1

Nechť $\boldsymbol{C}$ je $[n,k,d]_2$ MDS kód, tedy $d = n - k + 1$. Uvažujme generující matici tohoto kódu ve standardním tvaru a označme jí $C = [I_k|A]$, kde A je matice z $\mathbb{F}_2^{k\times(n-k)}$. Matice A je díky tomu, že $\boldsymbol{C}$ je MDS, typu $\mathbb{F}_2^{k\times(n-k)} = \mathbb{F}_2^{k\times(d-1)}$.

Pokud $k = 1$, tak matice C má pouze jeden řádek a aby byla splněna podmínka $d = n - 1 + 1$, tak v matici A (která je vlastně řádkový vektor) musí být samé 1 (tedy i v C). Což znamená, že tento kód je triviální a je to opakovací kód. Tedy $[n,1,n]_2$ kód.

Předpokládejme nyní $k > 1$. V řádcích C jsou kódová slova (prvky báze jsou také kódová slova), která musí splňovat, že jejich vzdálenost je d. Ale na prvních k prvcích je jejich vzdálenost pouze 1, kvůli tomu, že C obsahuje identickou matici, takže nezbývá nic jiného, než že v matici A jsou samé jedničky, aby vzdálenost od nulového slova byla d. Pokud ale sečteme první 2 řádky matice C, tak z definice musí jejich součet být kódové slovo, ale to má právě 2 nenulové prvky, tedy musí platit $d \leq 2$.

Celkem tedy máme $1 \leq d \leq 2$. Takže $k = n - 1$ nebo $k = n$.

Jediné možné binární MDS kódy jsou tedy

- $[n,1,n]_2$
- $[n,n,1]_2$
- $[n,n-1,2]_2$

My chceme ale 1-perfektní kódy, tedy $d > 2$. Tudíž jediný lineární kód co to splňuje je $[n,1,n]_2$, což je 2 prvkový opakovací kód $\boldsymbol{C} = \{000\ldots0, 111\ldots1\}$. Tento kód můžeme jednoduše upravit na nelineární přičtením jakéholiv nenulového vektoru k oboum vektorům této množiny.

Nelineární zbytek???