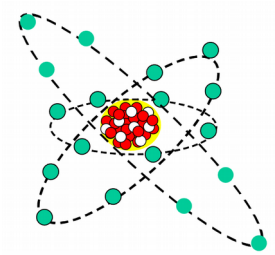
E5-Elektrické a magnetické pole a jeho zdroje, pole vírové a potenciálové, klasifikace prostředí. Základní vektorové veličiny v elektrickém poli. Elektrostatické pole. Gaussova věta elektrostatiky a její aplikace pro výpočet, metoda zrcadlení. Energie v elektrickém poli, objemová hustota energie. Kapacita a její výpočet pro základní geometrické uspořádání elektrod. (Elektromagnetické pole)

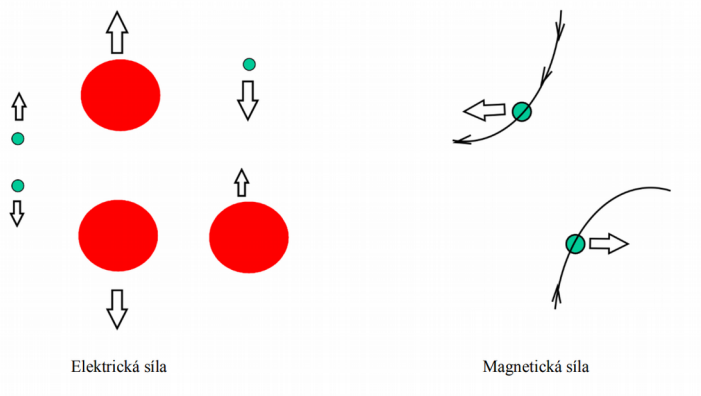
Elektrické a magnetické pole a jeho zdroje, pole vírové a potenciálové, klasifikace prostředí

Elektromagnetické jevy

- jsou svázány se samotnými vlastnostmi hmoty a částic, ze kterých je hmota tvořena
- mezi těmito částicemi působí různé druhy sil, které se podílejí na vazbě částic uvnitř atomů (jedny z nich se nazývají elektromagnetické (elektrické a magnetické))
- pro základní představu
  - intuitivní model atomu – ve kterém si můžeme představit relativně malé elektrony, které se pohybují kolem hmotného jádra složeného z protonů a neutronů



- **elektromagnetické** síly = síly, které drží hmotu atomu pohromadě, nezáleží na velikosti
  - **elektrické síly** působí na statické i pohybující se částice ve směru po spojnici mezi nimi, těmito silami jsou elektrony a protony navzájem přitahovány či odpuzovány
  - **magnetické síly** oproti tomu působí pouze na pohybující se částice ve směru kolmém na směr jejich pohybu, zakřivují tak dráhy jejich pohybu



Elektrický náboj Q [C]

- Elementární náboj
  - nejmenší možný elektrický náboj jedné volné částice (elektronu/protonu)
  - Protony = kladná el. náboj $+1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
  - Elektrony = záporný el. náboj $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
- Bodový elektrický náboj
  - Fyzikální abstrakce
  - Konečně velký náboj, rozmístěný v zanedbatelně velkém tělese vzhledem ke vzdálenostem. ve kterých jeho účinky zkoumáme
- Volné náboje
  - volně pohybující se el. nabité částice (mohou se volně přesouvat, hromadit a dokonce přecházet z jednoho tělesa na druhé)
  - vodiče
  - valenční elektrony = nositelé volného náboje

- vázané náboj
  - elektrony pevně vázané k jádru (mohou se pouze natáčet a posouvat, nemohou se volně pohybovat)
  - nevodiče
  - dipóly = posunutí těžiště e^- a p^+ (dielektrika)
- volný el. proud
  - kondukční
  - elektrony pohybující se ve vodiči
- vázaný el. proud
  - polarizační/magnetizační proud
  - superpozice proudů magnetických dipólů, které se působením vnějšího magnetického pole natočí

Pole vírové

$\Phi = \oiint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad \boldsymbol{div\, B = 0}$

- Magnetický tok procházející **uzavřenou plochou** je nulový → pole je vírové
- *(magnetická indukce je vírové pole a má nulovou divergenci)*

Pole potenciálové

$\oint_l \mathbf{E}\, \mathrm{d}\mathbf{l} = 0 \quad \mathrm{rot}\, \mathbf{E} = 0$

- pokud konáme práci po **uzavřené křivce** a je výsledek nulový tak se jedná o potenciálové pole
- vektorové pole, které má potenciál, nazveme potenciálové
- Vektorové pole, v jehož každém bodě platí rot f(**X**) = **0**, se nazývá nevírové/potenciálové
- *(elektrická intenzita je potenciálové pole a má nulovou divergenci)*

Poznámka

*Nestacionární elektrické pole **není** potenciálové. **Neplatí** zde podmínka* $\oint_l E\, dl = 0, resp.\, rot\, E = 0$. *Jinými slovy: Práce vykonaná přenesením jednotkového kladného náboje po uzavřené dráze není nulová. Do soustavy pomyslně „vkládá“ svojí práci časově proměnné magnetické pole.*

