

# Úloha 1

## Stanovení Boltzmannovy konstanty pomocí voltampérové charakteristiky PN přechodu

### 1.1 Úkol měření

1. Určete Boltzmannovu konstantu pomocí voltampérové charakteristiky  $PN$  přechodu.
2. Určete závěrný proud  $PN$  přechodu pro tři různé teploty.
3. Pomocí vztahu pro popis voltampérové charakteristiky  $PN$  přechodu a naměřených hodnot vynesete do grafu pro tři různé pracovní teploty vypočtené voltampérové charakteristiky měřeného přechodu.

### 1.2 Obecná část

Ke stanovení *Boltzmannovy konstanty* použijeme specifických vlastností polovodičů. Polovodiče jsou pevné krystalické látky, jejichž elektrickou vodivost lze výrazně ovlivnit vnějšími účinky. Šířka zakázaného pásu mezi pásem valenčním a vodivostním (viz úloha 1) je u nich menší než 2 eV a při nízkých teplotách (okolo absolutní nuly) je jejich elektrická vodivost téměř nulová jako u dielektrik (izolantů). Při pokojových teplotách má však část elektronů valenčního pásu vlivem tepelného pohybu dostatečně velkou kinetickou energii, aby mohla překonat zakázaný pás a dostat se do vodivostního pásu, v němž se stávají nositeli elektrického proudu, je-li v látce elektrické pole. Čisté polovodiče, u nichž dochází ke zvýšení elektrické vodivosti vnějšími vlivy jako je ohřátí, působení vnějšího elektrického pole a nebo ozáření světlem vhodných vlnových délek, se nazývají *vlastní polovodiče*.

Dalším, v praxi častěji používaným, typem polovodičů jsou tzv. *nevlastní (příměsové)* polovodiče, u nichž se zvýšení elektrické vodivosti dosahuje uměle vytvářením poruch krystalové struktury přímísením cizích prvků. Jedním z příkladů může být např. krystal křemíku ( $Si$ ), v němž je jeden mřížkový atom nahrazen atomem arzenu ( $As$ ). Protože atom arzenu je pětimocný a atom křemíku čtyřmocný, nezúčastní se pátý valenční elektron arzenu kovalentní vazby a je ke svému atomu pouze slabě vázán, a tak může být velmi snadno vnějšími vlivy excitován do vodivostního pásu. Atom arzenu se v krystalové mříži

křemíku stává dárcelem jednoho elektronu, a proto se nazývá *donor*. Polovodiče obsahující donory jsou označovány jako polovodiče typu *N*.

Nahradíme-li v mřížce křemíku jeden atom např. atomem galia (*Ga*), který je trojmocný, zůstane jeden valenční elektron některého ze sousedních atomů křemíku bez kovalentní vazby. Poměrně malé energie je nyní potřeba k tomu, aby jeden z valenčních elektronů křemíku byl převzat atomem galia. Tak vznikne v místě cizího atomu záporný iont a naopak z atomu křemíku vznikne odtržením elektronu iont kladný. Oba tyto ionty jsou pevně vázány na svá místa v krystalové mřížce a nemohou se tak účastnit vedení elektrického proudu. Avšak na prázdné místo elektronu atomu křemíku může přejít některý valenční elektron od sousedního atomu křemíku, čímž se prázdné místo přenese na sousední atom křemíku. Na tento děj lze pohlížet jako na pohyb prázdného místa krystalem, jenž bude tím snazší, čím silnější budou vnější vlivy. Na prázdném místě po elektronu vzniká převaha kladného náboje, a proto můžeme prázdná místa pokládat za kladně nabitě *díry*, jenž se v případě vnějšího elektrického pole pohybují ve směru elektrické intenzity. Říkáme, že takový polovodič má děrovou vodivost a patří k polovodičům typu *P*. Příměsové atomy v tomto případě nazýváme *akceptory*, protože přijímají a vážou valenční elektrony.

Z teorie energetických pásů krystalů pevných látek (viz úloha 1), jenž vychází z *aproximace téměř volného elektronu* vyplývá, že kinetická energie téměř volného elektronu v závislosti na jeho vlnovém čísle<sup>1</sup>  $k$  má následující tvar<sup>2</sup> (viz [1], [2])

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (1.1)$$

kde  $m^*$  je *efektivní hmotnost* a  $\hbar = h/2\pi$ , kde  $h$  je Planckova konstanta. Obsahuje-li daný krystal  $N$  atomů, pak vlnové číslo nabývá následujících hodnot

$$k = \frac{2\pi}{Na}n, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

kde  $a$  je tzv. mřížková konstanta. Vzhledem k tomu, že  $N$  je velmi velké, řekněme  $10^{20}$ , můžeme vlnová čísla považovat za téměř spojitá. Avšak pro hodnoty vlnového čísla  $k = \pm n(\pi/a)$ , kde  $n$  je celé číslo, je kinetická energie téměř volného elektronu nespojitá, tj. těmito hodnotám vlnového čísla odpovídají *zakázané energetické pásy*, jak je možné vidět z obrázku 1.1. k množství tepla procházejícího průřezem tyče zanedbatelný.

k množství tepla procházejícího průřezem tyče zanedbatelný.

