8.1. Úvod

Při měření odporu se vesměs vychází z Ohmova zákona, tedy $R_X = U/I$. Napětí i proud je možné buď měřit samostatně (tzv. Ohmova metoda), nebo měřený odpor napájet ze zdroje definovaného proudu a měřit pouze napětí (převodníky $R \to U$ používané v multimetrech).

Nejnižší odporové rozsahy u běžných multimetrů bývají stovky Ohmů. Pro měření malých odporů (řádově $m\Omega$) se tedy evidentně nehodí, a to nejen z důvodu malého rozlišení, ale i díky pouze dvouvodičovému připojení měřeného rezistoru, kdy naměřená hodnota je rovna součtu odporu měřeného rezistoru, odporu přívodů a přechodových odporů svorek.

Toto eliminuje čtyřsvorkové zapojení Ohmovy metody dle obr. 8.1. K omezení vlivu termoelektrických napětí se zde dále používá komutace napájecího proudu. Hodnota měřeného odporu se vypočte jako průměr z obou měření (před a po komutaci proudu), tj. $R_X = (R_{X1} + R_{X2})/2$.

V případě extrémně malých odporů (pod jednotky $m\Omega$) je nutné použít pro dosažení lépe měřitelných napětí poměrně velké proudy (až desítky A), jejichž měření multimetry většinou neumožňují. V tomto případě se používá sériová srovnávací metoda.

I když kvalitní multimetry čtyřsvorkové zapojení pro měření odporu umožňují, bývá i v tomto případě dosažitelná přesnost měření díky složce chyby z rozsahu horší, než v případě použití Ohmovy, popř. srovnávací metody měření.

Převodníky $R \to U$ používané v multimetrech pro měření odporu pracují obvykle na principu invertujícího zesilovače s operačním zesilovačem.

8.2. Domácí příprava

8.2.1.a Odvoď te vztah pro určení nejistoty měření odporu Ohmovou metodou.

$$R_{X} = \frac{U}{I} \xrightarrow{R_{X\pm} = U_{\pm}/I_{\pm} \wedge I_{-} = -I_{+}} R_{X} = \frac{R_{X+} + R_{X-}}{2} = \frac{U_{X+} - U_{X-}}{2I_{X}}$$

$$u_{R_{X}} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_{X}}{\partial U_{\pm}} u_{U_{\pm}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial R_{X}}{\partial I} u_{I}\right)^{2}} = \sqrt{\left(\frac{\pm 1}{2I} u_{U_{\pm}}\right)^{2} + \left(\frac{U_{-} - U_{+}}{2I^{2}} u_{I}\right)^{2}}$$

 $u_{U_{\pm}}$ nejistota napětí U_{\pm} ; u_I nejistota proudu I; \pm směr měřeného napětí vůči proudu Vliv chyb metody způsobených neideálností voltmetru a ampérmetru zanedbáme

8.2.1.b Odvoď te vztah pro určení nejistoty měření odporu sériovou srovnávací metodou.

$$\frac{U_X}{R_X} = I_X = I_N = \frac{U_N}{R_N} \Rightarrow R_X = \frac{U_X}{U_N} R_N$$

$$R_{X\pm} = \frac{U_{X\pm}}{U_{N\pm}} R_N \Rightarrow R_X = \frac{R_{X+} + R_{X-}}{2} = \frac{U_{X+}/U_{N+} + U_{X-}/U_{N-}}{2} R_N$$

$$u_{R_X} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_X}{\partial R_N} u_{R_N}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_X}{\partial U_{X\pm}} u_{U_{X\pm}}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_X}{\partial U_{N\pm}} u_{U_{N\pm}}\right)^2}$$

$$u_{R_X} = \sqrt{\left(\frac{U_{X+}/U_{N+} + U_{X-}/U_{N-}}{2} u_{R_N}\right)^2 + \left(\frac{R_N}{2U_{N\pm}} u_{U_{X\pm}}\right)^2 + \left(\frac{-U_{X\pm}R_N}{2U_{N\pm}} u_{U_{N\pm}}\right)^2}$$

 u_{R_N} nejistota odporu R_N ; $u_{U_{X\pm}}$, $u_{U_{N\pm}}$ nejistota napětí $U_{X\pm}$, $U_{N\pm}$; \pm směr měřeného U vůči I Vliv chyb metody způsobených neideálností voltmetru a ampérmetru zanedbáme

