Paralelní a distribuované algoritmy – dokumentace
Pipeline merge sort

Bc. Jaroslav Sendler, xsendl00
xsendl00@stud.fit.vutbr.cz

1. dubna 2012

Dokumentace k 1.projektu do předmětu Paralelní a distribuované algoritmy (PRL). Obsahuje popis zadání, rozbor a analýzu algoritmu Pipeline merge sort. V závěru dokumentu se nachází komunikační protokol mezi „procesory“ (způsob zasílání zpráv). Pro vizualizaci je využit sekvenční diagram.

1 Zadání

Pomocí knihovny Open MPI implementujte algoritmus **Pipeline merge sort**.

Vstup: Soubor „numbers“ obsahující čísla velikosti 1 byte, která jdou bez mezery za sebou.

Výstup: Výstup na *stdout* se skládá ze dvou částí:

- Jednotlivé načtené hodnoty v jednom řádku oddělené mezerou (vypsat po načtení prvním procesorem).
- Jednotlivé seřazené hodnoty oddělené novým řádkem (od nejmenšího po největší).

Postup: Vytvořte testovací skript *test*, který bude řídit testování. Skript bude mít následující vlastnosti:

- Bude pojmenován *test* nebo *test.sh*.
- Bude přijímat 1 parametr a to *pocet_hodnot*.

Skript vytvoří podle velikosti parametru *pocet_hodnot* soubor *numbers* s náhodnými čísly a následně spustí program s počtem procesorů $log_2(pocet\_hodnot) + 1$. Skript nakonec smaže vytvořený binární soubor a soubor *numbers*. Vzhledem ke strojové kontrole výsledků se v odevzdané verzi kódu nebudou vyskytovat žádné jiné výstupy než uvedené a ze stejných důvodů je třeba dodržet výše uvedené body týkající se testovacího skriptu. Za nedodržení těchto požadavků budou strhávány body.

2 Rozbor a analýza algoritmu

Algoritmus Pipeline merge sort pracuje s lineárním polem procesorů $p(n) = \log n + 1$, kde n je počet prvků určených k seřazení a $+1$ značí první procesor, který načítá vstupní data.

Základní body algoritmu: •

- Data nejsou uložena v procesorech, ale postupně do nich vstupují.
- Každý procesor spojuje dvě seřazené posloupnosti délky 2^{i-2}.
- Procesor P_i se spustí, když má na jednom vstupu posloupnost délky 2^{i-2} a na druhém 1, tedy začne $2^{i-2} + 1$ cyklů po procesoru P_{i-1}.
- P_i začne v cyklu
$$1 + \sum_{j=0}^{i-2} 2^j + 1 = 2^{i-1} + i - 1$$
.
- P_i skončí v cyklu $(n-1) + 2^{i-1} + i - 1$.
- Celý algoritmus skončí po $2n + \log n - 1$ cyklech.

Rozbor algoritmu

Algoritmus Pipeline merge sort pracuje s $\log_2(n) + 1$. Každý pracovní (vyjma prvního) z procesorů obsahuje dvě fronty s maximální délkou i, kde i je číslo procesoru ($i >= 1$). Tedy pro druhý procesor $P_2 = 2$, třetí $P_3 = 3$, čtvrtý $P_4 = 4$ a tak dále. Algoritmus začíná první procesor, který načítá vstupní čísla a po jednom (bez porovnání) je zasílá druhému procesoru. Ten je ihned přijímá a střídavě je ukládá do první nebo do druhé fronty.

Při naplnění front správným počtem prvků (u $P_21 >= 1$ a $P_22 >= 1$) začínají pracovní procesory třídit data. Porovnávají se dvě čísla, jedno z první fronty, druhé z druhé fronty, a dle zadání se buď menší z nich nebo větší zašle vedlejšímu procesoru. Toto porovnání 2. procesor dělá pouze jednou, 3. procesor 2x, 4. 4x a tak dále. Ten jej přijme a taktéž ukládá do front. Porovnávat začne při splnění dříve uvedených podmínek. Tímto způsobem pracují všechny procesory.

Výjimkou je poslední procesor, který při naplnění jedné fronty a druhé o obsahu alespoň jednoho čísla začíná porovnávat a výsledek (seřazená čísla) tiskne na standardní výstup. Při situaci, kdy má jednu frontu prázdnou, tak druhá obsahuje již seřazenou posloupnost prvků, a proto jsou postupně její prvky bez dalších operací poslány na výstup.

Fronty jednotlivých pracovních procesorů obsahují po seřazení n-tice. Každý další procesor spojuje/seřazuje posloupnosti (obsah obou front) předešlého procesoru.

3 Teoretická složitost algoritmu

časová složitost: $2n + \log n - 1$ cyklů, kde n je počet prvků k seřazení
tedy $\mathbf{t(n) = O(n)}$

cena: $t(n).p(n) = O(n).(\log n + 1)$, kde $p(n)$ je počet „procesorů“
tedy $\mathbf{c(n) = O(n * \log n)}$, což je optimální

