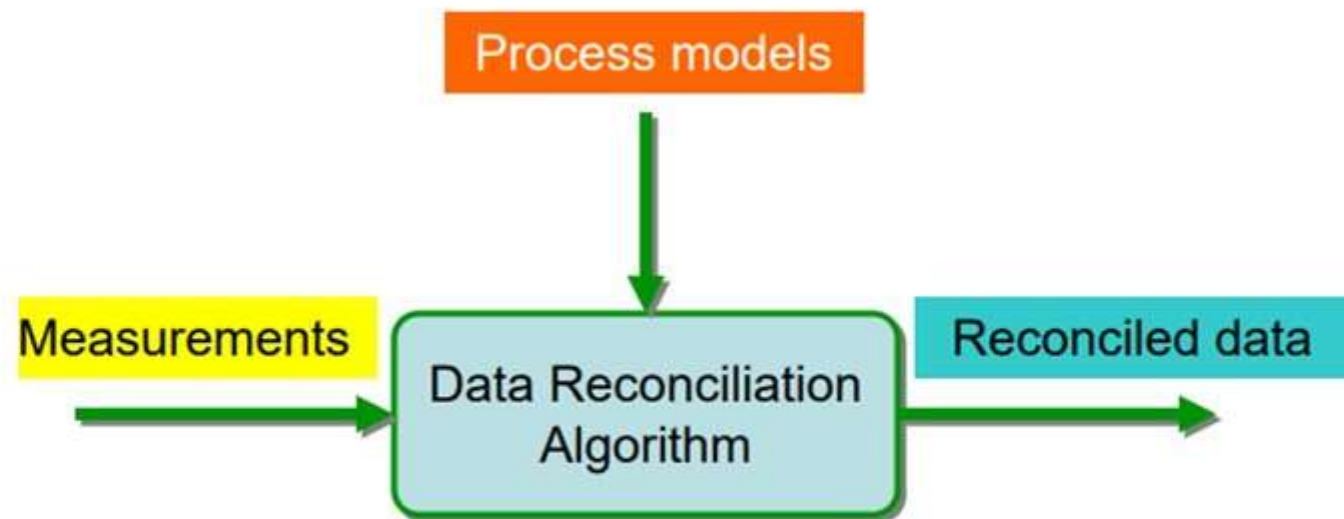


# Reconciliação de dados

Arthur de Miranda Neto  
Danilo Alves de Lima

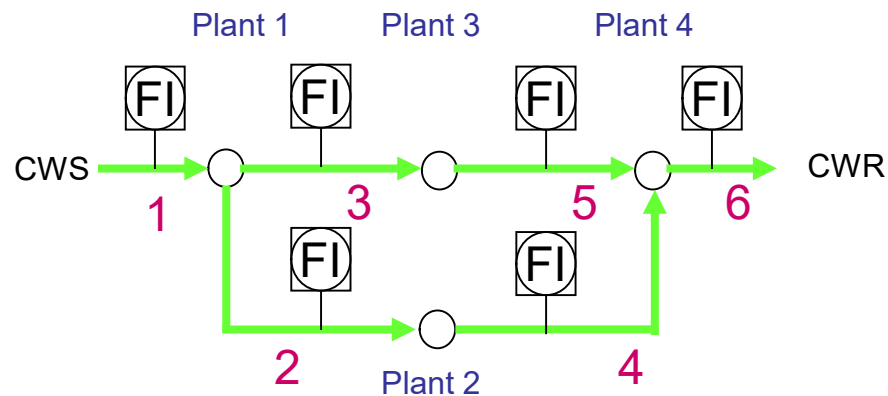


3



# Reconciliação de Dados (RD)

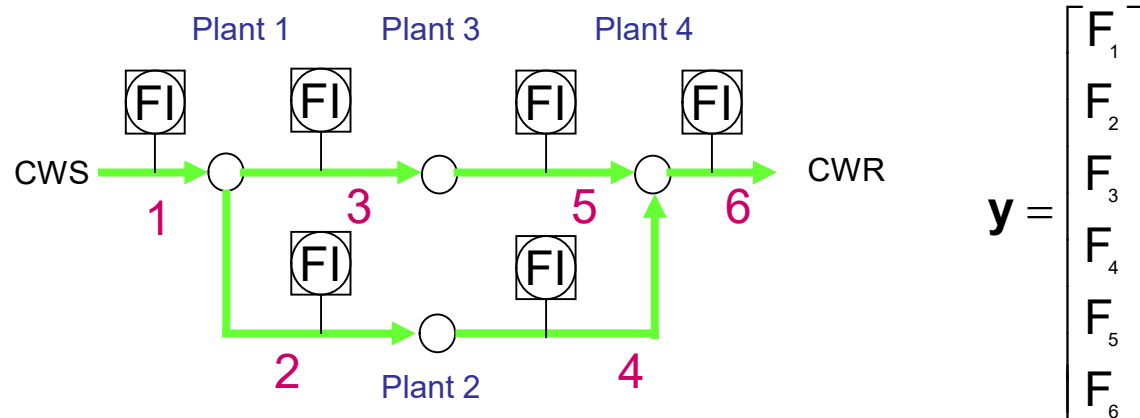
O mais simples problema de reconciliação de dados ocorre no processo de reconciliação de taxas de fluxo em uma planta, como ilustrado na figura.



com todas as variáveis medidas

# Reconciliação de Dados (RD)

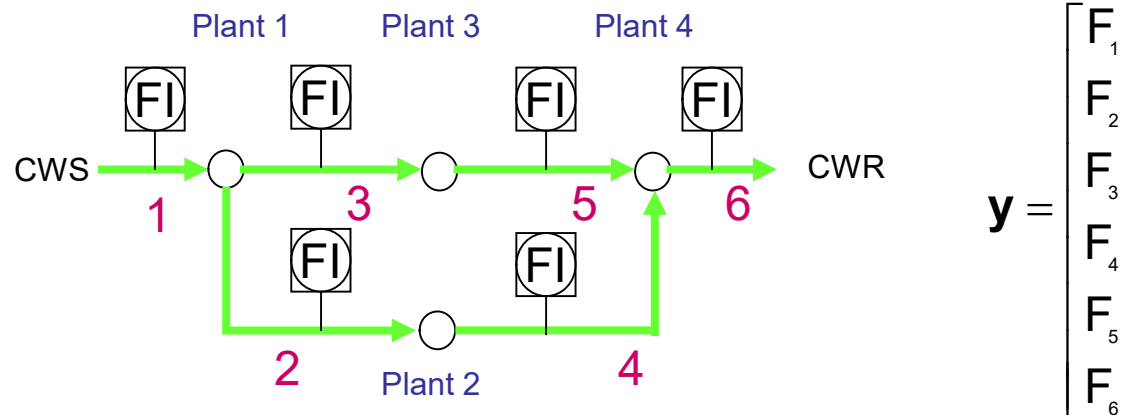
O mais simples problema de reconciliação de dados ocorre no processo de reconciliação de taxas de fluxo em uma planta, como ilustrado na figura.



Para este exemplo, todos os fluxos são medidos na rede.

