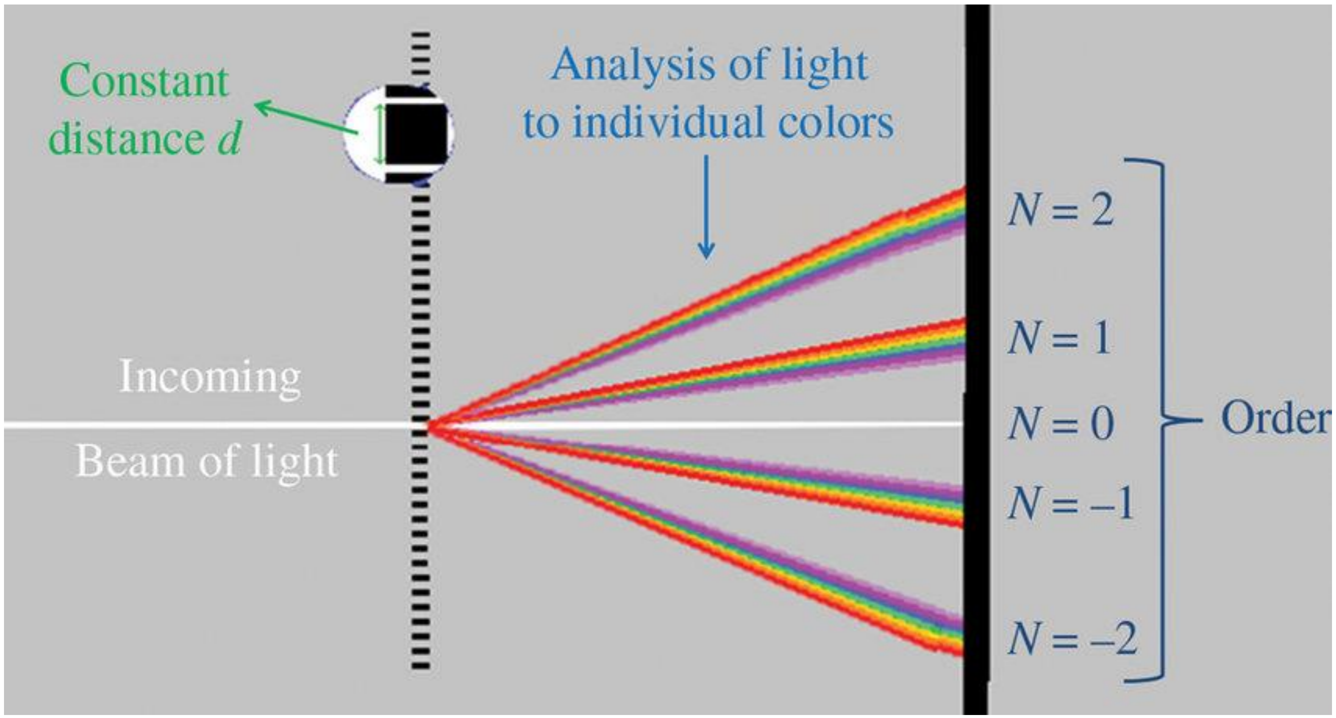
Fyzika 2
Online seminář č. 3
6. října 2020

Vlnová optika

Příklad 9.1

Na optickou mřížku, která má na jednom milimetru sto vrypů, dopadá kolmo rovnoběžný svazek bílého světla. Stínítko je umístěno ve vzdálenosti d =30 cm za mřížkou. Vypočítejte, v jaké vzdálenosti bude na stínítku červená a fialová barva ve spektru druhého řádu. (vlnová délka červeného světla je rovna $\lambda_c = 760$ nm, vlnová délka fialového světla je rovna $\lambda_f = 400$ nm) $\left[\frac{n\lambda_c d}{\sqrt{a^2 - n^2\lambda_c^2}} - \frac{n\lambda_f d}{\sqrt{a^2 - n^2\lambda_f^2}} = 22,1 \text{ mm}\right]$



Podobná úloha http://reseneulohy.cz/1651/vypocet-vzajemne-vzdalenosti-maxim

Přednášky MIT: https://www.youtube.com/watch?v=1rYF72PXVks

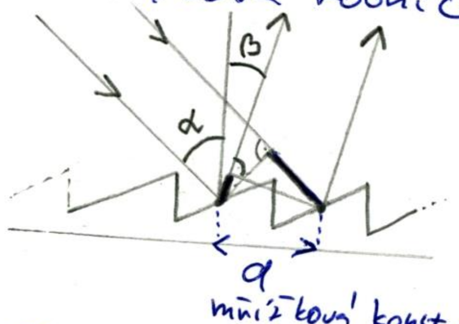
https://www.youtube.com/watch?v=sKO8n_-xtDc

