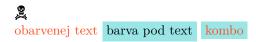
Zpracování otázek k zápočtu a zkoušce



23. ledna 2021



Co je to termodynamická soustava a jaké základní termodynamické soustavy rozlišujeme a čím se vyznačují.

Jedná se o prostorově vymezený systém s nějakou hranicí, oddělující ho od okolí.

- 1. izolovaná : nevyměňuje ani energii ani látky s okolím (termoska)
- 2. otevřená : přímý opak izolované (živý organismus)
- 3. uzavřená : vyměňuje s okolím pouze energii (válec s pístem)
- 4. adiabatická : nic nevyměňuje, koná pouze práci (izolovaný válec s pístem)
- 5. diatermická : nekoná práci, pouze probíhá výměna tepla (uzavřená nádoba)

2. Jaké vlastnosti musí parametry soustavy splňovat, aby mohly být považovány za stavové? Uveďte příklad.

Soustava musí být mít úplný diferenciál. (hmotnost, objem, tlak)

3. Co jsou to extenzivní a intenzivní veličiny. Uveďte příklady.

- 1. intenzivní: po spojení soustav nezmění svoji hodnotu (teplota, tlak)
- 2. extenzivní: po spojení soustav se jejich hodnota sečte (hmotnost, objem)

4. Jak zní I. postulát termodynamiky? 🙎

Pokud na dostatečně dlouhou dobu izolujeme nějakou soustavu, sama přejde do rovnovážného stavu, ve kterém zůstane dokud do ní nezasáhneme ze vnějšku.

5. Jak zní II. postulát termodynamiky? 🙎

Všechny vnitřní TD veličiny soustavy jsou funkcemi vnějších TD veličin a teploty.

6. Jak je definován kvazistatický neboli rovnovážný děj?

Děj při kterém soustava zůstává nekonečně blízko rovnovážného stavu. (izobarický, izochorický, izotermický, adiabatický)

7. Jak je definován vratný termodynamický děj?

Vratné děje jsou takové, u nichž lze původního stavu dosáhnout obrácením pořadí jednotlivých úkonů. Nevratné probíhají bez vnějšího působení pouze jedním směrem.

Jak zní Nultý zákon termodynamiky? 🙎 8.

Jestliže jsou dvě tělesa v tepelné rovnováze s tělesem třetím, pak jsou i tato dvě tělesa v tepelné rovnováze.

$$A \odot C \land B \odot C \implies A \odot B \text{ (tranzitivnost)}$$
 (1)

Kde symbol ⊙ představuje tepelnou rovnováhu mezi dvěmi TD systémy.

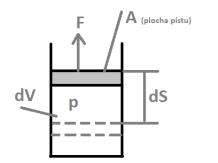
Napište převodní vztah mezi Celsiovou a termodynamickou (Kelvinovou) stupnicí.

$$t = (\frac{T}{1K} - 273, 15) \,{}^{\circ}C \tag{2}$$

Jaké rozlišujeme způsoby přenosu energie do či ze soustavy? Popište je 10.

- 1. přenosem tepla Q
- 2. konáním práce W
- 3. tokem hmoty

11. Jak je definována objemová práce. Uveďte příklad.



$$\delta W = FdS = p\underbrace{AdS}_{dV} = pdV \tag{3}$$

$$\delta W = FdS = p\underbrace{AdS}_{\text{dV}} = pdV$$

$$W_{1,2}(c) = \int_{1}^{2} \delta W$$
(3)

$$W_{1,2}(c) = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV \tag{5}$$

Jakými předpoklady je definován ideální plyn. 12.

Pro ideální plyn je U=U(T) pouze funkcí teploty.

- 1. Rozměry molekul id. plynu jsou ve srovnání se střední vzdáleností molekul od sebe zanedbatelně malé
- 2. Molekuly id. plynu mimo vzájemné srážky na sebe navzájem silově nepůsobí
- 3. Vzájemné srážky molekul id. plynu a jejich srážky se stěnami nádoby jsou dokonale pružné

Napište stavovou rovnici ideálního plynu. 13.

$$pV = nRT, (6)$$

kde $R = \text{molární plynová konst } 8,32 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}.$

Napište vztah mezi tlakem a teplotou pro izochorický děj. 14.

Pro izochorické děje je objem V konstantní tedy můžeme psát:

$$\frac{P}{T} = \text{konst}$$
 (7)

$$p = \frac{nR}{V}T\tag{8}$$

15. Napište První zákon termodynamiky v diferenciálním tvaru a popište veličiny, které se ve vztahu vyskytují. 🙎

$$\delta Q = dU + \delta W, \tag{9}$$

kde δ je objemový element.

16. Jak se změní rovnice vyjadřující První termodynamický zákon v případě, že se jedná o kruhový děj.

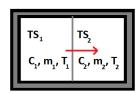


17. Napište vztah definující tepelnou kapacitu.

Množství tepla potřebné pro ohřátí soustavy o jeden stupeň

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \left[J K^{-1} \right] \tag{12}$$

18. Napište kalorimetrickou (směšovací) rovnici.



$$mc_1(T_1 - T_2) = mc_2(T - T_2)$$
 (13)

$$Q_1 = Q_2 \tag{14}$$

kde $T_1 > T_2$, T je teplota ustálení a c je měrná tepelná kapacita.

19. Napište Mayerův vztah.

$$C_p - C_V = nR, (15)$$

kde C_p je při kost tlaku a C_V při konst objemu. $(C_p > C_V)$

20. Jak je definována Poissonova konstanta?

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{C_{mp}}{C_{mV}} \tag{16}$$

21. Napište matematickou formulaci Poissonova zákona.

$$pV^{\kappa} = konst \quad <=> \quad p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa} \tag{17}$$

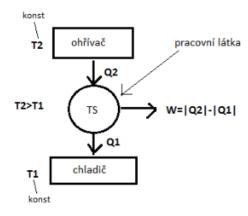
22. Napište Druhý termodynamický zákon. 🙎

pro izolované soustavy $dS \ge \frac{\delta Q}{T}, dS \ge 0,$

z 1TD pro ideální plyn :
$$\underbrace{\delta Q}_{TdS} = C_V dT + p dV = > TdS = C_V dT + p dV.$$

Thomsonova formulace : Není možné odjímat cyklickým dějem jednomu tělesu teplo a beze zbytku ho přeměnit na práci.

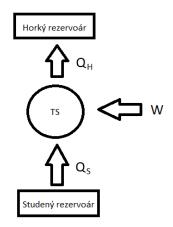
23. Napište vztah pro tepelnou účinnost spolu s vysvětlujícím obrázkem.



$$\eta = \underbrace{\frac{W}{|Q_2|}}_{dodan\acute{e}teplo} = \frac{|Q_2| - |Q_1|}{|Q_2|} = 1 - \frac{|Q_1|}{|Q_2|}$$
(18)

Obrázek 1: Obrázek TS pro určení účinnosti.

24. Napište vztah pro topný faktor spolu s vysvětlujícím obrázkem.



Topný faktor =
$$COP_H = \frac{|Q_H|}{W} = \frac{|Q_S| + W}{W}$$
 (19)

Kde Q_H je teplo dodané do horkého rezervoáru. Q_S je teplo odebrané ze studeného rezervoáru.

Obrázek 2: Obrázek pro faktory.

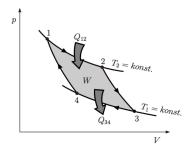
25. Napište vztah pro chladící faktor spolu s vysvětlujícím obrázkem

Viz. obrázek 2.

Chladící faktor =
$$COP_S = \frac{|Q_S|}{W}$$
 (20)

Kde Q_S je teplo odebrané ze studeného rezervoáru.

26. Nakreslete p-V digram pro ideální Carnotův cyklus a popište jednotlivé děje, ze kterých se sestává.



- 1. izotermická expanze => Q_{12} na kladnou práci W, ΔU =konst
- 2. adiabatická expanze => W na úkor vnitřní energie U která klesá
- 3. izotermická komprese => odevzdání Q_{34} při konání práce ${\bf W}$
- 4. adiabatická komprese => vnitřní energie U roste

27. Napište vztah pro tepelnou účinnost ideálního Carnotova cyklu.

$$1 > \eta = 1 - \frac{|Q_{12}|}{|Q_{34}|} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \tag{21}$$

28. Napište znění první a druhé Carnotovy věty.

- 1. Mám dva tepelné stroje. Pokud jejich rezervoáry pracují na stejné teplotě, potom mají stejnou účinnost.
- 2. Účinnost vratného (ideálního) tep. stroje je vždy větší než účinnost nevratně pracujícího stroje, o stejných teplotách(nejde sestrojit perpetuum mobile druhého druhu).