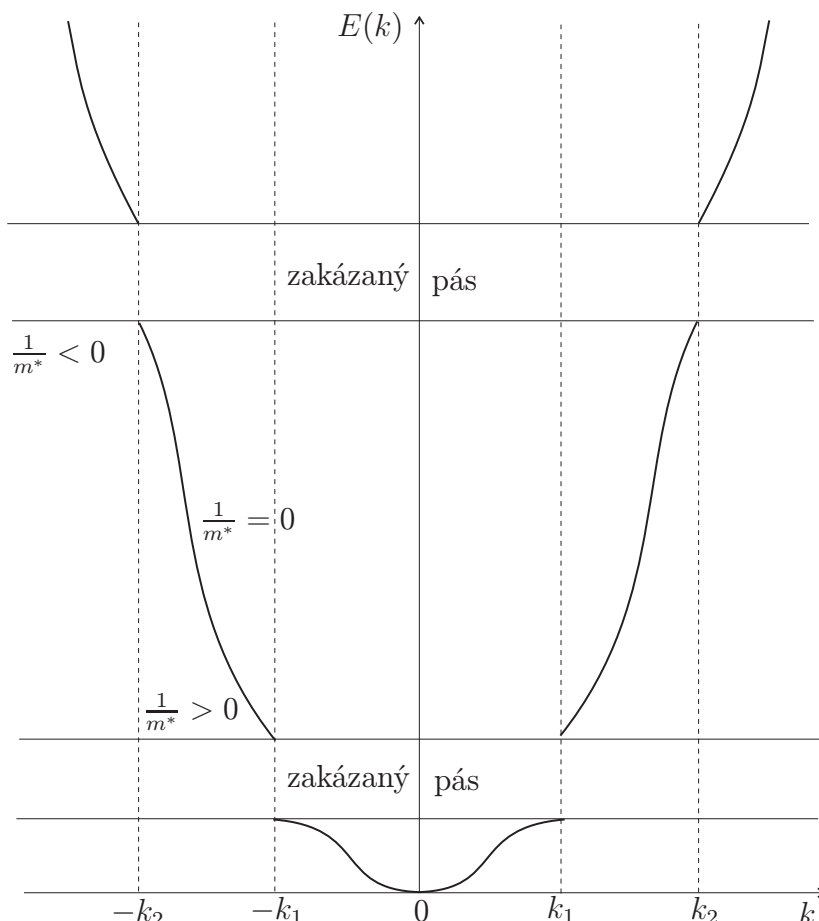
Zakřivení průběhu na tomto obrázku je dáno druhou derivací funkce (1.1), tj.

$$\frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} = \frac{\hbar^2}{m^*}. \quad (1.2)$$

Ze vztahu (1.2) je zřejmé, že míra zakřivení průběhu  $E(k)$  určuje efektivní hmotnost  $m^*$  elektronů. Jak ukazuje obrázek 1.1, v první (energeticky nižší) polovině dovoleného energetického pásu nabývá efektivní hmotnost kladné hodnoty. V inflexním bodě dosahuje hodnoty nekonečně velké, elektron nemůže být dále urychlován. Nad inflexním bodem

<sup>1</sup>Na základě de Broglieova *korpuskulárně-vlnového dualismu* můžeme na elektron pohlížet jako na částicovou vlnu s příslušným vlnovým číslem  $k$  (viz [1], [2], [3]).

<sup>2</sup>Pro volný elektron samostatného atomu platí, že  $E(k) = \hbar^2 k^2 / 2m_e$ , kde  $m_e$  je hmotnost elektronu (viz [1]).



Obrázek 1.1: Kinetická energie téměř volného elektronu v závislosti na vlnovém čísle.

dosahuje efektivní hmotnost záporných hodnot, přičemž vnější pozorovatel vidí elektron, jenž se pohybuje proti směru pole, jakoby měl kladný náboj, což je situace analogická s výše zavedenou děrovou vodivostí. Takže elektrony se zápornou efektivní hmotností je možné označit za díry, kterým pak lze připsat kladnou efektivní hmotnost.

### 1.2.1 Vlastní polovodiče

Pro vysvětlení mechanismu elektrické vodivosti polovodičů mají zásadní význam valenční a vodivostní energetický pás. Je-li mezi nimi šířka zakázaného pásu  $\Delta E$ , pak pro vlastní polovodiče můžeme určit pro koncentraci téměř volných elektronů  $n$  a děr  $p$  následující vztah<sup>3</sup>

$$n = p = 2 \left( \frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_n^* m_p^*)^{\frac{3}{4}} \exp \left( -\frac{\Delta E}{2kT} \right), \quad (1.3)$$

kde  $k$  je Boltzmannova konstanta,  $T$  je absolutní teplota,  $m_n^*$ , resp.  $m_p^*$  je efektivní hmotnost elektronu ve vodivostním pásu, resp. efektivní hmotnost díry ve valenčním pásu. Ze vztahu (1.3) je patrná teplotní závislost koncentrace volných nosičů náboje na teplotě.

<sup>3</sup>Tento vztah byl odvozen za předpokladu, že u polovodičů je možné *Fermi-Diracovu* rozdělovací funkci (viz úloha 1) nahradit *Maxwellovou-Boltzmannovou* rozdělovací funkcí (viz [1], [2]).

Polovodič	$\Delta E$ při 273 K [eV]	$m_n^*/m_e$ [-]	$m_p^*/m_e$ [-]	$\kappa$ [-]	$u_n$ [cm <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]	$u_p$ [cm <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]
Ge	0,67	0,2	0,3	16	3900	1900
Si	1,14	0,33	0,5	12	1200	500
InSb	0,16	0,013	0,6	18	70000	1250
InAs	0,33	0,02	0,4	14,5	30000	200
GaSb	0,67	0,047	0,5	15	4000	850
GaAs	1,36	0,072	0,5	13	8000	400

Tabulka 1.1: Některé konstanty pro vybrané polovodiče.