# Reconciliação de Dados (RD)

O mais simples problema de reconciliação de dados ocorre no processo de reconciliação de taxas de fluxo em uma planta, como ilustrado na figura.

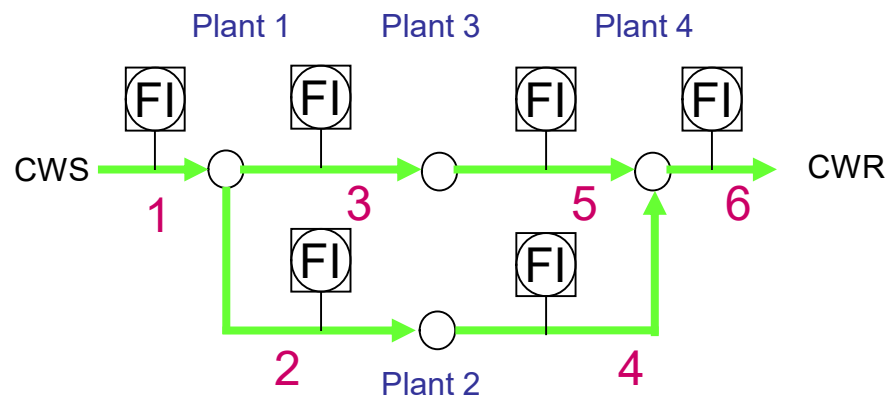


$$J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^\top \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$$

**Para este exemplo, todos os fluxos são medidos na rede. Aplicando o algoritmo geral de reconciliação de dados, formulado pela Equação acima**

# Reconciliação de Dados (RD)

O mais simples problema de reconciliação de dados ocorre no processo de reconciliação de taxas de fluxo em uma planta, como ilustrado na figura.



