Základy teorie vln a optika

(Vlnová rovnice, disperze, disipace, skládání a difrakce vln, vlnová a geometrická optika: interference, Fermatův princip, tenké čočky) (Fy2) (Michal)

Vlnová rovnice

je parciální diferenciální rovnicí druhého řádu, která popisuje celou řadu vlnění (v akustice, optice, elektromagnetismu, nebo v mechanice při popisu strun nebo kapalin). Jako vlnovou rovnici označujeme

rovnici, kterou lze vyjádřit ve tvaru
$$\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 z}{\partial t^2}=\dfrac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x_2^2}+\ldots+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x_n^2}$$

Kanonický tvar vlnové rovnice (1D):
$$\frac{\partial^2 u\left(x,t\right)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u\left(x,t\right)}{\partial t^2}$$
 (c zde odpovídá fázové rychlosti)

Monochromatická vlnová funkce splňuje vlnovou rovnici za předpokladu $c = \omega/|k|$

Vlnová rovnice má specifický tvar pro rovinné, kulové nebo válcové vlny.

$$u(\vec{r},t) = \frac{U(r \pm v_f t)}{r}$$

Pro kulové vlnv:

Vlnová rovnice je lineární. To znamená, že jsou-li $u_1(x,t)$ a $u_2(x,t)$ dvě její řešení, je jejím řešením i jejich libovolná lineární kombinace. Speciálně je řešením této rovnice i součet $u(x,t) = u_1(x,t) + u_2(x,t)$. Vlnové funkce můžeme tedy sčítat. Obvykle pak hovoříme o skládání vlnění. Velmi důležitým důsledkem linearity vlnové rovnice je tvrzení, že obecnou vlnovou funkci můžeme zapsat jako lineární kombinaci konečného či nekonečného (nebo dokonce nespočetného) počtu vln monochromatických:

$$u(x,t) = \sum_{n} A_{n} \cdot \cos(k_{n}x - \omega_{n}t + \phi_{n})$$

Vlnové číslo $k \equiv 2\pi/\lambda$, vlnový vektor **k**, $|\mathbf{k}| = k$; $v_f = \omega/k$

Disperze

Disperze je závislost fázové rychlosti v $_{k}$ šíření vlny na její frekvenci: $\omega=\omega(k)$

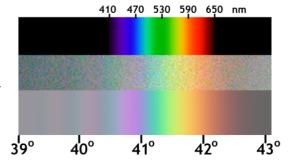
Fázová rychlost monochromatické vlny může záviset na její frekvenci (vlnové délce, vlnovém čísle). V takovém případě říkáme, že se vlnění šíří disperzním prostředím. Pokud vlnová délka neovlivňuje fázovou rychlost monochromatické vlny, hovoříme o vlnění v nedisperzním prostředí. Závislost fázové rychlosti na frekvenci nazýváme obecně disperzí.

Disperze = "rozklad" (světla); příklad: duha (vznik, když disperze způsobí částečné rozdělení bílého

světla na složky kvůli rozdílné vlnové délce jednotlivých barev); ve vakuu disperze nenastává (rychlost světla ve

vakuu je pro všechny vlnové délky stejná: $c=rac{1}{\sqrt{\epsilon_0\cdot\mu_0}}$ v

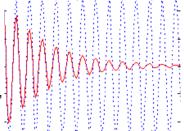
Disperze látek – dn/dλ veličina určující rychlost změny indexu lomu (n=c/v) v závislosti na vlnové délce (derivace indexu lomu podle vlnové délky). V průhledných prostředích roste index lomu s klesající λ . Je-li tato veličina < 0 = 3° 9° normální disperze, > 0 = anormální disperze.



