1. Co je to termodynamická soustava, jaké termodynamické soustavy rozlišujeme?

Skupina makroskopických objektů, která je oddělena od okolí myšleným nebo skutečným rozhraním se specifickými vlastnostmi.

Druhy soustav:

- **Izolovaná** - nedochází u ní k výměně energie ani hmoty s okolím.
- **Neizolovaná**(otevřená) - dochází k výměně energie a částic s okolím.
- **Uzavřená** - S okolím si vyměňuje pouze energii.
- **Adiabaticky izolovaná** - Nedochází k tepelné výměně s okolím.
- **Diatermická** - Soustava je oddělena tak, aby se s okolím dostala do tepelné rovnováhy.

2. Čím se vyznačuji intenzivní a extenzivní veličiny, jaký je rozdíl mezi stavovými a procesními veličinami?

Procesní veličiny vystihují přechod mezi stavy a nemají úplný diferenciál. Např. práce, teplo.

Stavové veličiny jsou veličiny, které popisují stav soustavy nezávisle na tom, jak se soustava do tohoto stavu dostala a mají úplný diferenciál. Např. tlak, teplota, objem, energie, entropie atd.

Intenzivní veličiny po spojení obou soustav nezmění svoji hodnotu, patří sem např. teplota, tlak ...

Extenzivní (aditivní) veličiny po spojení obou soustav se jejich hodnota sečte, tedy v případě dvou identických soustav se jejich hodnota zdvojnásobí, patří sem např. objem, hmotnost ...

3. Jak zní I. a II. Postulát termodynamiky?

I. Termodynamický postulát - Izolujeme-li termodynamickou soustavu od okolí, časem přejde do stavu termodynamické rovnováhy.

II. Termodynamický postulát - Stav homogenního systému v rovnováze je jednoznačně určen souborem všech vnějších parametrů a jedním parametrem vnitřním.

4. Jak je definován rovnovážný (kvazistatický) děj, jaké termodynamické děje rozlišujeme?

je to děj, při kterém soustava zůstává nekonečně blízko jejího rovnovážného stavu.

Dále rozlišujeme termodynamický děj:

- **Izobarický**: probíhá při konstantním tlaku.
- **Izochorický**: probíhá při konstantním objemu.
- **Izotermický**: probíhá za konstantní teploty.
- **Adiabatický**: při tomto ději neprobíhá tepelná výměna mezi soustavou a okolím.
- **Polytropický**: probíhá za stálé tepelné kapacity soustavy.

5. Jak zní Nultý zákon termodynamiky?

Jestliže dvě tělesa jsou v tepelné rovnováze s tělesem třetím, pak jsou v rovnováze i tato dvě tělesa.

6. Jak je definována Celsiova a termodynamická (absolutní) teplotní stupnice?

Celsiova teplotní stupnice vychází ze dvou stavů:

- Rovnovážný stav chemicky čisté vody a jejího ledu za normálního tlaku. Tomuto stavu přiřazujeme dohodou teplotu $0\,°C$.(Teplota tání ledu za normálního tlaku).
- Rovnovážný stav chemicky čisté vody a její syté páry za normálního tlaku. Tomuto stavu přiřazujeme dohodou teplotu $100\,°C$.(Teplota varu za normálního tlaku.)

Termodynamická teplotní stupnice je odvozena od trojného bodu čisté vody. (Rovnovážný stav ledu, vody a syté páry). Jednotka kelvin **K** je stanovena jako 273,16 tá část teploty trojného bodu vody.

Převodní vztah mezi soustavami : T =({t}+273,15) K

7. Co je vnitřní energie termodynamické soustavy?

Je energie, která závisí pouze na termodynamickém stavu soustavy a nezávisí na tom, jak se do tohoto stavu dostala. Patří mezi stavové veličiny.
$U = E_k + E_p$, kde E_k je celková kinetická energie soustavy, E_p je celková potenciální energie soustavy.

8. Jaké rozlišujeme mechanizmy přenosu energie. Co chápeme pod pojmem teplo?

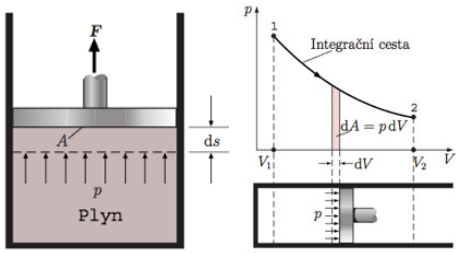
Energie se přenáší ze soustavy nebo soustavy třemi způsoby:

- přenosem tepla
- konáním práce
- tokem hmoty

Teplo je forma energie, která se přenáší mezi dvěma soustavami, nebo mezi soustavou a jejím okolím jako důsledek jejich teplotního rozdílu.

9. Jak je definována objemová práce?

Element práce můžeme vyjádřit jako $\delta W = \vec{F}\,d\vec{s} = p\vec{A}d\vec{s} = pdV$.
Práce z z počátečního stavu 1 do koncového stavu 2: $W_{12}(C) = \int_1^2 pdV$.



10. Jak je definován ideální plyn? Napište stavovou rovnici ideálního plynu.

Ideální plyn je takový plyn, který odpovídá stavové rovnici:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{pV}{T} = konst$$

A vnitřní energie ideálního plynu je pouze funkcí teploty $U = U(T)$.

11. Napište 1. Zákon termodynamiky. Co je to kruhový děj?

Teplo dodané soustavě se spotřebuje na zvýšení vnitřní energie a na práci, kterou soustava vykoná.

Kruhový děj je takový děj, při kterém je výchozí a koncový stav soustavy stejný.

12. Jak je definována tepelná kapacita? Napište Mayerův vztah. Napište kalorimetrickou rovnici.

Tepelná kapacita říká, jaké teplo je potřeba dodat soustavě, aby zvýšila svoji teplotu o jeden teplotní stupeň.

Mayerův vztah:

$$C_{mp} - C_{mV} = R_m$$

kde:

C_{mp} - molární tepelná kapacita pro dp = 0

C_{mV} - molární tepelná kapacita pro dV = 0

R_m - molární plynová konstanta

Kalorimetrická rovnice:

$$c_1 m_1 (T_1 - T) = c_2 m_2 (T - T_2)$$

kde:

c - měrná tepelná kapacita

m - hmotnost

T - teplota

13. Napište rovnici popisující 1. Termodynamický zákon pro ideální plyn

$$\delta Q = C_v dT + pdV$$

kde:

Q - teplo

C_v - tepelná kapacita pro izochorický děj

p - tlak

14. Napište rovnici adiabaty

$$pV^k = konst$$

kde:

p - tlak

V - objem

k - Poissonova kostanta

15. Co chápeme pod pojmem tepelný stroj, cyklicky pracující tepelný stroj?

Tepelný stroj je zařízení, které si se svým okolím vyměňuje teplo a práci.

Cyklicky pracující tepelný stroj je zařízení, které se po vykonání celého cyklu vrátí do původního stavu.

16.Napište Thomsonovu (Kelvinovu) formulaci II. Termodynamického zákona.

Je nemožné cyklickým dějem jednomu tělesu odnímat teplo a to bezezbytku měnit v kladnou práci.

17. Jak definujeme tepelný motor, čím jsou charakterizovány?

Tepelný motor převádí teplo na užitečnou práci.

. Přijímají teplo od vysokoteplotního zdroje.

. Často tohoto tepla přeměňují na práci.

. Odevzdají teplo chladiči.

. Pracují cyklicky.

18. Jak je definována tepelná účinnost? Nakreslete a popište principiální schéma tepelného motoru.

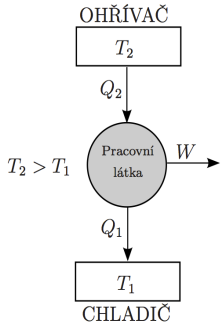
$$\eta = \frac{W}{|Q|} = \frac{|Q_2| - |Q_1|}{|Q_2|} = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2}$$

kde:

W - práce vykonaná tepelným motorem

Q_2 - odevzdané teplo

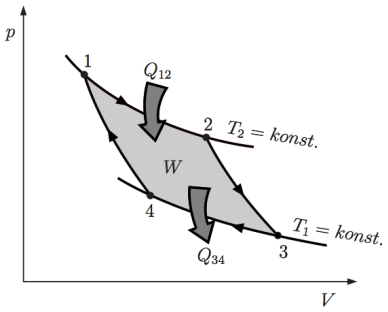
Q_1 - přijaté teplo



19. Popište Carnotův cyklus pomocí p-V diagramu.

Carnotův cyklus se skládá ze čtyř vratných dějů.

