Fyzika 2
Online seminář č. 6
27. října 2020

První (distanční) test

- Kdy: Úterý 3.11.2020
- Žačátek: 10:45 (15 minut před seminářem)
  zadání ve fakultním emailu
- Konec: 12:45 (15 minut po semináři)
- Způsob odevzdání: Moodle
  PDF formát
  https://moodle.fel.cvut.cz/mod/assign/view.php?id=169877
- Hodnocení: 20 bodů (zápočet: 30 ze 70)

První (distanční) test

http://aldebaran.feld.cvut.cz/vyuka/konicek/F2-B1B02FY2/samostudium/studenti-prvni-distancni-pisemka.pdf

První písemka z fyziky v době distanční výuky

V týdnu od 2.11.2020 proběhne první písemka z fyziky. Studenti budou mít 2 hodiny na vypracování a odeslání zpět. (Na kontaktní písemku by byla vyhrazena jedna hodina.)
V písemce bude obsaženo zhruba deset otázek z teorie z tématických okruhů 1 - 24. To co je v tématických okruzích tučným písmem je odvození, odvození v písemce nebude, samotné znění bez odvození v ní být může. V písemce bude obsahově to, co jsem k tématu napsal na tabuli nebo dal k nastudování.
Dále písemka obsahuje jeden příklad z doporučených příkladů z partií

Vlny, Vlnová optika, Akustika, Geometrická optika

Připomínám, že podle rozhodnutí vedoucího katedry je písemka bodována.

Petr Koníček

Ideální plyn. Kinetická teorie plynů

Příklad 3.3

Kolik molekul vody by připadalo na 1 cm^2, kdyby byla voda o hmotnosti $m_V = 1$ gram rovnoměrně rozprostřena po zemském povrchu? Avogadrova konstanta je rovna $N_A = 6,023 \cdot 10^{26}$ kmol^{-1}, střední poloměr Země je roven $R_z = 6,373 \cdot 10^6$ m, molární hmotnost vodíku je $M_H = 1,00797$ g $\cdot$ mol^{-1}, molární hmotnost kyslíku je $M_O = 15,9994$ g $\cdot$ mol^{-1} $\left[N = \dfrac{m_V N_A}{4\pi R_z^2 (2M_H + M_O)} = 6550 \text{ molekul/cm}^2\right]$

Molární množství $n = \dfrac{m_V}{M_m} = \dfrac{N_{CELKEM}}{N_{AV}}$

M_m ... molární hmotnost vody

N_{CELKEM} ... počet molekul v $m_V = 1$g

N_{AV} ... Avogadrova konstanta

$M_m = 2M_H + M_O$

$$N_{CELKEM} = \frac{m_V}{M_m} \cdot N_{AV} = \frac{m_V}{2M_H + M_O} \cdot N_{AV}$$

Na 1 cm^2

$$N = N_{CELKEM} \cdot \frac{S_1}{4\pi R_Z^2} = \frac{m_V}{2M_H + M_O} \cdot N_{AV} \cdot \frac{S_1}{4\pi R_Z^2}$$

S_1 ... 1 cm^2

Dosazujeme $m_V = 1$g a M_H a M_O v g/mol. $N_{AV} = 6,023 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} !

pokud $S_1 = 1$ cm^2, pak $R_Z = 6,373 \cdot 10^8$ cm :

$$N = \frac{1}{2 \cdot 1,00797 + 15,9994} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot (6,373 \cdot 10^8)^2} = 6550 \frac{\text{mol}}{(\text{v } 1\text{cm}^2)}$$

Příklad 3.6

V nádobě o objemu V =100 cm^3 je ideální plyn o teplotě t =27^{o}C. Z nádoby unikne vadným ventilem část plynu, takže jeho tlak se zmenší o Δp=4,14 kPa. Teplota plynu je stálá. Určete počet molekul N, které z nádoby unikly. Avogadrova konstanta je rovna $N_A = 6,023 \cdot 10^{26}$ kmol^{-1} , univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1} $\left[N = \dfrac{N_A \Delta p V}{RT} = 1,001 \cdot 10^{20} \text{ molekul}\right]$

Odevzdáváte v Moodle

Příklad 3.8

Určete molární hmotnost plynu M_m, který má při tlaku 98 kPa a teplotě 0°C hustotu $8,64 \cdot 10^{-2}$ kg·m^{-3} univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J·kmol^{-1}·K^{-1} $\left[M_m = \dfrac{\rho R T}{p} = 1,997 \text{ kg} \cdot \text{kmol}^{-1} \right]$

Opět upravujeme stavovou rovnici:

$$pV = nRT = \left[n = \frac{m}{M_m} \right] = \frac{m}{M_m} RT$$

$$M_m = \frac{m}{V} \frac{RT}{p} = \rho \frac{RT}{p}$$

Dosazujeme v kg, mol, ... $R = 8,3$ J mol^{-1} K^{-1}; $\rho = 8,64 \cdot 10^{-2}$ kg/m^3;