### 1.2.2 Nevlastní polovodiče

V nevlastních polovodičích je počet elektronů a děr roven  $|N_D - N_A|$ , kde  $N_D$  a  $N_A$  je počet donorů a akceptorů v daném polovodičovém krystalu. Ionizační energie  $E_i$ , tj. energie nutná k uvolnění elektronu, jenž se nachází v základním energetickém stavu, daného atomu je dána přibližně následujícím vztahem<sup>4</sup>

$$E_i \approx \frac{m^* e^4}{32\pi^2 \kappa^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} = (13,6 \text{ eV}) \left( \frac{m^*}{m_e} \right) \left( \frac{1}{\kappa^2} \right), \quad (1.4)$$

kde  $\varepsilon_0$  je permitivita vakua,  $\kappa$  je dielektrická konstanta a  $m_e$  je hmotnost elektronu. Dosazením do vztahu (1.4) z následující tabulky se lehce přesvědčíme, že ionizační energie polovodičů dosahuje velmi malých hodnot (řádově 0,01 eV).

### 1.2.3 Měrná elektrická vodivost

Měrná elektrická vodivost polovodičů může být stanovena stejným způsobem, kterého bylo použito k určení měrné elektrické vodivosti kovů v úloze 1, tj.

$$\gamma = \frac{ne^2\tau_n}{m_n} + \frac{pe^2\tau_p}{m_p} = enu_n + epu_p = \gamma_n + \gamma_p, \quad (1.5)$$

kde  $\tau_n$ , resp.  $\tau_p$  je relaxační doba elektronů, resp. děr,  $u_n$ , resp.  $u_p$  je pohyblivost elektronů, resp. děr a  $\gamma_n$ , resp.  $\gamma_p$  je měrná elektrická vodivost elektronová resp. děrová.

Jak už bylo uvedeno v obecné části, polovodiče, na rozdíl od kovů, se vyznačují tím, že je u nich možné měnit koncentraci nosičů náboje v poměrně širokém rozsahu celou řadou vnějších činitelů (příměsí, teplota, tlak, světelné záření, elektrické pole atd.). Uvedenými vlivy je rovněž možné vytvořit nehomogenní rozložení koncentrace nosičů, což způsobuje difúzi. Proto vztah pro hustotu elektronového ( $\mathbf{j}_n$ ), resp. děrového ( $\mathbf{j}_p$ ) proudu obsahuje navíc člen, jenž vychází přímo z *Fickova zákona* pro proud difundujících částic, tj.

$$\mathbf{j}_n = \gamma_n \mathbf{E} + eD_n \text{ grad } n, \quad (1.6)$$

$$\mathbf{j}_p = \gamma_p \mathbf{E} - eD_p \text{ grad } p, \quad (1.7)$$

<sup>4</sup>Tento vztah vychází z *Bohrova modelu atomu vodíku*, kde v souladu s aproximací téměř volného elektronu je nahrazena hmotnost elektronu hmotností efektivní (viz [1]).

kde  $D_n$  s  $D_p$  jsou koeficienty difúze elektronů a děr. Jestliže se polovodič nachází v rovnováze, tj. neteče jím elektrický proud, pak je možné rovnici (1.6) pro jednorozměrný případ pomocí (1.5) napsat ve tvaru

$$eu_n n E + e D_n \frac{dn}{dx} = 0 , \quad (1.8)$$

kterou můžeme upravit

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = -\frac{u_n}{D_n} E . \quad (1.9)$$

Z Maxwellovy-Boltzmannovy rozdělovací funkce vyplývá<sup>5</sup>, že koncentrace částic odpovídající energii  $E$  je úměrná funkci  $\exp(-E/kT)$ . Vlivem toho, že ve směru osy  $x$  není koncentrace volných elektronů shodná, pak poměr koncentrací elektronů v místě  $x$ , kde je jejich energie  $E = e\varphi(x)$  a elektronů v místě  $x_0$  s energií  $E_0$  je určený vztahem

$$\frac{n}{n_0} = \frac{\exp\left(\frac{-E_0 + e\varphi}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{-E_0}{kT}\right)} = \exp\left(\frac{e\varphi}{kT}\right) , \quad (1.10)$$

kde  $\varphi$  je potenciál bodu  $x$  vzhledem k bodu  $x_0$ . Když použijeme známého vztahu mezi elektrickým potenciálem a elektrickou intenzitou  $E$ , tj.  $-\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}x = E$ , pak je možné levou stranu rovnice (1.9) s ohledem na vztah (1.10) napsat v následující podobě

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} = \frac{e}{kT} \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{e}{kT} E . \quad (1.11)$$

Analogickým postupem bychom odvodili vztah pro díry. Porovnáním vztahů (1.9) a (1.11) můžeme psát, že

$$e D_n = u_n k T , \quad (1.12)$$

$$e D_p = u_p k T . \quad (1.13)$$

Uvažujme určitý objem  $V$  polovodiče, ve kterém se koncentrace elektrického náboje elektronů může měnit z následujících uvažovaných příčin:

1. Část náboje elektronů odejde z uvažovaného objemu prostřednictvím elektrického proudu hustoty  $j_n$ . Jeho přírůstek můžeme proto vyjádřit ve tvaru

$$q_1 = - \oint_{(S)} \mathbf{j}_n \cdot d\mathbf{S} , \quad (1.14)$$

kde  $d\mathbf{S}$  je element plochy.

