Označme zadaný polynom písmenem $f = 2x^5 - x^4 + 13x^3 - 5x^2 - 8x - 1$. Derivace polynomu f má tvar $f' = 10x^4 - 4x^3 + 39x^2 - 10x - 8$. Výpočetem NSD$(f, f')$ v okruhu $\mathbb{Z}[x]$ zjistíme, že NSD vyjde 1, takže je f bezčtvercový.

Nejmenší prvočíslo p, které můžeme použít je 5, protože $2|lc(f)$ a $f \mod 3$ není bezčtvercový. Dále potřebujeme najít vhodnou mocninu $k \in \mathbb{N}$, aby $5^k > 2|lc(f)|LM(f) = 4LM(f)$. $LM(f) = 2^5\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 13^2 + (-5)^2 + (-8)^2 + (-1)^2} \implies 520 > LM(f) > 519 \implies k = 5$.

Nejdříve tedy spočteme ireducibiní rozklad f v $\mathbb{Z}_5[x]$ pomocí Berlekampova algoritmu. K tomu ale potřebujeme, aby f byl monický. Přenásobíme tedy f inverzním prvkem k 2 v $\mathbb{Z}_5$, tedy 3. Budeme počítat s polynomem $g \coloneqq 3f$. Pokud dostaneme ireducibilní rozklad polynomu g bude to i ireducibilní rozklad f, akorát k jednomu faktoru přidáme danou konstantu 2. Matice Q, ve které jsou sloupce souřadnice polynomů $x^0 \mod g, x^5 \mod g, x^{10} \mod g, x^{15} \mod g, x^{20} \mod g \in [Z]_5[x]$ v bázi $1, x, x^2, x^3, x^4$, vypadá takto:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Báze jádra matice $Q - E$ je například:

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, h_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, h_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Víme tedy, že polynom f má právě 3 ireducibilní faktory v okruhu $\mathbb{Z}_5[x]$. Nyní můžeme začít provádět while cyklus v Berklekampově algoritmu

$$\begin{aligned}
&F \coloneqq \{g\}, i \coloneqq 2 : \\
&\text{NSD}(g, x^4 + 2x^2 + x - 0) = x^3 + 2x + 1 \\
&\text{NSD}(g, x^4 + 2x^2 + x - 1) = x + 3 \\
&\text{NSD}(g, x^4 + 2x^2 + x - 2) = 1 \\
&\text{NSD}(g, x^4 + 2x^2 + x - 3) = 1 \\
&\text{NSD}(g, x^4 + 2x^2 + x - 4) = x + 4
\end{aligned}$$

$$F \coloneqq \{x^3 + 2x + 1, x + 3, x + 4\} \implies |F| = 3 = \text{„počet ireducibilních faktorů“}$$

Algoritmus tedy skončil s iredicibilními faktory $x^3 + 2x + 1, x + 3, x + 4$. Jeden z nich potřebujeme ještě vynásobit 2, zvolíme ten první. Máme tedy ireducibilní rozklad $f = (2x^3 + 4x + 2)(x + 3)(x + 4)$

v $\mathbb{Z}_5[x]$. Můžeme tedy provést Henselovo zdvihání pro $k = 5$.

$$\tilde{g_1} = (x+3)(x+4) = x^2 + 2x + 2$$
$$\tilde{g_2} = (2x^3 + 4x + 2)(x+3) = 2x^4 + x^3 + 4x^2 + 4x + 1$$
$$\tilde{g_3} = (2x^3 + 4x + 2)(x+4) = 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 3$$
$$g_1^{(1)} = 2x^3 + 4x + 2$$
$$g_2^{(1)} = x + 3$$
$$g_3^{(1)} = x + 4$$
$$d := \frac{f - (2x^3 + 4x + 2)(x+3)(x+4)}{5} \mod 5^2 = 2x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x$$

$k = 1$

Provedením algoritmu 27 dostaneme:

$$d = 2x\tilde{g_1} + 2\tilde{g_2} + 4\tilde{g_3} \implies (u_1, u_2, u_3) = (2x, 2, 4)$$
$$g_i := g_i + 5u_i \mod 25 \implies$$
$$g_1^{(2)} = 2x^3 + 14x + 2$$
$$g_2^{(2)} = x + 13$$
$$g_3^{(2)} = x + 24$$

$k = 2$

$$g_1^{(3)} = 2x^3 + 14x + 2$$
$$g_2^{(3)} = x + 63$$
$$g_3^{(3)} = x + 124$$

$k = 3$

$$g_1^{(4)} = 2x^3 + 14x + 2$$
$$g_2^{(4)} = x + 313$$
$$g_3^{(4)} = x + 624$$

$k = 4$

$$g_1^{(5)} = 2x^3 + 14x + 2$$
$$g_2^{(5)} = x + 1563$$
$$g_3^{(5)} = x + 3124$$

Zdvihnuté faktory jsou tedy $(g_1, g_2, g_3) = (2x^3 + 14x + 2, x + 1563, x + 3124)$. Nyní zbývá provést kombinaci faktorů:

$C := \{2, 3\}, f' := f$

$t = 1:$

$g := 2g_2 = 2(x + 1563) \mod 5^5 = 2x + 1$

$(2x+1)|f' \implies h_1 = 2x + 1, f' := x^4 - x^3 + 7x^2 - 6x - 1, C := \{3\}$

$g := g_3 = x + 3124 \mod 5^5 \equiv x - 1$ (vzhledem k tomu jak interpretujeme celá čísla modulo)

$(x-1)|f' \implies h_2 = x - 1, h_3 := \dfrac{f'}{h_2} = x^3 + 7x + 1$

Výsledkem faktorizace dostáváme rovnost

$$2x^5 - x^4 + 13x^3 - 5x^2 - 8x - 1 = h_1h_2h_3 = (2x+1)(x-1)(x^3 + 7x + 1)$$