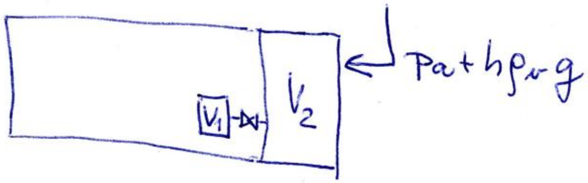
$T = 273,15$ K ; $p = 98000$ Pa

$$M_m = 0,001\,999 \text{ kg/mol} = 1,999 \text{ g/mol}$$

Příklad 3.10

Bomba o objemu $V_1 = 20\,\ell$ je naplněna stlačeným vzduchem (ideální plyn). Při teplotě $t_1 = 20^o$C ukazuje manometr tlak $p_1 = 120 \cdot 10^5$ Pa. Jaký objem V_2 vody (v litrech) je možné vytěsnit z komory ponorky vzduchem z této bomby, jestliže je ponorka $h = 30\,$m pod hladinou a teplota $t_2 = 5^o$C ? Atmosferický tlak je $p_A = 10^5$ Pa, hustota vody je $\rho_v = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3} , tíhové zrychlení je rovno $g = 9,81$ m $\cdot$ s^{-2}

$$\left[V_2 = V_1 \, \frac{T_2}{T_1} \, \frac{p_1}{\rho_v h g + p_A} - V_1 = 557,5\,\ell\right]$$



Množství plynu v tlakové „bombě" musí být zachováno :

$$m = \frac{pV}{RT} = konst. = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{p_2 (V_1 + V_2)}{R T_2}$$

kde $p_2 = p_a + h \cdot \rho_v \cdot g$

$T_2 = t_2 + 273,15$ K

$T_1 = t_1 + 273,15$ K

$R = 8,3 \, \frac{J}{K\,mol}$

$$V_1 + V_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1 = \frac{p_1}{p_a + h\rho_v g} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1$$

$$V_2 = \left(\frac{p_1}{p_a + h\rho_v g} \cdot \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot V_1$$

$$V_2 = \left(\frac{120 \cdot 10^5}{10^5 + 30 \cdot 1000 \cdot 9,81} \cdot \frac{5 + 273,15}{20 + 273,15} - 1 \right) \cdot 20\,\ell = 557,5\,\ell$$

Příklad 3.11

Jaký kompresní poměr musí mít spalovací motor, má-li se nasávaný vzduch ($\varkappa = 1,4$) teploty $t_1 = 80^o$ C zahřát kompresí na $t_2 = 1000^o$ C ? Kompresní poměr motoru je podíl objemů $\frac{V_1}{V_2}$. Děje v motoru pokládejte za adiabatické.

$$\left[\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{1-\varkappa}} = 24,7\right]$$

Stavová rovnice: $pV = nRT \Longrightarrow nR = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ (1)

adiabatický děj: $p_1 V_1^{\varkappa} = p_2 V_2^{\varkappa}$ (2)

Rovnici (1) vydělíme rovnicí (2):

$$\frac{V_1^{1-\varkappa}}{T_1} = \frac{V_2^{1-\varkappa}}{T_2} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1-\varkappa} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{1-\varkappa}}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{80+273}{1000+273}\right)^{\frac{1}{1-1,4}} = \left(\frac{353}{1273}\right)^{-2,5} = \left(\frac{1273}{353}\right)^{2,5} \doteq 24,7$$

Příklad 3.12

Nádoba je naplněna kyslíkem pokojové teploty $T = 300$ K. Molární hmotnost molekulárního kyslíku O_2 je M_m=0,032 kg.mol^{-1}, univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1}

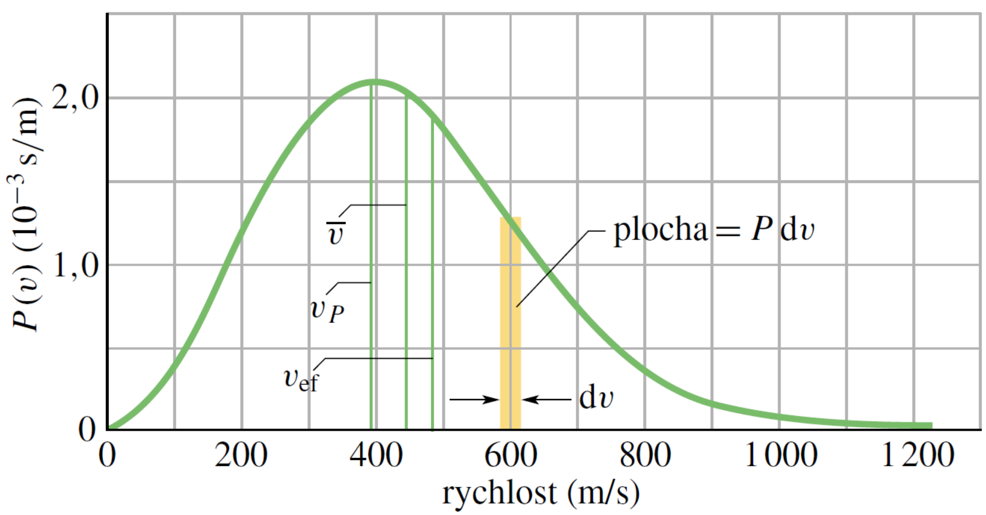
a) kolik procent molekul má rychlost v intervalu < 599 m $\cdot$ s^{-1}, 601 m $\cdot$ s$^{-1} >$?