1. Izotermická expanze
2. Adiabatická expanze
3. Izotermická komprese
4. Adiabatická komprese



20. Napište vztah pro tepelnou účinnost ideálního tepelného motoru pracujícího na základně Carnotova cyklu.

$$\eta = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} < 1$$

Účinnost je určena teplotou tepelných lázní. Je to maximální účinnost jaké může tepelný motor mezi lázněmi o teplotách T_1 *a* T_2 dosáhnout.

21.Napište znění Carnotových vět.

1. Tepelná účinnost všech vratných motorů je stejná, pracují-li mezi lázněmi o stejných teplotách.
2. Účinnost ideálního vratného tepelného stroje je vždy vyšší než účinnost neideálních tepelných strojů, pracují-li mezi lázněmi o stejných teplotách.

22. Napište Clausiovu nerovnost

$$\oint_\Gamma = \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Jedná se o matematické vyjádření II. termodynamického zákona.

23. Napište matematický tvar I. Termodynamického zákona pro vratné děje.

$$dU = TdS - \delta W$$

24. Jaké hodnoty nabývá entropie adiabaticky izolované soustavy?

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq 0$$

Entropie telně izolované soustavy nikdy neklesá.V uvažované soustavě pro vratné děje je entropie konstantní a pro nevratné děje roste.

25. Napište znění III. Termodynamického zákona

Žádným postupem nelze u žádné soustavy dosáhnout teploty 0K konečným počtem operací.

26. Co je fáze, fázové rozhraní a skupenství?

Fáze je část termodynamické soustavy, která je, za předpokladu, že na ni nepůsobí vnější síly, fyzikálně a chemicky homogenní. Tzn. je charakterizována stejnými termodynamickými a chemickými vlastnostmi.

Fázovés rozhraní je myšlená plocha oddělující dvě fáze.

Skupentsví je základní charakteristika látky, která souvisí se stupněm uspořádanosti částic, které tuto látku tvoří.

27. Jaké fázové přechody, skupenství a skupenské přeměny rozlišujeme?

Fázový přechod prvního druhu: entropie a specifický (měrný) objem se mění skokem a dochází při něm k přijímání nebo odevzdání tepla fázového přechodu (latentní teplo). Např. změna skupenství

Fázový přechod druhého druhu: entropie a specifický objem se mění spojitě a nedochází k výměně tepla s fázovým přechodem. Mění se skokem tepelná kapacita, teplotní roztažnost, atd. Např. přechod železa z fero do paramagnetického stavu, přechod z běžné vodivosti do supravodivosti, atd.

Skupenství:

Plynné - kinetická energie částic je větší než energie jejich vzájemného působení

Kapalné - u látek, které se nacházejí v tomto skupenství se částice uspořádávají krátkodobě. Jedná se o uspořádání krátkého dosahu, které působí jen mezi nejbližšími částicemi.Tímto se vytváří shluky částic, které se mouhou vůči sobě pohybovat.

Pevné - kinetická energie částic je menší než energie jejich vzájemného působení. Částice jsou uspořádány dlouhodobě.

Skupenské přeměny : vypařovaní, var, tání, tuhnutí, sublimace, desublimace, kondenzace

28. Napište znění Clausiovy-Clapeyronovy rovnice.

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_1 - V_2)}$$

kde:

p - tlak

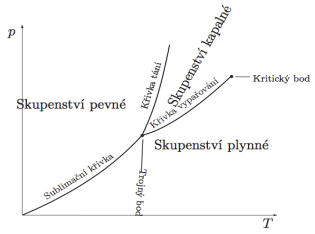
T - teplopa

L - fázový přechod

V - objem

29. Nakreslete a popište fázový p-T diagram pro jednosložkovou soustavu.

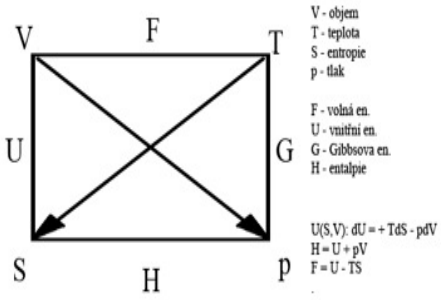
Obsahuje tři křivky, které představují termodynamickou rovnváhu dvou fází. Nazývají se křivky rovnováhy.
Trojný bod – bod, který znázorňuje rovnovážnou koexistenci pevného, kapalného a plynného skupenství téže látky
Kritický bod – bod kde mizí rozdíl mezi kapalným a plynným skupenstvím



30. Jaké termodynamické potenciály rozlišujeme a jaké jsou mezi mini vztahy?

Vnitřní energie U, entalpie H, Volná energie F, Gibbsova energie G

F=U-TS, F=G-pV, H=U+pV, H=G+ST ...



31.Napište Maxvelovy vztahy.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V \left|\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right| \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p \left|\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V\right.$$

32. Napište postuláty kinetické teorie plynů.

1. Látky kteréhokoliv skupenství se skládají z částic.
2. Částice se v látkách neustále neuspořádaně pohybují.
3. Částice látky libovolného skupenství ne sebe vzájemně působí současně silami přitažlivými i odpudivými.

33. Vysvětlete pojmy mikrostav, makrostav, fázový prostor, fázový objem makrostavu, konfigurační a impulzní prostor a jak je definován objemový element fázového prostoru.

Mikrostav - Určuje situaci všech částic soustavy v daném okamžiku.
Makrostav - Makroskopicky rozlišitelný stav soustavy. Každý makrostav jze realizovat obrovským počtem různých mikrostavů.
Fázový prostor - Prostor zobecněných souřadnic a zobecněných hybností. **Fázový objem makrostavu** - Oblast ve které je ve fázovém prostoru zobrazen makrostav.
Konfigurační prostor - Prostor, který jednoznačně popisuje polohy částic soustavy.
Impulzní prostor - Prostor, který jednoznačně určuje pohybový stav soustavy.
Objemový element fázového prostoru $d\Gamma = dq_1 dq_2 \dots dq_s dp_1 dp_2 \dots dp_s$

34. Jak je definována termodynamická rovnováha ve statistické termodynamice?

Stav termodynamické rovnováhy je stavem, kdy makroskopické veličiny (např. teplota, tlak), které ho popisují, se s časem samovolně nemění.

Termodynamická rovnováha je takový makrostav, který popisuje nejvíce mikrostavů.

35. Co je to mikrokanonický, kanonický a grandkanonický soubor?

Mikrokanonický soubor - Množina všech mikroskopických stavů (makrostavů) soustavy o daných hodnotách energie, objemu a počtu častic. Mikrokanonickému souboru odpovídá izolovaný termodynamický systém. Popisuje tedy izolovanou soustavu s danou hodnotou energie, počtem částic a hodnotou objemu.

Kanonický soubor - Množina všech mikroskopických stavů soustavy o daných hodnotách teploty, objemu a počtu částic. Kanonickému souboru odpovídá izotermicky a izochoricky uzavřený systém. Popisuje tedy soustavu, která si s okolím vyměňuje energii, přičemž je s tímto okolím v rovnováze.

Grandkanonický soubor - množina všech mikroskopických stavů soustavy o daných hodnotách chemického potenciálu, objemu a teploty. Grandkanonickému souboru odpovídá izotermická a izochorická soustava o konstantním chemickém potenciálu. Popisuje tedy soustavu, která si s okolím vyměňuje jak energii, tak i částice.

