Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 14.5.2020

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 45 bodů)

Kosmetický salón poskytuje ženám tři druhy služeb: kadeřnictví, manikúru a péči o pleť. Poměry zákaznic vyžadujících tyto služby (v daném pořadí) jsou 2:2:1, přičemž do kadeřnictví se telefonicky objednává průměrně 16 zákaznic denně. Otevírací doba salónu je 8:00 – 18:00. Celkově ženy do 30 let (dále jen 30-) tvoří 40% zákaznic, přičemž na manikúře tvoří ženy 30- 50% zákaznic, zatímco na péči o pleť jen 25%. Zákaznice volají kvůli objednání rovnoměrně během celého dne a zcela nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- a) na první telefonickou objednávku bude salón čekat alespoň půl hodiny,
 (7 bodů)
- b) v době 8:00-10:00 se na manikúru objednají alespoň 2 ženy starší 30 let (dále jen 30+), (7 bodů)
- c) nejpozději třetí příchozí zákaznice na péči o pleť bude žena 30-, (7 bodů)
- d) náhodně vybraná zákaznice v kadeřnictví je žena 30+ (neboli jaký je podíl žen 30+ v kadeřnictví), (7 bodů)
- e) pokud do salónu vstupuje žena 30-, jde do kadeřnictví, (7 bodů)
- f) z 25 zákaznic na manikúře je maximálně 10 žen 30+ (řešte pomocí CLV; 10 bodů).

Úloha 2. (celkem 25 bodů)

- a) $P(A \cup B) = 0,7$, $P(A \setminus B) = 0,2$, $P(A^c) = 0,6$. Jsou jevy A a B nezávislé? (6 bodů)
- b) Definujte nezávislost spojitých náhodných veličin X, Y a Z. (6 bodů)
- c) Uvažujte následující počty zákusků a chlebíčků prodaných ve dvou sledovaných cukrárnách během jednoho (ještě předkorovavirového) týdne:

	zákusky	chlebíčky
Dolce Vita	40	20
Fontána	20	20

Statisticky otestujte na vámi zvolené hladině, zda můžeme považovat zákazníkem vybraný druh lahůdky za nezávislý na volbě cukrárny. (8 bodů)

d) Odhadněte z dat marginální rozdělení náhodného vektoru (X,Y), kde X popisuje cukrárnu (X=1) pro Dolce Vita a X=0 pro Fontánu) a Y popisuje vybranou lahůdku (Y=1) pro zákusek a Y=0 pro chlebíček). (5 bodů)

Úloha 3. (celkem 30 bodů)

V lese u krmelce pozorovali myslivci 8 hodin srny. Zjistili, že v jednotlivých hodinách přišly ke krmelci následující počty srn: 5, 3, 1, 4, 1, 3, 0, 3.

- a) Nakreslete histogram těchto dat a odhadněte z něj a/nebo z povahy dat, jaké rozdělení má počet srn u krmelce během jedné hodiny. (7 bodů)
- b) Metodou maximální věrohodnosti odhadněte z dat parametr(y) tohoto rozdělení. (8 bodů)
- c) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení. (7 bodů)
- d) Statisticky otestujte, zda můžeme střední hodnotu počtu srn považovat za rovnu 3. Použití zvoleného testu stručně zdůvodněte (hlavně předpoklady a důvod, proč je považujete za dostatečně splněné). (8 bodů)