Základní vektorové veličiny v elektrickém poli

	Ekvivalentní vztahy a veličiny v elektromagnetickém poli	
	Elektrické a magnetické pole má z hlediska budících zdrojů zcela odlišnou povahu. Elektrické pole pomyslně vytéká z kladných nábojů a vtéká do záporných. Zdrojem magnetického pole jsou pohybujících se elektrické náboje, kolem kterých magnetické pole obtéká v podobě pomyslných vírů. **Přes odlišnou povahu a rozdílný matematický popis lze však při studiu u obou typů polí postupovat logicky ve zcela stejném sledu. Lze definovat veličiny a formulovat vztahy, které jsou svým fyzikálním významem analogické, i když jsou formálně matematicky odlišné.** **V následující tabulce jsou vedle sebe uvedeny ekvivalentní veličiny a vztahy z elektrického a magnetického pole ve stejném logickém sledu, jak je možné je postupně definovat a odvodit.**	

	Elektrostatické a stacionární magnetické pole	
	Elektrické pole	**Magnetické pole**
(1)	**Základní axiomy: Elektromagnetické síly působící mezi abstraktními bodovými náboji**	
	Základní silové účinky v elektrickém a rovněž i magnetickém poli lze popsat pomocí vztahů, ve kterých figurují abstraktní bodové náboje. Tyto vztahy lze považovat za axiomy v tom smyslu, že popisují experimentem ověřenou fyzikální realitu a není možné pomocí jednodušších jevů dále dokázat jejich platnost.	
	Elektrická síla působící na dva bodové náboje (Coulombův zákon)	**Magnetická síla** působící na dva rovnoměrně se pohybující bodové náboje
	$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\mathbf{r}_{12}$	$\mathbf{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\left[\mathbf{v}_2 \times \left(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{r}_{12}\right)\right]$
(2)	**Obecná definice „silových“ veličin**	
	V elektrickém i magnetickém poli jsou definovány veličiny, které popisují silové působení na elektrické náboje. V elektrickém poli je to **intenzita elektrického pole** a v **magnetickém poli magnetická indukce**. V obecném případě jsou tyto vztahy formulovány s ohledem na sílu, která působí na abstraktní bodové náboje.	
	Intenzita elektrického pole E v daném místě v elektrickém poli udává sílu působící na bodový náboj Q vložený do tohoto místa.	**Magnetická indukce B** v daném místě v magnetickém poli udává sílu působící na bodový náboj Q vložený do tohoto místa, který se pohybuje rychlostí **v**
	$\mathbf{F} = Q \cdot \mathbf{E}$	$\mathbf{F} = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$
	Rozdílnost názvů: v elektrickém poli **intenzita** a v magnetickém poli **indukce**, lze spatřovat v jevech elektrické a magnetické indukce, které souvisejí s nestacionárním elektromagnetickým polem (viz bod 13). Časová změna magnetické indukce vyvolává (indukuje) elektrické pole. Stejný účinek má i elektrická indukce, která bude popsána níže. Časová změna elektrické indukce vyvolává (indukuje) magnetické pole.	
(3)	**Síly působící na nábojové elementy reálných objektů**	
	Obecné „silové“ definiční vztahy (2), které platí pro abstraktní bodové náboje, lze modifikovat pro popis síly působící na nábojové elementy reálných objektů. V elektrickém poli jsou to náboje rozmístěné na povrchu či v objemu reálných objektů, popřípadě náboje na relativně tenkých vodičích. V magnetickém poli jsou to proudy protékající tenkými vodiči, případně proudy protékající po povrchu či v objemu reálných objektů.	

