1

Označme si vybraný počet součástek vektorem $n = (n_{k_1}, n_{k_2}, n_{t_1}, n_{t_2})^T$, kde n_{k_1} odpovídá počtu normálních kondenzátorů, n_{k_2} kvalitních kondenzátorů, n_{t_1} normálních tranzistorů a n_{t_2} kvalitních tranzistorů. Ze zadání víme, že součástka by měla vydržet cca 2.5 roku. Tudíž můžeme shora odhadnout maximální počet každé součastky, protože usoudíme, že součástka by neměla mít větší životnost než 3 roky. Obvod samotný vydrží 1 rok, takže po součástkách chceme dohromady maximálně 2 roky (24 měsíců).

Označme $A = (0.2, 0.83, 0.85, 1.3)$ matici (vektor) „životnosti" a $B = (0.1, 1, 0.35, 0.5)$ matici (vektor) ceny. Jelikož přidaná životnost v měsích součástky sestavené dle vektoru n se spočítá $A \cdot n$ a cena $B \cdot n$.

Maximální počet pro každou součástku je postupně dle značení výše $m_{k_1} = \lceil \frac{24}{0.2} \rceil = 120$, $m_{k_2} = \lceil \frac{24}{0.83} \rceil = 29$, $m_{t_1} = \lceil \frac{24}{0.85} \rceil = 29$, $m_{t_2} = \lceil \frac{24}{1.3} \rceil = 19$. Spočteme si teda všechny možné n tž. $A \cdot n \leq 24$. Takových n existuje 97268.

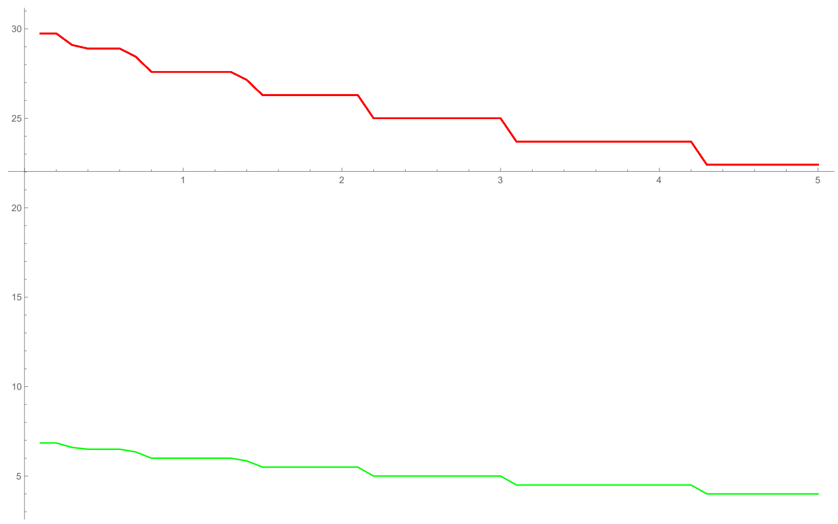
Chceme minimalizovat hodnotu $(A \cdot n - 18)^2$, 18 značí 1,5 roku, což chceme v optimálním případě, protože součástka přidá 1.5 roku k 1 roku a tedy ve výsledku bude mít kazítko^{TM} životnost 2,5 roku. Dále samozřejmě chceme minimalizovat cenu což odpovídá hodnotě $(B \cdot n)^2$.

Označme si μ parametr, který bude značit co ve výsledků více preferujeme (výšší cenu nebo lepší životnost). Pro nějaké μ, chceme tedy minimalizovat hodnotu $(A \cdot n - 18)^2 + \mu \cdot (B \cdot n)^2$ přes všechna možná n. Čím větší μ, tak to značí, že dáváme větší důraz na cenu a zanedbáváme životnost. Zde jsou optimální hodnoty pro několik vybraných μ:

μ	n_{k_1}	n_{k_2}	n_{t_1}	n_{t_2}	**životnost [měsíce]**	**cena [Kč]**
0.1	0	0	1	13	29.75	6.85
0.2	0	0	1	13	29.75	6.85
0.3	1	0	0	13	29.1	6.6
0.6	0	0	0	13	28.9	6.5
0.7	0	0	1	12	28.45	6.35
0.8	0	0	0	12	27.6	6
1	0	0	0	12	27.6	6
2	0	0	0	11	26.3	5.5
4	0	0	0	9	23.7	4.5

Doporučujeme zvolit hodnoty pro $\mu = 1$, jelikož odchylka předpokládané životnosti 2,5 roku (30 měsíců) je 2,4 měsíce, ale cena je hezkých 6,00,- Kč. Tato hodnota je také vhodná v tom, že potřebujeme pouze součástky jednoho typu (kvalitní tranzistory). Pro jedno kazítko^{TM} tedy potřebujeme 12 kvalitních tranzistorů.

Zde je zobrazen vývoj pro μ od 0.1 do 5 (kroky po 0.1). Červený graf značí životnost v měsících a zelený cenu v Kč.