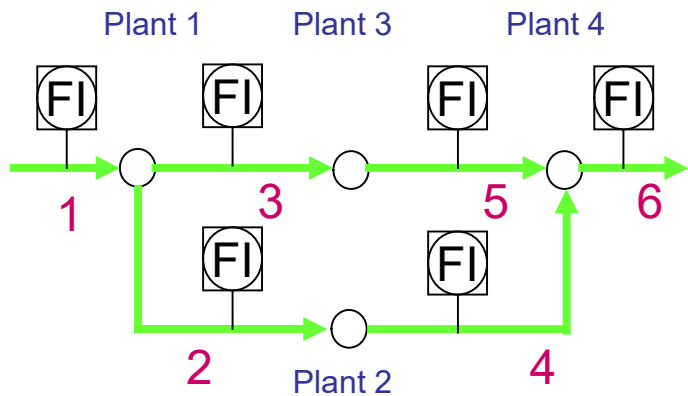
$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 60.8 \\ 35.0 \\ 68.9 \\ 38.6 \\ 101.4 \end{bmatrix}.$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$$

Para este exemplo, todos os fluxos são medidos na rede. Aplicando o algoritmo geral de reconciliação de dados, formulado pela Equação acima, o vetor das medições de taxa de fluxo pode ser escrito como:

# Reconciliação de Dados (RD)

Assumindo que as seis medidas são não-correlacionadas

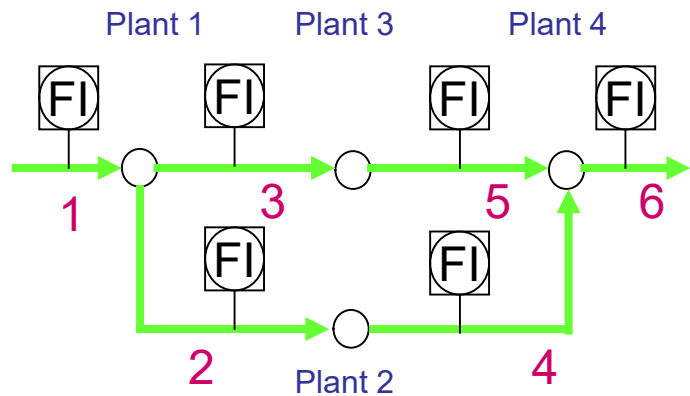


Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 60.8 \\ 35.0 \\ 68.9 \\ 38.6 \\ 101.4 \end{bmatrix}.$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assumindo que as seis medidas são não-correlacionadas, a matriz de variância,  $V$ , na sua forma diagonal, pode ser dada como:



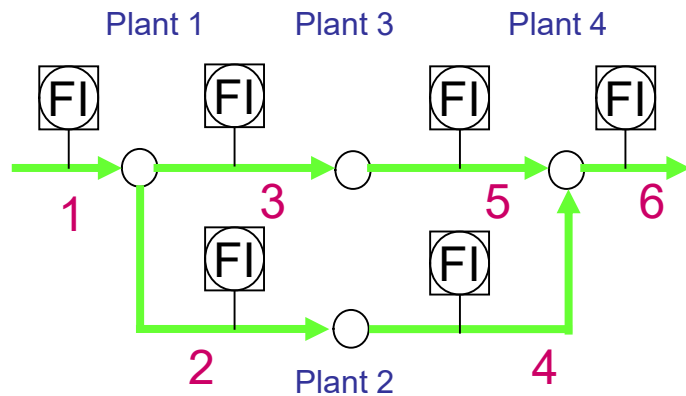
Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$V = \begin{bmatrix} 0.6724 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2809 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2116 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5041 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2025 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.44 \end{bmatrix}.$$

(Nota:  $\sigma^2$  é a variância)

# Reconciliação de Dados (RD)

As restrições do modelo de processo, neste caso, são os balanços de massa em torno de cada planta (nó) na rede.



