodných veličin X, Y a Z. (7 bodů)

Úloha 2. (celkem 30 bodů)

- a) Uvažujte realizaci (x_1,\ldots,x_{16}) náhodného výběru (X_1,\ldots,X_{16}) z normálního rozdělení, přičemž $\sum_{i=1}^{16} x_i = 1584$ a $\sum_{i=1}^{16} (x_i \bar{x})^2 = 60$. Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že $\mathbf{E}X_1 = 100$, proti alternativní hypotéze, že
 - (i) $\mathbf{E}X_1 \neq 100$, (7 bodů)
 - (ii) $\mathbf{E}X_1 < 100$. (8 bodů)

- b) Firma poskytující mj. charter (pronájem) lodí obdržela na dvanáct letních týdnů následující počty poptávek po (týdenní) pronájmech: 2, 5, 6, 7, 6, 5, 7, 5, 4, 9, 2, 2.
 - (i) Nakreslete empirickou distribuční funkci a histogram těchto dat a odhadněte z nich a/nebo z povahy dat, jaké rozdělení má počet poptávek po charteru u této firmy týdně. (8 bodů)
 - (ii) Metodou maximální věrohodnosti odhadněte parametr tohoto rozdělení. (7 bodů)

Úloha 3. (celkem 10 bodů)

Restaurace začala během nouzového stavu v koronavirovém období vydávat nápoje do plastových kelímků. V jednom náhodně vybraném dni z každého období vydala v čase 15:00 až 17:00 následující:

	pivo	káva
předkoronavirový den	30	40
koronavirový den	20	10

- a) Určete marginální rozdělení náhodných veličin X a Y popisujících typ nápoje (X=1 pro pivo a X=2 pro kávu), resp. období, kdy byl nápoj prodán (Y=1 pro předkoronavirový den a X=2 pro koronavirový den). (3 body)
- b) Na vámi zvolené hladině statisticky otestujte, zda můžeme považovat období a typ nápoje za nezávislé náhodné veličiny. (7 bodů)