2. Část elektronů přibývá v uvažovaném objemu vnitřní generací, tj. vlivem tepelné excitace z valenčního pásu do vodivostního. V rovnováze je přírůstek těchto elektronů kompenzovaný úbytkem při jejich zachycení ve vazbách, tj. setkání s dírami. Tento proces nazýváme *rekombinace*. Počet elektronů rekombinujících v objemové

---

<sup>5</sup>Platí-li pro Fermi-Diracovu rozdělovací funkci  $f_{FD} \ll 1$  (tato podmínka je u polovodičů splněna), pak může být nahrazena Maxwellovou-Boltzmannovou rozdělovací funkcí  $f_{MB}(E) = A \exp(-E/kT)$ , kde  $A = N h^3 (2\pi m^* kT)^{-3/2} / 2$ ,  $N$  je počet volných nosičů náboje na jednotku objemu. Rozdělovací funkce  $f_{MB}(E)$  představuje průměrný počet částic nacházejících se ve stavu, kterému přísluší energie  $E$ .

jednotce za jednotku času je zřejmě úměrný koncentraci elektronů a děr, tj. jejich součinu. Jestliže označíme koeficient úměrnosti symbolem  $r$  a nazveme ho koeficient rekombinace, můžeme uvažovaný přírůstek náboje elektronů tepelnou generací vyjádřit ve tvaru

$$q_2 = -e \int_{(V)} r n_0 p_0 dV , \quad (1.15)$$

kde  $n_0$  a  $p_0$  jsou rovnovážné koncentrace elektronů a děr,  $dV$  je element uvažovaného objemu.

3. Určitá část elektronů zanikne rekombinací s dírami. Vzhledem k předchozímu bodu můžeme přírůstek náboje elektronů vyjádřit vztahem

$$q_3 = -(-e) \int_{(V)} r n p dV = e \int_{(V)} r n p dV . \quad (1.16)$$

Součet  $q = q_1 + q_2 + q_3$  se rovná celkovému přírůstku elektrického náboje elektronů v uvažovaném objemu, tj. výrazu

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{(V)} (-en) dV ,$$

takže platí rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{(V)} en dV = \oint_{(S)} \mathbf{j}_n \cdot d\mathbf{S} - e \int_{(V)} r (np - n_0 p_0) dV . \quad (1.17)$$

V praxi jde nejčastěji jen o malé odchylky od stavu rovnováhy, přičemž se zachovává elektrická neutralita, proto, když použijeme vyjádření  $n = n_0 + \Delta n$  a  $p = p_0 + \Delta n$ , můžeme integrand v posledním integrálu pravé strany vztahu (1.17) upravit do následujícího tvaru

$$np - n_0 p_0 = (n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta n) - n_0 p_0 = (n_0 + p_0)\Delta n + \Delta n^2 \approx (n_0 + p_0)\Delta n . \quad (1.18)$$

Použijeme-li *Gaussovu-Ostrogradského větu*<sup>6</sup> pro plošný integrál ve vztahu (1.17) a zavedeme označení  $1/t_n = (n_0 + p_0)r$ , kde  $t_n$  nazýváme jako dobu života elektronů, dostaneme z rovnice (1.17) následující zjednodušenou rovnici

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_n - \frac{n - n_0}{t_n} . \quad (1.19)$$

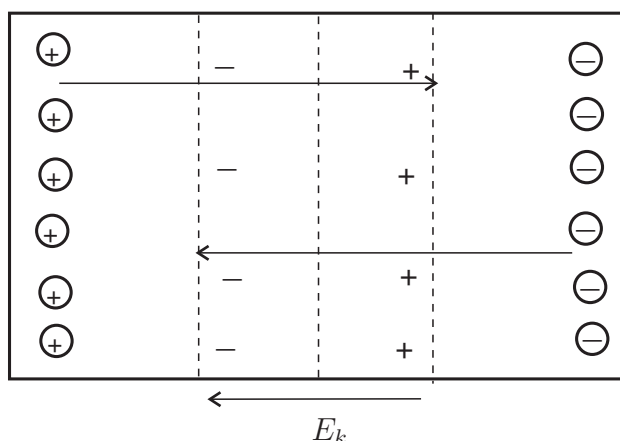
Podobnou rovnici bychom odvodili i pro díry. V případě, že se jedná o ustálený stav, tj.  $\partial n / \partial t = 0$  a  $\partial p / \partial t = 0$ , dostaneme následující dvě rovnice

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_n = \frac{e}{t_n} (n - n_0) , \quad (1.20)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_p = -\frac{e}{t_p} (p - p_0) . \quad (1.21)$$

---

<sup>6</sup>Podle Gaussovy-Ostrogradského věty platí následující rovnost:  $\oint \mathbf{a} \cdot d\mathbf{S} = \int (\operatorname{div} \mathbf{a}) dV$ , kde  $\mathbf{a}$  je vektorová funkce a integrál na druhé straně rovnice reprezentuje integrál přes objem  $V$ , který je vymezen uzavřenou plochou  $S$  integrálu na levé straně.



Obrázek 1.2: Prostorový náboj  $PN$  přechodu.