	Obecné vztahy pro sílu působící na nábojový element:			
	Elektrická síla působící na element určitého nabitého tělesa s nábojem $\mathrm{d}Q$, který je umístěn v elektrickém poli s intenzitou $\mathbf{E}$		Magnetická síla působící na náboj $\mathrm{d}Q$, který se pohybuje v určitém tělese v podobě elektrického proudu, v magnetickém poli s indukcí	
	$\mathrm{d}\mathbf{F} = \mathrm{d}Q \cdot \mathbf{E}$		$\mathrm{d}\mathbf{F} = \mathrm{d}Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$	
	Pro sílu působící na různé elementární objekty budící elektromagnetické pole potom platí:			
	Element tenkého vodiče $\mathrm{d}l$ nabitého nábojem s liniovou hustotou τ, který je umístěn v elektrickém poli s intenzitou $\mathbf{E}$		Element tenkého vodiče $\mathrm{d}l$ protékaného elektrickým proudem I	
	$\mathrm{d}Q = \tau\,\mathrm{d}l$	$\mathrm{d}\mathbf{F} = \tau\,\mathbf{E}\,\mathrm{d}l$	$\mathrm{d}Q\,\mathbf{v} = I\,\mathrm{d}\mathbf{l}$	$\mathrm{d}\mathbf{F} = I\left(\mathrm{d}\mathbf{l} \times \mathbf{B}\right)$
	Plošný element na povrchu tělesa $\mathrm{d}S$ nabitý nábojem s plošnou hustotou σ, který je umístěn v elektrickém poli s intenzitou $\mathbf{E}$		Plošný element na povrchu tělesa $\mathrm{d}S$ protékaný elektrickým proudem s liniovou hustotou $\mathbf{K}$	
	$\mathrm{d}Q = \sigma\,\mathrm{d}S$	$\mathrm{d}\mathbf{F} = \sigma\,\mathbf{E}\,\mathrm{d}S$	$\mathrm{d}Q\,\mathbf{v} = \mathbf{K}\,\mathrm{d}S$	$\mathrm{d}\mathbf{F} = \left(\mathbf{K} \times \mathbf{B}\right)\mathrm{d}S$
	Objemový element tělesa $\mathrm{d}V$ nabitý nábojem s objemovou hustotou ρ, který je umístěn v elektrickém poli s intenzitou $\mathbf{E}$		Objemový element tělesa $\mathrm{d}V$ protékaný elektrickým proudem s proudovou hustotou $\mathbf{J}$	
	$\mathrm{d}Q = \rho\,\mathrm{d}V$	$\mathrm{d}\mathbf{F} = \rho\,\mathbf{E}\,\mathrm{d}V$	$\mathrm{d}Q\,\mathbf{v} = \mathbf{J}\mathrm{d}V$	$\mathrm{d}\mathbf{F} = \left(\mathbf{J} \times \mathbf{B}\right)\mathrm{d}V$
(4)	**Elektrické a magnetické pole vybuzené abstraktními bodovými náboji**			
	S ohledem na definici silových veličin (2) a axiomy v elektrickém a magnetickém poli (1) lze stanovit, jaké jsou hodnoty silových veličin buzených abstraktními bodovými náboji			
	Intenzita elektrického pole buzeného jedním bodovým nábojem, který je elementárním zdrojem elektrického pole:		**Magnetická indukce** buzená jedním pohybujícím se bodovým nábojem, který je elementárním zdrojem magnetického pole (Biotův-Savartův zákon).	
	$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\mathbf{r}_o$		$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Q}{r^2}\left(\mathbf{v} \times \mathbf{r}_0\right)$	
(5)	**Elektrické a magnetické pole buzené nábojovými elementy reálných objektů**			
	Elektrické pole buzené elementem tenkého vodiče $\mathrm{d}l$ nabitého nábojem s liniovou hustotou τ		Magnetické pole buzené orientovaným proudovým elementem $\mathrm{d}\mathbf{l}$ tenkého vodiče	
	$\mathrm{d}\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\tau\,\mathrm{d}l}{r^2}\mathbf{r}_o$		$\mathrm{d}\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\mathbf{l} \times \mathbf{r}_0}{r^2}$	
	Elektrické pole buzené elementem plochy $\mathrm{d}S$, který je nabit povrchovým nábojem s plošnou hustotou σ		Magnetické pole buzené elementem plochy $\mathrm{d}S$, který je protékán povrchovým proudem s liniovou proudovou hustotou $\mathbf{K}$	
	$\mathrm{d}\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\,\mathrm{d}S}{r^2}\mathbf{r}_o$		$\mathrm{d}\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{K} \times \mathbf{r}_0}{r^2}\mathrm{d}S$	
	Elektrické pole buzené objemovým elementem $\mathrm{d}V$, který je nabit nábojem s objemovou		Magnetické pole buzené objemovým elementem $\mathrm{d}V$, který je protékán elektrickým proudem s proudovou	

