

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE		KATEDRA FYZIKY	
LABORATORNÍ CVIČENÍ Z FYZIKY			
Jméno <b>Miroslav Tržil</b>		Datum měření <b>17.10.2017</b>	
Stud. rok <b>2017-2018</b>	Ročník <b>Druhý</b>	Datum odevzdání <b>31.10.2017</b>	
Stud. skupina <b>1-102-1021</b>	Lab. skupina <b>9</b>	Klasifikace	
Číslo úlohy <b>9</b>	Název úlohy	<b>Měření teplotního součinitele délkové roztažnosti</b>	

### 1. Úkol měření

- Stanovte teplotní součinitel délkové roztažnosti pro alespoň dva různé materiály.
- Pro naměřené vzorky zhotovte graf závislosti jejich prodloužení podle změny teploty

### 2. Pomůcky

- Topné těleso s termostatem a čerpadlem
- Teploměr – přesnost 0,5 °C
- Indikátorové hodinky pro měření prodloužení vzorku – přesnost 0,01 mm
- Lavice pro upevnění měřených vzorků –  $600 \pm 1$  mm

### 3. Postup měření

- Pro všechny tři měřené vzorky jsme použili stejný postup, s výjimkou měření mědi (Cu), na které nám zbylo méně času. Z tohoto důvodu bylo v případě mědi naměřeno méně vzorků.
- Měřený vzorek (kovová trubička) byl upevněn do měřicí lavice, připojen na hadičky, které přiváděly teplou vodu z nádržky, tak aby se mohla roztahovat jen jedním směrem (drážka na trubičce zapadá do hrany v měřicí lavici a připevní šroubem).
- Změřili jsme teploty vody v nádržce a nastavili nulu na hodinách. Postupně jsme zvyšovali teplotu na termostatu o cca 5°C až na teplotu přibližně 60°C. Při dosažení každé kýžené teploty jsme odečetli teplotu z teploměru a údaj z indikátorových hodin.

### 4. Použité veličiny

- $t$  teplota [°C]
- $l$  prodloužení délky [ $\mu\text{m}$ ]
- $\alpha$  teplotní součinitel délkové roztažnosti [°C<sup>-1</sup>]
- $N$  počet měření [ ]

### 5. Tabulka naměřených hodnot

- Al – hliník
- Cu – měď
- CuZn – mosaz

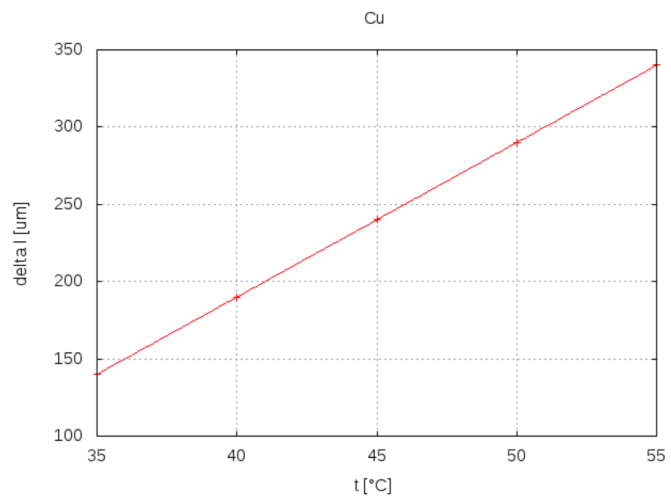
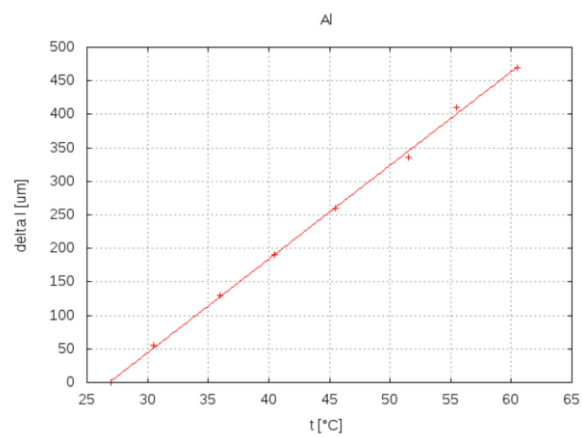
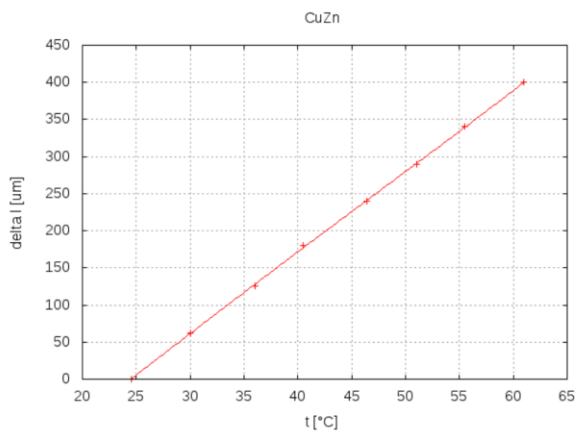
- $l$  ... měření číslo
- $t_i$  [°C] ... naměřená teplota
- $l_i$  [ $\mu\text{m}$ ] ... naměřené prodloužení
- $\Delta t_i$  [°C CuZn]  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$
- $\Delta l_i$  [ $\mu\text{m}$ ]...  $\Delta l_i = l_i - l_{i-1}$