29. Napište Clausiovu nerovnost.

$$dS \ge \frac{\delta Q}{T} \underset{\text{kruhov\'e děj}}{\Longrightarrow} 0 \ge \oint \frac{\delta Q}{T}$$
 (22)

30. Jak zní Třetí termodynamický zákon. 🙎

Konečnou posloupností TD procesů nelze čistou látku ochladit na termodynamickou teplotu $T=0~\mathrm{K}.$

31. Jaké skupenské přeměny rozlišujeme? Jaké fázové přechody rozlišujeme?

tání \iff tuhnutí vypařování, var \iff kondenzace sublimace \iff de sublimace

- 1. druhu Entropie a tzv. měrný objem $(v = \frac{1}{\rho})$ se mění skokem. Přijímá se nebo odevzdává teplo fázového přechodu.(např. změna skupenství).
- 2. druhu Tady už se S a v mění spojitě. Příklad může být přechod železa z feromagnetického stavu do stavu para-magnetického.

32. Napište Clausiovu-Clapeyronovu rovnici.

Vztah mezi velikostí tepla fázového přechodu a změny objemu pro přechody 1. druhu.

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)},\tag{23}$$

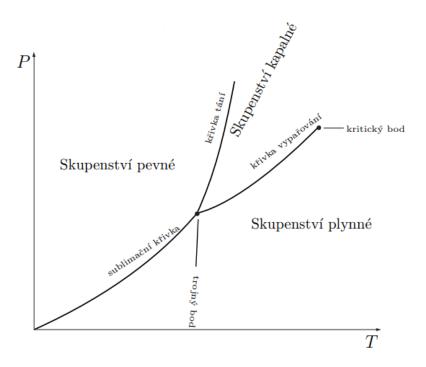
kde L je teplo fázového přechodu.

33. Napište vztah vyjadřující Gibbsovo pravidlo fází. Popište význam jednotlivých symbolů.

$$v = s - f + 2, (24)$$

kde v je počet stupňů volnosti, s je počet nezávislých složek a f počet fází soustavy. Jednosložková soustava má maximálně dva stupně volnosti a lze ji zobrazit pomocí dvojrozměrného fázového diagramu.

34. Nakreslete fázový p-T diagram pro pro jednosložkovou soustavu. Popište jednotlivé části diagramu spolu s významnými body.



35. Napište vztah pro délkovou teplotní roztažnost.

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t), \qquad \alpha = \frac{1}{l_0} \frac{\Delta l}{\Delta t}, \qquad (25)$$

kde α je součinitel teplotní délkové roztažnosti, l je délka při teplotě t (a stejně pro l_0) a $\Delta l = (l - l_0)$ (a stejně pro Δt).

36. Napište vztah pro objemovou teplotní roztažnost.

$$V = V_0(1 + \beta \Delta t), \qquad \beta = \frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta t}, \qquad (26)$$

kde β je součinitel teplotní objemové roztažnosti a $\beta \approx 3\alpha$.

- 37. Napište Maxwellovy předpoklady, za kterých vybudoval kinetickou teorii plynu.
 - 1. Jestliže máme izolovanou soustav TS, tak všechny dosažitelné mikrostavy mají stejnou pravděpodobnost
- 38. Napište vztah vyjadřující pomocí termodynamické teploty střední kinetickou energii molekul ideálního plynu.

$$\langle E \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle = \frac{3}{2} k_B T,$$
 (27)

kde k_B je Boltzmanova konstanta.

39. Napište vztah vyjadřující Maxwellovo-Boltzmannovo rozdělení rychlostí ideálního plynu. 🙎

Hustota pravděpodobnosti rychlostí je (pro v rychlost částice a m hmotnost částice)

$$\rho(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 exp\left(-\frac{m}{2k_B T}v^2\right),\tag{28}$$

kde k_B je Boltzmanova konstanta.

40. Určete nejpravděpodobnější rychlost molekul ideálního plynu pro danou teplotu.

$$v_p = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}. (29)$$

41. Napište znění Ekvipartičního teorému.

Obecně platí, že pokud má částice (atom) stupeň volnosti i, pro jeho energii platí

$$E = \frac{i}{2}k_BT. (30)$$

42. Napište na základě Ekvipartičního teorému molární tepelnou kapacitu při konstantním objemu ideálního jednoatomového plynu.

$$C_V = \frac{\delta Q}{ndT} = \frac{dU}{ndT} = \frac{d(\frac{3}{2}nRT)}{ndT} = \frac{3}{2}R\tag{31}$$

43. Jak zní Daltonův zákon o parciálním tlaku?

Tlak směsi plynů je roven součtu jejich parciálních tlaků.

$$P = \sum_{i=1}^{n} p_i. \tag{32}$$

44. Napište kanonický tvar vlnové rovnice. 🙎

$$\nabla^2 u(x,t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$$
(33)

Kde u značí vzruch, c značí rychlost šíření v daném prostředí.x je poloha.

45. Napište vlnovou rovnici pro rovinné vlny.

$$\nabla^2 u(s,t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial t^2} \tag{34}$$

kde vzdálenost od počátku $s = \vec{k_0} \cdot \vec{r}$, kde $\vec{k_0}$ je jednotkový vlnový vektor a \vec{r} je polohový vektor.

46. Napište vlnovou rovnici pro kulové vlny.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{35}$$

Kde u je vzruch, r je poloměr vlnoplochy, c rychlost šíření.

$$\hat{u}(r,t) = \frac{\hat{A}}{r}e^{j(kr-\omega t)},\tag{36}$$

kde \hat{A} je komplexní amplituda, k je vlnové číslo.

47. Napište obecné řešení vlnové rovnice.

$$u(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct)$$
(37)

tzv. d'Alambertovo řešení.

48. Napište vlnovou rovnici pro rovinnou vlnu postupující pouze jedním směrem.

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0 \tag{38}$$

49. Napište obecné řešení vlnové rovnice pro kulové vlny.

$$u(r,t) = \underbrace{\frac{f(r-ct)}{r}}_{\text{pro divergentní vlnu}} + \underbrace{\frac{g(r+ct)}{r}}_{\text{pro konvergentní vlnu}}$$
(39)

Kde r je poloměr vlnoplochy a c je rychlost šíření.

50. Jak je definováno vlnové číslo pomocí kruhového kmitočtu? Jak je definované vlnové číslo pomocí vlnové délky? Co nám udává směr vlnového vektoru?

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \tag{40}$$

Kde λ je vlnová délka, ω je úhlová frekvence, c je rychlost šíření. Směr je totožný s fázovou rychlostí, normála k plochám konstantní fáze(vlnoplochám).

51. Odvoďte vztah popisující vlnění (stojaté vlnění), které vznikne složením dvou proti sobě postupujících harmonických vln.

Nenašel jsem...

52. Co chápeme pod pojmem disperze? Jak vypadá obecný zápis disperzní relace?

Závislost úhlové frekvence na vlnovém čísle. Obecný zápis:

$$\omega = \omega(k) \tag{41}$$

53. Napište vztah pro výpočet grupové rychlosti.

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} \tag{42}$$

Kde ω je úhlová frekvence a k je vlnové číslo.

54. Napište vztah pro výpočet fázové rychlosti.

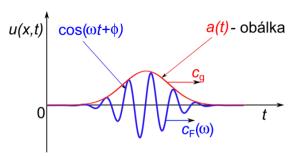
$$c_f = \frac{\omega}{k} \tag{43}$$

Kde ω je úhlová frekvence a k je vlnové číslo.

55. Jaký je vztah mezi grupovou a fázovou rychlostí pro bezdisperzní prostředí?

$$c_f = c_g (44)$$

56. Jak definujeme vlnový balík? (vyjádřete pomocí vztahu).



Obrázek 3: Grupa(balík).

$$u(x,t) = \underbrace{a\left(t - \frac{x}{c_g}\right)}_{\text{obsilies}} \cos(kx - \omega t + \phi) \tag{45}$$

Kde c_g je grupová rychlost, k je vlnové číslo, ω je kruhový kmitočet a ϕ je fázový posun.

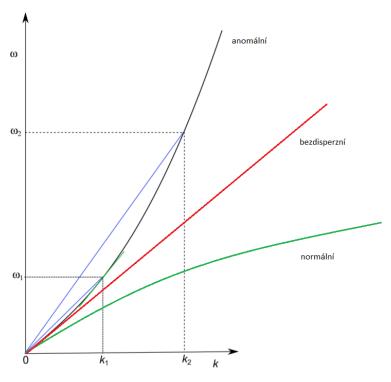
Jinak vlnový balík, co jsem vyčetl ze skript, je kvaziharmonická vlna při velmi úzkém kmitočtovém spektru. [VZ]

57. Napište obecný vztah mezi grupovou a fázovou rychlostí.

$$c_g = c_f + \frac{dc_f}{dk}k\tag{46}$$

Kde kje vlnové číslo.