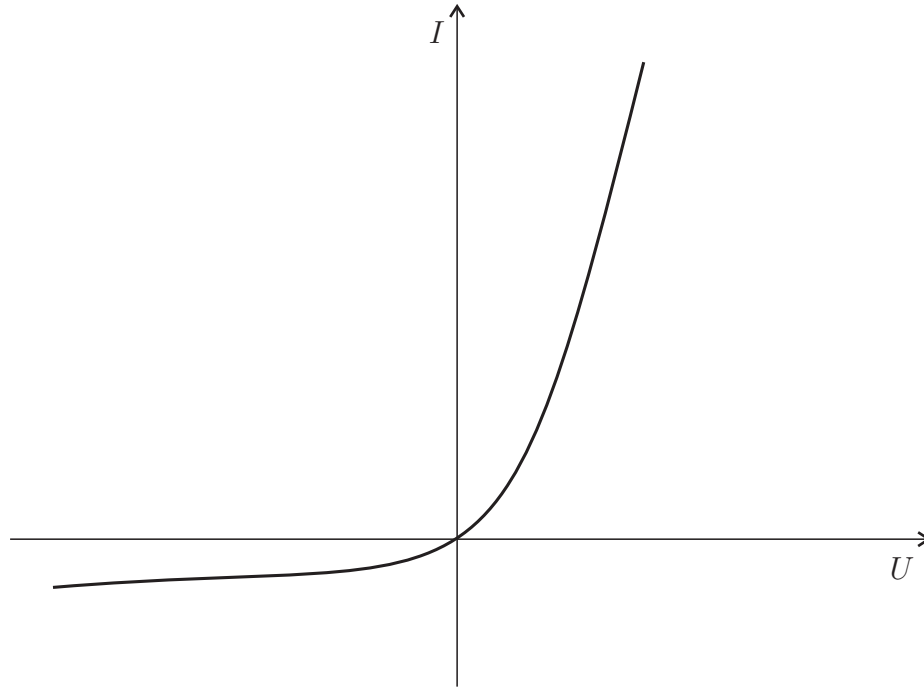
### 1.2.4 $PN$ přechod

Při styku polovodičů typu  $P$  s polovodičem typu  $N$ , které díky příměsím mají rozdílné *Fermiho hladiny*<sup>7</sup>  $E_F$  (viz úloha 1) dochází k difúzi elektronů z polovodiče typu  $N$  do polovodiče typu  $P$ . Difúze probíhá dokud se nevyrovnají Fermiho hladiny obou typů polovodičů, tj. navodí se ustálený stav. Difúze elektronů z polovodiče typu  $N$  (má vyšší Fermiho hladinu) zapříčiní vznik povrchové vrstvy nevykompenzovaného náboje iontů, v polovodiči typu  $N$  kladných iontů a polovodiči typu  $P$  záporných iontů. Tímto na rozhraní obou polovodičů vznikne prostorový náboj, který vytvoří elektrické pole (potenciálovou bariéru), jenž označíme  $E_k$ , viz obr.1.2, které zabrání difundování dalších elektronů. Vzniklá přechodová oblast má podstatně menší koncentraci volných nosičů náboje, a proto i podstatně větší elektrický odpor, než zbytek polovodiče. Jakmile na  $PN$  přechod přiložíme vnější elektrické napětí, můžeme očekávat, že se prakticky celé „soustředí“ na tuto přechodovou oblast. V případě, že má polaritu shodnou s polaritou pole  $E_k$ , elektrony a díry jsou ještě silněji „vytlačovány“ od středu  $PN$  přechodu k okrajům. Šířka oblasti zvětšeného odporu se tak ještě zvětší a elektrický odpor vzroste, takže  $PN$  přechodem může téct jen nepatrný proud. Říkáme, že v tomto případě jde o nepropustný směr.

Vnější pole s opačnou polaritou zeslabuje pole  $E_k$  a po dosažení určité kritické hodnoty ho úplně vykompenzuje. Volné nosiče náboje vyplní opět prostor  $PN$  přechodu, takže jeho odpor klesne na úroveň ostatních oblastí polovodiče. Při takovéto polaritě  $PN$  přechod propouští elektrický proud (propustný směr).

Na první pohled se může zdát, že čím větší je závěrné napětí, tím menší proud může  $PN$  přechodem protékat. Je tomu skutečně tak, pokud máme na mysli jen elektrony v oblasti typu  $N$  a díry v oblasti typu  $P$ , tj. *majoritní nosiče náboje*. V polovodiči typu  $N$  je však vždy přítomná i určitá koncentrace volných děr a naopak, v polovodiči typu  $P$  určitá koncentrace volných elektronů. Tyto *minoritní nosiče náboje* se v oblasti  $PN$  přechodu chovají opačně než nosiče majoritní. Jakmile je pro majoritní nosiče přechod polarizovaný v nepropustném (závěrném) směru, je pro ně uzavřený, avšak pro minoritní nosiče je naopak úplně otevřený. Už při poměrně malém závěrném napětí přecházejí všechny minoritní

<sup>7</sup>Fermiho hladina u vlastních polovodičů se nachází v polovině zakázaného energetického pásu mezi valenčním a vodivostním pásem.



Obrázek 1.3: Voltampérová charakteristika  $PN$  přechodu.

přes  $PN$  přechod a vytváří v něm určitý nasycený závěrný proud. Tyto kvalitativní úvahy ilustruje graf voltampérové charakteristiky  $PN$  přechodu na obr.1.3.

Některá výše uvedená tvrzení můžeme, za jistých zjednodušujících předpokladů, popsat i pomocí jednoduché teorie. Za tímto účelem označme koncentrace majoritních a minoritních nosičů náboje způsobem, jaký je uveden na obr.1.4. Poměr koncentrací v daném místě  $x$  můžeme pomocí Maxwellovy-Boltzmannovy rozdělovací funkce vyjádřit následovně

$$\frac{n_{0n}}{n_{0p}} = \frac{p_{0p}}{p_{0n}} = \exp\left(\frac{e\varphi}{kT}\right), \quad (1.22)$$

kde  $\varphi = \varphi_n - \varphi_p$  je potenciál  $N$ -oblasti vzhledem k  $P$ -oblasti (potenciálová bariéra). Podle vztahu (1.22) je v bodě  $x = x_p$ , který leží na hranici  $PN$  přechodu v oblasti polovodiče typu  $P$ , koncentrace elektronů vyjádřená vztahem

$$n_{0p}(x_p) = n_{0n} \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right). \quad (1.23)$$