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

Plant 1:

Plant 2:

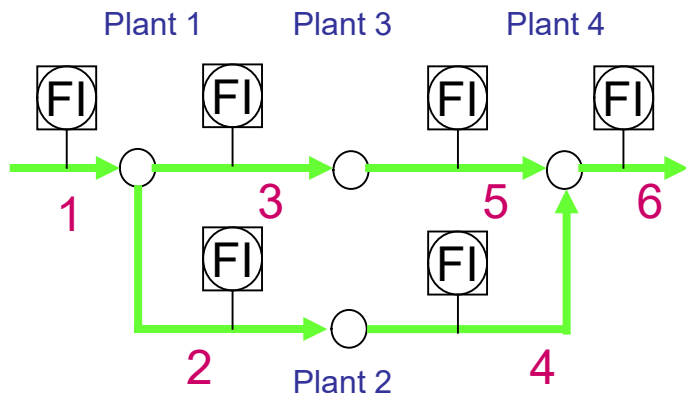
Plant 3:

Plant 4:



# Reconciliação de Dados (RD)

As restrições do modelo de processo, neste caso, são os balanços de massa em torno de cada planta (nó) na rede. Isto significa dizer que os valores reconciliados devem satisfazer os balanços de massa em cada nó.



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

Plant 1:

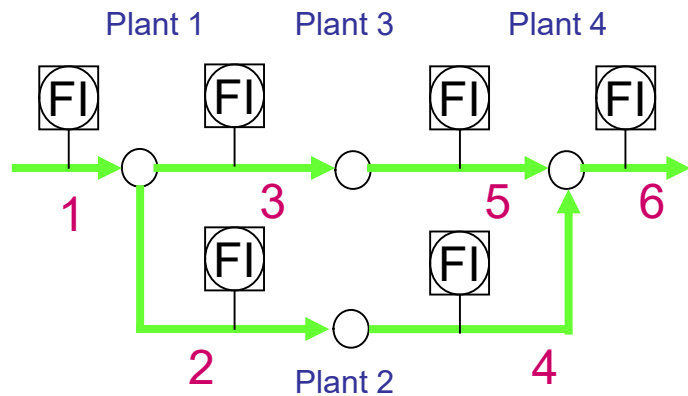
Plant 2:

Plant 3:

Plant 4:

# Reconciliação de Dados (RD)

As restrições do modelo de processo, neste caso, são os balanços de massa em torno de cada planta (nó) na rede. Isto significa dizer que os valores reconciliados devem satisfazer os balanços de massa em cada nó.



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

Os balanços de massa em torno de cada nó pode ser escrito como:

Plant 1:  $\hat{F}_1 - \hat{F}_2 - \hat{F}_3 = 0$

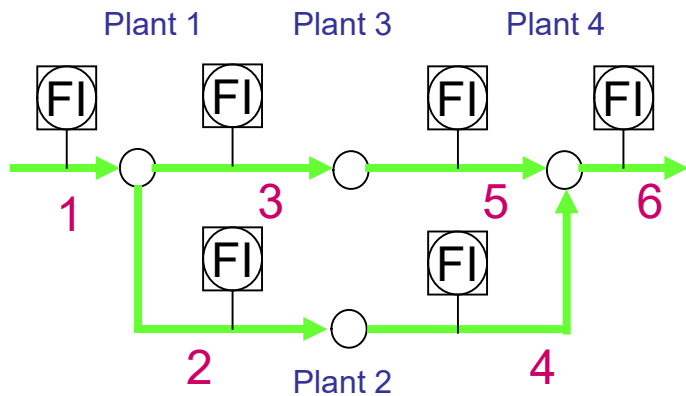
Plant 2:  $\hat{F}_2 - \hat{F}_4 = 0$

Plant 3:  $\hat{F}_3 - \hat{F}_5 = 0$

Plant 4:  $\hat{F}_4 + \hat{F}_5 - \hat{F}_6 = 0$

# Reconciliação de Dados (RD)

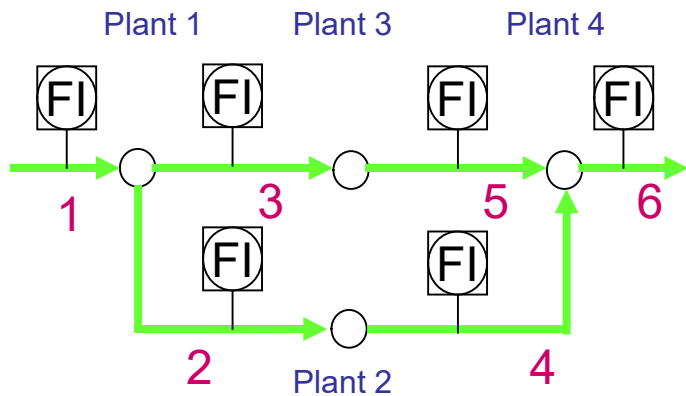
É mais elegante escrever as restrições do modelo de processo (os balanços de massa) em uma forma compacta