	hustotou ρ	hustotou $\mathbf{J}$
	$\mathrm{d}\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\,\mathrm{d}V}{r^2}\mathbf{r}_o$	$\mathrm{d}\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathbf{J}\times\mathbf{r}_0}{r^2}\mathrm{d}V$
(6)	**Integrální věty postihující základní vlastnosti elektrostatického a stacionárního magnetického pole s ohledem na jeho zdroje:**	
	Elektrické pole pomyslně vytékající z nábojů jako svých zdrojů (Gaussova věta elektrostatiky). Vztah platí pro jakékoliv náboje – volné i vázané. Pro nabité vodivé elektrody ve vakuu (vzduchu) by zde figurovaly pouze volné náboje ve vodičích, vázané náboje v dielektriku by zde nebyly)	Magnetické pole v podobě „vírů“ kolem elektrických proudů jako svých zdrojů (Ampérův zákon celkového proudu). Vztah platí pro libovolné proudy - volné i vázané. Pro elektrické vodiče ve vakuu (vzduchu) by zde figurovaly pouze volné (kondukční) proudy ve vodičích, ekvivalentní vázané proudy v magnetiku by zde nebyly.
	$\oiint_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$	$\oint_l \mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{l} = \mu_0\sum I$
(7)	**Vztahy popisující základní vlastnosti elektrického a magnetického pole v jednom bodě prostoru (diferenciální vztahy)**	
	Gaussova věta v integrálním tvaru s vyjádřenou pravou stranou:	Ampérův zákon celkového proudu s vyjádřenou pravou stranou:
	$\oiint_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{dS} = \frac{\iiint_V \rho\,\mathrm{d}V}{\varepsilon_0}$	$\oint_l \mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{l} = \mu_0\iint_S \mathbf{J}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}$
	Gaussova věta elektrostatiky upravená pomocí operátoru divergence (užití Gaussovy-Ostrogradského věty)	Zákon celkového proudu upravený pomocí operátoru rotace (užití Stokesovy věty)
	$div\,\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}$
(8)	**Elektromagnetické pole v konkrétních materiálech, volné a vázané náboje, volné a vázané proudy**	
	Rozdělení nábojů na volné ve vodičích a vázané v dielektriku	Rozdělení proudů na volné (kondukční) ve vodičích a ekvivalentní vázané v magnetiku
	$\oiint_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{dS} = \frac{Q_{cel}}{\varepsilon_0} = \frac{Q_0+Q_v}{\varepsilon_0}$	$\oint_l \mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{l} = \mu_0 I_{cel} = \mu_0\left(\sum I_0 + \sum I_v\right)$
	Rozepsání pravé strany rovnice pomocí objemových hustot nábojů	Rozepsání pravé strany rovnice pomocí proudových hustot
	$\oiint_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{dS} = \frac{\iiint_V \rho_{cel}\,\mathrm{d}V}{\varepsilon_0} = \frac{\iiint_V (\rho_0+\rho_v)\,\mathrm{d}V}{\varepsilon_0}$	$\oint_l \mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{l} = \mu_0 I_{cel} = \mu_0\left(\iint_S \mathbf{J}_0\,d\mathbf{S} + \iint_S \mathbf{J}_v\,d\mathbf{S}\right)$
	Zápis v diferenciálním tvaru, rozdělení objemové hustoty náboje pro volné náboje ve vodičích a vázané náboje v dielektriku:	Zápis v diferenciálním tvaru, rozdělení proudové hustoty pro volné (kondukční) proudy ve vodičích a ekvivalentní vázané proudy v magnetiku:
	$div\,\mathbf{E} = \frac{\rho_{cel}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_0+\rho_v}{\varepsilon_0}$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}_{cel} = \mu_0(\mathbf{J}_0+\mathbf{J}_v)$

(9)	**Zohlednění vlivu volných nábojů a proudů jako primárních zdrojů elektrického a magnetického pole – definice primárních zdrojových veličin**	
	Vliv volného náboje ve vodičích jako primárního zdroje elektrického pole popsaný elektrickou indukcí jako **primární zdrojovou veličinou**:	Vliv volného (kondukčního proudu) ve vodičích jako primárního zdroje magnetického pole popsaný intenzitou magnetického pole jako **primární zdrojovou veličinou**:
	$\oiint_S \mathbf{D}\cdot\mathbf{dS} = Q_0$	$\oint_l \mathbf{H}\mathbf{dl} = I_0$
	$div\,\mathbf{D} = \rho_0$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{J}_0$
(11)	**Zohlednění vlivu vázaných nábojů - polarizace a magnetizace materiálu**	
	Vliv vázaného náboje v dielektriku, jako sekundárního zdroje elektrického pole, popsaný vektorovou veličinou „polarizací“ jako sekundární zdrojovou veličinou (reakce dielektrického materiálu na vnější elektrické pole)	Vliv ekvivalentního vázaného proudu v magnetiku, jako sekundárního zdroje magnetického pole, popsaný vektorovou veličinou „magnetizací“ jako sekundární zdrojovou veličinou (reakce magnetického materiálu na vnější magnetické pole)
	Polarizace v dielektriku, elektrické dipóly	**Magnetizace v magnetiku, magnetické dipóly**
	Elektrický dipólový moment	Magnetický dipólový moment
	$\mathbf{p} = Q\,\mathbf{d}$	$\mathbf{m} = I\,\mathbf{dS}$
	Polarizace jako objemová hustota elektrických dipólových momentů	Magnetizace, jako objemová hustota magnetických dipólových momentů
	$\mathbf{P} = \lim_{\Delta V\to 0} \frac{\sum_{\Delta V}\mathbf{p}}{\Delta V}$	$\mathbf{M} = \lim_{\Delta V\to 0} \frac{\sum_{\Delta V}\mathbf{m}}{\Delta V}$
	Souvislost polarizace s objemovou hustotou vázaného náboje v obecném (nehomogenním) dielektriku	Souvislost magnetizace s proudovou hustotou ekvivalentního vázaného proudu v obecném (nehomogenním) magnetiku
	$div\,\mathbf{P} = -\rho_v$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{M} = \mathbf{J}_v$
	Souvislost polarizace s objemovou hustotou vázaného náboje v obecném homogenním dielektriku	Souvislost magnetizace s proudovou hustotou ekvivalentního vázaného proudu v homogenním magnetiku
	$div\,\mathbf{P} = 0$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{M} = 0$
	Souvislost normálové složky polarizace na povrchu dielektrika s plošnou hustotou vázaného náboje na povrchu	Souvislost tečné složky magnetizace na povrchu magnetika s liniovou proudovou hustotou vázaného proudu na povrchu
	$P_n = \sigma_v$	$M_t = K_v$
(12)	**Výsledné elektrické (magnetické) pole buzené volnými i vázanými náboji (volnými i vázanými proudy)**	
	Výsledné elektrické pole jako superpozice pole volných i vázaných nábojů	Výsledné magnetické pole jako superpozice volných i vázaných nábojů
	$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = \frac{\rho_0 + \rho_v}{\varepsilon_0} = \frac{\mathrm{div}\,\mathbf{D} - \mathrm{div}\,\mathbf{P}}{\varepsilon_0}$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_v) = \mu_0(\mathrm{rot}\,\mathbf{H} + \mathrm{rot}\,\mathbf{M})$
	Vztah mezi výslednou „silovou“ veličinou a zdrojovými veličinami	Vztah mezi výslednou „silovou“ veličinou a zdrojovými veličinami
	$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D} - \mathbf{P}}{\varepsilon_0}$	$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$

