Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 31.5.2012

Jméno a příjmení		2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Otevírací doba fitness centra je 10:00 - 22:00. Během této doby přijde průměrně dvanáct žen a osmnáct mužů (žádná doba není preferovaná, všichni přicházejí nezávisle na sobě a jejich počet není teoreticky omezen). Každý příchozí stráví ve fitness centru hodinu, za kterou zaplatí 100 Kč. Určete pravděpodobnost, že

- a) doba čekání na první ženu bude alespoň půl hodiny,
- b) během jednoho dopoledne (tj do 12:00) přijde maximálně 5 lidí a všichni to budou muži,
- c) během pracovního týdne (= 5 dní) vydělá fitness centrum na vstupném maximálně 10 000 Kč,
- d) v prvních sedmi lidech, kteří dnes přijdou do fitness centra, budou maximálně 2 ženy,
- e) v daný den bude nejpozději pátý člověk, který přijde do fitness centra, žena.

Úloha 2. V restauraci si nealkoholický nápoj objedná každá třetí žena a každý pátý muž. Mužů je v dané restauraci dvakrát více než žen. Určete pravděpodobnost, že

- a) ten, kdo si naposledy objednal nealko, byla žena,
- b) ten, kdo si naposledy objednal alkoholický nápoj, byl muž,
- c) z pěti zákazníků, kteří si objednali nealko, jsou aspoň 4 ženy,
- d) ze 72 přítomných žen si alespoň 20 objednalo nealko. (Použijte CLV.)
- e) Definujte nezávislost jevů A, B, C.

Úloha 3. Při nástupu do prvního ročníku policejní akademie byla provedena studentům zdravotní prohlídka, při které byla změřena mimo jiné výška jednotlivých studentů. Vzorek naměřených hodnot (v cm) je uveden v následující tabulce:

174	186	181	189	195	197	188	177	188	192	181	188	201	180	183

- a) Nakreslete histogram a boxplot těchto dat.
- b) Odhadněte, jaké rozdělení má výška studenta, a zdůvodněte.
- c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (hint: $\sum x_i = 2800$, $\sum (x_i \bar{x})^2 = 797.33$)
- d) Otestujte, zda je možné říct, že střední výška studenta je 1.9m.
- e) Definujte 0.95-kvantil spojité náhodné veličiny X.

Úloha 4. Nechť X označuje platovou třídu (1 nejnižší, 3 nejvyšší) a Y schopnost splácet úvěr (1 dobrá, 0 špatná). V tabulce jsou počty klientů jisté banky spadající do příslušných skupin dvojice "platová třída - schopnost splácet".

$Y \setminus X$	1	2	3
0	12	10	8
1	8	30	52

- a) Určete marginální rozdělení X a Y.
- b) Spočtěte korelaci corr(X, Y).
- c) Určete $P(X \leq 2, Y = 0)$.
- d) Statisticky otestujte, zda je možno považovat platovou třídu a schopnost splácet úvěr za nezávislé náhodné veličiny.
- e) Definujte nezávislost obecných náhodných veličin U a V.

Návod: V bodech a)-c) použijte pravděpodobnosti odhadnuté z dat.