58. Co je to normální a anomální disperze. Nakreslete vysvětlující obrázek.



Obrázek 4: Disperze.

Anomální disperze je v prostředí kde $c_g > c_f$ a normální disperze v prostředí kde $c_g < c_f$.

59. Napište obecnou (nelineární) soustavu rovnic popisující akustické vlny v ideálních tekutinách.

1. Eulerova pohybová rovnice pro ideální tekutiny

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} P + \vec{\mathcal{F}}$$
(47)

Kde $\vec{\mathcal{F}}$ jsou objemové síly, P je tlak, ρ je hustota.

2. Rovnice kontinuity

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \tag{48}$$

3. Stavová rovnice

$$P = P(\rho) \tag{49}$$

60. Napište soustavu linearizovaných rovnici popisující akustické vlny v ideální tekutině.

1. Linearizovaná Eulerova pohybová rovnice pro ideální tekutiny

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p' \tag{50}$$

2. Linearizovaná rovnice kontinuity

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}) = 0 \tag{51}$$

3. Linearizovaná stavová rovnice

$$p' = c_0^2 \rho' \tag{52}$$

Kde ρ' je akustická hustota, ρ_0 je klidová hustota, p' je akustický tlak a \vec{v} představuje akustickou rychlost.

61. Odvoďte vlnovou rovnici pro akustický tlak.

Dosadíme do linearizované rovnice kontinuity 51 za akustickou hustotu ze linearizované stavové rovnice 52 a získáme tak:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}) = 0 \tag{53}$$

Pokud provedeme divergenci linearizované Eulerovy rovnice dospějeme k vztahu:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{\nabla} \cdot \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} p' \tag{54}$$

Pokud do 54 dosadíme za $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ z 53 získáme vlnovou rovnici pro akustický tlak.

$$\nabla^2 p' = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} \tag{55}$$

62. Odvoďte vlnovou rovnici pro akustickou rychlost.

Dosadíme do linearizované rovnice kontinuity 51 za akustickou hustotu ze linearizované stavové rovnice 52 a získáme tak:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}) = 0 \tag{56}$$

Zderivujeme-li linearizovanou Eulerovu rovnici 50 podle času tak dostaneme:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} \frac{\partial p'}{\partial t} \tag{57}$$

Za derivaci akustického tlaku z rovnice 56 dosadíme do této rovnice a získáme tak vlnovou rovnici pro akustickou rychlost.

$$\nabla^2 \vec{v} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} \tag{58}$$

63. Jaký je rozdíl mezi akustickou rychlostí a rychlostí šíření akustické vlny.

Akustická rychlost je rychlost kmitavého pohybu částic prostředí kolem rovnovážné polohy (u maximální výchylky nulová u rovnovážné polohy maximální).

Rychlost šíření je rychlost přenosu vzruchu prostředím.

64. Jak definujeme akustický tlak.

Během šíření akustické vlny dochází ke zhušťování a zřeďování tekutiny(v uchu? nevim skripta str. 88) (jedná se vlastně o jakési poruchy atmosférického tlaku), což je doprovázeno v daném místě změnou atmosférického (klidového) tlaku a velikost této změny nazýváme akustický tlak.

$$p = p' + p_0 \tag{59}$$

Kde p je celkový (atomosférický) tlak, p' je akustický tlak.

65. Odvoďte vztah pro výpočet rychlosti šíření lineárních akustických vln.

Buď je to stejný jak v otázce 62 nebo nevim

$$pV^{\gamma} = p_0 V_0^{\gamma} \tag{60}$$

$$\frac{p}{p_0} = (\frac{\rho}{\rho_0})^{\gamma} \tag{61}$$

$$p = \frac{p_0}{\rho_0^{\gamma}} \rho^{\gamma} \tag{62}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{p_0 \gamma}{\rho_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma - 1} \tag{63}$$

Pak v případě kdy $\rho = \rho_0$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{p_0 \gamma}{\rho_0} = c_0^2 \tag{64}$$

$$c_0 = \sqrt{\frac{p_0 \gamma}{\rho_0}} \tag{65}$$

kde c_0 ke rychlost šíření lineárních akustických vln, γ je Poissonova konst., ρ_0 je klidová objemová hustota, p_0 je atmosférický tlak, p tlak a ρ hustota. [VZ]

66. Jak je definována podélná akustická vlna?

Částice tekutiny se pohybují ve směru šíření vlny.

67. Šíří se v tekutinách vlna podélná či příčná?

Podélná.

68. Odvoďte vlastní kmitočty pro rezonátor délky L řešením vlnové rovnice pro rovinné akustické vlny při znalosti okrajových podmínek: v(x = 0) = 0, v(x = L) = 0.

doplnit

69. Jak závisí činitel útlumu akustických vln na kmitočtu?

$$\alpha(\omega) = \alpha_0 \,\omega^n \quad n \in \langle 0; 2 \rangle \tag{66}$$

70. Napište vztah pro výpočet hladiny akustického tlaku.

$$L_p = 20log \frac{P'}{P_0} \tag{67}$$

Kde P' je akustický tlak a $P_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ je hladina lidského sluchu.

71. Napište řešení vlnové rovnice pro tlumené rovinné vlny.

????

72. Ukažte, že ve vodivém prostředí můžeme položit objemovou hustotu elektrického náboje rovnu nule.

Uvažujme Gaussův zákon.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{68}$$

Kde ρ je objemová hustota volného náboje. Zákon zachování elektrického náboje v diferenciálním tvaru vyjadřuje následující rovnice

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \tag{69}$$

Využitím ohmova zákona v diferenc. tvaru můžeme přepsat rovnici kontinuity do násl. tvaru:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \gamma \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \tag{70}$$

Dosadíme za $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ z Gaussova zákona 68 čímž dostaneme

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon} \rho = 0 \tag{71}$$

Řešením této rovnice metodou separace proměných získáme:

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-\frac{\gamma}{\varepsilon}t} \tag{72}$$

Kde $\rho_0 = \rho(t=0)$ vidíme že objemová hustota klesá exponenciálně s časem a jelikož se jedná o vodivé prostředí stane se to za velmi krátokou dobu a můžeme předpokládat že je nulová.

73. Odvoďte zobecněnou vlnovou rovnici (telegrafní rovnici) pro elektrickou intenzitu.

Uvažujeme soustavu Maxwellových rovnic kde předpokládáme nulovou hustotu volného náboje.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \tag{73}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{74}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{75}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \gamma \vec{E} + \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{76}$$

Zderivujeme vztah 76 podle času čímž získáme:

$$\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
 (77)

Do levé strany této rovnice dosadíme z 74 a použijeme identitu:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{a} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{a}) - \nabla^2 \vec{a} \tag{78}$$

Čímž získáme

$$-\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\underbrace{\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E})}_{=0 \text{ viz } 73} + \nabla^2 \vec{E} = \nabla^2 \vec{E} = \mu \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
 (79)

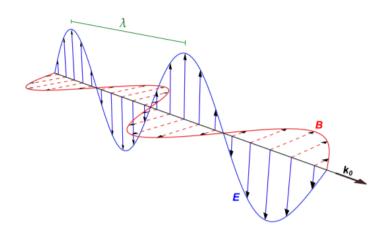
Tedy dospějeme k násl. rovnici kterou nazýváme Telegrafní rovnice

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \tag{80}$$

74. Odvoďte disperzní relaci pro elektromagnetickou vlnu ve vodivém prostředí.

Doplnit, je to str. 94 ve skriptech asi - nadlouho.

75. Jaký je geometrický vztah mezi mezi vektory elektrické intenzity, magnetické indukce a vlnového vektoru.



$$\frac{\hat{\vec{k}}}{\omega} \times \hat{\vec{E}} = \hat{\vec{B}} \tag{81}$$

Obrázek 5: Netlumená elektromagnetická vlna.

76. Je elektromagnetická vlna v izotropním prostředí vlnou podélnou či příčnou? Zdůvodněte.

Příčnou protože jak vektor el. intenzity tak vektor magnetické indukce jsou kolmé na směr šíření, viz otázka 75. Dá se to dokázat přes výpočet upravených Maxwellových rovnic kdyby chtěli přímo důkaz [VZ]

77. Napište vztah pro Poytingův vektor.

$$\vec{S}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r},t) \times \vec{H}(\vec{r},t) \tag{82}$$

Kde \vec{E} je vektor elektrické intenzity a \vec{H} je vektor magnetické intenzity.