	$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$	$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$
	Pokud je na rozhraní volný náboj s plošnou hustotou σ_0 , platí pro normálové složky:	Pokud se v některých případech pro jednoduchost počítá s kondukčním proudem, který teče po povrchu, Platí pro tečné složky
	$D_{2n} - D_{1n} = \sigma_0$	$H_{1t} - H_{2t} = \lvert K \rvert$
	$\varepsilon_2 E_{2n} - \varepsilon_1 E_{1n} = \sigma_0$	
Bilance energie v elektromagnetickém poli – Poyntingův teorém		
(20)		
	V integrálním tvaru	
	$-\oiint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H})\, d\mathbf{S} = \iiint_V \mathbf{J}\,\mathbf{E}\, dV + \frac{\mathrm{dW}}{dt}$	
	V diferenciálním tvaru	
	$-div(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{J}\,\mathbf{E} + \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial t}$	
(21)	**Elektromagnetické vlny**	
	Obecná vlnová rovnice	
	$grad\ div\ \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} + \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t} = 0$	
	Vlnová rovnice pro obecné časové průběhy veličin	
	$\Delta \mathbf{E} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t} = 0$	
	Vlnová rovnice pro harmonické časové průběhy veličin	
	$\Delta \overline{\mathbf{E}} - j\omega\mu(j\omega\varepsilon + \sigma)\overline{\mathbf{E}} = 0$	
	$\overline{k} = \sqrt{-j\omega\mu(j\omega\varepsilon + \sigma)} = \beta - j\alpha$	
	$\Delta \overline{\mathbf{E}} + \overline{k}^2 \overline{\mathbf{E}} = 0$	
	Vlnová rovnice pro rovinnou harmonickou elektromagnetickou vlnu	
	$\frac{d^2 \overline{E}_x(z)}{dz^2} + \overline{k}^2 \overline{E}_x(z) = 0$	
	Řešení vlnové rovnice pro harmonickou elektromagnetickou vlnu	
	$\overline{E}_x(z) = \underbrace{\overline{C}_1 e^{j\overline{k}z}}_{\leftarrow -z} + \underbrace{\overline{C}_2 e^{-j\overline{k}z}}_{\rightarrow +z}$	

	závislosti mezi nábojem na elektrodách a napětím (lineární kapacitor):	závislosti mezi magnetickým tokem a proudem (lineární induktor)
	$Q = C\,U$	$\Phi = L\,I$
	$W_e = \frac{1}{2} Q\,U = \frac{1}{2} C\,U^2$	$W_m = \frac{1}{2} \Phi\,I = \frac{1}{2} L\,I^2$
	Energie elektrického pole zapsaná pomocí vektorových veličin v elektrickém poli:	Energie magnetického pole zapsaná pomocí vektorových veličin v magnetickém poli:
	$W_e = \frac{1}{2} \iiint_V \mathbf{D}\,\mathbf{E}\,dV$	$W_m = \frac{1}{2} \iiint_V \mathbf{B}\,\mathbf{H}\,dV$
	Síly v elektrickém a magnetickém poli – princip virtuálních prací	
	Elektrická síla ve směru x	Magnetická síla ve směru x
(17)	$F_x = -\frac{\partial W_e}{\partial x} = -\frac{1}{2} U^2 \frac{\partial C}{\partial x}$	$F_x = -\frac{\partial W_m}{\partial x} = -\frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial x}$
Nestacionární elektromagnetické pole (vzájemný vztah mezi elektrickou a magnetickou složkou pole)		
	Základní zákony nestacionárního elektromagnetického pole	
(18)	Vztahy (15) v nestacionárním elektromagnetickém poli neplatí. Elektrické pole není potenciálové. Elektrická složka elektromagnetického pole odpovídá časové změně magnetické složky elektromagnetického pole (Faradayův indukční zákon)	Vztahy v nestacionárním elektromagnetickém poli neplatí. Magnetická složka elektromagnetického pole odpovídá časové elektrické složky elektromagnetického pole (Ampérův zákon celkového proudu doplněný o Maxwellův posuvný proud)
	$\oint_l \mathbf{E}\,d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\oint_l \mathbf{H}\,d\mathbf{l} = I_0 + \frac{d\Psi}{dt}$
	V diferenciálním tvaru	V diferenciálním tvaru
	$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{J}_0 + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$
	Podmínky na rozhraní	
	Tečné složky	
	$E_{1t} = E_{2t}$	$H_{1t} = H_{2t}$
(19)	$\frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$	$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$
	Normálové složky	
	$D_{1n} = D_{2n}$	$B_{1n} = B_{2n}$

