Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 27.5.2020

Jméno a příjmení	1	2	3	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 60 bodů)

Na dětském maškarním plese je 60% dětí, zbytek tvoří dospělí, z nichž 70% jsou ženy. Dále víme, že 50% účastníků se pohybuje na tanečním parketu, 30% sedí v bufetu a zbytek se nachází v jiných prostorách (u stolků vedle parketu, na chodbě apod.). Zatímco v bufetu je počet mužů, žen i dětí rozdělen rovnoměrně, mezi osobami na parketu je 90% dětí a mezi osobami pohybujícími se v jiných prostorách je 5% mužů. Dveřmi mezi tanečním sálem a bufetem projdou průměrně 4 osoby za minutu. Předpokládejme, že účastníci plesu procházejí dveřmi časově rovnoměrně a zcela nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- a) náhodně vybraný účastník plesu je žena na parketu, (5 bodů)
- b) náhodně vybraná žena je na parketu, (5 bodů)
- c) náhodně vybraná osoba na parketu je žena, (5 bodů)
- d) na prvního muže ve dveřích budeme čekat alespoň 5 minut, (7 bodů)
- e) nejpozději třetí osoba, která projde dveřmi, bude dítě, (7 bodů)
- f) Uvažujme náhodné veličiny X a Y, kde X=0, je-li náhodně vybraný účastník dospělý, X=1, je-li náhodně vybraný účastník dítě, Y=0, je-li náhodně vybraný účastník na parketu, Y=1, je-li náhodně vybraný účastník v bufetu, a Y=2, je-li náhodně vybraný účastník v jiných prostorách.
 - (i) Rozhodněte, zda jsou X a Y nezávislé, a své rozhodnutí zdůvodněte. (7 bodů)
 - (ii) Spočtěte cov(X, Y). (7 bodů)
 - (iii) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U, V), kde U a V jsou nezávislé a mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y. (7 bodů)

Úloha 2. (celkem 25 bodů)

U jistého vyhledávače byly sledovány doby potřebné k nalezení zadaného výrazu. Naměřené hodnoty (v ms) jsou uvedeny v následující tabulce:

287	298	302	291	298	311	290	293	284	296	291	299	305	307	298
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení mají doby potřebné k nalezení zadaného výrazu. (5 bodů)
- b) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení. (5 bodů) (hint: $\sum x_i = 4450$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 797$, $\bar{3}$).
- c) Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední doba vyhledávání je 0.3 s, proti alternativě, že střední doba vyhledávání je menší než 0.3 s. (8 bodů)
- d) Předpokládejme (bez ohledu na výsledek c)), že skutečná střední doba je 0,3 s, tj. 300 ms, a rozptyl je 64 (ms²). Spočtěte pravděpodobnost, že doba vyhledávání nového výrazu bude alespoň 290 ms. (7 bodů)

Úloha 3. (celkem 15 bodů)

V jistém baru sledovali minulé léto po dobu jednoho večera oblíbenost alkoholických nápojů u tuzemských a zahraničních turistů. Byla zjištěna následující konzumace:

	pivo	víno	tvrdý alkohol / koktejl
tuzemský turista	200	100	100
zahraniční turista	200	200	200

Statisticky otestujte

- a) na hladině 5%, zda můžeme považovat typ konzumovaného nápoje a národnost hostů (ve smyslu domácí/zahraniční) za nezávislé. (8 bodů)
- b) na hladině 1%, zda jsou všechny zmíněné druhy alkoholu přibližně stejně oblíbené. (7 bodů)