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

# Reconciliação de Dados (RD)

É mais elegante escrever as restrições do modelo de processo (os balanços de massa) em uma forma compacta,  $A\hat{y} = 0$ , onde:



$$\text{Plant 1: } \hat{F}_1 - \hat{F}_2 - \hat{F}_3 = 0$$

$$\text{Plant 2: } \hat{F}_2 - \hat{F}_4 = 0$$

$$\text{Plant 3: } \hat{F}_3 - \hat{F}_5 = 0$$

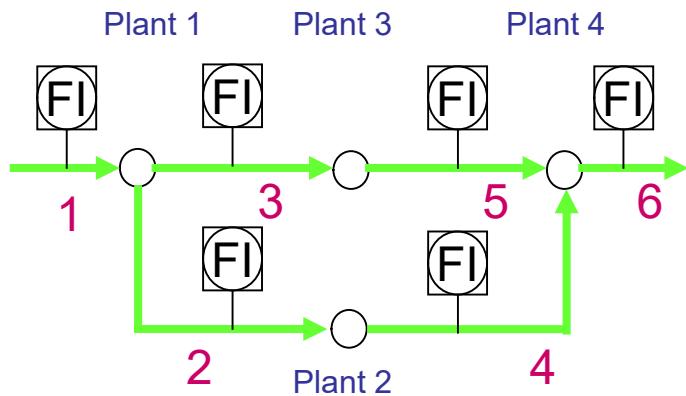
$$\text{Plant 4: } \hat{F}_4 + \hat{F}_5 - \hat{F}_6 = 0$$



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

# Reconciliação de Dados (RD)

É mais elegante escrever as restrições do modelo de processo (os balanços de massa) em uma forma compacta,  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$ , onde:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$\text{Plant 1: } \hat{F}_1 - \hat{F}_2 - \hat{F}_3 = 0$$

$$\text{Plant 2: } \hat{F}_2 - \hat{F}_4 = 0$$

$$\text{Plant 3: } \hat{F}_3 - \hat{F}_5 = 0$$

$$\text{Plant 4: } \hat{F}_4 + \hat{F}_5 - \hat{F}_6 = 0$$



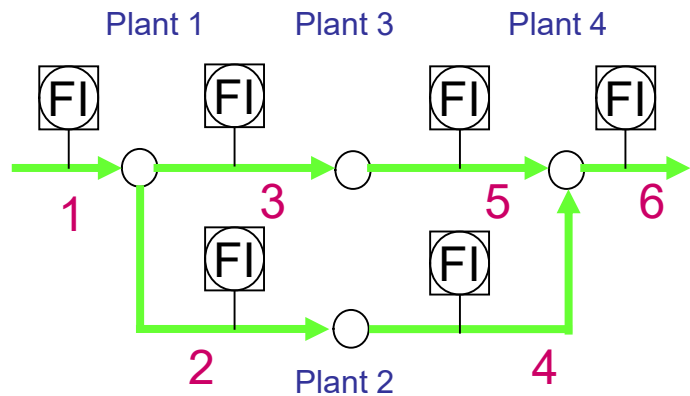
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_4 \\ \hat{F}_5 \\ \hat{F}_6 \end{bmatrix}$$

e  $\mathbf{0}$  é um vetor nulo.

# Reconciliação de Dados (RD)

A matriz **A** é chamada de matriz de incidência, onde cada linha representa cada nó e cada coluna representa cada corrente do fluxo, respectivamente.