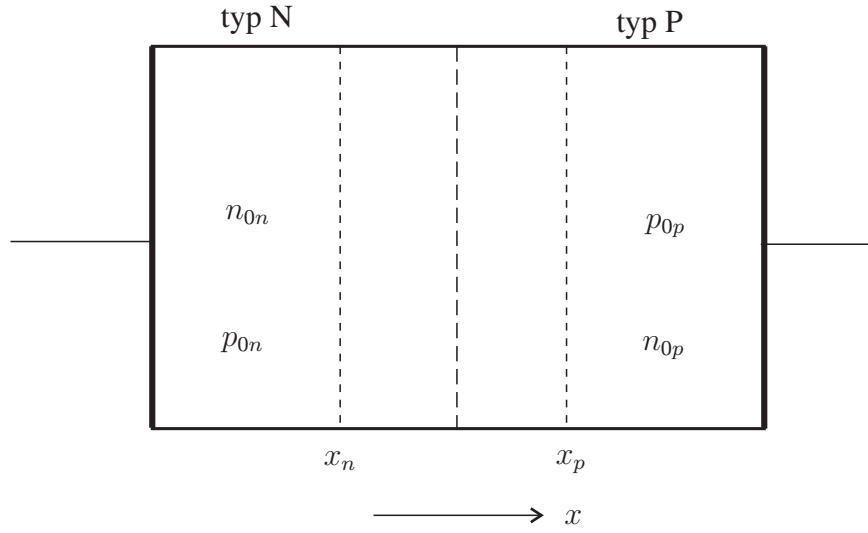
V případě, že má levá strana  $PN$  přechodu vzhledem k bodu  $x = x_p$  potenciál  $\varphi$ , tedy tento bod vzhledem k levé straně má potenciál  $-\varphi$ , je v něm koncentrace elektronů  $\exp(-e\varphi/kT)$ -krát větší než koncentrace elektronů vlevo od  $PN$  přechodu. Proto když vnějším zdrojem změníme potenciál levé strany  $PN$  přechodu z hodnoty  $\varphi$  na hodnotu  $\varphi - U$ , kde  $U$  je napětí vnějšího zdroje, změní se v bodě  $x_p$  koncentrace elektronů z hodnoty  $n_{0p}(x_p)$  na hodnotu  $n_p(x_p)$ , kterou určuje vzorec

$$n_p(x_p) = n_{0n} \exp\left[-\frac{e(\varphi - U)}{kT}\right], \quad (1.24)$$

který po vyloučení potenciálu  $\varphi$  pomocí vztahu (1.22) má následující tvar

$$n_p(x_p) = n_{0p} \exp\left(\frac{eU}{kT}\right). \quad (1.25)$$





Obrázek 1.4: Značení koncentrací nosičů náboje v  $PN$  přechodu.

V dostatečné vzdálenosti od  $PN$  přechodu se však už koncentrace elektronů vlivem vnějšího napětí nemění, proto platí podmínka

$$n_p(\infty) = n_{0p} . \quad (1.26)$$

Při hledání proudu, jenž teče  $PN$  přechodem vyjdeme z následujících zjednodušujících předpokladů, které jsou v praxi velmi dobře splněny:

1. Uvnitř  $PN$  přechodu nosiče náboje vzájemně nerekombinují, proto celkovou hustotu proudu přes  $PN$  přechod můžeme vyjádřit vztahem

$$j = j_n(x_p) + j_p(x_n) . \quad (1.27)$$

2. V oblasti  $x < x_n$  a  $x > x_p$  je už elektrické pole poměrně slabé, protože vzhledem na podstatně větší odpor  $PN$  přechodu se celé vnější napětí soustředí v něm. Gradienty koncentrací nosičů náboje jsou však v těchto oblastech značné, proto můžeme ohmické složky proudů vzhledem na difúzní zanedbat.
3. Polarita pole  $E_k$  je taková, že pokud  $U < \varphi$ , znemožňuje přechod nosičů náboje přes  $PN$  přechod, proto prakticky celý proud přes přechod je tvořen jen elektrony z oblasti polovodiče typu  $P$  a dírami z oblast typu  $N$ .

Za těchto předpokladů lze rozložení koncentrace (např. elektronů) v oblasti typu  $P$  lze pomocí vztahů (1.20) a (1.6) vyjádřit následovně (viz [2])

$$\frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{1}{L_n^2}(n - n_0) = 0 , \quad (1.28)$$

kde veličina  $L_n = (u_n k T t_n / e)^{1/2}$ , ve které  $t_n$  značí dobu života elektronu (dobu, za kterou zrekombinuje), se nazývá *difúzní vzdálenost*. Řešením rovnice (1.28) s ohledem na hraniční podmínky (1.25) a (1.26) dostaneme následující funkci

$$n = n_{0p} - n_{0p} \left[ 1 - \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \right] \exp\left(\frac{x_p - x}{L_n}\right) , \quad (1.29)$$

podle které pro hustotu elektronového proudu v bodě  $x = x_p$  platí

$$j_n(x_p) = u_n kT \frac{dn}{dx} = \frac{u_n kT n_{0p}}{L_n} \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right] . \quad (1.30)$$

Analogický výraz bychom jsme odvodili i pro děrovou hustotu proudu v místě  $x = x_n$ , takže celkový proud přes přechod  $PN$  je určený vztahem

$$j = \left( \frac{u_n kT n_{0p}}{L_n} + \frac{u_p kT p_{0n}}{L_p} \right) \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right] , \quad (1.31)$$

kde  $L_p = (u_p kT t_p / e)^{1/2}$  a  $t_p$  je doba života děr. Výraz v první závorce určuje závěrný proud  $j_0$  ( $j = j_0$  při  $U \rightarrow -\infty$ ). Integrací vztahu (1.31) přes plochu protékanou proudem dostaneme výraz pro celkový proud

$$I = I_0 \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right] . \quad (1.32)$$