CuZn				
$i$	$t_i$ [°C]	$l_i$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\Delta t_i$ [°C]	$\Delta l_i$ [ $\mu\text{m}$ ]
0	24,5	0	-	-
1	30	62,5	5,5	62,5
2	36	125	6	62,5
3	40,5	180	4,5	55
4	46,4	240	5,9	60
5	51	290	4,6	50
6	55,5	340	4,5	50
7	61	400	5,5	60

Al				
i	$t_i$ [°C]	$l_i$ [μm]	$\Delta t_i$ [°C]	$\Delta l_i$ [μm]
0	27	0	-	-
1	30,5	55	3,5	55
2	36	130	5,5	75
3	40,5	190	4,5	60
4	45,5	260	5	70
5	51,5	335	6	75
6	55,5	410	4	75
7	60,5	470	5	60

Cu				
i	$t_i$ [°C]	$l_i$ [μm]	$\Delta t_i$ [°C]	$\Delta l_i$ [μm]
1	35	140	-	-
2	40	190	5	50
3	45	240	5	50
4	50	290	5	50
5	55	340	5	50

## 6. Graf délkové roztažnosti



## 7. Výpočet

- Pro mosaz (CuZn)

- Průměrná hodnota změny teploty

$$\overline{t_{CuZn}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = 5,214^{\circ}C$$

- Statistická nejistota změny teploty

$$u_{A(t_{CuZn})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \overline{t_{CuZn}})^2}{N(N-1)}} = 0,251^{\circ}C$$

- Určení nejistoty teploměru z rozlišení přístroje  $\Delta_j = 0,5^{\circ}C$

$$u_{B(t)} = \frac{\Delta_j}{\sqrt{12}} = 0,144^{\circ}C$$

- Určení kombinované nejistoty teploty

$$u_c(t_{CuZn}) = \sqrt{u_A^2(t_{CuZn}) + u_B^2(t)} = 0,290^{\circ}C$$

- Průměrná hodnota prodloužení

$$\overline{l_{CuZn}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l_i = 57,143 \mu m$$

- Statistická nejistota prodloužení

$$u_{A(l_{CuZn})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta l_i - \overline{l_{CuZn}})^2}{N(N-1)}} = 2,072 \mu m$$

- Určení nejistoty prodloužení z rozlišení přístroje  $\Delta_k = 10^{-5}m$

$$u_{B(l)} = \frac{\Delta_k}{\sqrt{12}} = 2,89 \mu m$$

- Určení kombinované nejistoty

$$u_c(l_{CuZn}) = \sqrt{u_A^2(l_{CuZn}) + u_B^2(l)} = 3,56 \mu m$$

- Výpočet teplotního součinitele délkové roztažnosti mosazi

$$\alpha_{CuZn} = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\overline{l_{CuZn}}}{\overline{t_{CuZn}}} = 1,826 \cdot 10^{-5} C^{-1}$$