Disipace

Disipativní (nekonzervativní) síly – při jejich působení tedy dochází k disipaci (rozptýlení) energie; práce po uzavřené křivce je nenulová; např. třecí síla;

Disipace energie – ztráta, rozptýlení energie; např. při tlumení (vzniká tak kvaziperiodický děj – průchody nulou jsou periodické, jinak periodicita neplatí, viz obr. vpravo)



Disipativní systém – systém ve kterém se se zvyšuje organizovanost (snižuje se entropie)

Skládání vln (interference)

Interference – vzájemné ovlivňování, prolínání nebo střetávání jevů či hmoty. Při jejich pohybu a prolínání se v určitém bodě vzájemně zesilují, zatímco v jiných bodech vzájemně ruší. Tyto jevy se zobrazují pomocí interferenčního obrazce, kde je vidět střídající se projevy zesilování a zeslabování.



Interference vlnění = skládání vlnění; k tomuto jevu dochází tehdy, šíří-li se prostředím více vlnění stejného druhu uplatňuje se princip superpozice (probíhá-li prostředím současně několik vlnění, je výsledné vlnění prostředí dáno algebraickým součtem dílčích vlnění). Jestliže se nějakým prostředím šíří současně více vlnění z různých zdrojů, šíří se každé z vlnění tak, jako by v daném prostředí jiná vlnění neexistovala. Tato charakteristická vlastnost vlnění se nazývá principem nezávislosti šíření vlnění. Vzhledem k principu nezávislosti šíření vlnění dochází v dané oblasti, kde se různá vlnění setkávají, k jejich skládání. Principy skládání vln jsou obdobné jako při skládání kmitů. Výsledkem skládání vln je složené vlnění. Výsledný kmitavý pohyb v daném místě je dán principem superpozice kmitání jednotlivých vlnění. V důsledku interference vlnění tedy dochází v některých místech ke zvýšení (zesílení) amplitudy a v některých místech k jejímu snížení (zeslabení).

Jevy, které jsou spojeny se skládáním vlnění se označují jako interferenční jevy.

Interference (skládání) světla je jev, při němž se nejvýrazněji projevují vlnové vlastnosti světla. Interference spočívá v tom, že vlnění, která přicházejí do určitého bodu z různých zdrojů, se v daném bodě vzájemně skládají. Interference světelných vln se projevuje především zesilováním a zeslabováním intenzity světla v různých místech. Rozlišujeme jevy ryze interferenční (nedochází k ohybu světla) a jevy ohybové (světlo se šíří i do oblastí, které nejsou přímočarým šířením světla dostupné).

Příklady interference světla: duhové zabarvení mýdlových bublin, duhové zabarvení tenkých vrstev oleje na vodě, ...

Pozorovatelný interferenční jev nastává pouze mezi koherentními vlnami. (Mají-li interferující vlnění stejnou vlnovou délku je interference nejvýraznější. K interferenci dochází i u vlnění, která nemají stejnou vlnovou délku (resp. frekvenci), ale pozorovaný interferenční obrazec není tak výrazný.)

Konstruktivní interference nastává pokud bude dráhový rozdíl roven sudému násobku půlvln ($\lambda/2$). Destruktivní interference nastane pokud dráhový rozdíl bude roven lichému násobku půlvln (λ/2)...

Vznik stojatých vln při kolmém odrazu: Pokud dopadá monochromatické světlo o vlnové délce λ kolmo na rovinné zrcadlo, dochází po odrazu tohoto světla ke vzniku stojatého vlnění. Při tomto jevu dochází ke skládání dvou samostatných vln, vlny dopadající a vlny odražené. Jedná se tedy o dvě proti sobě postupující vlny, které mají stejnou fázovou rychlost. Výsledné vlnění má pak charakter stojatého vlnění. Interference na planparalelní desce:

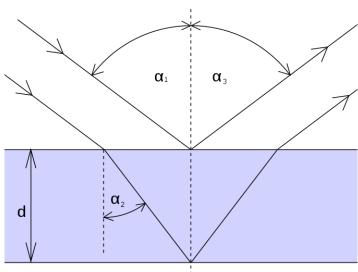
Při kolmém dopadu na planparalelní desku (α=0)

dochází k největšímu zesílení pro $d=rac{2k-1}{4n}\lambda$

k největšímu zeslabení pro $d=rac{k}{2n}\lambda$

Interferenční maximum, interferenční minimum

Interference je důkaz vlnové povahy daného jevu. Konkrétně pro elektromagnetické vlny byla vlnová povaha dokázána (jako první) pomocí experimentu na dvouštěrbině (Thomas Young)