Příklad 9.1

Na optickou mřížku, která má na jednom milimetru sto vrypů, dopadá kolmo rovnoběžný svazek bílého světla. Stínítko je umístěno ve vzdálenosti ℓ=30 cm za mřížkou. Vypočítejte, v jaké vzdálenosti bude na stínítku červená a fialová barva ve spektru druhého řádu. (vlnová délka červeného světla je rovna $\lambda_c = 760$ nm, vlnová délka fialového světla je rovna $\lambda_f = 400$ nm) $\left[\frac{m\lambda_c \ell}{\sqrt{a^2 - m^2\lambda_c^2}} - \frac{m\lambda_f \ell}{\sqrt{a^2 - m^2\lambda_f^2}} = 22,1 \text{ mm}\right]$

Úloha na tzv. Fraunhoferův ohyb (daleká zóna)

Mřížková rovnice



dráhový rozdíl dvou paprsků (ve vakuu, vzduchu)

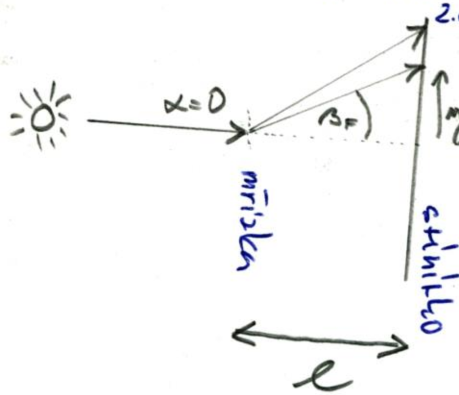
$d \cdot \sin\alpha - d \cdot \sin\beta$

musí být pro konstruktivní interferenci rovno

$m \cdot \lambda$ (násobky vlnové délky světla)

$d \cdot (\sin\alpha - \sin\beta) = m \cdot \lambda$, $m \in \mathbb{Z}$

Experiment (asi propustná mřížka)



$\frac{y_F}{\ell} = \mathrm{tg}\,\beta_F$; $\frac{y_{\bar c}}{\ell} = \mathrm{tg}\,\beta_{\bar c}$ $\oplus$ mřížková rovnice $\alpha = 0$

$d \cdot \sin\beta_{\bar c} = 2 \cdot \lambda_{\bar c}$; $d \cdot \sin\beta_F = 2\lambda_F$

$$\Delta y = y_{\bar c} - y_F = \ell \cdot (\mathrm{tg}\,\beta_{\bar c} - \mathrm{tg}\,\beta_F) = \left[\mathrm{tg}\,\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}\right] = \ell \cdot \left(\frac{\frac{2\lambda_{\bar c}}{d}}{\sqrt{1-\left(\frac{2\lambda_{\bar c}}{d}\right)^2}} - \frac{\frac{2\lambda_F}{d}}{\sqrt{1-\left(\frac{2\lambda_F}{d}\right)^2}}\right) =$$

$$= \left[\begin{matrix}2.\text{řád}\\ 2 = m\end{matrix}\right] = m \cdot \ell \left[\frac{\lambda_{\bar c}}{\sqrt{d^2 - m^2\lambda_{\bar c}^2}} - \frac{\lambda_F}{\sqrt{d^2 - m^2\lambda_F^2}}\right]$$