78. Napište Poytingovu bilanční rovnici v diferenciálním tvaru.

$$\vec{j} \cdot \vec{E} = -\frac{\partial \omega}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \vec{S} \tag{83}$$

Kde \vec{j} je objemová hustota proudu, \vec{E} je intenzita el. pole, ω je objemová hustota energie elektromagnetického pole, \vec{S} je Poytingův vektor.



79. Jak je zaveden index lomu pro nemagnetická prostředí? Vyjádřete index lomu pomocí relativní permitivity.

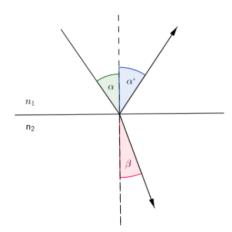
$$n = \frac{c_0}{c} = \frac{\sqrt{\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon}}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \sqrt{\mu \varepsilon} \underbrace{\Longrightarrow}_{\text{pro nemag.}} \sqrt{\varepsilon}, \qquad c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}, \qquad c = \frac{c_0}{\sqrt{\mu \varepsilon}},$$
 (84)

kde n je index lomu, c_0 je rychlost šíření elektromagnetické vlny je rychlost šíření ve vakuu, c je rychlost šíření v daném prostředí, μ je magnetická permeabilita a ε je permitivita.

80. Napište zákon odrazu pro elektromagnetické vlny.

Úhel dopadu je roven úhlu odrazu $\alpha = \alpha'$.

81. Napište vztah pro zákon lomu (Snellův zákon) elektromagnetické vlny.



$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta, \tag{85}$$

kde n je index lomu daného prostředí.

82. Co nám vyjadřují Fresnelovy vzorce?

Fresnelovy vzorce popisují koeficienty odrazivosti a propustnosti při šíření elektromagnetického záření na rozhraní dvou prostředí

83. Odvoďte vztah pro Brewsterův úhel.

Pokud vlna dopadá přesně pod tímto úhlem, všechno polarizované světlo prochází do druhého prostředí bez jakéhokoliv odrazu. Pokud se jedná o nepolarizované světlo, bude odražená složka dokonale polarizovaná. na dýl

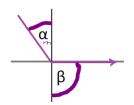
$$\alpha_B = \arctan n,$$
 $n = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{pro} \quad n_1 > n_2.$ (86)

Co chápeme pod pojmem polarizace elektromagnetické vlny? 84.

dopsat

Stručně: Omezení vektoru el. intenzity elmag. záření(světla)

85. Odvoďte podmínku pro totální odraz.



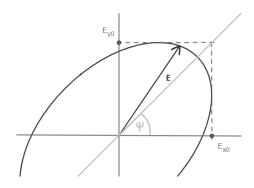
$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha > \alpha_m \implies \text{úplný odraz}$$
(87)

 $\alpha > \alpha_m \implies$ úplný odraz Snellův zákon $\implies \sin \alpha_m = n \sin \frac{\pi}{2}$

$$\implies \alpha_m = \arcsin n \quad \text{pro} \quad n_1 > n_2.$$
 (88)

86. Napište vztah pro obecnou eliptickou polarizaci.



$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 - \frac{2E_x E_y \cos \delta}{E_{x0} E_{y0}} = \sin^2 \delta \qquad (89)$$

(kruhová : na levé straně pouze zlomky 2 a na pravé straně = 1)

87. Jaká je podmínka pro lineární polarizaci elektromagnetické vlny.

$$\delta = n\pi,$$
 $n = 0, 1, 2...$ \Longrightarrow $\sin \delta = 0$ $\cos \delta = (-1)^n$ (90)

88. Jaké musí být splněny podmínky pro kruhovou polarizaci elektromagnetické vlny.

$$\delta = (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2... \qquad \Longrightarrow \qquad \sin^2 \delta = 1 \qquad \cos \delta = 0 \tag{91}$$

89. Jak definujeme polarizaci pravou (pravotočivou), resp. levou (levotočivou)

levo pravo
$$\delta < 0 \qquad \qquad \delta > 0 \qquad \qquad (92)$$

90. Jak definujeme intenzitu elektromagnetické vlny (není myšlena elektrická intenzita)

$$\hat{\vec{E}} = \vec{E}_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \tag{93}$$

91. Co chápeme pod pojmem koherence elektromagnetických vln?



Koherentní jsou vlnění stejné frekvence, jejichž fázový rozdíl v uvažovaném bodě se s časem nemění. (např. laser)

92. Jakých hodnot může nabývat komplexní stupeň koherence $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) \equiv \gamma_{12}(\tau)$? Co nám vyjadřuje?

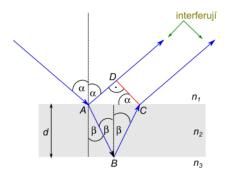
Stupeň koherence je jakousi "pamětí systému" a srovnává míru podobnosti aktuálního záření se zářením posunutým o časový úsek τ .

$$\gamma_{12}(\tau) \in \langle 0; 1 \rangle \tag{94}$$

93. Jak se mění fáze elektromagnetické vlny při odrazu na opticky hustším prostředí?

Fáze bude opačná.

94. Napište podmínku pro pozorování maxim při dvousvazkové interferenci na tenké vrstvě.



Obrázek 6: Dvousvazková interference

$$d\cos\beta=(2m+1)\frac{\lambda_0}{4}\quad m=1,2,3... \eqno(95)$$
kde λ je vlnová délka

95. Napište podmínku pro pozorování minim při dvousvazkové interferenci na tenké vrstvě.

$$d\cos\beta = 2m\frac{\lambda_0}{4} \quad m = 1, 2, 3...$$
 (96)

Vysvětlující obrázek pro proměnné je obrázek 6.

96. Co chápeme pod pojmem difrakce vlny?

Šíření světla do oblasti geometrického stínu. Jinými slovy jev spojený s odchýlením světla od jeho přímočarého pohybu, kdy tato odchylka nemůže být vysvětlena odrazem, lomem či spojitou prostorovou závislostí indexu lomu.

97. Napište Huygensův-Fresnelův princip

Podle Huygensova-Frasnelova principu se každý bod čela dopadající (primární) vlny na stínítku M(přesněji elementární ploška, ve které se tento bod nachází) stává zdrojem sekundárních kulových(sférických) vln, jež se na stínítku skládají, přičemž jejich amplituda je úměrná komplexní amplitudě dopadající primární vlny $\hat{\mathcal{E}}_0$ a současně je úměrná velikosti oblasti dS, která kulovou vlnu vyzařuje.

$$\hat{\varepsilon}(P) = -j\frac{k}{2\pi} \iint_{S_A} \frac{\hat{\varepsilon_0} e^{jkr}}{r} dS, \tag{97}$$

kde S_A je plocha apertury (díry), k je vlnové číslo.

98. Napište difrakční integrál v obecném tvaru pro Fresnelovu aproximaci (Fresnelovu difrakci).

doplnit

99. Napište difrakční integrál v obecném tvaru pro Fraunhoferovu difrakci (Fraunhoferovu aproximaci).

doplnit

100. Napište difrakční integrál pro Fraunhoferovu difrakci pro případ kolmého dopadu rovinné vlny na stínítko s obdélníkovým otvorem o stranách a, b.

$$\hat{\mathcal{E}}(P) = -\frac{jkS_A e^{jkr_0}}{2\pi r_0} \hat{\mathcal{E}}_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} \frac{\sin\beta}{\beta}$$
(98)

Kde

$$\alpha = \frac{kay_0}{2r_0} \quad \beta = \frac{kbz_0}{2r_0} \quad S_A = ab \quad r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$$
(99)

a k je vlnové číslo, j je komplexní jednotka. $\hat{\mathcal{E}}_0$ je komplexní amplituda dopadající primární vlny.

101. Napište, za jakých podmínek je možné použít optickou (paprskovou) optiku.

Rozměry těles se kterými světlo reaguje musí být daleko větší než vlnová délka světla.

102. Jak je definována optická dráha?

$$l = ns (100)$$

Kde n je index lomu a s je uražená dráha v geometrickém prostředí s daným indexem lomu.

103. Jak zní Fermatův princip.

Světlo se šíří podél takových paprsků, že dráhu mezi dvěma body urazí za nejkratší čas.

104. Pomocí Fermatova principu odvoďte zákon odrazu pro světelné paprsky.

Ve skriptech není někde vycucat. SU

Stejný pro další otázku rozkreslí se obrázek a budeš minimalizovat vzdálenosti mezi body A a B. to se dělá pomocí derivace dle x.

105. Pomocí Fermatova principu odvoďte zákon lomu pro světelné paprsky.

Ve skriptech není někde vycucat. SU

106. Jaké vlastnosti má splňovat ideální optická soustava?

- Každému předmětu odpovídá právě jeden obraz,
- každé předmětové přímce odpovídá právě jedna obrazová přímka,
- každé předmětové rovině odpovídá právě jedna obrazová rovina.