2

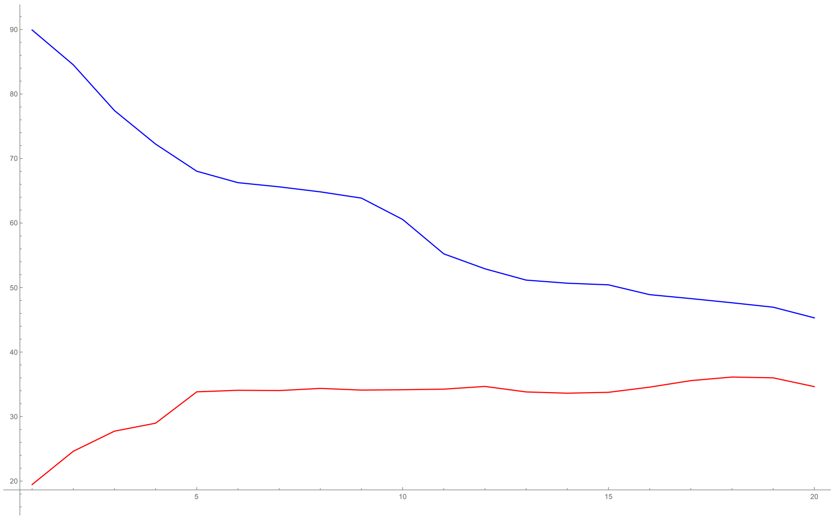
Označme $y(n)$ popularitu politiky v n-tém týdnu a $x(n)$ popularitu toaletního papíru. Hledáme model typu Moving Average, který z dat o popularitě toaletního papíru předpoví popularitu politiky. Pro dané $m \in \mathbb{N}$ hledáme váhy $w_1, \dots, w_m \in \mathbb{R}$ tž. platí $y(n) = \sum_{i=1}^{m} w_i \cdot x(n-i)$. Trénovacích dat (týdnů) máme 47. Máme tedy soustavu rovnic:

$$\begin{pmatrix} y(m+1) \\ y(m+2) \\ \vdots \\ y(47) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(m) & x(m-1) & \dots & x(1) \\ x(m+1) & x(m) & \dots & x(2) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x(46) & x(45) & \dots & x(47-m) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{pmatrix}$$

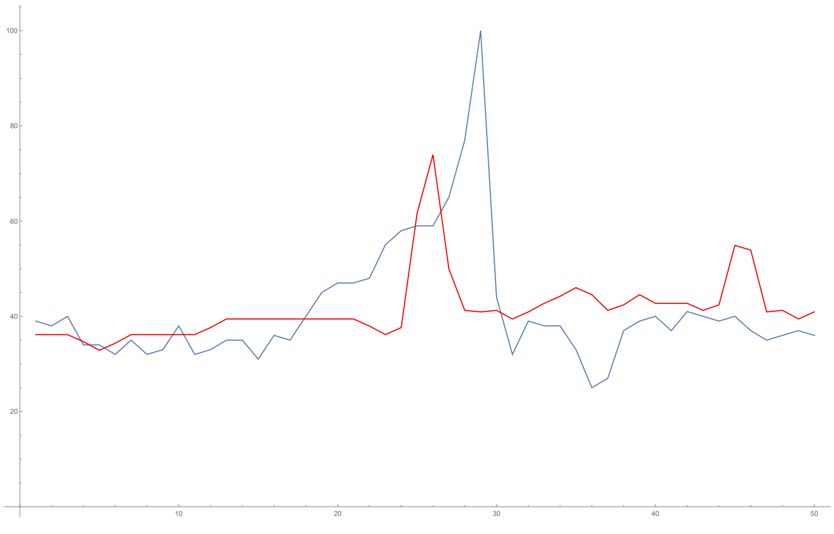
Pomocí metody nejmenších čtverců spočteme $w_1, \dots, w_m$ pro dané m. Potřebujeme vybrat ideální m, aby tyto parametry nebyly přetrénované ale také dobře předpovídaly.

Chybu budeme měřit $e_{all} = ||y - \hat{y}||$, kde $y = (y(m+1), \dots, y(47), y(48), \dots, y(52))$ kde $y(48), \dots, y(52)$ jsou již testovací data a $\hat{y} = (\hat{y}(m+1), \dots, \hat{y}(52))$ kde $\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^{m} w_i \cdot x(k-i)$ neboli data spočítaná z našeho modelu. Dále si změříme chybu $e_{test} = ||y_{test} - \hat{y}_{test}||$, kde y_{test} a $\hat{y}_{test}$ jsou jako $y, \hat{y}$ ale pouze s testovacími daty. Máme tedy celkovou chybu modelu a chybu modelu na testovacích datech.

Zde je graf pro e_{all} (modrá) a e_{test} (červená) pro $m \in \{2, \dots, 21\}$ (pokud $m > 21$ tak jsou data v podstatě nic neříkající):



Vidíme že celková chyba stále klesá, jelikož čím dál více přetrénováváme váhy. Vidíme, že model nejlépe funguje pro testovací data pro $m = 2$, tedy pouze závilost na 2 předchozích dnech. Zvolme tedy pouze 2 váhy $w_1 = 1.47928, w_2 = 1.80795$. Zde je graf y (modrá) a $\hat{y}$ (předpověď) pro tyto váhy:



V dnešní rubrice