$\lambda_{\bar c} = 760 \cdot 10^{-9}$ m $\quad \lambda_F = 400 \cdot 10^{-9}$ m

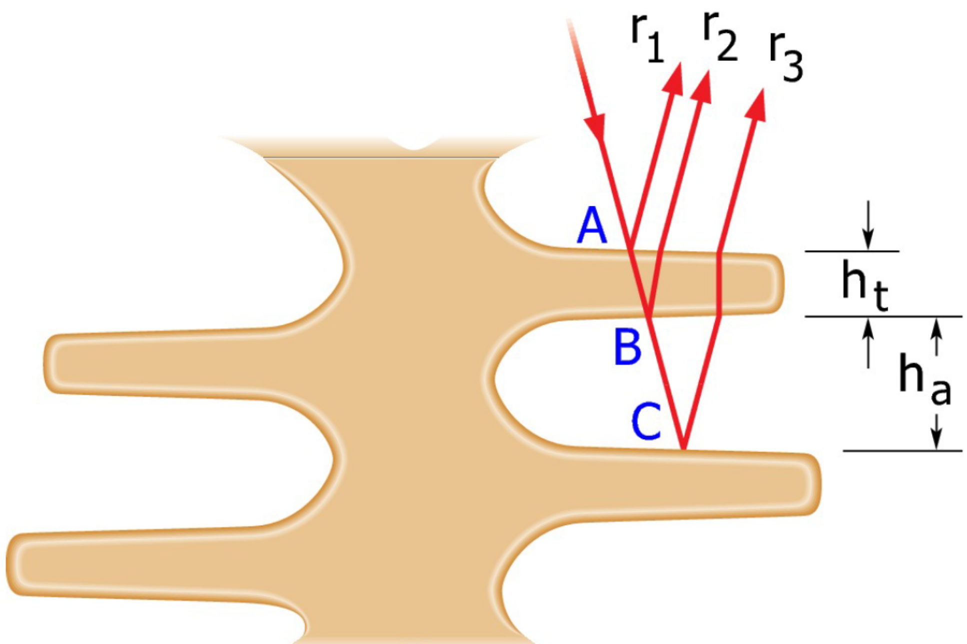
$\ell = 0{,}3$ m $\quad d = \frac{1\,\text{mm}}{100} = 10^{-5}$ m

$m = 2$

Příklad 9.4

Povrch křídel motýlů z rodu Morpho je na první pohled nádherně modrozelený. Pokud změníme směr pozorování, nebo pokud se křídlo pohybuje, odstín zabarvení se mění. Vypadá to, že křídlo je barevně proměnné a modrozelené zbarvení skrývá pravou matně hnědou barvu, kterou vidíme na spodní ploše křídla. Duhové zbarvení povrchu křídel je důsledkem konstruktivní interference světla, odraženého na tenkých terasovitě uspořádaných stupních průsvitných kutikul (buněčných bran na povrchu křídel). Ty jsou rovnoběžné s povrchem křídel a rozšiřují se směrem dolů ze středové části, kolmé ke křídlu. Stupně mají index lomu $n = 1,53$ a tloušťku $h_t = 63,5$ nm. Jsou odděleny vzduchovou mezerou o tloušťce $h_a = 127$ nm. Předpokládejte kolmý dopad světelných paprsků.

Vypočítejte vlnovou délku λ, která odpovídá barvě motýlích křídel. [$\lambda = 2h_t n + 2h_a = 448$ nm]



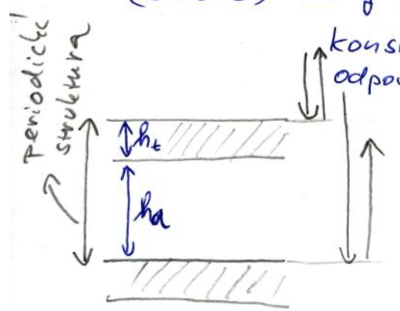
Příklad 9.4

Povrch křídel motýlů z rodu Morpho je na první pohled nádherně modrozelený. Pokud změníme směr pozorování, nebo pokud se křídlo pohybuje, odstín zabarvení se mění. Vypadá to, že křídlo je barevně proměnné a modrozelené zbarvení skrývá pravou matně hnědou barvu, kterou vidíme na spodní ploše křídla. Duhové zbarvení povrchu křídel je důsledkem konstruktivní interference světla, odraženého na tenkých terasovitě uspořádaných stupních průsvitných kutikul (buněčných bran na povrchu křídel). Ty jsou rovnoběžné s povrchem křídel a rozšiřují se směrem dolů ze středové části, kolmé ke křídlu. Stupně mají index lomu $n = 1,53$ a tloušťku $h_t = 63,5$ nm. Jsou odděleny vzduchovou mezerou o tloušťce $h_a = 127$ nm. Předpokládejte kolmý dopad světelných paprsků.

Vypočítejte vlnovou délku λ, která odpovídá barvě motýlích křídel. [$\lambda = 2h_t n + 2h_a = 448$ nm]

9.4

(skoro) kolmý dopad



konstruktivní interference odpovídajících si odražených paprsků

Jde o odraz na stejném rozhraní, proto nemusíme řešit změnu fáze při odrazu.