107. Co je to zobrazovací rovnice?

Je to rovnice popisující zobrazení paprsku ze zdroje na obraz.

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \tag{101}$$

Kde s_o je předmětová vzdálenost, s_i je objektová vzdálenost, f je ohnisková vzdálenost.

108. Co je to paraxiální aproximace?

$$L_i \approx s_i, L_o \approx s_o \tag{102}$$

Kde s_o je předmětová vzdálenost, s_i je objektová vzdálenost, L_o je předmětová geometrická délka a L_i je objektová geometrická délka.

109. Co jsou to kardinální body optické soustavy? Jak jsou definovány?

Jsou ohniskové, hlavní a uzlové body.

- Hlavní body optické soustavy jsou navzájem sdružené (vzor obraz), jsou to body které jsou průsečíky předmětové a obrazové hlavní roviny.
- Předmětový a obrazový ohniskový bod nejsou navzájem sdružené body, jsou to průsečíky odpovídajících ohniskových rovin s optickou osou.
- Uzlové body jsou dva sdružené body, pro které je úhlové zvětšení rovno jedné.

110. Odvoďte přenosovou matici pro volné šíření paprsku homogenním prostředím.

doplnit-nadlouho.

111. Napište obrazovou rovnici pro tenkou spojnou čočku, tedy spojku.

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \tag{103}$$

Kde s_o je předmětová vzdálenost, s_i je objektová vzdálenost, f je ohnisková vzdálenost.

112. Napište vztah vyjadřující Stefanův-Boltzmannův zákon.

Pro absolutně černá tělesa

$$M_e^0 = \sigma T^4 \tag{104}$$

Obecně

$$M_e = \varepsilon \sigma T^4 \tag{105}$$

Kde M_e je intenzita vyzařování, ε je emisivita, σ je Stefan-Boltzmannova konstanta, T je termodynamická teplota.

113. Jak je definováno absolutně černé těleso a jakým způsobem se při experimentech realizuje.

Absolutně černé těleso je takové těleso které pohltí veškeré záření které na něj dopadá a má tedy pohltivost $\alpha=1$. V experimentech realizujeme např. nádobou s dírou kde vnitřek dané nádoby je pokrytý pohlcujícím materiálem. Samotný vstup této nádoby je v experimentech považován za absolutně černé těleso.

114. Napište Rayleighův-Jeansův zákon vyzařování černého tělesa.

$$\omega_{\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c_0^3} k_B T \tag{106}$$

Kde ω_{λ} je spektrální hustota energie záření, ν je kmitočet, k_B je Boltzmannova konstanta, T je termodynamická teplota, c_0 je rychlost šíření světla ve vákuu.

115. Napište vztah vyjadřující Gibbsovo kanonické rozdělení spolu s definicí partiční sumy.

Boltzmannův faktor má tvar:

$$\beta = \frac{1}{k_b T} \tag{107}$$

Partiční suma má tvar:

$$Z = \sum e^{-\beta E_i} \tag{108}$$

Kde E_i je energie i-tého mikrostavu. Vztahy pro Gibbsovo kanonické rozdělení pak jsou:

$$\varrho(E) = e^{\beta(F-E)} \quad \omega_n(E) = e^{\beta(F-E_n)} \tag{109}$$

Kde ϱ je pravděpodobnost rozdělení energie pro spojitý případ a ω_n pro diskrétní. F je volná energie.

Nejsem si 100% jistej pojmenováním proměnnejch.

116. Odvoďte vztah pro výpočet střední energie pomocí partiční sumy.

$$U = \langle E \rangle = \sum_{i} p_i(E_i) E_i = \frac{1}{Z} \sum_{i} g_i$$
 (110)

Kde p_i je pravděpodobnost mikrostavu s energií E_i .

Nejsem si jistej co je co. gi asi předpokládám je jenom sjednocení těch částí.

117. Jak zní princip maximální entropie?

Pokud máme o rozdělení pravděpodobnosti jen částečné informace tak nejpravděpodobnější rozdělení bude to, které má nejvyšší energii.

118. Napište vztah pro statistickou entropii.

$$S(E, V, N) = k_B \ln \Omega(E, V, N) \tag{111}$$

Kde E je energie systému, V je objem, N je počet částic, Ω je počet všech rozlišitelných mikrostavů daného systému.

Nejsem si jistej jestli (E,V,N) je tam nutný si pamatovat a psát.

119. Napište vztah pro Boltzmannovo rozdělení.

Pravděpodobnost, že soustava je v mikrostavu s energií E_i je:

$$P(E_i) = \frac{1}{Z} e^{-\frac{E_i}{k_B T}} \quad Z = \sum_{i=1}^{N} e^{-\frac{E_i}{k_B T}}$$
(112)

 \boldsymbol{Z} je partiční suma.

120. Napište Planckův vyzařovací zákon.

$$\omega_{\nu}(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c_0^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$
(113)

Kde ω_{ν} je spektrální hustota energie záření pro kmitočet ν, h je Planckova konstanta.

121. Z Planckova vyzařovacího zákona odvoďte Rayleighův-Jeansův a Wienův vyzařovací zákon.

Pokud máme Planckův vyzařovací zákon viz. rce 113 a platí že $h\nu << k_BT$ můžeme aproximovat exponenciální fci:

$$e^{\frac{h\nu}{k_BT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{k_BT} \tag{114}$$

Pokud tuto aproximaci dosadíme do Planckova zákona dostaneme Rayleigh-Jeansův zákon . Tento vztah platí pouze pro nízké kmitočty.

$$\omega_{\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c_0^3} k_B T \tag{115}$$

Pokud budeme předpokládat že $h\nu >> k_BT$ můžeme aproximovat jmenovatele v Planckově zákonu jako:

$$e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1 \approx e^{\frac{h\nu}{k_BT}} \tag{116}$$

Dosazením do Plancka dostaneme Wienův zákon který platí pouze pro vysoké kmitočty:

$$\omega_{\nu} = \frac{8\pi h \nu^3}{c_0^3} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} \tag{117}$$

Proměnné stejně jako v otázce 120.

122. Co je to fotoelektrický jev?

Pokud dopadá na nějaký povrch elektromagnetické záření, např. světlo, dochází k emisi elektronu z jeho povrchu, z důsledku absorpce záření.

Tento jev není možné vysvětlit klasickou fyzikou, protože podle ní by kinetická energie emitovaných elektronu mela záviset na intenzitě dopadajícího světla (protože energie elektromagnetických vln souvisí s intenzitou záření). Ale ve skutečnosti tomu tak není, kinetická energie závisí na kmitočtu dopadajícího záření.

123. Napište vztah pro kinetickou energii emitovaných elektronů při fotoelektrickém jevu.

$$E_k = h(\nu - \nu_m) \tag{118}$$

Kde h je Planckova konstanta, ν je kmitočet a ν_m je mezní kmitočet.

124. Napište vztahy pro hybnost a energii fotonu.

$$E = h\nu p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k (119)$$

kde k je vlnové číslo a \hbar je redukovaná Planckova konstanta, p je hybnost, E je energie, ν je kmitočet.

125. Vysvětlete Comptonův jev.

Děj při kterém se po srážce elmag. záření s atomy pevné látky mění vlnová délka záření v důsledku předání své energie.

126. Napište Comptonovu rovnici.

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) \tag{120}$$

Nebo taky:

$$\Delta \lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \tag{121}$$

Kde θ je úhel rozptylu, λ je vlnová délka dopadajícího záření, λ' je rozptýleného záření, m_0 je klidová hmotnost. c je rychlost světla v daném prostředí.

127. Vysvětlete podstatu produkce páru elektron-pozitron.

Vlnový: Youngův dvoušterbinový experiment

Částicový: Fotoelektrický jev

128. Uveďte příklady demonstrující jak vlnový, tak korpuskulární charakter světla.

Vlnový: Odraz, difrakce.

Korpuskulární: Fotoelektrický jev.

129. Popište Rutherfordův model atomu a vysvětlete jeho nedostatek.

Rutherfordův(planetární) model předpokládá že přitažlivá elektrická síla mezi jádrem a elektronem je vykompenzovaná odstředivou silou působící na elektron. Nevýhodou je že podle elmag, teorie vyzařují elektrony energii v podobě elmag. vln. V planetárním modelu jsou elektrony urychlovány dostředivou silou, tedy časem by ztrácely svojí energii až by spadly na jádro a atom by se stal nestabilním.