	Závislost polarizace na intenzitě elektrického pole v lineárním dielektriku (elektrická susceptibilita)	Závislost magnetizace na intenzitě magnetického pole v lineárním magnetiku (magnetická susceptibilita)
	$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$	$\mathbf{M} = \chi_m \cdot \mathbf{H}$
	Zohlednění vlivu polarizace pomocí elektrické susceptibility (relativní permitivita)	Zohlednění vlivu magnetizace pomocí magnetické susceptibility (relativní permeabilita)
	$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1+\chi)\mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$	$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \chi_m \cdot \mathbf{H}) = \mu_0 (1+\chi_m)\mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$
(13)	**Toky vektorových veličin**	
	Elektrický indukční tok jako tok vektoru elektrické indukce. Jeho časová změna se uplatňuje při popisu nestacionárního elektromagnetického pole.	Magnetický indukční tok jako tok vektoru magnetické indukce. Jeho časová změna se uplatňuje při popisu nestacionárního elektromagnetického pole.
	$\Psi = \iint_S \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$	$\Phi = \iint_S \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$
(14)	**Porovnání matematicky ekvivalentních integrálních (diferenciálních) vztahů obsahujících „tokové“ integrály po uzavřené ploše**	
	Celkový elektrický indukční tok procházející uzavřenou plochou, uvnitř které jsou volné náboje, jako primární zdroje elektrického pole (Gaussova věta elektrostatiky):	Celkový (součtový) magnetický tok procházející uzavřenou plochou je nulový (povaha magnetického pole, které se vytváří v podobě vírů kolem proudových zdrojů)
	$\Psi_{cel} = \oiint_S \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = Q_0 = \iiint_V \rho_0 \, \mathrm{d}V$	$\Phi_{cel} = \oiint_S \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = 0$
	V diferenciálním tvaru	V diferenciálním tvaru
	$div\, \mathbf{D} = \rho_0$	$\mathrm{div}\, \mathbf{B} = 0$
(15)	**Porovnání matematicky ekvivalentních integrálních (diferenciálních) vztahů obsahujících „křivkové“ integrály po uzavřené integrační dráze**	
	Integrál intenzity elektrického pole po uzavřené dráze je nulový. Elektrostatické pole je potenciálové.	Integrál intenzity magnetického pole po uzavřené dráze, která obklopuje vodiče protékané kondukčním proudem jako jeho primárním zdrojem (Ampérův zákon celkového proudu)
	$\oint_l \mathbf{E}\,\mathrm{d}\mathbf{l} = 0$	$\oint_l \mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{l} = \sum I_0$
	V diferenciálním tvaru	V diferenciálním tvaru
	$\mathrm{rot}\, \mathbf{E} = 0$	$\mathrm{rot}\, \mathbf{H} = \mathbf{J}_0$
(16)	**Energie v elektrickém a magnetickém poli**	
	Energie elektrického pole v nabitém kapacitoru a jeho souvislost s elektrickým indukčním tokem tekoucím mezi elektrodami:	Energie magnetického pole v induktoru a jeho souvislost s magnetickým indukčním tokem
	$W_e = \frac{1}{2} Q\, U = \frac{1}{2} \Psi\, U$ $\Psi = \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ $U = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$	$W_m = \frac{1}{2} \Phi\, I$ $\Phi = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ $I = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$
	Energie elektrického pole při uvažování lineární	Energie magnetického pole při uvažování lineární

Elektrostatické pole

= Časově neproměnné elektrické pole buzené nepohybujícími se volnými náboji

- Např.: pole mezi dvěma náboji v klidu nebo vznikne mezi dvěma vodivými deskami (elektrodami), které je připojeno a napětí – mezi náboji/deskami musí být izolant (dielektrikum)
- Může existovat pouze v nevodivém prostředí (ve vodivém prostředí by se náboje na elektrodách vyrovnaly a elektrostatické pole by zaniklo.)