8.2.2. Co omezuje rozsah měření odporu převodníkem $R \to U$?

při použití převodníku $R \to U$ uplatňujeme invertující zapojení s OZ, kde $R_1 = R_N$ a $R_2 = R_X$, na vstup přichází referenční napětí U_r a výstupní napětí U_2 je měřeno, rozsah přístroje je tedy omezen rozsahem vstupního a výstupního napětí, zároveň tato napětí musí být v poměru tak, aby byla vstupní napěťová nesymetrie zanedbatelná

8.2.3. Pro měření odporu převodníkem $R \to U$ odvoď te vztah pro určení měřeného odporu a nejistoty měření.

$$\begin{split} \frac{U_r}{R_N} &= -\frac{U_2}{R_X} \Rightarrow R_X = -\frac{U_2}{U_r} R_N \\ u_{R_X} &= \sqrt{\left(\frac{\partial R_X}{\partial R_N} u_{R_N}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_X}{\partial U_2} u_{U_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_X}{\partial U_r} u_{U_r}\right)^2} \\ u_{R_X} &= \sqrt{\left(-\frac{U_2}{U_r} u_{R_N}\right)^2 + \left(-\frac{R_N}{U_r} u_{U_2}\right)^2 + \left(\frac{R_N U_2}{U_r^2} u_{U_r}\right)^2} \end{split}$$

 u_{R_N} nejistota odporu R_N ; u_{U_2}, u_{U_r} nejistota napětí U_2, U_r ;

Vliv chyb metody způsobených neideálností voltmetru a operačního zesilovače zanedbáme

8.3. Úkol měření

8.3.1. Měření malého odporu Ohmovou metodou.

Sestavte měřicí obvod dle obr. 8.1. Vhodnou metodikou měření vyluče termoelektrických napětí. Z naměřených hodnot napětí a proudu vypočtěte velikost neznámého odporu R_X a stanovte rozšířenou nejistotu měření (pro $k_r=2$).

8.3.2. Měření sériovou srovnávací metodou.

Zapojte měřicí obvod dle obr. 8.2. Změřte napětí na etalonu R_N a napětí na měřeném odporu R_X . Vhodnou metodikou měření vylučte vliv termoelektrických napětí. Vypočtěte velikost neznámého odporu R_X a stanovte rozšířenou nejistotu měření (pro $k_r = 2$).

8.3.3. Měření malého odporu multimetrem.

Změřte odpor přípravku multimetrem při použití 2-svorkového a 4-svorkového připojení.

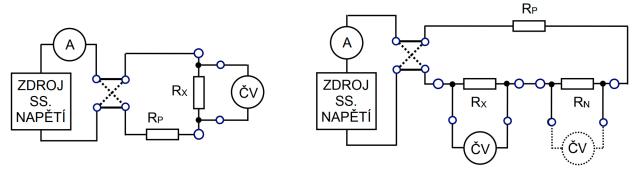
8.3.4. Měření středních odporů převodníkem $R \to U$

Sestavte převodník odpor-napětí s OZ ($U_r = 10 \text{ V}$, $R_{N1} = 10 \text{ k}\Omega$) dle obr. 8.3 a ověřte jeho funkci. Jako odpor R_X použijte odporovou dekádu. Zdůvodněte, do jaké hodnoty odporu může uvedený převodník měřit.

8.4. Poznámky k měření

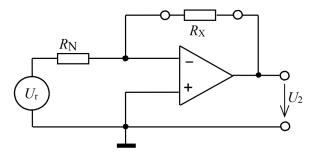
- **8.4.1.** Ampérmetr je součástí nastavitelného zdroje napětí;
- 8.4.2. Komutace proudu se provádí prohozením přívodů

8.5. Schéma zapojení



Obr. 8.1. Měření malého odporu ohmovou metodou

Obr. 8.2. Měření malého odporu seriovou srovnávací metodou



Obr. Zapojení pro měření odporu převodníkem $R \to U$

8.3.1 Měření malého odporu Ohmovou metodou.

při proudu I=3.0000 A nastaveným pomocí rezistoru R_P jsme číslicovým voltmetrem V1 (pro potlačení vlivu termoelektrického napětí) měřili čtyřsvorkovou metodou hodnoty $U_{X+}=35.562$ mV a $U_{X-}=-35.552$ mV, pro výpočet použije me vztah z přípravy viz 8.2.1.a

$$R_X = \frac{U_{X+} - U_{X-}}{2I_X} = \frac{35.562 - (-35.552)}{2 \cdot 3} \text{ m}\Omega = 11.852 \text{ m}\Omega$$