36. Co vyjadřuje Ergodická hypotéza a Hypotéza apriorní pravděpodobnosti?

Ergodická hypotéza nám říká, že střední hodnota fyzikálních veličin soustavy v rovnovážném stavu počítaná přes soubor se rovná časové střední hodnotě.

Hypotéza apriorní pravděpodobnosti nám říká, že všechny soustavě dostupné mikrostavy, kterým odpovídá stejná energie, jsou stejně pravděpodobné.

37. Co plyne pro hustotu pravděpodobnosti z Liouvillova teorémů?

Hustota pravděpodobnosti ve fázovém prostoru závisí pouze na celkové energii soustavy.

38. Čemu se rovná pravděpodobnost mikrostavu s energií E_i v případě mikrokanonického souboru?

Pro $E = E_i$ platí: $Pi = P(E_i) = \frac{1}{\Omega}$ kde Ω je počet dostupných mirkrostavů

Pro $E \neq E_i$ platí $Pi = P(E_i) = 0$

39. Napište Boltzmannův vzorec pro entropii.

$$S = k_B ln W$$

kde: k_B - Boltzmannova konstanta, W - počet mikrostavů

40. Jak zní princip maxima entropie?

Pokud o daném rozdělení máme jen částečnou informaci (známe jen některé jeho charakteristiky), potom nejpravděpodobnější tvar daného rozdělení je takový, který splňuje požadavky, které o rozdělení známe, a má nejvyšší možnou entropii.

41. Napište vztah vyjadřující Boltzmannovo rodělení.

$$Pi = \frac{e^{\beta E_i}}{Z}\,;\;\; Z = \sum_{i=1}^{m} e^{\beta E_i}$$

kde:

$e^{\beta E_i}$ - Boltzmanův faktor

E_i - Energie i-tého mikrostavu

Pi - Pravděpodobnosti realizace i-tého stavu

42. Napište vztah vyjadřující partiční funkci.

$$Z = \sum_{i=0}^{n} e^{\beta E_i}$$

kde:

$e^{\beta E_i}$ - Boltzmanův faktor

E_i - Energie i-tého mikrostavu

43. Napište vztah popisující Maxvellovo-Boltzmanovo rozdělení rychlostí ideálního plynu.

$$\rho(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_b T}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m}{2k_b T}v^2}$$

kde:

m - hmotnost částice

k_B - Boltzmannova konstanta

T - teplota

44.Odvoďte nejpravděpodobnější a střední rychlost molekuly ideálního jednoatomového plynu.

Nejpravděpodobnější rychlost:

$$\frac{d\rho(v)}{dv} = 0;\quad f(v) = Av^2 e^{-\alpha v^2}$$

$$\frac{df(v)}{dv} = A2ve^{-\alpha v^2} + Av^2(-2\alpha v)e^{-\alpha v^2} = 0$$

$$2v2\alpha v^2 = 0v(1-\alpha v^2) = 0v(1-\sqrt{\alpha}v)(1+\sqrt{\alpha}v) = 0 => v = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

střední rychlost:

$$v = \int_0^\infty vf(v)dv = A\int_0^\infty v^3 e^{-\alpha v^2}dv == \frac{1}{2}A\int_0^\infty te^{-\alpha t}dt = \left| \begin{array}{ll} t = v^2 & v = 0 => k = 0 \\ dt = 2vdv & v- > \infty => t- > \infty \end{array} \right| =$$

$$= \frac{1}{2}A\int_0^\infty te^{-\alpha t}dt = \left| \begin{array}{ll} u = t & u' = 1 \\ v' = e^{-\alpha t} & v = -\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha t} \end{array} \right| = \frac{1}{2}A\left(\left[-\frac{t}{\alpha}e^{-\alpha t} \right]_0^\infty + \frac{1}{\alpha}\int_0^\infty e^{-\alpha t}dt \right) =$$

$$\frac{1}{2}A\frac{1}{\alpha}\frac{1}{\alpha} = \frac{A}{2\alpha^2} = \frac{4\pi\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}}}{2\left(\frac{m}{2k_B T}\right)^2} = \cdots = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

45. Jak zní ekvipartiční teorém?

Střední energie na každý nezávislý kvadratický člen v celkové energii je rovna $\frac{1}{2}k_B T$

46. Napište kanonický tvar třírozměrné a jednorozměrné vlnové rovnice.

třírozměrná:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

jednorozměrná

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

kde:

u: představuje poruchu (vzruch, resp. změnu oproti klidovému stavu)

c je kladná konstanta související s vlastnostmi prostředí, ve kterém se porucha vybudí, a evidentně má rozměr rychlosti.

47. Co je to profil vlny? Jak se mění vlny v nedisipativním a bezdisperzním prostředí při šíření vlny?

Profil vlny je počáteční podmínka vlnové funkce. (Jak vlna vypadá v čase t=0).
řešení vlnové rovnice:

$$u(x,t) = f(x,t) + u(x,t)|_{t_0}$$

kde $u(x,t)|_{t_0}$ je počáteční podmínka a po dosazení dostáváme $u(x,t)|_{t_0} = f(x,0) = f(x)$ kde f(x) je profil vlny.

Profil vlny zůstává stejný.

48. Napište tvar vlnové rovnice pro retardované časy.

Retardované časy: $\tau_+ = t - \frac{x}{c}$, $\tau_- = t + \frac{x}{c}$

Vlnová rovnice má tvar:

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tau_+ \partial \tau_-} = 0$$

49. Napište vlnovou rovnici pro kulové vlny spolu s jejím obecným řešením.

$$\frac{\partial^2(ru)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(ru)}{\partial t^2}$$

její řešení:

$$u(r,t) = \frac{\omega_1}{r}(r - ct) + \frac{u_2}{r}(r + ct)$$

50. Napište d'Alembertovo řešení jednorozměrné vlnové rovnice.

u(x,t) = f(x -ct) + g(x + ct)

51. Jak je definována fáze vlny a fázová rychlost?

Fáze vlny: x - ct

Fázová rychlost : $C_F = \frac{dx}{dt}$

52. Napište tvar vlnové rovnice popisující šíření vlny pouze jedním směrem.

pro směr vpravo:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{C}\frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$u = u\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

pro směr vlevo:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{C}\frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

$$u = u\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

53. Jak je definována jednorozměrná harmonická vlna, vlnová délka, vlnové číslo, perioda, kmitočet a jaké vztahy platí mezi nimi?

jednorozměrná harmonická vlna má tvar vlnové rovnice: $u(x,t) = Acos(\omega t - kx + \varphi)$

vlnová délka: $\lambda = cT$

vlnové číslo: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

perioda: T

kruhový kmitočet: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

54. Napište komplexní reprezentaci jednorozměrné harmonické vlny.

$$\hat{u}(x,t) = \hat{A}e^{j(\omega t - kx)}$$

55. Jak je definována rovinná vlna? Co je to vlnoplocha?

Vlna pro níž platí, že v daný čas všechny vzruchy mají stejnou hodnotu na rovině kolmé ke směru šíření.

Vlnoplocha je plocha kde má vlnová funkce konstantní fázi.

56. Napište obecný tvar řešení vlnové rovnice po rovinné vlny.

$$u(\vec{r},t) = f(\vec{n}\vec{r} - ct)$$

kde:

$\vec{n}$ je jednotkový vektor

$\vec{r}$ je polohový vektor

57. Napište obecný tvar řešení vlnové rovnice pro harmonické rovinné vlny.

$$u(\vec{r},t) = Asin(\omega t - k\vec{r} + \varphi)$$

58. Napište vztahy popisující Dopperův jev.

$$f_p = \frac{c - v_p cos\alpha_p}{c - v_z cos\alpha_z} fz$$

kde:

v_p - rychlost přijímače

v_z - rychlost zdroje

c - rychlost vlny

f_p - detekovaný kmitočet

f_z - výsílaný kmitočet

59. Jak definujeme disperzi, co jsou to disperzní relace a disperzní rovnice?

Disperze je závislost šíření fázové rychlosti vlny na její frekvenci.

Disperzní relace je vztah mezi vlnovým vektorem a úhlovou frekvenci.