4 Naměřené hodnoty

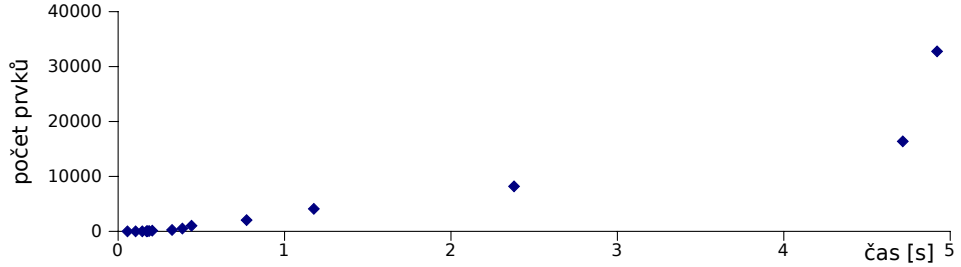
V tabulce 1 je zobrazena závislost mezi počtem vstupních prvků a časem potřebným k jejich seřazení. Výsledky byly zjištěny při experimentování s posloupnostmi různých délek. Pro každou hodnotu bylo provedeno 10 měření a následně udělán průměr. Měření probíhalo na školním serveru Merlin pomocí příkazu *time* při vypnutých výpisech.Do výsledných hodnot není započítáno generování vstupních prvků příkazem *dd*.

počet prvků	2	4	8	16	32	64	128	256	512
čas[s]	0,066	0,105	0,145	0,171	0,176	0,186	0,205	0,324	0,386

počet prvků	1024	2048	4096	8192	16384	32768
čas[s]	0,441	0,772	1,176	2,379	4,715	4,921

Tabulka 1: Přehled naměřených časů v závislosti na počtu prvků.

Na obrázku 2 je graficky znázorněn vztah mezi počtem prvků a časem potřebným k jejich seřazení.

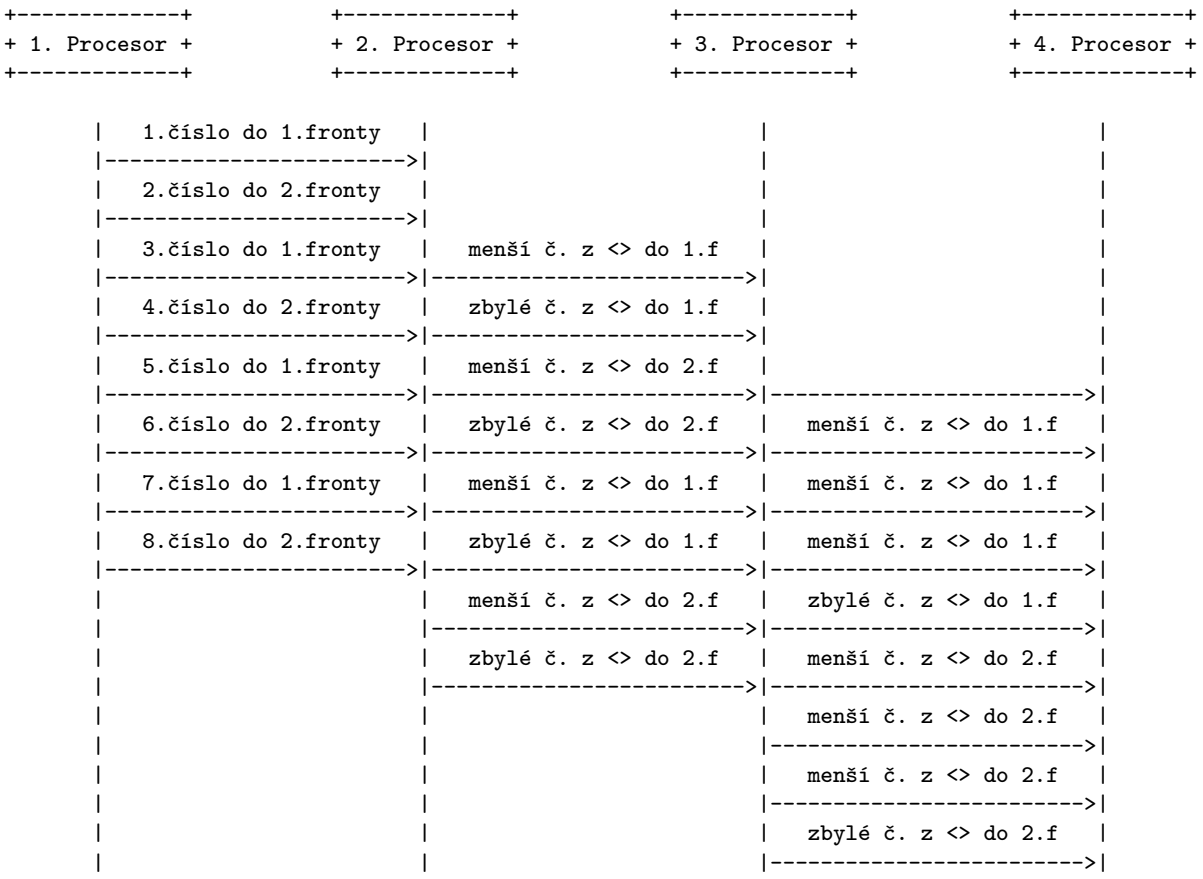


Obrázek 1: Závislost mezi počtem prvků a časem potřebným k jejich seřazení.

5 Komunikační protokol

Na obrázku 2 zobrazeném níže je pomocí sekvenčního diagramu znázorněna komunikace mezi jednotlivými procesory. Pro zjednodušení a lepší přehlednost je jako vstup pro Pipeline merge sort algoritmu použito 8 neseřazených čísel. Tedy počet procesorů je $\log_2(8) + 1$ což je 4.

V samotném diagramu jsou použity následující zkratky: č $->$ číslo, f $->$ fronta, $<>$ $->$ porovnání dvou čísel.



Obrázek 2: Příklad komunikace 4 procesorů v algoritmu Pipeline merge sort.