130. Popište Bohrův model atomu a odvoďte vztah pro hladiny energie atomu vodíku na základě tohoto modelu.

Bohrovy postuláty:

- Elektrony existují ve stacionárních stavech, kdy nevyžadují energii(existují stabiilní dráhy elektronů).
- Jsou možné jenom takové dráhy(energ. hladiny) na kterých je moment hybnosti přesně $mvr = n\hbar$, kde n = 1, 2, 3...
- Přechod elektronu na jinou energetickou hladinou je spojen s vyzářením nebo pohlcením energie(fotonu).

Bohrova podmínka.: $mvr = n\hbar \implies v^2 = \frac{\hbar^2 n^2}{m^2 r^2}$. Dáme elektrickou sílu a odstředivou sílu do rovnosti:

$$F_{el} = F_{odst} \tag{122}$$

$$F_{el} = F_{odst}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \implies v^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 rm}$$
(122)

Zajímají nás pouze felikost tedy ignorujeme znamínko. Dáme do rovnosti mocniny rychlosti a vyjádříme poloměr. A přeznačíme poloměr.

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 rm} = \frac{\hbar^2 n^2}{m^2 r^2} \tag{124}$$

$$r_n = \frac{\hbar^2 4\pi \varepsilon_0 n^2}{me^2} \tag{125}$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2 4\pi \varepsilon_0 r}{me^2} \tag{126}$$

Celková energie se vypočte jako:

$$E = T + U \tag{127}$$

Za kinetickou dosadíme(za rychlost dosadíme z rce 123):

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} \tag{128}$$

Za potenciální dosadíme potenciální energii elektronu a protonu:

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} \tag{129}$$

Pokud je sečteme a sjednotíme na stejný zlomek dostaneme:

$$E_n = \frac{-e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0 n^2} \tag{130}$$

Kde n je hlavní kvantové číslo na stabilní dráze. e je náboj elektronu.

131. Co jsou to částicové, resp. de Broglieho vlny. Pomocí těchto vln přepište Bohrovu podmínku.

Jsou to materiálové vlny. De Broglie přišel s nápadem přisoudit částicím vlnový charakter tedy částici s hybností přisoudíme vlnovou délku $\lambda = \frac{h}{n}$.

$$mvr = n\hbar \tag{131}$$

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \tag{132}$$

$$mv = p (133)$$

$$2\pi rp = hn \tag{134}$$

$$\frac{2\pi r}{\lambda} = n \tag{135}$$

$$2\pi r = n\lambda \tag{136}$$

132. Čemu se rovná fázová a grupová rychlost částicových (de Broglieho) vln? Napište Heisenbergovy relace neurčitosti a vysvětlete důsledky jejich platnosti. **2**

$$v_g = \frac{c^2 p}{E} = \frac{mc^2 v}{mc^2} = v \tag{137}$$

Grupová rychlost přímo odpovídá rychlosti částice.

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}$$
 (138)

Relace která říká že nelze s libovolnou přesností změřit polohu a zároveň hybnost kvantově mechanické částice:

$$\Delta x \Delta p_x \ge \frac{h}{2} \tag{139}$$

$$\Delta y \Delta p_y \ge \frac{\hbar}{2} \tag{140}$$

$$\Delta z \Delta p_z \ge \frac{\hbar}{2} \tag{141}$$

Dále relace která říká že nelze s libovolnou přesností měřit čas a energii:

$$\Delta t \Delta E \ge \frac{\hbar}{2} \tag{142}$$

133. Napište nestacionární Schrödingerovu rovnici.

Pro trojrozměrný prostor.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U(\vec{r})\Psi(\vec{r},t) = j\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$
(143)

Kde j je komplexní jednotka, \hbar je redukovaná Planckova konstanta, Ψ je vlnová funkce, U je potenciální energie. Nebo zjednodušený tvar nalezený jako přímo nestacionární tvar S. rovnice:

$$\hat{H}(t)\Psi(\vec{r},t) = \vec{j}\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t},\tag{144}$$

kde \hat{H} je Hamiltonův operátor (a zároveň operátor energie).

134. Napište stacionární Scrödingerovu rovnici (tvz. bezčasový)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U(\vec{r})\Psi = E\Psi \tag{145}$$

a opět ve zjednodušené podobě:

$$\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}),\tag{146}$$

přičemž ψ získáme separací proměnných (neboť nezáleží na čase)

$$\Psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r})\varphi(t). \tag{147}$$

135. Napište operátor hybnosti a energie.

Hybnosti:

$$\hat{\vec{p}} = -j\hbar\vec{\nabla} \tag{148}$$

Energie (tvz. Hamiltonův operátor):

$$\hat{\vec{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}), \tag{149}$$

kde \hbar je redukovaná Planckova konstanta, m je hmotnost částice, U je potenciální energie.

136. V čem spočívá interpretace vlnové funkce, která je řešením Schrödingerovy rovnice? Napište kalibrační podmínku pro vlnovou funkci.

nevim... nějak to nejsem schopnej najít

137. Co je to tunelový jev?

Jde o průchod částice potenciálovou barierou, která je vyšší než energie částice.

138. Co chápeme komutátorem dvou operátorů? (napište definiční vztah)

Komutátor je operátor

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \tag{150}$$

139. Napište kanonické komutátorové vztahy.

$$\left[\hat{\vec{x}},\hat{\vec{p}}\right] = i\hbar,\tag{151}$$

kde $\hat{\vec{x}}$ je operátor souřadnice, $\hat{\vec{p}}$ je operátor hybnosti a \hbar je redukovaná Planckova konstanta. nějak nenacházím víc vztahů a okej, tohle ono asi neni, bude spíš něco obecnýho

140. Ukažte, že operátory jednotlivých složek momentu hybnosti jsou nekomutativní.

$$\hat{\vec{L}} = \hat{\vec{r}} \times \hat{\vec{p}} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix} = \begin{cases} \hat{L}_x = yp_z - zp_y \\ \hat{L}_y = zp_x - xp_z \\ \hat{L}_z = xp_y - yp_x \end{cases}$$
(152)

$$\begin{aligned}
[L_x, L_y] &= (yp_z - zp_y)(zp_x - xp_z) - (zp_x - xp_z)(yp_z - zp_y) = \\
&= yp_x(p_z z) - yxp_z p_z - p_y p_x zz + xp_y(zp_z) - \\
&- yp_x(zp_z) + p_y p_x zz + yxp_z p_z - yp_y(p_z z) = \\
&= yp_x(p_z z) - yp_x(zp_z) + xp_y(zp_z) - yp_y(p_z z) = \\
&= yp_x[p_z, z] + xp_y[z, p_z] = yp_x(-i\hbar) + xp_y(i\hbar) = i\hbar(xp_y - yp_x) = i\hbar L_z
\end{aligned} \tag{153}$$

141. Dokažte, že dva komutativní operátory mají společnou vlastní funkci.

nevim

142. Dokažte, že komutátory kvadrátu velikosti hybnosti a složek momentů hybnosti jsou komutativní.

$$\vec{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2,\tag{154}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{L}^2, L_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_x^2, L_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^2, L_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^2, L_z \end{bmatrix} =
= L_x \underbrace{\begin{bmatrix} L_x, L_x \end{bmatrix}}_{0} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_x, L_x \end{bmatrix}}_{0} L_x + L_y \begin{bmatrix} L_y, L_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_y, L_x \end{bmatrix} L_y + L_z \begin{bmatrix} L_z, L_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_z, L_x \end{bmatrix} L_z =$$
(155)

$$= L_y(-i\hbar L_z) + (-i\hbar L_z)L_y + L_z(i\hbar L_y) + (i\hbar L_y)L_z = 0$$
(156)

143. Napište vztah pro kvadrát velikosti momentu hybnosti a jeho z-ové složky.

$$L^2 = \hbar^2 l(l+1) \qquad L_z = \hbar m_l \tag{157}$$

Kde n=1,2,3... je hlavní kvantové číslo, l=0,1...,n-1 je vedlejší kvantové číslo, $m_l=-l,...,0,...,l$ je magnetické kvantové číslo.

144. Odvoďte vztah pro orbitální magnetický moment.

Uvažujeme elektron orbitující okolo protonu jako proudovou smyčku, bude platit že:

$$S = \pi r^2 \qquad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{e}{\frac{2\pi r}{v}} = \frac{ev}{2\pi r}$$
 (158)

A tedy:

$$\mu = IS = \frac{ev}{2\pi r}\pi r^2 = \frac{evr}{2} \cdot \frac{m_e}{m_e} = \frac{erm_e v}{2m_e} = \frac{eL}{2m_e}$$

$$\tag{159}$$

Víme že kvadrát velikosti momentu hybnosti je kvantovaný $L^2 = \hbar^2 l(l+1)$ z čehož vyplývá $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ a to dosadíme:

$$\mu = \frac{eL}{2m_e} = \frac{e\hbar\sqrt{l(l+1)}}{2m_e} \implies \mu = \mu_b\sqrt{l(l+1)} \quad \text{kde} \quad \mu_b = \frac{e\hbar}{2m_e}$$
 (160)

 μ_b se nazývá Bohrův magneton. μ je hledaný orbitální magnetický moment. m_e je hmotnost elektronu. e je náboj elektronu(který považujeme za kladný e jenom kvůli značení).