Podmínky pro interferenci: máme 2 (nebo více)

vlnění, mají stejnou vlnovou délku, mezi vlněními je fázový rozdíl; vlnění musí být koherentní

Konstruktivní interference nejvýraznější pokud je fázový posun v násobcích λ

Destruktivní interference nejvýraznější pokud je fázový posun λ/2 (vlny v protifázi)

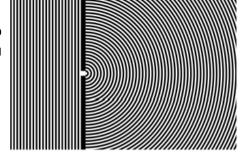
Youngův experiment na dvojštěrbině (důkaz vlnové podoby světla): Svazek rovnoběžného monochromatického záření dopadá na dvojštěrbinu, nově vzniklé vlny spolu interferují a vytvoří na stínítku interferenční obrazec.

Interference na tenké vrstvě → uplatnění: reflexní a antireflexní vrstvy

Difrakce vln

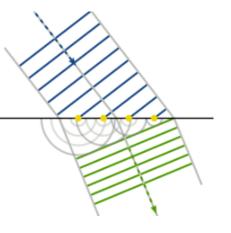
Difrakce ("ohyb") – vlnění za překážkou se ohýbá od svého původního směru a dostává se tak do oblasti geometrického stínu překážky; Jedná se o odchýlení světla od přímočarého směru šíření, které není způsobeno odrazem či lomem.

Pozorujeme u světla, zvuku (slyšíme "za rohem"), vln na vodě Pozorujeme zejména když vlna prochází například štěrbinou, jejíž šířka je srovnatelná s vlnovou délkou. štěrbina = apertura



Z fyzikálního hlediska se jedná o jev interference. Ohyb je důsledkem Huygensova principu (zdrojem elementárních vln; Huygens-Fresnelův princip: každý nezacloněný bod vlnoplochy v daném časovém okamžiku je zdrojem sférických sekundárních vln), tedy jevu, kdy se každý bod, do kterého vlnění dospěje, opět stává všesměrovým zdrojem. V případě štěrbiny to znamená, že mimo jiné její okraj se stane opět bodovým zdrojem vlnění a proto se vlnění může šířit do oblasti geometrického stínu.

Amplituda optického pole v libovolném bodě za překážkou je výsledkem superpozice těchto elementárních vln



<u>Fresnelova difrakce</u> (sbíhavý svazek, v blízkém poli, malé vzdálenosti od překážky; vzniká obraz překážky lemovaný světlými a tmavými proužky). Při dalším vzdalování stínítka až do vzdáleností, kdy paprsky na něj dopadající jsou prakticky rovnoběžné, dostáváme <u>Fraunhoferovu difrakce</u> (rovnoběžný

svazek, ve vzdáleném poli; tvar ohybového jevu se určuje z tvaru a rozměrů překážky a již nepřipomíná tvar překážky, s dalším vzdalováním stínítka se již jeho tvar nemění, mění se pouze jeho velikost)

Fraunhoferův ohyb <u>na kruhové apertuře</u> - důležitost v <u>optice</u>:

<u>Airyho disk</u> - střední světlý kruh; poloměr centrálního ohybového maxima totiž určuje minimální rozměr "obrazu" bodového zdroje vytvořeného přístrojem s aperturou o průměru D. Větší apertura D znamená větší rozlišení. Kruhový okraj čočky teleskopu (nebo okraj zrcadla) působí jako apertura a jsou to právě rozměry soustavy ohybových kroužků dvou blízkých hvězd, které určují zda mohou či nemohou být rozlišeny

<u>Rayleighovo kritérium</u>: Dva obrazy jsou právě rozlišitelné, jestliže centrální maximum difrakčního obrazce prvního leží v poloze prvního minima druhého.