Gaussova věta elektrostatiky a její aplikace pro výpočet, metoda zrcadlení

Obecné znění Gaussovy věty elektrostatiky

- Rovnice matematicky popisuje situaci, ve které je v určitém objemu V rozmístěn celkový náboj (volný i vázaný) Q s objemovou hustotou ρ .

$$\oiint_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\iiint_V \rho \,\mathrm{d}V}{\varepsilon_0}$$

- Náboj vybudí v prostoru elektrické pole
- Jaká bude jeho konkrétní velikost v určitém místě, závisí na rozmístění náboje a jeho velikosti
- Pokud intenzitu vybuzeného elektrického pole integrujeme po uzavřené ploše kolem tohoto objemu, bude výsledek vždy roven podílu velikosti náboje a permitivity vakua: $\frac{Q}{\epsilon_0}$
- Integrací se v tomto případě rozumí postup, při kterém v každém místě uzavřené plochy vypočteme skalární součin intenzity vybuzeného elektrického pole E a vektorového elementu plochy dS, který je na tuto plochu kolmý. Tento postup opakujeme pomyslně pro všechny elementy uzavřené plochy a dílčí výsledky integrací sečteme.
- Jak je patrné z matematického popisu rovnice, Výsledek integrace není vůbec závislý na tom, jak je náboj konkrétně uvnitř objemu rozmístěn. Mohou to být jednotlivé bodové náboje, nabité těleso, či celkový náboj spojitě rozmístěný v daném objemu. Nezávisí ani na tvaru uzavřené plochy kolem tohoto objemu, ale výlučně na velikosti náboje, který je plochou obemknut.
- Problém chová tak, jako by z elektrických nábojů, které zde představují zdroj o mohutnosti $\frac{Q}{\epsilon_0}$, vytékal do prostoru pomyslný celkový tok neviditelného elektrického pole ψ_{E_cel} o velikosti $\frac{Q}{\epsilon_0}$. Intenzita elektrického pole E v této souvislosti představuje plošnou hustotu tohoto toku:

$$\psi_{E\_cel} = \oiint_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Gaussova věta elektrostatiky v integrálním tvaru

Předpokládejme, že máme vymezený objem V, ve kterém je rozmístěn elektrický náboj s objemovou hustotou ρ (Obr.25). Celkový náboj uzavřený v ploše je potom:

$$Q = \iiint_V \rho \,\mathrm{d}V$$

a platí Gaussova věta elektrostatiky:

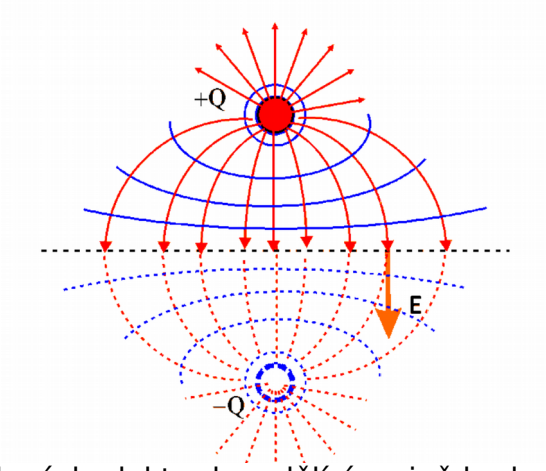
$$\oiint_S \mathbf{E}\cdot\mathbf{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\iiint_{\Delta V} \rho \,\mathrm{d}V}{\varepsilon_0}$$

Gaussova věta elektrostatiky v diferenciálním tvaru

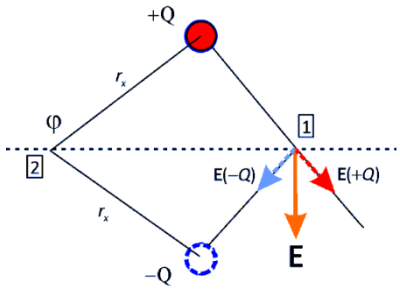
$$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Metoda zrcadlení

Základní princip metody zrcadlení v elektrickém poli spočívá v tom, že má elektrické pole nad vodivou rovinou zcela stejný tvar, jako by mělo elektrické pole vytvořené ve volném prostoru dvojící stejných opačně nabitých elektrod (kulových, válcových)



Pro potenciál kulových elektrod na dělící rovině bude například platit:



$$\varphi = \varphi(+Q) + \varphi(-Q) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r_x} + \frac{-Q}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r_x} + K = K = konst$$

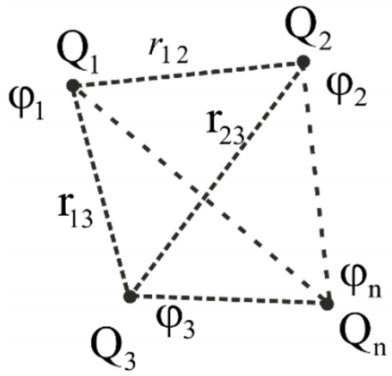
Energie v elektrickém poli, objemová hustota energie

Energie v elektrickém poli

Energie soustavy bodových nábojů

Máme-li soustavu bodových nábojů Q_1, Q_2, ..., Q_n. Náboje jsou umístěny v bodech 1,2, ...,n, ve kterých jsou potenciály: ϕ_1, ϕ_2, ...,ϕ_n . Energie elektrického pole této soustavy je dána sumačním vztahem:

$$W_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i \varphi_i$$



V tomto vztahu představuje ϕ_i potenciál v i-tém bodě, který je dán součtem potenciálů od všech nábojů umístěných v sousedních bodech:

$$\varphi_i = \sum_{\substack{k=1,n \\ k\neq i}}^{n} \frac{Q_k}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r_{ik}}$$

