

1

Provedeme GS ortogonalizaci na vektorech b_1, b_2, b_3 . Dostaneme $b_1^* = (0, 3, 4)$, $b_2^* = (-1, \frac{12}{25}, \frac{-9}{25})$, $b_3^* = (\frac{78}{17}, \frac{104}{17}, \frac{-78}{17})$ a hodnoty $\mu_{2,1} = \frac{21}{25}$, $\mu_{3,1} = \frac{-16}{25}$, $\mu_{3,2} = \frac{-7}{17}$. Nyní můžeme přejít k druhému kroku LLL:

$$i = 2, j = 1 :$$

$$x := 1$$

$$b_2 := b_2 - 1b_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\mu_{2,1} := \mu_{2,1} - 1 = \frac{-4}{25}$$

$$i = 3, j = 2 :$$

$$x := 0 \text{ (tedy zbytek tohoto kroku můžeme přeskočit)}$$

$$i = 3, j = 1 :$$

$$x := -1$$

$$b_3 := b_3 - (-1)b_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\mu_{3,1} = \mu_{3,1} - (-1) = \frac{9}{25}$$

Nyní můžeme přejít ke „kontrolnímu“ kroku LLL. Zjistíme, ale že musíme prohodit vektory b_1 a b_2 , protože $\|b_2^*\|^2 < (\frac{3}{4} - \mu_{2,1}^2)\|b_1^*\|^2 \iff \frac{34}{25} < (\frac{3}{4} - (\frac{-4}{25})^2)25$.

Nově máme tedy prohozené vektory $b_1 = (-1, 0, -1)^T$, $b_2 = (0, 3, 4)^T$, $b_3 = (5, 7, -3)^T$. Spočítáme opět GS ortogonalizaci: $b_1^* = (-1, 0, -1)^T$, $b_2^* = (-2, 3, 2)^T$, $b_3^* = (\frac{78}{17}, \frac{104}{17}, \frac{-78}{17})^T$, $\mu_{2,1} = -2$, $\mu_{3,1} = -1$, $\mu_{3,2} = \frac{5}{17}$. Druhý krok:

$$i = 2, j = 1 :$$

$$x := -2$$

$$b_2 := b_2 - (-2)b_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\mu_{2,1} := -2 - (-2) = 0$$

$$i = 3, j = 2 :$$

$$x := 0$$

$$i = 3, j = 1 :$$

$$x := -1$$

$$b_3 := b_3 - (-1)b_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\mu_{3,1} = \mu_{3,1} - (-1) = 0$$

Kontrolou tentokrát projdou všechny vektory. Výstupem LLL jsou tedy vektory:

$$b_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad b_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}$$