Rozdíl optické dráhy dvou paprsků (vln)

$$\delta = 2\cdot(n\cdot h_t + h_a)$$

konstruktivní interference

$$\delta = k\cdot\lambda \quad , \text{kde } k \in Z$$

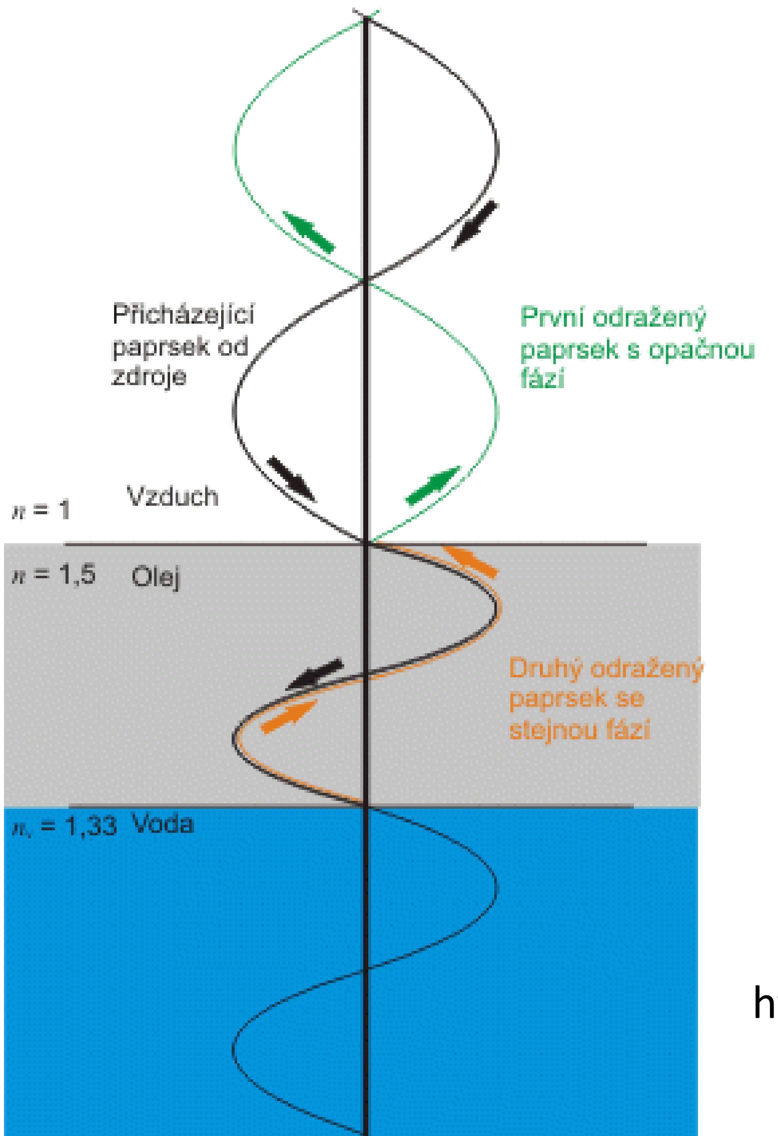
V 1. řádu $k = 1$

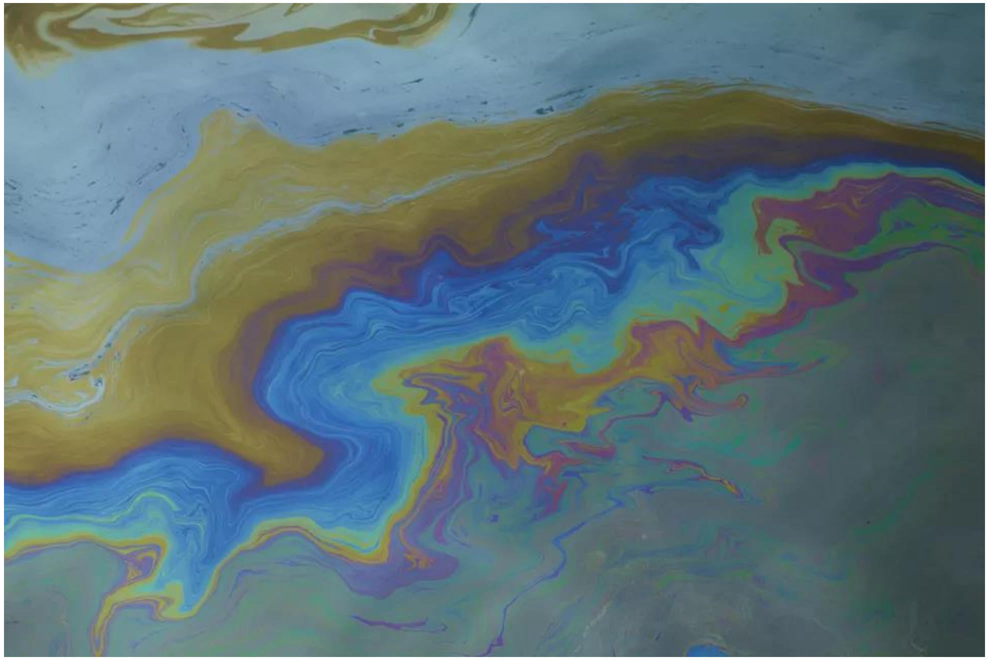
$$\lambda = 2\cdot(n h_t + h_a)$$

Příklad 9.6

Na skvrnu oleje tloušťky $d = 0,2\,\mu\mathrm{m}$ vytvořené na vodě dopadá kolmo sluneční světlo. Určete vlnovou délku světla λ, která se bude po odrazu nejvíce zesilovat. Index lomu oleje je $n = 1,5$.

$$\left[\lambda = \frac{4nd}{2k-1} = 400\ \mathrm{nm}\right]$$





http://reseneulohy.cz/1578/vrstva-oleje-na-vode

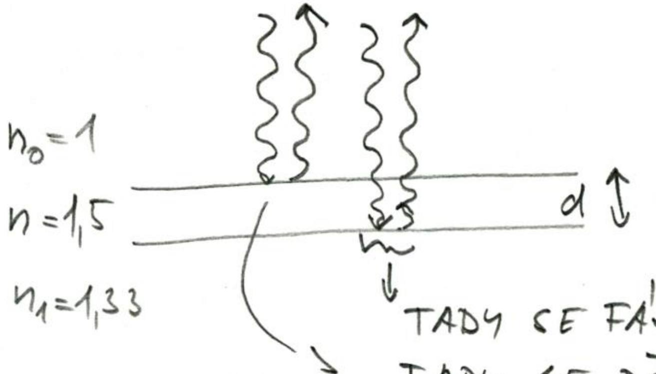
Příklad 9.6

Na skvrnu oleje tloušťky $d = 0,2\,\mu$m vytvořené na vodě dopadá kolmo sluneční světlo. Určete vlnovou délku světla λ, která se bude po odrazu nejvíce zesilovat. Index lomu oleje je $n = 1,5$.

$$\left[\lambda = \frac{4nd}{2k-1} = 400\text{ nm}\right]$$

Opět úloha na interferenci.

Při odrazu světla od opticky hustšího prostředí dochází ke změně fáze o π, což odpovídá rozdílu optické dráhy $\frac{\lambda}{2}$.



$\rightarrow$ Rozdíl v optické dráze je $n \cdot 2d$

TADY SE FÁZE NEMĚNÍ
TADY SE PŘI ODRAZU FÁZE MĚNÍ

