1

Definujeme vektor stavu HP pokémonů jako $h(t) = (h_1(t), h_2(t))^T$, kde $h_1(t)$ značí hodnotu HP Pikachu po kole t a $h_2(t)$ hodnotu HP Charmandera po kole t. Víme, že $h_1(0) = 100$ a $h_2(0) = 50$. Ze zadání je zřejmé, že platí:

$$A = \begin{pmatrix} 0.95 & -0.2 \\ -0.1 & 1.1 \end{pmatrix}$$
$$h(t+1) = A \cdot h(t)$$

Vidíme, že toto je předpis pro lineární dynamický systém a tedy zřejmě platí $h(t) = A^t \cdot h(0)$. Matice A je diagonalizovatelná, protože její vlastní vektory tvoří bázi $\mathbb{R}^2$. Platí:

$$R = \begin{pmatrix} 0.647994 & -0.920202 \\ -0.761646 & -0.391445 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1.18508 & 0 \\ 0 & 0.864922 \end{pmatrix}$$
$$A = R \cdot D \cdot R^{-1}$$

Matice R je matice přechodu z báze B tvořené vlastnímy vektory A ke kanonické bázi (K) a R^{-1} naopak. Z lineární algebry víme, že platí $[h(t)]_B = D^t \cdot [h(0)]_B$, kde $[\cdot]_B$ značí souřadnice vektorů v bázi B. Dále platí $h(t) = [h(t)]_K = R \cdot [h(t)]_B$ a $[h(0)]_B = R^{-1} \cdot [h(0)]_K = h(0)$. Dosadíme-li:

$$h(t) = R \cdot [h(t)]_B = R \cdot D^t \cdot [h(0)]_B = R \cdot D^t \cdot R^{-1} \cdot h(0) \text{ kde}$$

Po dosazení a vyčíslený máme explicitní vzorec pro $h(t)$:

$$h(t) = \begin{pmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 104.661 \cdot 0.864922^t - 4.66082 \cdot 1.18508^t \\ 44.5217 \cdot 0.864922^t - 5.47828 \cdot 1.18508^t \end{pmatrix}$$

Po 9. kole ($t = 9$) má Pikachu HP $h_1(9) \approx 6.864$ a Charmander $h_2(9) \approx 37.317$. V po 10. kole by bylo Pikachu mrtvé s $h_1(10) \approx -0.942$. Potřebujeme utéct po 9. kole.