145. Napište jak je kvantován kvadrát velikosti a z-ová složka orbitálního a vlastního momentu elektronu.

Vztahy vyjadřující kvantování daných hodnot:

$$L^2 = \hbar l(l+1) \tag{161}$$

$$L_z = \hbar m_l \tag{162}$$

$$\mu = \mu_b \sqrt{l(l+1)} \tag{163}$$

$$\mu_z = -\mu_b m_l \tag{164}$$

 μ_b je Bohrův magneton . L je vlastní moment hybnosti, μ je orbitální moment hybnosti, n=1,2,3... je hlavní kvantové číslo, l=0,1...,n-1 je vedlejší kvantové číslo, $m_l=-l,...,0,...,l$ je magnetické kvantové číslo.

146. Pomocí Bohrova magnetonu vyjádřete z-ovou složku magnetického momentu orbitálního a vlastního.

Pro orbitální:

$$\mu_z = -\mu_b m_l \tag{165}$$

147. Napište základní kvantová čísla elektronu spolu s podmínkami stanovujícími hodnoty, kterých mohou nabývat.

n=1,2,3... je hlavní kvantové číslo, l=0,1...,n-1 je vedlejší kvantové číslo, $m_l \leq |l|=-l,...,0,...,l$ je magnetické kvantové číslo, $m_s=\pm\frac{1}{2}$ je spinové magnetické kvantové číslo.

148. Jak zní Pauliho vylučovací princip?

Žádné dva nerozlišitelné fermiony nemohou být v atomu ve stejném kvantovém stavu(mají všechna kvantová čísla stejná).

149. Jaké se používá aproximace pro popis atomů s více elektrony?

Jednoelektronová aproximace ve které se díváme na každý elektron jako na samostatný pohyb nezávislé částice v poli jádra. Z výše uvedeného vyplývá, že atomy se mohou nacházet v excitovaném stavu.

150. Jak je definována slupka a podslupka atomu. Jaká se používá notace pro jejich značení? Dále napište kolik elektronů se může nacházet ve slupkách a jednotlivých podslupkách.

Elektrony se stejným kvantovým číslem n mají zhruba stejnou energii a jsou tedy ve stejné vzdálenosti od jádra. Říká se, že tyto elektrony obsazují atomovou slupku . Notace slupek:

Podslupka je tvořená elektrony ve slupce které mají stejné vedlejší kvantové číslo l. Notace podslupek:

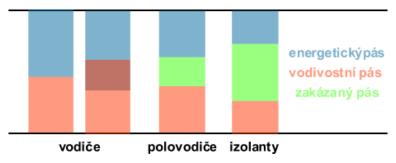
Tedy například konfigurace $1s^2$ znamená, že podslupka $1s \quad (n=1,l=0)$ obsahuje dva elektrony.

151. Jaké rozlišujeme chemické vazby?

Hodně druhů dělení nevim jaký chce.

152. Vysvětlete vznik energetických pásů.

Jednotlivé atomy mají své charakteristické energetické hladiny. Pokud však máme pevnou kdystalickou látku, kde jsou řádově miliardy atomů, které jsou blízko sebe, nelze jednotlivé hladiny atomů od sebe diskrétně rozlišit. Přejdou tedy v energetické pásy . Elektrony mohou mít v pevné látce jen ty energie, které patří do příslušného energetického pásu. Jednotlivé pásy se mohou překrývat i nemusí - vzniká tak tzv. zakázaný pás představující oblast energií, které elektrony nemohou mít.



Obrázek 7: Energetické pásy pro různé typy materiálů.

153. Napište Fermiho-Dirackovo rozdělení energií

Platí pro nerozlišitelné částice, řídící se Pauliho vylučovacím principem.

$$n_i = \frac{1}{e^{(E-\mu)/k_B T} + 1} \tag{166}$$

Kde n_i je střední počet částic s energií E a μ je tvz. Fermiho energie. T je termodynamická teplota. Fermiho energie je hodnota termodynamické práce, která je potřeba na přenesení jednoho elektronu do systému.

154. Pomocí pásové teorie vysvětlete rozdílné chování vodičů, izolantů a polovodičů.

Pásy jsou znázorněny na obrázku ??.

- Vodiče mají pás plně obsazený elektrony(vodivostní) a prázdný(bez elektronů) velice blízko sebe, či přímo na sebe přiléhající. Elektronům tak stačí velice málo energie aby přešli z jednoho pásu do druhého a podíleli se tak na vedení el. proudu.
- Izolanty mají vodivostní a prázdný pás ve větší vzdálenosti od sebe a mají mezi sebou zakázaný pás s takovou šířkou, že na přeskočení z jednoho do druhého by elektrony potřebovali velkou energii.
- Polovodiče mají také zakázaný pás ale menší tloušťkou a navíc tento pás může měnit velikost v závislosti na vnějších vlivech jako je např. teplota.

155. Co je to spontánní a stimulovaná emise?

- Spontánní emise je kvantový jev, při kterém dochází k vyzáření fotonu z excitované kvantové soustavy za současného přechodu kvantové soustavy do základního stavu(obecně do stavu s nižší energií).
- Stimulovaná emise je obecně emise koherentního elektromagnetického záření z látky vyvolaná dopadajícím zářením za současného přechodu části kvantové soustavy z excitovaného stavu do stavu základního(obecně s nižší energií).

156. Vysvětlete principiální funkci laseru.

Zdrojem energie je do aktivního média dodávána energie. Ta vybudí elektrony aktivního prostředí do vyšší energetické hladiny, dojde k excitaci. Takto je do vyšších energetických stavů vybuzena většina elektronů aktivního prostředí a vzniká tak tzv. inverze populace. Při opětném přestupu elektronu na nižší energetickou hladinu dojde k vyzáření(emisi) kvanta energie ve formě fotonů. Tyto fotony následně interagují s elektrony inverzní populace čímž spouštějí tzv. stimulovanou emisi fotonů se stejnou frekvencí a fází. Díky umístění aktivní části laseru do rezonátoru, tvořeného např. zrcadly dochází k odrazu paprsků fotonů a jeho opětovnému průchodu prostředím. To dále podporuje stimulovanou emisi a tím dochází k zesilování toku fotonů. Ke vzniku oscilací a generování laserového výstupu musí být splněná prahová podmínka minimálního zisku, která říká, že během periody oběhu fotonu rezonátorem musí být hustota fotonů v rezonátoru rovna nebo větší než počáteční stav(jinak by nebylo možné z rezonátoru odvádět energii).

$$R_1 R_2 e^{(\alpha - \beta)} 2l \ge 1 \tag{167}$$

Kde R_1 a R_2 jsou reflektivity zrcadel rezonátoru, α je koeficient zesílení, β je souhrný koeficient ztrát, l je délka rezonátoru. Svazek fotonu opustí rezonátor polopropustným zrcadlem.

157. Co jsou to fermiony a bosony?

Elementární částice se dělí na fermiony a bosony.

- Fermiony jsou elementární částice které mají poločíselný spin(1/2, 3/2, 5/2,...) v jednotkách redukované Planckovy konstanty. Oběhne-li pozorovatel kolem fermionu dokola o 360° vlnová funkce změní znaménko. Proto je lze popsat jako částice, jejichž systémy jsou popsány úplně antisymetrickou vlnovou funkcí.
- Bosony jsou elementární částice které mají symetrickou vlnovou funkci a celočíselný spin.

158. Jaké základní interakce mezi částicemi můžeme pozorovat? Porovnejte je co dosahu a relativní síly.

gravitační, elektrická, slabá, silná

159. Napište co jsou to leptony a jaké leptony rozlišujeme?

Jsou to všechno fermiony. Fundamentální částice (dále již nedělitelné, nemají vnitřní strukturu). Je jich 6.

lepton	značka	náboj	částice
elektron	e^-	-1	e^+
elektronové neutrino	$ u_e$	0	$\overline{ u}_e$
miom	μ^-	-1	μ^+
miomové neutrino	$ u_{\mu}$	0	$\overline{ u}_{\mu}$
tauon	$ au^-$	-1	τ^+
tauonové neutrion	$\nu_{ au}$	0	$\overline{ u}_{ au}$

160. Napište co jsou to hadrony, jak je dělíme a z jakých částic se dále skládají?

Mají vnitřní strukturu tvořenou 6 kvarky - ty už jsou fundamentální částice.