Disperzní rovnice : $D(\omega, k) = 0$

60. Jak definujeme kvazihramonickou vlnu?

Jako kmitočtový balík. Má úzké kmitočtové spetrum.

61. Napište vztah popisující šíření kvaziharmonické vlny.

$$u(x,t) = A\big(t - \frac{x}{cg}\big)sin(\omega_0 t - k_0 x + \varphi\big)$$

62. Jak je definována grupová rychlost?

$$v_g = \frac{d\omega_0}{dk}$$

63. Jakou rychlostí se šíří kvaziharmonická vlna? Jakou rychlostí se šíří energie kvaziharmonické vlny (vlnového balíku)?

Vlna se šíří fázovou rychlostí. Energie vlny se šíří grupovou rychlostí.

64. Odvoďte vztah mezi grupovou a fázovou rychlostí.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \left|\omega = kv_f\right| = \frac{d(kv_f)}{dk} = v_f + k\frac{dv_f}{dk}$$

$$\left|k = \frac{2\pi}{f} => dk = -\frac{2\pi}{\lambda^2}d\lambda\right|$$

$$v_g = v_f - \lambda\frac{dv_f}{d\lambda}$$

65. Jak je definována normální a anomální disperze?

Pro anomální disperzi platí: $v_g > v_f$

Pro normální disperzi: $v_g < v_f$

66. Jak souvisí komplexní vlnové číslo, resp komplexní kmitočet, s disipací energie vlnění?

$$\omega = \omega(k) => \hat{\omega} = \omega + cosj\alpha$$

$$k = k(\omega) => \hat{k} = k - j\beta$$

Kde : $\hat{\omega}$ je komplexní kruhový kmitočet, $\hat{k}$ je komplexní vlnové číslo

$$\hat{u}(x,t) = Ae^{j(\omega t - \hat{k}x)} = Ae^{j(\omega - kx + j\beta x)} = Ue^{-\beta x}e^{j(\omega t - kx)} \quad (Ue^{-\beta x} - prostorove\ tlumeni)$$

$$\hat{u}(x,t) = Ae^{j(\hat{\omega}t - kx)} = e^{-\alpha t}Ae^{j(\omega t - kx)}$$

67. Jak je definován akustický tlak, akustická rychlost? Jak se počítá hladina akustického tlaku?

Akustický tlak je přídavný tlak zúůsobený šířením vlny v elastickém materiálu.

Akustická rychlost je rychlost uspořádaného kmitání částic prostředí kolem střední polohy při vlnění.

Hladina akustického tlaku:

$$L_p = 20log\left(\frac{p'}{p_0}\right)$$

kde:

p_0 - (2.10^{-5} Pa)

p'- akustický tlak

68. Odvoďte vlnovou rovnici pro akustický tlak a akustickou rychlost.

Eulerova rovnice bez uvažování objemových sil:

$$\rho\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial\vec{t}} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\right] = -\vec{\nabla}p \Rightarrow \rho_0\frac{\partial\vec{v}}{\partial\vec{t}} = -\vec{\nabla}p' \tag{1}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho\cdot\vec{v}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial\rho'}{\partial t} + \rho_0\vec{\nabla}\vec{v} = 0 \tag{2}$$

stavová rovnice $p = p(\rho) \Rightarrow$ adiabatické děje $\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\varkappa}$, $p = p(\rho) = \frac{p_0}{\rho_0^{\varkappa}}\rho^{\varkappa}$ (3)

Taylor:

$$p = p(\rho_0) + \left.\frac{dp}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_0}(\rho-\rho_0) + \dots$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{p_0^{\varkappa}}{\rho_0^{\varkappa}}\rho^{\varkappa-1}$$

$$\left.\frac{dp}{d\rho}\right|_{\rho=\rho_0} = \frac{p_0^{\varkappa}}{\rho_0} = c^2 \Rightarrow p = p_0c^2(\rho-\rho_0)$$

$$p - p_0 = c^2(\rho-\rho_0) \Rightarrow \left|p-p_0 = p'; \rho-\rho_0 = \rho'\right| \Rightarrow p' = c^2\rho$$

$$\begin{array}{l} \frac{\partial\rho'}{\partial t} + \rho_0\vec{\nabla}\vec{v} = 0 \\ \frac{1}{c^2}\frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0\vec{\nabla}\vec{v} = 0 \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{v} = \frac{-1}{\rho_0c^2}\frac{\partial p'}{\partial t} \end{array} \Bigg\| \begin{array}{l} \rho_0\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = \vec{\nabla}p' \quad \left|\vec{\nabla}\right. \\ \rho_0\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\vec{v}) = -\nabla^2p' \end{array}$$

Po dosazení:

$$-\frac{\rho_0}{\rho_0c^2}\frac{\partial p'}{\partial t^2} = -\nabla^2p'$$

$$\nabla^2p' = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2p'}{\partial t^2}$$

$$\begin{array}{l} \rho_0\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla}p' \left|\frac{\partial}{\partial t}\right. \\ \rho\frac{\partial^2\vec{v}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla}\frac{\partial p'}{\partial t} \end{array} \Bigg\| \begin{array}{l} -\rho_0c^2\vec{\nabla}\vec{v} = \frac{\partial p'}{\partial t} \quad \left|\vec{\nabla}\right. \\ -\rho_0c^2\nabla^2\vec{v} = \nabla^2\frac{\partial p'}{\partial t} \end{array}$$

Dosadíme:

$$\rho_0\frac{\partial^2v}{\partial t^2} = \rho_0c^2\nabla^2\vec{v}$$

$$\nabla^2\vec{v} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{v}}{\partial t^2}$$

69. Jaký je rozdíl mezi podélnou a příčnou akustickou vlnou? Jaký typ akustické vlny se šíří v tekutinách?

Při **podélném** vlnění je amplituda kmitů rovnoběžná se směrem šíření vlny.

Při **příčném** vlnění je amplituda kmitů kolmá na směr šíření vlny.

V tekutinách se šíří pouze **podélné** vlnění.

70. Odvoďte z Maxwellových rovnic telegrafní rovnice pro intenzitu elektrického pole a pro vektor magnetické indukce. Za jakých podmínek přejde telegrafní vlnová rovnice v kanonickou vlnovou rovnici?

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$	$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$
$\vec{\nabla} \vec{B} = 0$	$\vec{j} = \gamma \vec{E}$
$\vec{\nabla} \times H = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	nechť je vodivé $\rightarrow \rho = 0$

Výchozí rovnice:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \gamma \mu \vec{E} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

Pro vektor magnetické indukce:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu\gamma \vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu\epsilon \frac{\delta}{\delta t} (\vec{\nabla} \times \vec{E})$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \mu\gamma \vec{\nabla} \times \vec{E} + \mu\epsilon \frac{\delta}{\delta t} (\vec{\nabla} \times \vec{E})$$

$$-\nabla^2 B^2 = \mu\gamma \left(\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \right) + \mu\epsilon \left(- \frac{\delta^2 \vec{B}}{\delta t^2} \right)$$

$$\nabla^2 B^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \vec{B}}{\delta t^2} = \mu\gamma \frac{\delta \vec{B}}{\delta t}$$

Pro intenzitu elektrického pole:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \frac{\delta}{\delta t} (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\mu\gamma \frac{\delta \vec{E}}{\delta t} - \mu\epsilon \frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \vec{E}}{\delta t^2} = \mu\gamma \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}$$