$$u_I = \frac{\delta_1/100 \cdot I + \text{offset}}{\sqrt{3}} = \frac{0.2/100 \cdot 3 + 0.01}{\sqrt{3}} \text{ A} = 9.2376 \text{ mA}$$

$$u_{U_{X+}} = \frac{\delta_1/100 \cdot U_{X+} + \delta_2/100 \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{0.003/100 \cdot 35.562 + 0.0003/100 \cdot 100}{\sqrt{3}} \text{ mV} = 0.7892 \ \mu\text{V}$$

$$u_{U_{X-}} = \frac{\delta_1/100 \cdot U_{X-} + \delta_2/100 \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{0.003/100 \cdot 35.552 + 0.0003/100 \cdot 100}{\sqrt{3}} \text{ mV} = 0.7890 \ \mu\text{V}$$

$$u_{U_{X+}} \approx u_{U_{X-}} \Rightarrow u_{R_X} = k_r \sqrt{\left(\frac{u_{U_{X\pm}}}{\sqrt{2}I}\right)^2 + \left(\frac{U_{X-} - U_{X+}}{I^2}u_I\right)^2} = 0.146 \text{ m}\Omega \sim 1.23\%$$

8.3.2 Měření sériovou srovnávací metodou.

za použití etalonu $R_N=0.01~\Omega$ jsme číslicovým voltmetrem V1 (pro potlačení vlivu termoelektrického napětí) měřili čtyřsvorkovou metodou hodnoty $U_{X+}=35.579~\mathrm{mV},~U_{X-}=-35.575~\mathrm{mV},~U_{N+}=30.101~\mathrm{mV}$ a $U_{N-}=-30.085~\mathrm{mV},$ pro výpočet použije me vztah z přípravy viz 8.2.1.b

$$\begin{split} R_X &= \frac{U_{X+}/U_{N+} + U_{X-}/U_{N-}}{2} R_N = \frac{35.579/30.101 + (-35.575/-30.085)}{2} 0.01 \ \Omega = 11.822 \ \text{m}\Omega \\ u_{U_{X+}} &= \frac{\delta_1/100 \cdot U_{X+} + \delta_2/100 \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{0.003/100 \cdot 35.579 + 0.0003/100 \cdot 100}{\sqrt{3}} \ \text{mV} = 0.7895 \ \mu\text{V} \\ u_{U_{X-}} &= \frac{\delta_1/100 \cdot U_{X-} + \delta_2/100 \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{0.003/100 \cdot 35.575 + 0.0003/100 \cdot 100}{\sqrt{3}} \ \text{mV} = 0.7894 \ \mu\text{V} \\ u_{U_{N+}} &= \frac{\delta_1/100 \cdot U_{N+} + \delta_2/100 \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{0.003/100 \cdot 30.101 + 0.0003/100 \cdot 100}{\sqrt{3}} \ \text{mV} = 0.6946 \ \mu\text{V} \\ u_{U_{N-}} &= \frac{\delta_1/100 \cdot U_{N-} + \delta_2/100 \cdot M}{\sqrt{3}} = \frac{0.003/100 \cdot 30.085 + 0.0003/100 \cdot 100}{\sqrt{3}} \ \text{mV} = 0.6943 \ \mu\text{V} \\ u_{R_N} &\approx 0 \Rightarrow u_{R_X} = k_r \sqrt{\left(\frac{R_N}{2U_{N\pm}} u_{U_{X\pm}}\right)^2 + \left(\frac{-U_{X\pm}R_N}{2U_{2\pm}} u_{U_{N\pm}}\right)^2} = 0.535 \ \mu\Omega \sim 0.005\% \end{split}$$

8.3.3 Měření malého odporu multimetrem.

ohmmetrem O1 jsme dvousvorkovou metodou naměřili odpor $R_{X2} = 0.037~\Omega$ a čtyřsvorkovou metodou jsme naměřili $R_{X2} = 0.013~\Omega$, z výsledků je patrné, že odpor svodů a kontaktů převyšuje hodnotu měřeného odporu skoro dvojnásobně, navíc, ikdyž jsme měřili čtyřsvorkovou metodou náš výsledek měl jen 2 platné cifry a nepřesnost převýší naměřenou hodnotu (viz 8.6.)

metoda $R_X [\mathrm{m}\Omega]$ $u_{R_X} [\Omega]$ $u_{R_X,k_r=2} [\Omega]$ $u_{R_X(rel),k_r=2}$ [%] $0.146 \cdot 10^{-3}$ $0.073 \cdot 10^{-3}$ Ohmova 11.852 1.23 Srovnávací 11.822 $0.268 \cdot 10^{-6}$ $0.535 \cdot 10^{-6}$ 0.005Přímá 2sv 37 0.140.28749 Přímá 4sv 13 0.023 355 0.046