### 1.3 Postup měření

K měření Boltzmannovy konstanty použijeme vztahu pro voltampérovou charakteristiku  $PN$  přechodu (1.32). Po úpravě a zlogaritmování tohoto vztahu dostaneme

$$\ln\left(\frac{I}{I_0} + 1\right) = \frac{e}{kT} U . \quad (1.33)$$

Jelikož platí relace  $I \gg I_0$ , tj.  $I/I_0 \gg 1$ , je možné zjednodušit (1.33) na tvar

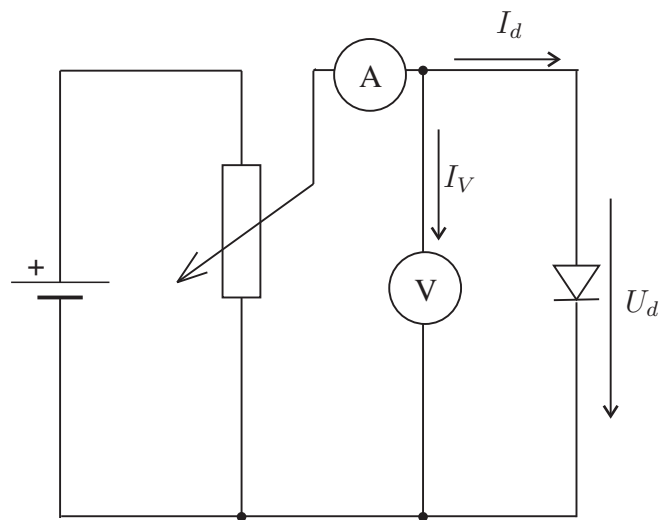
$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \frac{e}{kT} U , \quad (1.34)$$

který je možné dále upravit

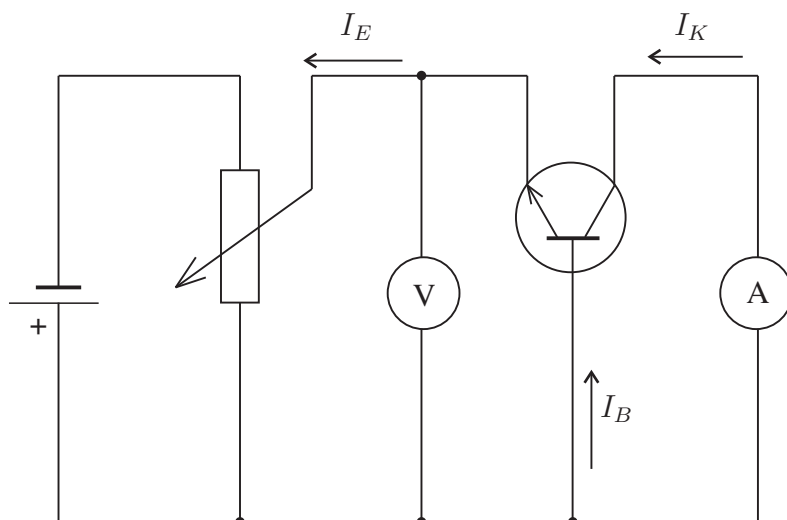
$$\ln I = \ln I_0 + \frac{e}{kT} U = \ln I_0 + s U . \quad (1.35)$$

Tato rovnice představuje rovnici přímky v případě, že přirozený logaritmus proudu  $\ln I$  chápeme jako funkční hodnotu lineární funkce  $eU/kT + \ln I_0$ ,  $\ln I_0$  představuje konstantu a  $s = e/kT$  směrnici této přímky. Známe-li směrnici  $s$  přímky a teplotu, ke které se vztahuje, pak snadno můžeme určit vlastní Boltzmannovu konstantu  $k = e/Ts$ . K tomu, abychom mohli stanovit směrnici přímky, je nutné změřit voltampérovou charakteristiku  $PN$  přechodu při dané teplotě  $T$ . Samotné měření je možné uskutečnit dvěma způsoby:

1. Měření voltampérové charakteristiky je možné provést přímo na zvolené diodě. Pro minimalizaci chyby měření je nutné zvolit zapojení, které je uvedeno na obrázku 1.5. Navíc je nezbytné k měření napětí  $U$  na diodě použít voltmetru s dostatečně velkým vnitřním odporem, tj. při nejmenším měřeném proudu diodou  $I_{d_{min}}$  by mělo platit, že  $I_{d_{min}} \gg I_V$ , kde  $I_V$  je proud tekoucí použitým voltmetrem.



Obrázek 1.5: Principiální schéma zapojení měření  $PN$  přechodu pomocí diody.