71. Odvoďte disperzní relaci elektromagnetické vlny šířící se vodivém prostředím.

$$\nabla^2\vec{E} - \mu\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} - \mu\epsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

$$\left| \quad \vec{E} = Re[\vec{E}] \qquad \vec{k} = (kx, ky, kz) = \vec{n_0}k \quad \right|$$

$$\left| \vec{E} = \tilde{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \qquad k = \sqrt{k^2x + k^2y + k^2z} \right|$$

$$\left| j\omega = j\omega\tilde{\vec{E}} \right.$$

Dosazení:

$$\frac{\partial\tilde{\vec{E}}}{\partial t} = \tilde{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$

$$\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = -\omega^2\tilde{\vec{E}}$$

$$\frac{\partial\tilde{\vec{E}}_0}{\partial x} = -jkx\vec{E}$$

$$\frac{\partial^2\tilde{\vec{E}}}{\partial x^2} = -kx^2\vec{E}$$

$$\frac{\partial\tilde{\vec{E}}_0}{\partial x} = -jkx\vec{E}\ ; \quad \frac{\partial^2\tilde{\vec{E}}}{\partial x^2} = -kx^2\vec{E} => \nabla^2\vec{E} = \frac{\partial^2\tilde{\vec{E}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\tilde{\vec{E}}}{\partial y^2}\frac{\partial^2\tilde{\vec{E}}}{\partial z^2} = -(k^2x + k^2y + k^2z)\tilde{\vec{E}} = -k^2\tilde{\vec{E}}$$

$$-k^2\tilde{\vec{E}} - \mu\gamma j\omega\tilde{\vec{E}} = \vec{0}$$

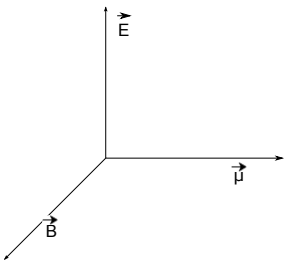
$$(-k^2 - j\mu\gamma\omega + \mu\epsilon\omega^2)\tilde{\vec{E}} = \vec{0}$$

Po úpravě dostáváme:

$$k^2 = \mu\epsilon\ omega^2 - j\mu\gamma\omega$$

72. Napište vztah mezi intenzitou elektrického pole, vektorem magmetické indukce a jednotkovým vektorem šíření rovinné elektromagnetické vlny. Graficky tento vztah znázorněte.

$\vec{E} = -c(\vec{\mu} \times \vec{B})$



73.Je rovinná elektromagnetická vlna vlnou podélnou, nebo příčnou? Napište vztah, ze kterého plyne odpověď na tuto otázku.

$$\vec{E} = -c(\vec{\mu} \times \vec{B})$$

Vektory jsou na sebe kolmé => jedná se o vlnu příčnou.

74. Čemu se rovná index lomu pro nemagnetická prostředí?

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

kde:

ϵ - permitivita prostředí

ϵ_0 - permitivita vakua

75. Co chápeme pod pojmem polarizace vlny? Jaké druhy polarizace rozeznáváme?

Polarizace popisuje, jak je u vlnění orientován vektor intenzity elektrického pole. Polarizaci rozeznáváme: kruhovou, eliptickou a lineární

76. Napište polarizační rovnici a podmínky pro jednotlivé druhy polarizace.

Kruhová polarizace:

$$\left(\frac{E_x}{E_{x_0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y_0}}\right)^2 = 1$$

Eliptická polarizace:

$$\left(\frac{E_x}{E_{x_0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y_0}}\right)^2 - 2\frac{E_y E_x}{E_{x_0} E_{y_0}} cos\delta = sin^2\delta$$

Lineární polarizace:

$$E_y = (-1)^m \frac{E_{y_0}}{E_{x_0}} E_x$$

77. Co chápeme pod pojmem interference vlnění? Jak je definována intenzita světla?

Interference znamená vzájemné ovlivňování, prolínání nebo střetání vlnění.

Intenzita světla je světelný tok procházející příčným průřezem plochy zdroje. $I = \left\langle \vec{S}(\vec{r}, t) \right\rangle$

78. Napište vztah pro intenzitu světla dvou rovinných lineárně polarizovaných harmonických vln s časově proměnnou počáteční fází. Dále ukažte, jak se redukuje tento vztah pro zcela koherentní a zcela nekoherentní vlny. Co chápeme pod pojmem koherence vlnění?

$$\left\langle I \right\rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \int_0^{t_0} cos[k(l_2 - l_1) + \varphi_2(t) - \varphi_1(t)]dt$$

Pro nekoherentní:

$$\left\langle I \right\rangle = I_1 + I_2$$

Pro koherentní:

$$\left\langle I \right\rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} cos\alpha cosk(l_2 - l_1)$$

Koherence je vlastnost světla vytvářet stacionární interferenční strukturu; souvislost vlnění vycházejích buď ze dvou různých míst na povrchu zářícího tělesa nebo vlnění vycházejícího z jednoho místa avšak s časovým odstupem

79. Nalezněte podmínky pro maxima a minima při interferenci dvou shodně polarizovaných vln mající stejnou amplitudu.

Maximum: $\Delta l = m\Delta\lambda$

Minimum: $\Delta l = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

80. Co chápeme pod pojmem koherenční délka. Napište vztah pro koherenční délku, a jaká musí být splněna podmínka pro dráhový rozdíl, aby bylo možné považovat dvě vlny ještě za koherentní.

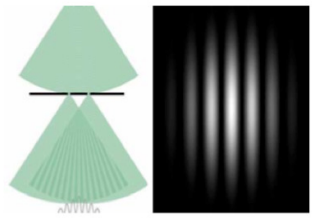
Koherenční délka udává největší dráhový rozdíl, při němž je ještě světlo daného zdroje schopno interference.

$$l_c = c\tau_c$$

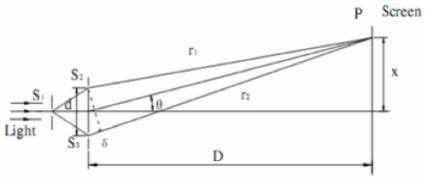
Dráhový rozdíl musí být menší, než koherenční délka.

81. Nakreslete obrázek, který schématicky popisuje Youngův pokus. Odvoďte podmínky pro interferenční maxima a minima u interferenčního obrazce pozorovaného u Youngova pokusu.

Pro dráhový rozdíl svtěla v rovině stínítka umístěného ve vzdálenosti D od dvouštěrbiny poté platí:



Obr.1



Obr.2

$$\delta = r_2 - r_1 \approx s sin\theta \approx d tan\theta = d\frac{x}{D}$$

Pro dráhový rozdál u tmavých interferenčních proužků (interferenční minim) tedy platí:

$$\delta = d\frac{x}{D} = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Pro dráhový rozdíl u světlých interferenčních proužků(maximum):

$$\delta = d\frac{x}{D} = \pm k\lambda$$

82. Napište zákon odrazu a lomu pro vlnu.

Zákon odrazu:
Úhel odrazu je roven úhlu dopadu, přičemž odražené vlnění zůstává v rovině dopadu.

Zákon lomu:
úhel lomu a úhel dopadu splňuje vztah $n_1 sin\alpha_1 = n_2 sin\alpha_2$ a rovina lomu je totožná s rovinou dopadu.

83. Co nám vyjadřují Fresnelovy vzorce? Napište vztah pro výpočet Brewsterova úhlu. Co se stane se světlem dopadajícím na rozhraní dvou dielektrik pod Brewsterovým úhlem?

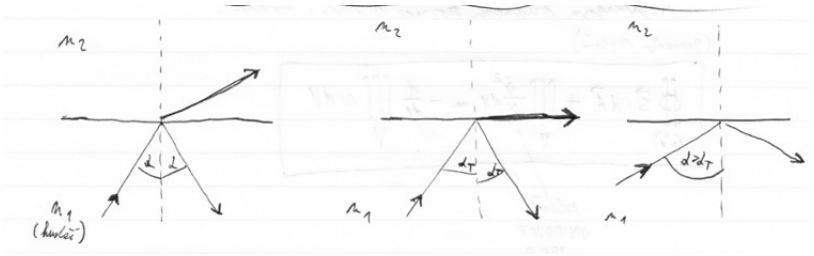
Fresnelovy vzorce udávají intenzitu odraženého a lomeného světla.

Bresterův úhel:

$$\alpha_B = arctg\ n$$

Odražená vlna bude lineárně polarizovaná v rovině kolmé k dopadu.

84. Odvoďte podmínku pro totální odraz.



Velikost mezního úhlu pro dané rozhraní můžeme určit na základě Snellova zákona lomu, do něhož dosadíme $\beta = 90°$

$$n_1 sin\alpha_m = n_2 sin90° = n_2$$

a proto

$$sin\alpha_m = \frac{n_2}{n_1}$$

85.Odvoďte vztahy pro interferenční maxima a minima pro dvousvazkovou interferenci na tenké vrstvě.