$$\left[P = 4\pi \left(\frac{M_m}{2\pi RT} \right)^{\frac{3}{2}} v_s^2 e^{-\frac{M_m}{2RT}v^2} \Delta v = 0,262\% \text{ molekul} \right]$$

b) jaká je nejpravděpodobnější rychlost molekuly ? $\left[v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M_m}} = 394,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right]$

c) jaká je střední rychlost molekuly ? $\left[\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_m}} = 445 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right]$

$$P(v) = 4\pi \left(\frac{m_\mathrm{m}}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 \mathrm{e}^{-m_\mathrm{m} v^2 / 2RT}$$



http://www.fsiforum.cz/upload/soubory/knihy/HRW/kapitoly/Kap_20_-_Kineticka_teorie_plynu.pdf

Příklad 3.12

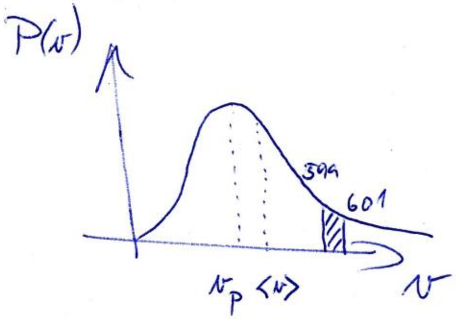
Nádoba je naplněna kyslíkem pokojové teploty $T = 300$ K. Molární hmotnost molekulárního kyslíku O_2 je M_m=0,032 kg.mol^{-1}, univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3 \cdot 10^3$ J $\cdot$ kmol$^{-1} \cdot$ K^{-1}

a) kolik procent molekul má rychlost v intervalu < 599 m $\cdot$ s^{-1}, 601 m $\cdot$ s$^{-1} >$?

$$\left[P = 4\pi \left(\frac{M_m}{2\pi RT}\right)^{\frac{3}{2}} v_s^2 e^{-\frac{M_m}{2RT}v^2} \Delta v = 0,262\% \text{ molekul}\right]$$

b) jaká je nejpravděpodobnější rychlost molekuly ? $\left[v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M_m}} = 394,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\right]$

c) jaká je střední rychlost molekuly ? $\left[\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_m}} = 445 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\right]$



a) rychlostní rozdělení (hustota pravděpodobnosti)

$$f(v) = \frac{dP(v, v+dv)}{dv} = \left(\frac{M_m}{2\pi RT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-\frac{M_m}{2RT}v^2}$$

$$P(v \in \langle 599, 601 \rangle \text{m/s}) = \int_{599}^{601} f(v)\,dv \doteq f(\bar{v}) \cdot \Delta v = \left(\frac{M_m}{2\pi RT}\right)^{3/2} \cdot 4\pi \bar{v}^2 e^{-\bar{v}^2} \cdot \Delta v$$

$$\doteq 0{,}0026$$

b) $v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M_m}}$ nebo $v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

$$v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}3 \cdot 300}{0{,}032}} \doteq 394{,}5 \text{ m/s}$$

c) $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_m}}$ nebo $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8{,}3 \cdot 300}{\pi \cdot 0{,}032}} \doteq 445 \text{ m/s}$$

Příklad 3.13

Pro směs tří kilomolů Ar a pěti kilomolů O_2 (molekulární kyslík) určete

a) molární tepelnou kapacitu C_V $\left[\frac{1}{n_{Ar}+n_{O_2}}\left(\frac{3}{2}n_{Ar}+\frac{5}{2}n_{O_2}\right)R = 17658\ \mathrm{J\cdot kmol^{-1}\cdot K^{-1}}\right]$

b) molární tepelnou kapacitu C_p $\left[C_p = C_V + R = 25968\ \mathrm{J\cdot kmol^{-1}\cdot K^{-1}}\right]$

c) adiabatický exponent (Poissonovu konstantu) $\varkappa$ $\left[\varkappa = \frac{C_p}{C_V} = 1,47\right]$

univerzální plynová konstanta je rovna $R = 8,3\cdot 10^3\ \mathrm{J\cdot kmol^{-1}\cdot K^{-1}}$