- Kombinovaná nejistota součinitele délkové roztažnosti mosazi

$$\begin{aligned} u_{(Al)} &= \sqrt{\left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\overline{l_{CuZn}}}{\overline{t_{CuZn}}} \right)}{\delta l_0} \cdot u_{(l_0)} \right)^2 + \left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\overline{l_{CuZn}}}{\overline{t_{CuZn}}} \right)}{\delta \overline{l_{CuZn}}} \cdot u_{C(l_{CuZn})} \right)^2 + \left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\overline{l_{CuZn}}}{\overline{t_{CuZn}}} \right)}{\delta \overline{t_{CuZn}}} \cdot u_{C(t_{CuZn})} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left( \frac{\overline{l_{CuZn}}}{l_0^2 \cdot \overline{t_{CuZn}}} \cdot u_{(l_0)} \right)^2 + \left( \frac{\overline{l_{CuZn}}}{l_0 \cdot \overline{t_{CuZn}}^2} \cdot u_{C(t_{CuZn})} \right)^2 + \left( \frac{1}{l_0 \cdot \overline{t_{CuZn}}} \cdot u_{C(l_{CuZn})} \right)^2} \\ &= 3,04 \cdot 10^{-8} C^{-1} \end{aligned}$$

- **Pro hliník**

- Průměrná hodnota změny teploty

$$\bar{t}_{Al} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = 4,786^{\circ}C$$

- Statistická nejistota změny teploty

$$u_{A(t_{Al})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t}_{Al})^2}{N(N-1)}} = 0,325^{\circ}C$$

- Určení nejistoty teploměru z rozlišení přístroje  $\Delta_j = 0,5^{\circ}C$

$$u_{B(t)} = \frac{\Delta_j}{\sqrt{12}} = 0,144^{\circ}C$$

- Určení kombinované nejistoty teploty

$$u_c(t_{Al}) = \sqrt{u_A^2(t_{Al}) + u_B^2(t)} = 0,355^{\circ}C$$

- Průměrná hodnota prodloužení

$$\bar{l}_{Al} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l_i = 67,143 \mu m$$

- Statistická nejistota prodloužení

$$u_{A(l_{Al})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta l_i - \bar{l}_{Al})^2}{N(N-1)}} = 3,247 \mu m$$

- Určení nejistoty prodloužení z rozlišení přístroje  $\Delta_k = 10^{-5} m$

$$u_{B(l)} = \frac{\Delta_k}{\sqrt{12}} = 2,89 \mu m$$

- Určení kombinované nejistoty

$$u_c(l_{Al}) = \sqrt{u_A^2(l_{Al}) + u_B^2(l)} = 4,35 \mu m$$

- Výpočet teplotního součinitele délkové roztažnosti hliníku

$$\alpha_{Al} = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\bar{l}_{Al}}{\bar{t}_{Al}} = 2,338 \cdot 10^{-5}^{\circ}C^{-1}$$

- Kombinovaná nejistota součinitele délkové roztažnosti hliníku

$$\begin{aligned} u_{(\alpha_{Al})} &= \sqrt{\left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\bar{l}_{Al}}{\bar{t}_{Al}} \right)}{\delta l_0} \cdot u_{(l_0)} \right)^2 + \left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\bar{l}_{Al}}{\bar{t}_{Al}} \right)}{\delta \bar{l}_{Al}} \cdot u_{C(l_{Al})} \right)^2 + \left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\bar{l}_{Al}}{\bar{t}_{Al}} \right)}{\delta \bar{t}_{Al}} \cdot u_{C(t_{Al})} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left( \frac{\bar{l}_{Al}}{l_0^2 \cdot \bar{t}_{Al}} \cdot u_{(l_0)} \right)^2 + \left( \frac{\bar{l}_{Al}}{l_0 \cdot \bar{t}_{Al}^2} \cdot u_{(t_{Al})} \right)^2 + \left( \frac{1}{l_0 \cdot \bar{t}_{Al}} \cdot u_{(l_{Al})} \right)^2} = 3,90 \cdot 10^{-8}^{\circ}C^{-1} \end{aligned}$$