Maximum pro odraženou vlnu:

$$2d\sqrt{n^2 - sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

Minimum pro odraženou vlnu:

$$2d\sqrt{n^2 - sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

Maximum pro prostou vlnu:

$$2d\sqrt{n^3 - sin^2\alpha} = m\lambda$$

Minimum pro prostou vlnu:

$$2d\sqrt{n^3 - sin^2\alpha} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

86. Co rozumíme difrakcí? Napište Helmholtzovu rovnici. Co nám říká Kirghoffova okrajová podmínka?

Jev, který se projevuje tím, že se světlo vyskutuje v místech geometrického stínu vytvořeného překážkou

Helmhotzova rovnice:

$$\nabla^2 \hat{A}(\vec{r}) + k^2 \hat{A}(\hat{r}) = 0$$

Kirchhoffovy okrajové podmínky předpokládají, že v nepropustné části stínítka je funkce ψ i její derivace ve směru normály rovna nule, kdežto v propustné části je táž, jakoby nepropustných částí nebylo.

87. Napište znění Huygensova – Fresnelova principu. Napište Kirchoffův – Fresnelův integrál spolu s vysvětlujícím obrázkem.

Každý bod každé vlnoplochy můžeme považovat za zdroj elementárního vlnění, které se z něho šíří ve vlnoplochách.

Kirchhoffův- Fresnelův integrál:

$$d\hat{A}(P) = \frac{1}{j\lambda}\hat{A}_0(M)K(E)\frac{e^{jkr}}{R}dS$$

$$\hat{A}(P) = \frac{1}{j\lambda}\iint_{S_0}\hat{A}_0(M)K(\theta)\frac{e^{jkr}}{r}dS$$

Kde:

$\hat{A}(P)$ - amplituda jakékoliv veličiny

$\hat{A}_0(M)$ - amplituda primární vlny v bodě M

$K(E)$ - inklinační faktor

88. Jaké jsou podmínky pro pozorování Fraunhoferovy difrakce? Odvoďte vztah pro intenzitu světla na stínítku pro Fraunhoferovu difrakci na jednorozměrné štěrbině.

Fraunhoferova difrakce vzniká hodně veliké vzdálenosti od štěrbiny k rovině pozorování (stínítku).

Vztah pro intenzitu světla:

$$d\hat{A}(P) = -\frac{j}{\lambda}\hat{A}\frac{e^{jkr(x)}}{r}dS = -\frac{j}{\lambda}\hat{A}a\frac{e^{jk(r_0+ysin\theta)}}{r_0+xsin\theta}dx \approx (predpoklad: r_0 >> xsin\theta) \approx -\frac{j}{\lambda}\hat{A}a\frac{e^{jk(r_0+ysin\theta)}}{r_0}dx =$$

$$= -\frac{j}{\lambda}\hat{A}a\frac{e^{jkr_0}}{r_0}\int_0^b e^{jkxsin\theta}dx = \left|\begin{array}{ll} x = t+\frac{b}{2} & 0 > -\frac{b}{2} \\ dt = dx & b > \frac{b}{2} \end{array}\right| = \frac{-j}{\lambda}\hat{A}a\frac{e^{jk(r_0+\frac{3}{2}sin\theta)}}{r_0}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{jktsin\theta}dt = \hat{B}\frac{\left[e^{jktsin\theta}\right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}}{jksin\theta} =$$

$$= \frac{\hat{B}}{jksin\theta}(e^{jk\frac{b}{2}} - e^{-jk\frac{b}{2}sin\theta}) = \frac{\hat{B}}{ksin\theta}2sin\frac{1}{2}bksin\theta = \hat{B}\frac{sin\beta}{\beta}$$

$$I = \frac{1}{2Z}\hat{A}(P)\hat{A}^*(P) = I_0\frac{sin^2\beta}{\beta^2}$$

$$I = I_0\frac{sin^2}{\beta^2}$$

89. Za jakých podmínek je možné použít geometrickou optiku? Co chápeme pod pojmem světelný paprsek. Jak je definována optická dráha? Jaký je rozdíl mezi geometrickou a optickou dráhou?

Rozměry uvažovaných objektů jsou mnohonásobně větší než vlnová délka

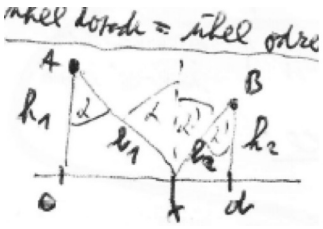
Paprsek je křivka, která je v izotropním prostředí kolmá k vlnoplochám a její tečna v daném místě ukazuje směr šíření.V homogenním izotropním prostředí představují paprsky přímky.

Opt. Dráha je dráha, kterou by urazilo světlo ve vakuu za stejný časm jako v prostředí o daném indexu lomu n.

90. Jak zní Fermatův princip? Na základě Fermatova principu odvoďte zákon odrazu a zákon lomu.

Fermatův princip říká, že světlo se šíří po takových paprscích, že dráhu mězi dvěma body urazí za nejkratší čas.

Zákon odrazu:

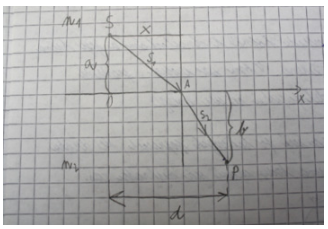


$$t = t_1 + t_2 = \frac{l_1}{v_f} + \frac{l_2}{v_f} = \frac{\sqrt{x^2+k^2}}{v_f} + \frac{\sqrt{(d-x)^2+k_2^2}}{v_f}$$

$$\frac{dt}{dx} = \cdots = 0 => \frac{x}{l_1} = \frac{d-x}{l_2}$$

$$sin\alpha = sin\alpha'$$

Zákon lomu:



$$s_1 = \sqrt{a^2 + x^2};\ s_2 = \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

$$t(x) = \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2} = \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{b^2-(d-x^2)^2}}{}$$

$$\frac{dt(x)}{dx} = \frac{2x}{c_1 2\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{1}{c_1}\frac{x}{s_1} - \frac{1}{c_2}\frac{d-x}{s_2} = \frac{sin\alpha}{c_1} - \frac{sin\beta}{c_2} = 0$$

$$\frac{sin\alpha}{c_1} = \frac{sin\beta}{c_2} \quad \Big/ c_0$$

$$\frac{c_0}{c_1} sin\alpha = \frac{c_0}{c_1} sin\beta$$

$$n_1 sin\alpha = n_2 sin\beta$$

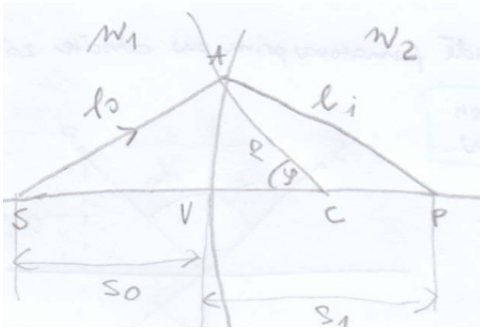
91. Co je optická soustava, skutečný a zdánlivý obraz?

Optická soustava je soubor optických prvků a jejich rozhraní zpracovávající dopadající světlo.

Skutečný obraz lze promítnout na stínítko.
Zdánlivý obraz není možno promítnout na stínítko.

92. Co chápeme pod pojmem parciální aproximace? Odvoďte Gaussovu a Newtonovu zobrazovací rovnici pro lom na kulové ploše. Co je to ohnisková vzdálenost? Jak je definováno příčné zvětšení?