Rozdíl ve fázi odražených paprsků je π, tj. $\lambda/2$

Aby došlo ke konstruktivní interferenci, musí platit:

$$n \cdot 2d + \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda \qquad \text{kde } k \in \mathbb{Z}$$

$$2nd = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$d = \frac{(2k-1)\lambda}{4n} \quad \text{či} \quad \lambda = \frac{4nd}{2k-1}$$

$d = 2 \cdot 10^{-7}$ m

$n = 1,5$

Příklad 9.7

Mýdlová blána se při kolmém dopadu světla jevila v odraženém světle modrá. Pro modrou barvu vezměme vlnovou délku λ =450 nm. Předpokládejme, že jde o první maximum. Index lomu blány je roven $n = 1,33$. Určete tloušťku blány. $\left[d = \dfrac{(2k-1)\lambda}{4n} = 84\cdot10^{-9}\ \text{m} = 84\ \text{nm}\right]$

Odevzdáváte v Moodle

http://reseneulohy.cz/1579/mydlova-blana

Akustika

Příklad 7.2

Lokomotiva jede rychlostí 72 $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ k pozorovateli na kolejích. Strojvůdce zatroubí 2 sekundy (podle svých hodinek). Jak dlouho trvá zvuk pro pozorovatele? Rychlost zvuku je 320 m/s (je -17^o C). Nefouká vítr, vzduch je v klidu vzhledem ke kolejím, koleje jsou přímé. $\left[t_L\left(1-\dfrac{v}{c}\right)= 1{,}875\ \mathrm{s}\right]$

