Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 15.5.2013

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Telefonní ústředna během své pracovní doby od 8:00 do 18:00 přijme průměrně 100 hovorů, z nichž průměrně každý desátý je omyl. Hovory přicházejí do úsředny nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- a) po 15:00 přijme ústředna alespoň 4 hovory, které jsou omyl,
- b) během dopoledne (tj. do 12:00) přijme ústředna maximálně 20 hovorů a přitom všechny se uskuteční do půl dvanácté,
- c) doba čekání na omyl bude kratší než půl hodiny,
- d) v pěti po sobě jdoucích hovorech bude maximálně 1 omyl,
- e) v daný den bude nejpozději 3.hovor omyl.

Úloha 2. Kostka má náhodnou délku hrany rovnoměrně rozdělenou na intervalu (1,4).

- a) Určete distribuční funkci, hustotu, střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X udávající délku hrany kostky.
- b) Určete pravděpodobnost, že délka hrany je v rozmezí 3-6cm.
- c) Určete distribuční funkci rozdělení náhodné veličiny Y udávající objem kostky.
- d) Předpokládejme, že deset takových kostek chceme prostrkávat čtvercovým otvorem s hranou délky 3cm. Určete rozdělení náhodné veličiny Z udávající počet kostek, které otvorem prostrčíme, a pravděpodobnost, že otvorem prošly maximálně dvě kostky.
- e) Předpokládejme, že do téhož otvoru strkáme 50 takových kostek. Spočtěte pravděpodobnost, že otvorem projde alespoň 30 kostek. (Použijte CLV)

Úloha 3. Volejbalista absolvoval za sezónu 50 zápasů, přičemž na střídačku hrával ve světlém a tmavém triku. Statistika vítězných a prohraných zápasů je následující:

	světlé triko	tmavé triko
prohrané zápasy	5	15
vyhrané zápasy	20	10

- a) Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde náhodně vybraný zápas X popisuje odstín barvy trika, v němž volejbalista hrál, a Y popisuje výsledek daný zápas hrál.
- b) Otestujte na hladině 5%, zda je výsledek zápasu (ne)závislý na odstínu trika.
- c) Otestujte na hladině 1%, zda počet vyhraných a prohraných zápasů byl přibližně stejný.
- d) Jsou počty vyhraných a prohraných zápasů nezávislé? Odpověď řádně zdůvodněte.
- e) Definujte **obecně** nezávislost diskrétních náhodných veličin X a Y.

Úloha 4. Lesníci měřili na třinácti stromech průměr kmene. Naměřené hodnoty (v m) jsou uvedeny v následující tabulce:

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení má výška rostliny, a zdůvodněte.
- c) Spočtěte výběrový průměr a výběrový rozptyl těchto dat. (hint: $\sum x_i = 24.7$, $\sum (x_i \bar{x})^2 \doteq 6$)
- d) Sestrojte 95% intervalový odhad pro střední průměr kmene.
- e) Statisticky otestujte, zda je možné říct, že střední průměr kmene je 2m.