Gaussova zobrazovací rovnice:



$$l_o^2 = R^2 + (S_o + R)^2 - 2R(S_o + R)cos\varphi$$

$$l_i^2 = R^2 + (S_i + R^2)^2 - 2R(S_i - R)cos(\pi - \varphi)$$

$$OPD = n_1 l_o + n_2 l_i = n_1\sqrt{R^2 + (S_o+R)^2 - 2R(S_o+R)cos\varphi} + n_2\sqrt{R^2 + (S_i-R)^2 + 2R(S_i-R)cos\varphi}$$

Fermat: $\frac{dOPD}{d\varphi} \stackrel{!}{=} 0$

$$\frac{dOPD}{d\varphi} = n_1\frac{R(S_o+R)sin\varphi}{l_o} - n_2\frac{R(S_i+R)}{l_i} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{n_1(R+S_o)}{l_o} - \frac{n_2(S_i-R)}{l_i} = 0 \Rightarrow \frac{n_1 S_o}{l_o} + \frac{n_1 R}{l_o} - \frac{n_2 S_i}{l_i} + \frac{n_2 R}{l_i} = 0$$

paralaxiální aproximace:

$$l_o \approx \sqrt{R^2 + (S_o+R)^2 - 2R(S_o+R)} = \sqrt{2R^2 + 2RS_o + S_o^2 - 2R^2 - 2RS_o} = S_o$$

$$l_i \approx= \sqrt{R^2 + (S_i+R^2)^2 - 2R(S_i-R)} = S_i$$

$$n_1 + \frac{n_1}{S_o}R - n_2 + \frac{n_2}{S_i}R = 0$$

$$\frac{n_1}{S_o} + \frac{n_2}{S_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

a) $S_o \to \infty$ pak $S_i = f_i$, $P = F_i$

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{S_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_1}{f_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1}R$$

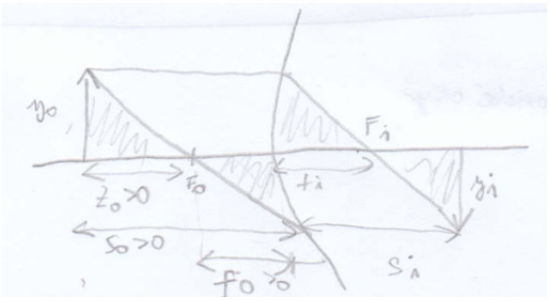
b) $S_i \to \infty$ pak $S_o = f_o$, $S \equiv F_o$

$$f_0 = \frac{n_1}{S_o} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1}R$$

Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{\frac{n_1}{n_2-n_1}R}{S_o} + \frac{\frac{n_2}{n_2-n_1}R}{S_i} = 1 \Rightarrow \frac{f_o}{S_o} + \frac{f_i}{S_i} = 1$$

Newtonova zobrazovací rovnice:



a) $\frac{y_o}{S_o - f_o} = -\frac{y_i}{f_o} \Rightarrow \beta = -\frac{f_o}{S_o - f_o}$

b) $-\frac{y_o}{S_i - f_i} = -\frac{y_o}{f_i} \Rightarrow \beta = -\frac{S_{i-f_i}}{f_i}$

$Z_o = S_o - f_o$ $\qquad \frac{f_o}{S_o - f_o} = \frac{S_i - f_i}{f_i}$

$Z_i = S_i - f_i$ $\qquad \frac{f_o}{Z_o} = \frac{Z_i}{f_i} \Rightarrow Z_o Z_i = f_o f_i$ - Newtonova zobrazovací rovnice

93. Napište Gaussovu a Newtonovu zobrazovací rovnici tenké čočky. Jak je definována její optická mohutnost?

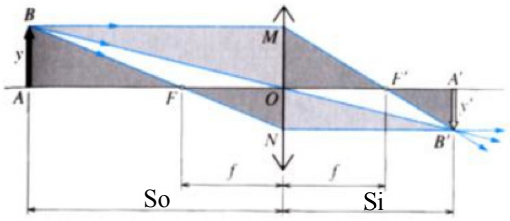
Gaussova zobrazovací rovnice:

$$\frac{1}{S_0} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f}$$

Newtonova zobrazovací rvonice:

$$qq' = f^2$$

kde:



q je vzdálenost předmětu od ohniska

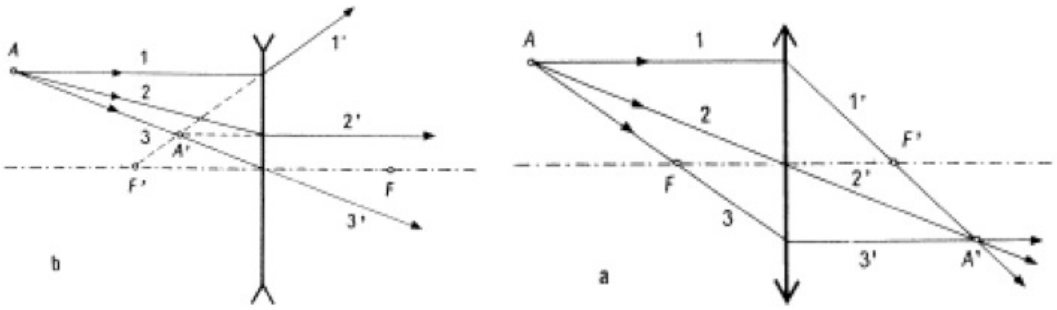
q' vzdálenost obrazu od ohniska

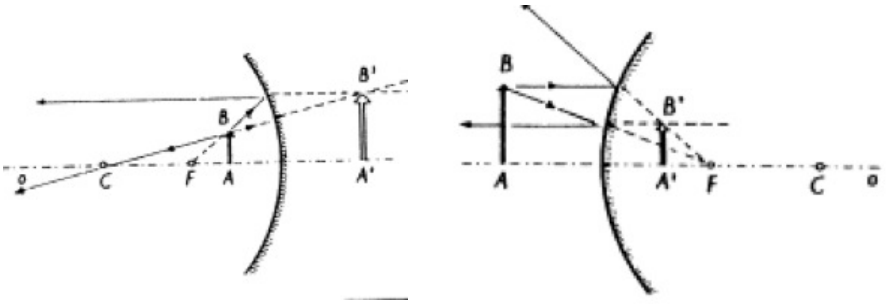
94. Napište Gaussovu zobrazovací rovnici kulového zrcadla.

$$\frac{f_0}{S_0} + \frac{f_i}{S_i} = 1$$

95. Pro kulovou plochu, pro tenkou čočku a kulové zrcadlo proveďte základní grafické konstrukce zachycující skutečné a zdánlivé obrazy.

pro čočku: pro zrcadlo:





96. Jak je definován zářivý tok, intenzita vyzařování, pohltivost a emisivita? Co je to absolutně černé těleso?

Zářivý tok popisuje Energii procházející určitou plochou za jednotku času.

$$\phi = \frac{dE}{dt}$$

Intenzita vyzařování zdroje je definována jako podíl zářivého toku a elementární plošky na povrchu toho zdroje.

$$M_e = \frac{d\phi_e}{dS}$$

Pohltivost je definována jako poměr pohlceného a dopadajícího zářivého toku.

$$\alpha = \frac{Q_a}{Q_i}$$

Q_a - absorbovaný; Q_i - dopadající

Emisivita je poměr intenzity vyzařování daného tělesa vůči intenzitě vyzařování absolutně černého tělesa.

$$\epsilon = \frac{M_e}{M_e^0}$$

M_e^0 intenzita vyzařování absolutně černého tělesa.

Absolutně černé těleso je ideální těleso, které pohlcuje veškeré dopadající záření.

97. Zapište matematicky Kirchhoffův zákon vyzařování. Jaký je vztah mezi intenzitou vyzařování a objemovou hustotou energie tepelného záření? Co je to tepelné záření?

$$\frac{M_e}{\alpha} = f(T)$$

vztah mezi intenzitou vyzařování a objemovou hustotou energie tepelného záření:

$$M_e = \frac{d\phi_e}{dS}$$

Tepelné záření je elektromagnetické záření o vlnové délce větší než $700\eta m$ a kratší než 1mm.

98. Napište Planckův vyzařovací zákon absolutně černého tělesa, zakreslete jeho průběh a z Planckova vyzařovacího zákona odvoďte Raygleighův – Jeansův a Wienův vyzařovací zákon. Co chápeme pod pojmem ultrafialová katastrofa? V čem se lišil přístup při odvození Raygleighova – Jeansova a Planckova vyzařovacího zákona?