V geometrické optice předpokládáme, že ideální čočka (tj. čočka bez aberací) fokusuje svazek paralelních paprsků do ohniska. Tak tomu ve skutečnosti není, protože konečný průměr čočky působí jako apertura omezující vlnoplochu. V důsledku ohybu pozorujeme v ohniskové rovině čočky místo bodu Airyho disk, jehož velikost je závisí na ohniskové dálce čočky f a na jejím průměru D.

Vlnová optika

- Studium jevů založených na <u>vlnové povaze</u> světla: interference (jev podmíněný skládáním vlnění), polarizace, difrakce (ohyb), disperze (jev související se závislostí n = n(λ))
- Studium jevů pozorovaných při průchodu světla prostředím: absorpce, rozptyl (difúze), rozklad světla
- Ryze interferenční jevy: nastává interference, aniž se současně projeví odchylky od přímočarého šíření světla
- Ohybové jevy: dochází-li k interferenci v oblastech, které při přímočarém šíření světla jsou světelným paprskům nepřístupné (tzv. oblasti geometrického stínu)

Geometrická (=paprsková) optika

- Jedná se o určitý "makroskopický pohled"
- V homogenním izotropním prostředí se světlo šíří <u>přímočaře</u> ve formě světelných <u>paprsků</u>, které považujeme za <u>přímky</u>.
- Z každého svítícího bodu (považujeme za geometrický bod) vychází paprsky všemi směry (=homocentrický svazek paprsků). Jednotlivé paprsky jsou na sobě nezávislé (každý se šíří tak, jako by ostatní paprsky neexistovaly).
- Na rozhraní dvou prostředí se paprsky řídí zákony lomu a odrazu.

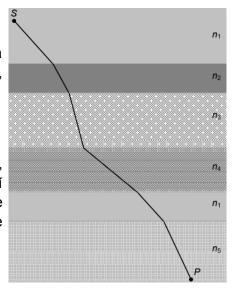
Vlnová vs Geometrická optika

<u>Vlnová optika</u>: zabývá se jevy potvrzující vlnovou povahu světla; největší význam má interference, ohyb a polarizace

<u>Paprsková optika</u>: zanedbává vlnovou povahu světla; je založena na principu nezávislosti světelných paprsků, přímočarém pohybu světla, na zákonech odrazu a lomu

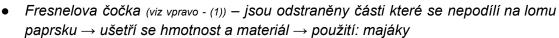
Fermatův princip

"Světlo se šíří v prostoru z jednoho bodu do druhého po takové dráze, aby doba potřebná k překonání této vzdálenosti nabývala minimální hodnoty." Paprsek světla se tedy nešíří přímočaře (v prostředí kde se nemění indexy lomu). Odvození ze Snellova zákona, derivace položena rovno nule (extrém).

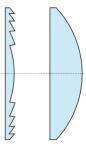


Čočky

- Optická čočka = optická <u>soustava dvou centrovaných ploch</u> (nejčastěji kulových, popř. jedné kulové a jedné rovinné plochy)
- Čočka tvořena z průhledného materiálu. Slouží pro ovlivnění šíření světla (ale i IR/UV).
- Čočky nejčastěji skleněné, ale i plasty. Materiál čočky charakterizován <u>indexem lomu (>1)</u> a indexem absorpce (ten je pro vlnové délky v rozsahu použitelnosti čočky blízký nule).
- Nejjednodušší popis šíření paprsků čočkou poskytuje geometrická optika.
- Druhy: <u>spojky</u> (spojné/konvexní čočky; mění svazek na sbíhavý, paprsky se za čočkou protínají v ohnisku, vzniká skutečný obraz předmětu před čočkou, *f>0*) a <u>rozptylky</u> (rozptylné/konkávní čočky; svazek mění na rozbíhavý, který zdánlivě vychází z ohniska za čočkou vytvářejí zdánlivý obraz; *f<0*)



Příklady použití čoček: brýle, lupa, fotoaparát, dalekohled, mikroskop



Vady čoček (pro zajímavost, příklad dvou)

<u>Barevná vada (chromatická aberace)</u>: souvisí s tím, že ohnisková vzdálenost čočky závisí na indexu lomu a ten se mění podle barvy použitého světla (vlnové délky). Bílé světlo složeno z různých vlnových délek a každá jeho složka (barva) se při průchodu čočkou láme trochu jinak. Při průchodu takovou čočkou dochází k rozkladu světla.