Energie elektrického pole v nabitém kapacitoru

$$W_e = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

Energie v elektrickém poli vyjádřena pomocí vektorových veličin D a E

$$W_e = \frac{1}{2}\iiint_V DE\,dV$$

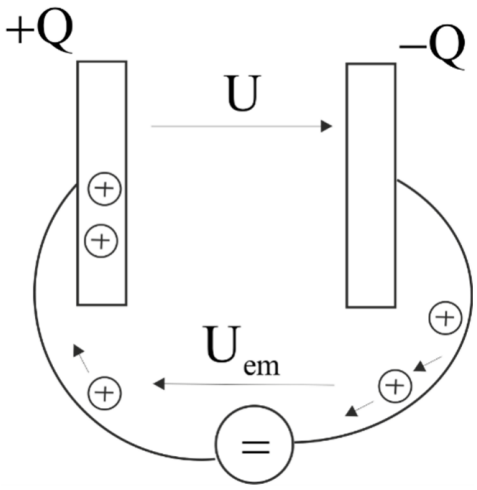
Objemová hustota energie

- objemová hustota energie magnetického pole bude: $w_m = \frac{1}{2} B H$
- Tento vztah pro hustotu energie magnetického pole platí i obecně, algebraický součin je nahrazen skalárním součinem dvou vektorů: $w_m = \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{H}$
- Pro celkovou energii magnetického pole potom po zpětné integraci platí: $W_m = \iiint_V w_m \, dV$

Kapacita a její výpočet pro základní geometrické uspořádání elektrod

Definice kapacity

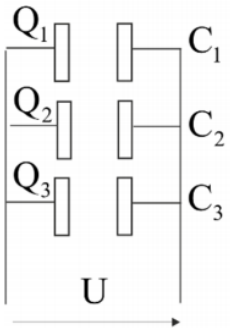
- Připojíme-li mezi dvě elektrody zdroj napětí, elektromotorická síla zdroje rozdělí náboje na elektrodách. Na přenesení jednotkového náboje je zdroj schopen vykonat práci rovnou elektromotorickému napětí zdroje. Na jedné elektrodě se objeví kladný náboj, na druhé záporný. Náboje se budou přelévat tak dlouho, dokud se nevyrovná elektromotorické napětí zdroje s napětím mezi elektrodami kondenzátoru. Toto napětí je dáno integrálem intenzity elektrického pole nahromaděných nábojů na elektrodách kondenzátoru.



- Velikost náboje na kondenzátoru je přímo úměrná napětí: **Q = C U**
- Konstanta úměrnosti se nazývá kapacita: **C [F]** (Farad)

Zapojení kondenzátorů

Kondenzátory spojené paralelně



- Paralelně spojené kondenzátory mají na elektrodách stejné napětí, každý z nich pojme náboj úměrný své kapacitě

$$Q_1 = C_1 U$$
$$Q_2 = C_2 U$$
$$Q_3 = C_3 U$$

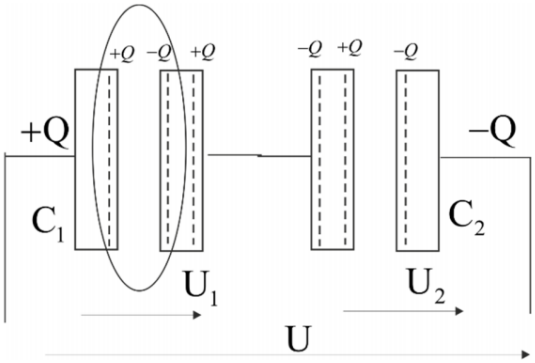
- Pro celkový náboj bude platit:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1 U + C_2 U + C_3 U = (C_1 + C_2 + C_3) U$$

- Pro kapacitu paralelně spojených kondenzátorů podle definice bude platit:

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

Kondenzátory spojené do série



- Pokud jsou kondenzátory spojené do série, bude na elektrodách všech kondenzátorů stejný náboj. To je možné vysvětlit například pomocí Gaussovy věty elektrostatiky
- Pokud vedeme uzavřenou integrační plochu po částech vnitřkem elektrod kondenzátorů a po částech vnějším prostorem, je zde intenzita elektrického pole nulová a nulová musí být i hodnota plošného integrálu. To je možné pouze v případě, kdy tato plocha obemyká celkový nulový náboj. Náboj na elektrodě spojené se zdrojem i na elektrodě spojené s druhým kondenzátorem musí být stejně velký, ale s opačným znaménkem. Podobnými úvahami lze dospět k tomu, že náboje na všech elektrodách musejí být stejně veliké. Pro dva kondenzátory například: $Q = C_1 U_1 = C_2 U_2$
- Pro součtové napětí na kondenzátorech bude platit:

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{Q}{C}$$

- Pro kapacitu sériově spojených kondenzátorů podle definice bude tedy platit:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$