Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 10.6.2021

Jméno a příjmení	1	2	3	ústní	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 60 bodů)

Na letišti mezi dvěma terminály trvá cesta pěšky 7 minut. Transfer přijíždí pravidelně jednou za 10 minut a jede 3 minuty. Průměrně přijdou na zastávku transferu 4 cestující za minutu. Cestující přicházejí na zastávku transferu rovnoměrně, nezávisle na sobě, přičemž se vždy podívají na jízdní řád transferu a poté zvolí časově výhodnější přepravu. V daném místě letiště se pohybuje stejný počet cestujících mužů a žen. Každý má právě jedno příruční zavazadlo, a to buď batoh nebo tašku přes rameno. Batoh má 40% mužů a 20% žen. Určete

a) rozdělení náhodné veličiny popisující dobu čekání na transfer pro náhodně vybraného cestujícího, který se rozhodl na základě výše uvedených předpokladů transfer použít. (7 bodů)

Dále spočtěte pravděpodobnost, že

- b) náhodně vybraný cestující je muž s batohem, (5 bodů)
- c) náhodně vybraný cestující s batohem je muž, (5 bodů)
- d) náhodně vybraný cestující se rozhodl(a) pro cestu transferem, (7 bodů)
- e) pokud se cestující rozhodl(a) pro transfer, bude na něj čekat alespoň 3 minuty, (7 bodů)
- f) nejdříve třetí žena přicházející na zastávku transferu bude mít tašku přes rameno, (7 bodů)
- g) mezi pěti muži přicházejícími na zastávku transferu budou mít alespoň 2 z nich batoh, (7 bodů)
- h) další cestující přijde na zastávku nejpozději za půl minuty, (7 bodů)
- i) cestující, který pracovně využívá let s přesunem mezi těmito terminály, stráví během 48 přestupů, při nichž se rozhodl pro transfer, čekáním na transfer nejvýše hodinu a 40 minut. (Řešte pomocí CLV; 8 bodů)

Úloha 2. (celkem 24 bodů)

Mezi dvěma ostrůvky je kritické místo pro plachetnice s delším kýlem, které chtějí proplout, neboť je v místě malá hloubka a navíc dno je písčité, takže hloubka je proměnlivá. Místo je proto průběžně kontrolováno a hloubka na ceduli umístěné na viditelném místě pro proplouvající lodě zveřejňována. Turista, který po dobu dvou týdnů každé ráno chodil do kavárny poblíž ukazatele, sledoval zveřejněné hloubky (přičemž za 24 hodin se

dno změní natolik, že lze naměřené hloubky považovat za nezávislé náhodné veličiny). Vypozoroval následující hodnoty [v metrech]:

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj a/nebo z povahy dat, jaké rozdělení má náhodná veličina popisující hloubku v dané oblasti. (7 bodů)
- b) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny z otázky a). (5 bodů) (hint: $\sum x_i = 26.38$, $\sum (x_i \bar{x})^2 \doteq 0.6$)
- c) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je střední hloubka v dané oblasti rovna 2 m, proti
 - (i) oboustranné alternativě, (6 bodů)
 - (ii) jednostranné alternativě, která přirozeně vyplývá z odhadu střední hodnoty v bodě b). (6 bodů)

Úloha 3. (celkem 16 bodů)

Pizzerie po nějakou dobu sledovala, jaké druhy hlavních jídel si objednávají turisté a místní obyvatelé, a zjistila následující:

	pizza, těstoviny	velký salát	steak, specialita z grilu
místní obyvatelé	25	20	5
turisté z ČR	50	30	20
zahraniční turisté	25	10	15

- a) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda jsou všechna jídla přibližně stejně oblíbená. (8 bodů)
- b) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda jsou druhy objednaných jídel závislé na tom, zda se jedná o místního obyvatele, turistu z ČR nebo turistu zahraničního. (8 bodů)

Ústní část (celkem 10 bodů)

Náhodné veličiny X a Y mají hustoty pravděpodobnosti

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{pro } x \in (0,1), \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases} \quad \text{resp.} \quad g(y) = \begin{cases} 4 - 2y & \text{pro } y \in (1,2), \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete

- (i) sdruženou hustotu h těchto veličin tak, aby byly nezávislé,
- (ii) korelaci těchto veličin při sdružené hustotě h z bodu (i),
- (iii) P(0.5 < X < 1.5, 0.5 < Y < 1.5) při sdružené hustotě h z bodu (i).