Planckův vyzařovací zákon absolutně černého tělesa:

$$w_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c_0^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

kde:

h - Planckova konstanta

c_0 - rychlost světla ve vakuu

ν - frekvence vyzařování

T - teplota absolutně černého tělesa

k_B - Boltzmannova konstanta

Raygleighův – Jeansův vyzařovací zákon:

Pro $h\nu << k_BT$ provedeme aproximaci: $e^{\frac{h\nu}{k_BT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{k_BT}$ a dostaneme:

$$w_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c_0^3} k_BT$$

Wienův vyzařovací zákon:

Pro $h\nu >> k_BT$ provedeme aproximaci: $e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1 \approx e^{\frac{h\nu}{k_BT}}$ a dostaneme:

$$w_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c_0^3} e^{-\frac{h\nu}{k_BT}}$$

Ultrafialová katastrofa je důsledek Raygleighův-Jeansova vyzařovacího zákona, při kterém pro vyšší frekvence záření Intenzita záření dosahuje nekonečna.

Planck kvantoval energii příslušného stavu pole podle vztahu:

$$E'_n = h\nu(n+m), \quad n = 1, 2, 3 \ldots, \quad h - Planckovakonstanta$$

99. Z Planckova vyzařovacího zákona odvoďte Wienův posunovací zákon.

$$w_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c_0^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}$$

$$\Rightarrow h\nu \gg k_BT \Rightarrow e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1 \approx e^{\frac{h\nu}{k_BT}} \Rightarrow w_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c_0^3} e^{\frac{-h\nu}{k_BT}}$$

$$\Rightarrow \frac{dw_\nu}{d\nu} \stackrel{!}{=} 0 \quad \left| \frac{h\nu}{k_BT} = x \right.$$

$$w_x = \frac{8\pi k_b T^3}{c_0^3 h^2} = \frac{x^3}{e^x - 1} \Rightarrow \frac{dw_x}{dx} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{x^3}{e^x - 1}\right) = \frac{3x^3(e^x - 1) - x^3 e^x}{(e^x - 1)^2} = 0$$

$$3x^3(e^x - 1) - x^3 e^x = 0 \Rightarrow \chi_{ma} \cong 2,8$$

$$x_{max} = \frac{h}{k_BT}\nu_{max} \Rightarrow \nu_{max} = \frac{k_B x_{max}}{h} T$$

$$\nu_{max} = c_\nu T$$

$$\lambda_{max} = \frac{c\lambda}{T} \rightarrow \text{Wiennův posunovací zákon}$$

100. Z Planckova vyzařovacího zákona odvoďte Stefanův – Boltzmannův zákon pro intenzitu vyzařování.

$$w(T) = \int_0^\infty w_\nu(\nu, T) d\nu = \int_0^\infty \frac{8\pi\nu^2}{c_0^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1} d\nu$$

$$\left| x = \frac{h\nu}{k_BT} \quad dx = \frac{h}{k_BT} d\nu \right|$$

$$w(T) = \frac{8\pi k_B^4 t^4}{h^3 c_0^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^3 - 1} dx$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^3 - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \Rightarrow w(T) = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c_0^3} T^4$$

$$M_e^0 = \frac{d\Phi_e}{dS} = \frac{c_0 w}{4} = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c_0^2} T^4 \Rightarrow M_e^0 = \sigma T^4$$

obecnější tvar:

$$M_e = \varepsilon\sigma T^4$$

101. Co je to fotoelektrický jev? Napište vztah pro kinetickou energii emitovaných elektronů. Odvoďte vztah mezi hybností fotonu a vlnovou délkou elektromagnetické vlny. Čemu se rovná kvantum energie?

Fotoelektrický jev je jev, při kterém jsou elektrony uvolňovány z látky v důsledku absorpce elektromagnetického záření.

Kvantum energie: $E_k = hv$

102. V čem spočívá Comptonův jev?

Comptonův jev je děj, při kterém se po srážce elektromagnetického záření s atomy pevné látky mění vlnová délka záření v důsledku předání části své energie atomům, nebo jejich elektronům.

103. Jaký byl hlavní nedostatek planetárního modelu atomu? Jak zní Bohrovy postuláty?

Elektricky nabité částice obíhající po kruhové dráze musejí vyzařovat elektromagnetickou energii a po nějakém čase by spadly do jádra.

Bohrovy postuláty:

1. Elektrony se pohybují po kružnicích
2. Při přechodu z jedné kružnice na druhou elektron vyzáří nebo pohltí právě jeden foton.
3. Jsou dovoleny ty trajektorie, jejichž moment hybnosti je nH, kde n = 1, 2, 3 ...

104. Odvoďte vztah pro poloměry přípustných kruhových drah v Bohrově modelu? Odvoďte vztah pro energie odpovídajících jednotlivým přípustným kruhovým drahám elektronu. Odvoďte vztah vyjadřující vlnové délky vyzařované atomem vodíku při přechodu mezi zvolenými energetickými stavy.

Vztah pro poloměr:

Coulumbova síla: $F_c = k\frac{e^2}{r^2}$, $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Moment hybnosti elektronu: $L = m_e v r = h^* n$, kde $n = 1, 2, 3, \ldots$ a $h^* = \frac{h}{2\pi}$

$$F_d = \frac{m_e v^2}{r}$$

$$F_c = F_d$$

$$k\frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} = \frac{m_e^2 v^2 r^2}{m_e r} = \frac{n^2 h^*}{m_e r}$$

$$r_n = \frac{h^*}{m_e k e} n^2 = a_0 n^2$$

kde: $a_0 = 0,529.10^{10} m$ je Bohrův poloměr

Energie:

$$E_n = -\frac{1}{2}\frac{k e^2 m_e k e^2}{h^* n^2} = -\frac{1}{2}\frac{m_e k^2 e^4}{h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{13,6[eV]}{n^2}$$

Vlnová délka:

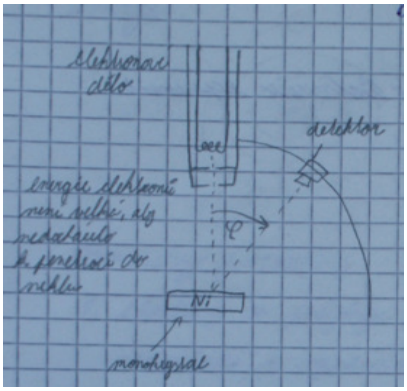
$$\Delta E = \frac{2\pi h^* c}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\Delta E}{2\pi h^* c} = \frac{m_e k^2 e^4}{4\pi h^{*3} c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

kde: $R = 1,097 \cdot 10^7 m^{-1}$ je Rydbergova konstanta

105. Napište vztah pro vlnovou délku materiálových vln a napište vztah mezi obvodem dovolených kruhových drah v Bohrově modelu a vlnovou délkou materiálové vlny.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$2\pi r_n = n\lambda$$
$$2\pi v r_n = n\frac{h}{p} = \frac{nh}{m_e v}$$
$$m_e v r_n = nh^*$$

106. Popište Davissonův – Germerův experiment a ukažte, jak potvrzuje existenci materiálových vln.



Urychlovací napětí U = 54 V.

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = eU$$
$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$$
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2em_e U}} \cong 1,67.10^{-10} m$$

Na základě výše uvedeného můžeme tedy vyslovit závěr, že elektrony vykazují při rozptylu na krystalu niklu vlnové chování.

107. Naznačte heuristický způsob odvození Schrödingerovy rovnice.

Vyšel z: $\nabla^2\Psi = \frac{1}{c_0}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$

Za podmínky $v \ll c_0$ můžeme psát $E = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r},t)$ s využitím vztahů $E = h^*\omega$ a $p = h^*k$:

$$h^*\omega = h^{*2}\frac{k^2}{2m} + U(\vec{r},t)$$

$\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -j\omega\Psi$; $\nabla^2\Psi = k^2\Psi$

$$-jh^*\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{h}{2m}\nabla^2\Psi + U(\vec{r},t)\Psi$$