čas (lokomotiva)

t_1 … začátek troubení

t_2 … konec troubení

$t_L = t_2 - t_1$

čas (pozorovatel)

t_1' … začátek troubení

t_2' … konec troubení

$t_2' - t_1' = ?$

Zvuk se šíří rychlostí c:

t_1: LOK. $\xrightarrow{\ell}$ POZOROV. $\quad t_1' = t_1 + \dfrac{\ell}{c}$, kde ℓ je počáteční vzdálenost lokomotiva – člověk.

t_2: LOK $\xrightarrow{\ell - v(t_2-t_1)}$ POZOROV. $\quad t_2' = t_2 + \dfrac{\ell - v\cdot(t_2-t_1)}{c}$, protože za čas t_2-t_1 se vzdálenost lokomotiva – člověk zkrátila o $v\cdot(t_2-t_1)$

Zvuk (troubení) trvá pro pozorovatele:

$$t_2' - t_1' = t_2 - t_1 - \frac{v(t_2-t_1)}{c} = \left[t_2 - t_1 = t_L\right] = t_L\left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

Uvědomíme-li si, že t_L může představovat periodu akustického vlnění, jde o odvození Dopplerova jevu.

Příklad 7.2

Lokomotiva jede rychlostí 72 $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ k pozorovateli na kolejích. Strojvůdce zatroubí 2 sekundy (podle svých hodinek). Jak dlouho trvá zvuk pro pozorovatele? Rychlost zvuku je 320 m/s (je -17^o C). Nefouká vítr, vzduch je v klidu vzhledem ke kolejím, koleje jsou přímé. $\left[t_L\left(1-\frac{v}{c}\right)=1,875\ \mathrm{s}\right]$

$$T = T_0\left(1 - \frac{v_{zdroj}}{c}\right)$$

$$f = f_0 \frac{c}{c - v_z}$$

pro pozorovatele

$$f = f_0 \frac{c \pm v_p}{c}$$

pro pohyb obou: zdroje i pozorovatele

$$f = f_0 \frac{c \pm v_p}{c \mp v_z}$$

Příklad 7.3

Masívní zvučící ladička se přibližuje po dráze kolmé ke stěně rychlostí $v = 25\ \mathrm{cm}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Pozorovatel slyší rázy o kmitočtu $f_r = 3$ Hz. Vypočítejte kmitočet ladičky. Rychlost zvuku při 20^o C je $344\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ $\left[f = f_r\dfrac{c^2-v^2}{2cv} = 2064\ \mathrm{Hz}\right]$

odraz od stěny: jako v zrcadle, tj. přibližuji se (ladička)

Pozorovatel slyší obě ladičky:

1. $u_1 = A\cdot\cos[k_1x+\omega_1t+\varphi_1] = A\cdot\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda_1}+f_1t\right)+\varphi_1\right]$

2. $u_2 = A\cdot\cos[k_2x+\omega_2t+\varphi_2] = A\cdot\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda_2}+f_2t\right)+\varphi_2\right]$

Dopplerův jev: pohybuje se zdroj

$$f_1 = f_0\frac{c}{c+v} \qquad f_2 = f_0\frac{c}{c-v}$$

Pozorovatel na místě: $u = u_1+u_2 = A\cdot\cos(2\pi f_1t+\psi_1)+A\cdot\cos(2\pi f_2t+\psi_2) =$
$= 2A\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1+f_2}{2}\right)t+\left(\frac{\psi_1+\psi_2}{2}\right)\right]\cdot\cos\left[2\pi\underbrace{\left(\frac{f_2-f_1}{2}\right)}_{\text{RÁZY}}t+\frac{\psi_2-\psi_1}{2}\right]$

Pozorovatel nerozliší záporné a kladné výchylky: tj $f_r = f_2-f_1$

$$f_r = f_2-f_1 = f_0c\left[\frac{1}{c-v}-\frac{1}{c+v}\right] = \frac{f_0\,2cv}{c^2-v^2} \Rightarrow f_0 = f_r\cdot\frac{c^2-v^2}{2cv}$$

dosazujeme $v = 0{,}25$ m/s