T.8.1. Výsledky měření 8.3.1-3

8.3.4 Měření středních odporů převodníkem $R \to U$.

pro převodník jsme nastavili napájecí napětí 10 V a hodnotu $R_{N1}=10~\mathrm{k}\Omega$, postupně jsme nastavovali hodnoty R_{XD} na odporové dekádě a pozorovali výsledek nepřímého měření za použití vzorců z přípravy viz 8.2.3

maximální odpor, aby převodník $R \to U$ správně fungoval, z měření vyplývá $R_X \le 12.9 \text{ k}\Omega$; pokud se odpor zvyšuje, zvyšuje se i velikost výstupního napětí OZ, to je ale shora omezeno protože se jedná o reálný OZ, a tak po překročení maximálního zesílení se OZ saturuje a jeho výstupní napětí se již nebude zvyšovat

R_{XD} [k Ω]	$u_{R_{XD}} \left[\Omega\right]$	U_2 [V]	R_X	$u_{R_X} [\Omega]$	$\Delta R_{X,XD} [\Omega]$	$\Delta R_{X,XD}, rel \ [\%]$
10	11.5	-9.992	9.992	89.1	8	0.080
11	12.7	-10.990	10.990	96.7	10	0.091
12	13.9	-11.989	11.989	104.3	11	0.092
12.1	14.0	-12.089	12.089	105.1	11	0.091
12.2	14.1	-12.189	12.189	105.9	11	0.090
12.3	14.2	-12.289	12.289	106.6	11	0.089
12.4	14.3	-12.388	12.388	107.4	12	0.097
12.5	14.4	-12.488	12.488	108.2	12	0.096
12.6	14.5	-12.588	12.588	108.9	12	0.095
12.7	14.7	-12.688	12.688	109.7	12	0.094
12.8	14.8	-12.786	12.786	110.5	14	0.109
12.9	14.9	-12.855	12.855	111.0	45	0.349
13	15.0	-12.858	12.858	111.0	142	1.092
14	16.2	-12.864	12.864	111.1	1136	8.114
15	17.3	-12.874	12.874	111.2	2126	14.173

T.8.2. Výsledky měření 8.3.4

6.6. Seznam použitých přístrojů a obvodvých prvků

zn	přístroj/prvek	specifikace
G/A	generátor	Agilent E3640A: $AC_I = \pm (0.2\% \text{ output} + 10 \text{ mA})$
G/V	generátor	Agilent E3640A: $AC_U = \pm (0.05\% \text{ output } + 5 \text{ mV})$
V1	voltmetr	$M = 100 \text{ mV}; \text{Ac}_{U(DC)} = \pm (0.003\% \text{ rdg} + 0.0003\% M)$
	Hp 34401A	$M = 1000 \text{ V}; \text{Ac}_{U(DC)} = \pm (0.002\% \text{ rdg} + 0.0006\% M)$
O1	ohmmetr	Hp 34401A: $M = 100 \Omega$; Ac _{4p} = ±(0.01% rdg + 0.04% M)
		$Ac_{2p} = \pm (0.01\% \text{ rdg} + 0.04\% M) \pm 0.2 \Omega$
G	generátor	Tesla BK 125
R_N	etalon odporu	$R_N = 0.01 \Omega$
R_{N1}	rezistor	$R_{N1} = 100 \text{ k}\Omega; \text{ Ac}_R = \pm 0.1\%$
R_{XD}	odporová dekáda	$M = 99999.9 \ \Omega; \ Ac_R = \pm 0.2\%$
OZ	operační zesilovač	OP07CP

6.7. Závěrečné vyhodnocení

pro malé odpory je vhodné použít nepřímou metodu měření se čtyřsvorkovým zapojením (nežli metodu přímou), nejmenší relativní nejistotu měla metoda srovnávací, ta však má nevýhodu tu, že vyžaduje etalon a zároveň je v ní užito voltmetru na dvou různých místech v obvodu, tudíž o to větší bude chyba metody způsobena konečným vstupním odporem voltmetru; při měření malých odporů jsme si na přímé metodě ukázali význam odporu svodu a kontaktů, které jsme doposud při měření neuvažovali; ukázali jsme jak funguje převodník $R \to U$ s OZ a jakou roli hraje neideálnost tohoto OZ