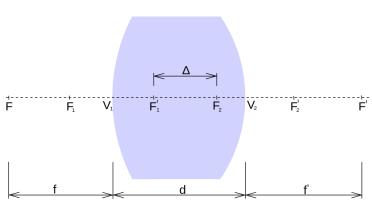
 <u>Sférická (kulová) vada</u>: vzniká, pokud na čočku dopadá široký svazek paprsků, přičemž paraxiální paprsky se za čočkou setkávají v jiném bodě než okrajové paprsky širokého svazku.

Tenké čočky

Jako tenká čočka se označuje taková čočka, u které tloušťka čočky d je mnohem menší než poloměry křivosti jednotlivých lámavých ploch R_1 a R_2 (d R_1 a d R_2). V opačném případě: "tlustá čočka".

Paprsek, dopadající na libovolné místo povrchu čočky se uvnitř čočky láme podle Snellova zákona a podle stejného zákona se lomí na protilehlém povrchu. Kromě toho se malá část světla odráží zpět.

Na obrázku níže je schematické znázornění čočky s indexem lomu n, která je umístěna v okolním prostředí s indexem lomu n' (zpravidla vzduch, tedy n'=1).



- vodorovná čára ... optická osa čočky
- body F₁ a F₁' [F₂ a F₂'] ... předmětové a obrazové ohnisko první lámavé plochy s poloměrem křivosti R₁ [R₂] a vrcholem V₁ [V₂]
- f [f']... předmětová [obrazová] ohnisková vzdálenost čočky
- Optická mohutnost [D (dioptrie) = m⁻¹]:
 φ = 1/f' (převrácená hodnota obrazové ohniskové
 vzdálenosti čočky) (spojky: φ>0, rozptylky: φ<0)

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

Obrazová rovnice pro tenkou spojnou čočku (spojku): S_o s $_i$

s_o ... předmětová vzdálenost, s_i ...obrazová vzdálenost, f ... ohnisková vzdálenost Tato rovnice je <u>platná pro spojku i rozptvlku</u>.

Při dosazování hodnot s_o, s_i se řídíme znaménkovou konvencí:

s_o > 0 : předmět se nachází v prostoru předmětovém (před čočkou)

s_o < 0 : předmět se nachází v prostoru obrazovém (za čočkou)

s_i > 0 : obraz se nachází v prostoru obrazovém; je skutečný

s_i < 0 : obraz se nachází v prostoru předmětovém; je neskutečný

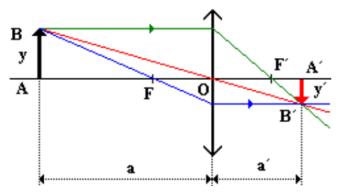
Zobrazení tenkou čočkou

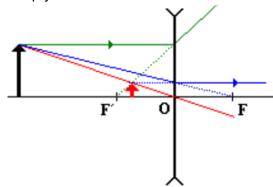
Při zobrazování tenkou čočkou se využívají "význačné" paprsky (jejich směry mají jednoduše určitelný směr po lomu v čočce). Paprsky se chovají dle zákona lomu.

- 1. paprsek jdoucí rovnoběžně s optickou osou
- 2. paprsek procházející optickým středem čočky
- 3. paprsek procházející předmětovým ohniskem

Spojka:

Rozptylka:





a = |AO| ... předmětová vzdálenost, a' = |A'O| ... obrazová vzdálenost, (a \equiv s_o, a \equiv s_i) příčné zvětšení z = y'/y, při dodržení znaménkové konvence platí:

z>0: obraz je vzpřímený, z<0: obraz je převrácený

|z|>0: obraz je zvětšený, |z|<0: obraz je zmenšený, |z|=1: obraz je stejně velký jako předmět