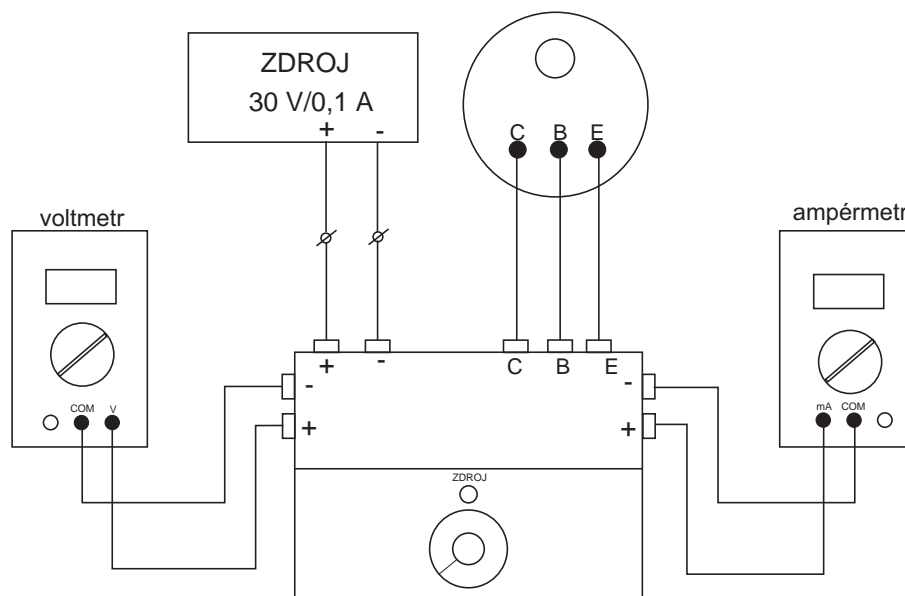
Obrázek 1.6: Principiální schéma měření  $PN$  přechodu pomocí tranzistoru.

2. Další z možností jak měřit voltampérovou charakteristiku je použití tranzistoru v zapojení se společnou bází, viz obr. 1.6. Při malém úbytku napětí na použitém ampérmetru je napětí mezi kolektorem a bází  $U_{KB} \doteq 0$ . Pak zbytkový proud  $I_{KB0} \doteq 0$  a pro kolektorový proud  $I_K$  lze psát

$$I_K = \frac{\beta_0}{\beta_0 + 1} I_E ,$$

kde  $\beta_0$  je zesilovací činitel a  $I_E$  je emitorový proud. V případě, že je splněna podmínka  $\beta_0 \gg 1$ , pak  $I_K \doteq I_E$ . Emitorový proud tedy prochází měřeným  $PN$  přechodem báze-emitor, avšak z oblasti báze pokračuje dále do kolektoru, kde je měřen. Ampérmetr tak není zapojen v sérii s měřeným přechodem a neovlivňuje napětí naměřené na přechodu.

Na základě výše uvedeného můžeme vlastní postup měření popsat následovně:



Obrázek 1.7: Pohled shora na zapojení měřící sestavy.

1. Měření provedeme pro tři různé teploty  $PN$  přechodu, které budou od sebe dostatečně vzdáleny. Zvolené pracovní teploty  $PN$  přechodu budou zajištěny pomocí tepelných lázní, do kterých bude měřený  $PN$  přechod vložen. K tomuto účelu použijeme Dewarovu nádobu (termosku), kterou naplníme vodou přímo z vodovodu až po uvnitř vyznačenou rysku. Jednotlivé teploty lázně volíme tak, aby byl mezi nimi co největší rozdíl, tj. použijeme vodu studenou (po dostatečném odpuštění), vlažnou a horkou (po dostatečném odpuštění). K získání vyšších teplot lázně (vody) je možné použít i vařiče, přičemž teplota vody by neměla přesáhnout  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
2. Zapojíme měřený  $PN$  přechod podle příslušného schématu (1.7) a vložíme do tepelné lázně.
3. Na napájecím zdroji nastavíme „hrubé napětí“ na  $30\text{ V}$  a „mezí proud“ na  $0,2\text{ A}$ .
4. Po vyrovnaní teploty mezi lázní a použitým  $PN$  přechodem odečteme pomocí teploměru teplotu lázně a započneme s vlastním měřením voltampérové charakteristiky. Na konci měření opět odečteme teplotu lázně a z obou teplot určíme aritmetický průměr. *Měření provádíme pouze v propustném směru* v rozsahu proudů cca od  $0,05\text{ mA}$  do cca  $24\text{ mA}$ .
5. Po ukončení měření vyprázdníte Dewarovu nádobu.
6. Naměřené hodnoty zpracujeme pomocí metody nejmenších čtverců (viz kapitola 1.6.5) a z nalezené směrnice  $s$  přímky (1.35) určíme hodnotu Boltzmannovy konstanty  $k$ . Rovněž pomocí této metody určíme závěrný proud  $I_0$ .
7. Měření opakujeme stejným způsobem pro další dvě teploty.
8. Ze získaných tří hodnot Boltzmannovy konstanty stanovíme aritmetický průměr, který porovnáme s tabulkovou hodnotou.

9. Pomocí vztahu (??) a naměřených veličin zaneseme do grafu průběhy voltampérových charakteristik měřeného  $PN$  přechodu pro všechny tři použité pracovní teploty přechodu a navzájem je porovnáme.

## 1.4 Použité přístroje

Ampérmetr, voltmetr, dioda, resp. tranzistor, teploměr, teplotní lázně.

## 1.5 Kontrolní otázky

1. Co je to vlastní a nevlastní polovodič?
2. Jaký je vztah mezi Avogadrovým číslem, univerzální plynovou konstantou a Boltzmannovou konstantou?
3. Co je to Fermiho hladina?
4. Co je to závěrný proud  $PN$  přechodu?
5. Závisí koncentrace volných nosičů náboje u vlastních polovodičů na teplotě?

## 1.6 Literatura

- [1] Blatt, F. J.: Modern physics, McGRAW-HILL, INC., New York, 1992.
- [2] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fyzika, VUTIUM-PROMETHEUS, Brno, 2000.
- [3] Krempaský, J.: Fyzika, ALFA, Bratislava, 1988.
- [4] Krupka, F., Kalivoda, L.: Fyzika, SNTL, Praha, 1989.
- [5] Hippel, A., R.: Molekulová fyzika hmoty, SNTL, Praha, 1963.