161. Co je to nuklid, izotop, nukleonové (hmotnostní) číslo, neutronové a protonové číslo. Jakou používáme notaci při popisu nuklidů?

$$_{Z}^{A}X$$

- protonové číslo značíme Z, počet protonů v jádře
- neutronové číslo značíme N, počet neutronů v jádře
- nukleové číslo značíme A = N + Z
- nuklid nazýváme prvek, u kterého určíme nukleové a protonové číslo
- izotop mají stejné konstantní Z např. ¹₁H, ²₁H (deuterium ²₁D), ³₁H (tritium ³₁T), ¹³₆C, ¹⁴₆C, ¹¹₆C

162. Napište empiricky zjištěný vztah pro poloměr atomu.

$$r_i = 1,3A^{1/3} \cdot 10^{-15} \text{ m} \tag{168}$$

kde A je nukleonové číslo atomu.

163. Napište hmotnost uhlíku ¹²₆C v hmotnostních jednotkách.

$$m_n = \frac{1}{12} {12 \choose 6} \approx 1,66 \cdot 10^{-27} \,\text{kg},$$
 (169)

kde to je $\frac{1}{12}$ klidové hmotnosti uhlíku.

164. Jak je definována vazebná energie nuklidu?

 E_V je energie potřebná k roztrhnutí (narušení) vazby jádra, odpovídá tak energii při vzniku jádra.

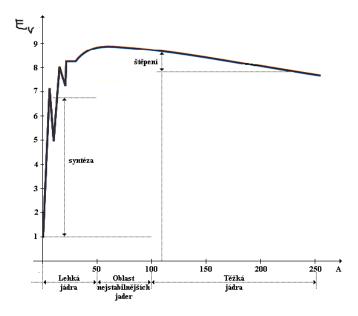
$$E_V = -E_{P\,min} \tag{170}$$

$$Q = E_V = \Delta mc^2 \tag{171}$$

kde E_P je potenciální energie.

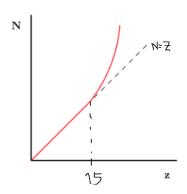
165. Nakreslete průběh závislosti vazebné energie na nukleonovém čísle.

Stačí vykreslit jako hladkou křivku bez těch skoků u syntézy.



Obrázek 8: Závislost vazebné energie na protonovém čísle.

166. Nakreslete závislost neutronového čísla na protonovém čísle jednotlivých nuklidů. Vysvětlete odchylku od lineární závislosti.



Obrázek 9: Závislost N na Z.

Odklon od stejného počtu protonů a neutronů v jádře kvůli coulombovským silám, kdy mnoho protonů pohromadě již problém a proto potřeba více neutronů, které přidají potřenou silnou interakci k udržení jádra.

167. Co je to radioaktivní přeměna (rozpad) a co jsou to radionuklidy?

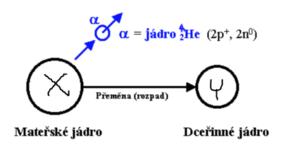
je jev, při kterém nestabilní atomy vyzařují svoji energii ve formě částic nebo elektromagnetických vln. Je to děj náhodný, tudíž nejsme schopni předpovědět, jaké jádro a kdy se přemění. Radioaktivní rozpad je určován tzv. rozpadovou konstantou, která má pro každý radioizotop jinou hodnotu. Existují 3 základní druhy rozpadu – alfa, beta a gama.

Radionuklid je nuklid s nestabilním jádrem.

168. Co je to radioaktivita a jaké radioaktivní přeměny rozlišujeme?

Je samovolný děj, při kterém dochází k přeměně nestabilního jádra určitého prvku na stabilnější jádro jiného prvku. Během procesu se uvolňuje radioaktivní záření – uvolněné částice z přeměněného jádra.

169. Vysvětlete a popište lpha-přeměnu (rozpad).



U velmi těžkých jader ... $m_{\alpha} \ll m_{Y}$ dochází k tunelovému jevu, kdy α částice protuneluje

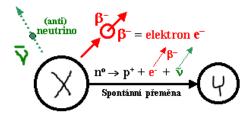
$$_{Z}^{A}X \rightarrow _{Z-2}^{A-4}Y + \alpha \left(_{2}^{4}\mathrm{He} \right)$$
 (172)

$$Q = (m_x - m_y - m_\alpha)c^2 > 0 (173)$$

kde m jsou hmotnosti

Př:
$$^{226}_{88}$$
Ra $\rightarrow ^{222}_{86}$ Ra $+^{4}_{2}$ He (174)

Vysvětlete a popište β -přeměnu (rozpad). 170.



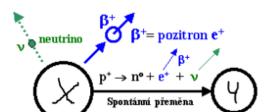
Obrázek 10: Beta mínus záření.

Rozlišujeme na β^- . V jádře s přebytkem elektronů.

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + e^{-} + \overline{\nu}_{e} \tag{175}$$

$$Q = (m_x - m_y - m_e)c^2 > 0 (176)$$

Př:
$${}_{6}^{14}\text{C} \rightarrow {}_{7}^{14}\text{N} + e^{-} + \overline{\nu}_{e}$$
 (177)



Obrázek 11: Beta plus záření.

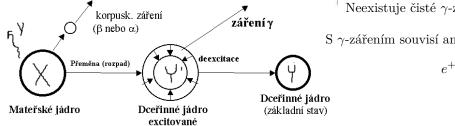
A na β^+ .

$${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + e^{+} + \nu_{e}$$
 (178)

$$Q = (m_x - m_y - m_e)c^2 > 0 (179)$$

Př:
$${}_{6}^{14}\text{C} \rightarrow {}_{5}^{14}\text{B} + e^{+} + \nu_{e}$$
 (180)

Popište a vysvětlete γ -přeměnu a vnitřní konverzi. 171.

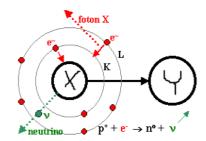


Neexistuje čisté γ-záření

S γ -zářením souvisí anihilace elektronu

$$e^+ + e^- \to 2\gamma \tag{181}$$

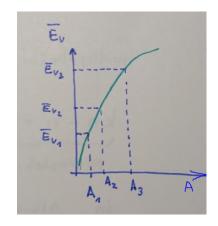
172. Elektronový záchyt



$${}_{Z}^{A}X + e^{-} \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + \nu_{e}$$
 (182)

Př:
$${}^{57}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{57}_{26}\text{B} + e^+ + \nu_e$$
 (183)

173. Co chápeme pod pojmem termojaderná fúze?



$$\overline{E}_{V} = \frac{E_{V}}{A}$$

$$E_{V_{1}} = A_{1}\overline{E}_{V_{1}}$$

$$E_{V_{2}} = A_{2}\overline{E}_{V_{2}}$$
 sloučili jsme

=> exotermický proces

174. Zapište fúzi pro deuterium a tritium.

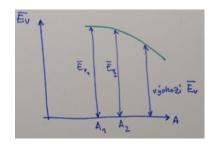
$$^{2}_{1}D + ^{3}_{1}T \rightarrow ^{4}_{2}He + n^{0} + Q(17, 6 \text{ MeV})$$
 (185)

175. Co je to Lawsonovo kritérium?

$$Tn\tau \ge 5 \cdot 10^{28} \text{ (Ksm}^{-3})$$
 (186)

kde T je teplota, n je koncentrace, τ je doba udržení.

176. Co je to štěpná reakce?



$$Q = A_1 \overline{E}_{V_1} + A_2 \overline{E}_{V_2} - (A_1 + A_2) \overline{E}_V =$$

$$= A_1 \underbrace{(\overline{E}_{V_1} - \overline{E}_V)}_{>0} + A_2 \underbrace{(\overline{E}_{V_2} - \overline{E}_V)}_{>0} > 0$$

$$(187)$$

=> exotermický proces

177. Co je to multiplikační faktor?

$$k = \frac{N_i + 1}{N_i} \tag{188}$$

kde N_i je počet neutronů dané generace štěpní.

178. Co je to řízená a neřízená štěpná reakce?

$$N(t) = N_0 e^{\frac{k-1}{N}t} (189)$$

kde τ_N je čas oddělující dvě generace, k je multiplikační faktor, t je čas, N je počet neutronů.

 $\left\langle \begin{array}{ll} k>1 & \dots & \text{neřízená reakce} \\ k\leq 1 & \dots & \text{řízená reakce} \end{array} \right.$

179. Popište štěpnou reakci nuklidů používaných v energetice

Prostě regulační tyče voda blabla, k=1 atd... Používají se pomalé neutrony, které štěpí lichá A (např. $\frac{235}{92}U$)