- **Pro měď**

- Průměrná hodnota změny teploty

$$\overline{t_{Cu}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = 5,00^{\circ}C$$

- Statistická nejistota změny teploty

$$u_{A(t_{Cu})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \overline{t_{Cu}})^2}{N(N-1)}} = 0,00^{\circ}C$$

- Určení nejistoty teploměru z rozlišení přístroje  $\Delta_j = 0,5^{\circ}C$

$$u_{B(t)} = \frac{\Delta_j}{\sqrt{12}} = 0,144^{\circ}C$$

- Určení kombinované nejistoty teploty

$$u_c(t_{Cu}) = \sqrt{u_A^2(t_{Cu}) + u_B^2(t)} = 0,144^{\circ}C$$

- Průměrná hodnota prodloužení

$$\overline{l_{Cu}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l_i = 50,00 \mu m$$

- Statistická nejistota prodloužení

$$u_{A(l_{Cu})} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta l_i - \overline{l_{Cu}})^2}{N(N-1)}} = 0,00 \mu m$$

- Určení nejistoty prodloužení z rozlišení přístroje  $\Delta_k = 10^{-5} m$

$$u_{B(l)} = \frac{\Delta_k}{\sqrt{12}} = 2,89 \mu m$$

- Určení kombinované nejistoty

$$u_c(l_{Cu}) = \sqrt{u_A^2(l_{Cu}) + u_B^2(l)} = 2,89 \mu m$$

- Výpočet teplotního součinitele délkové roztažnosti mědi

$$\alpha_{Cu} = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\overline{l_{Cu}}}{\overline{t_{Cu}}} = 1,667 \cdot 10^{-5} {}^{\circ}C^{-1}$$

- Kombinovaná nejistota součinitele délkové roztažnosti mědi

$$\begin{aligned} u_{(Cu)} &= \sqrt{\left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\overline{l_{Cu}}}{\overline{t_{Cu}}} \right)}{\delta l_0} \cdot u_{(l_0)} \right)^2 + \left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\overline{l_{Cu}}}{\overline{t_{Cu}}} \right)}{\delta \overline{l_{Cu}}} \cdot u_{C(l_{Cu})} \right)^2 + \left( \frac{\delta \left( \frac{1}{l_0} \cdot \frac{\overline{l_{Cu}}}{\overline{t_{Cu}}} \right)}{\delta \overline{t_{Cu}}} \cdot u_{C(t_{Cu})} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left( \frac{\overline{l_{Cu}}}{l_0^2 \cdot \overline{t_{Cu}}} \cdot u_{(l_0)} \right)^2 + \left( \frac{\overline{l_{Cu}}}{l_0 \cdot \overline{t_{Cu}}^2} \cdot u_{(t_{Cu})} \right)^2 + \left( \frac{1}{l_0 \cdot \overline{t_{Cu}}} \cdot u_{(l_{Cu})} \right)^2} \\ &= 2,78 \cdot 10^{-8} {}^{\circ}C^{-1} \end{aligned}$$

## 8. Výsledek

Tepelný součinitel roztažnosti mosazi:  $\alpha_{CuZn} = (1,826 \pm 0,003) \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Tepelný součinitel roztažnosti hliníku:  $\alpha_{Al} = (2,338 \pm 0,004) \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Tepelný součinitel roztažnosti mědi:  $\alpha_{Cu} = (1,667 \pm 0,003) \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

## 9. Závěr

Z tabulek dostupných v zadání lze vyčíst pro mosaz  $19 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , což je v lehkém rozporu s námi naměřenými a vypočtenými hodnotami

Z tabulek dostupných v zadání lze vyčíst pro hliník  $23 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , což je v souladu s naším výsledkem

Z tabulek dostupných v zadání lze vyčíst pro měď  $17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , což je v souladu s námi naměřenými a vypočtenými hodnotami, nicméně u mědi je zarážející nulová statistická odchylka, Já bych to vysvětlil tím, že jsme hodně zaokrouhlovali.

## 10. Použitá literatura

- <http://herodes.feld.cvut.cz/mereni/downloads/navody/tuht.pdf>
- <http://herodes.feld.cvut.cz/mereni/downloads/manualy/my65.pdf>