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

Fluxo 1 2 3 4 5 6:

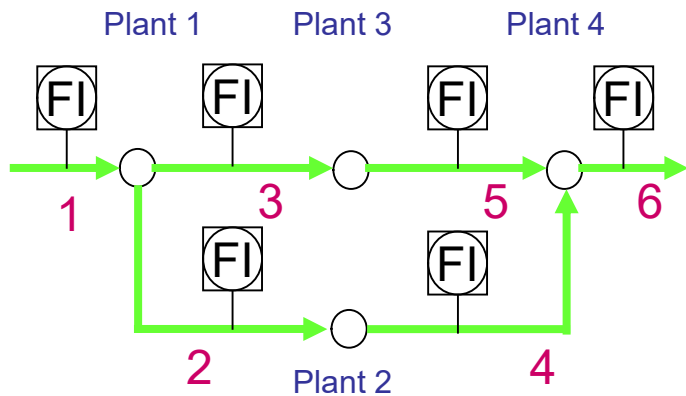
Nó

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Matriz de incidência: **A**

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, o problema de reconciliação de dados para a rede de água de refrigeração torna-se:



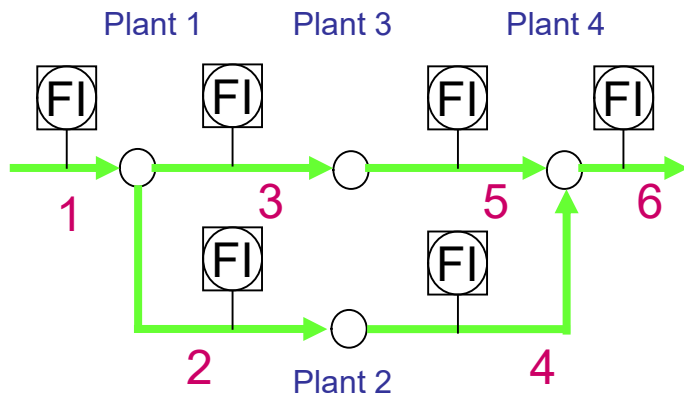
Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, o problema de reconciliação de dados para a rede de água de refrigeração torna-se:

Sujeito à:

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_4 \\ \hat{F}_5 \\ \hat{F}_6 \end{bmatrix}$$

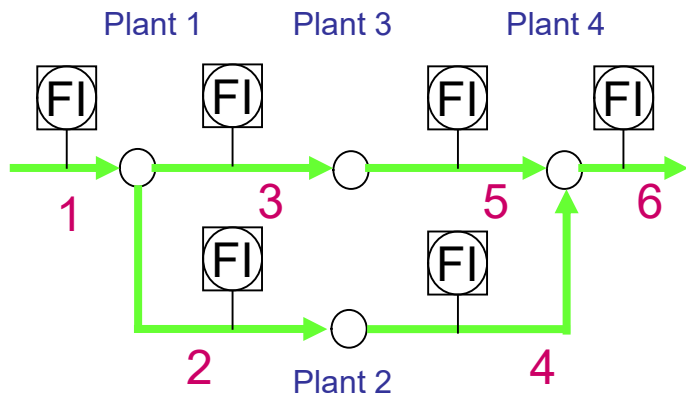


# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, o problema de reconciliação de dados para a rede de água de refrigeração torna-se:

Sujeito à:

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$



O problema de otimização pode ser resolvido usando multiplicadores de Lagrange.

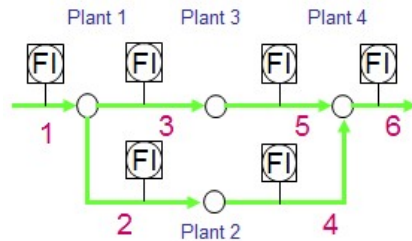
Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_4 \\ \hat{F}_5 \\ \hat{F}_6 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



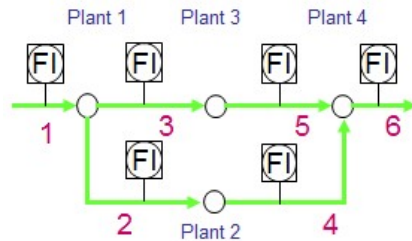
Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

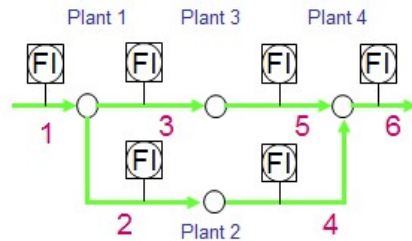
$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

onde  $\lambda^T = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3 \quad \lambda_4]$  **Lagrange**

Lagrange, desenvolveu um método para encontrar o mínimo ou máximo de uma função multivariável, sujeita a uma ou várias condições de restrição, dadas por equações.

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

$$\text{onde } \lambda^T = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3 \quad \lambda_4] \quad \text{Lagrange}$$

Lagrange define uma função auxiliar  $F(x, y, \lambda)$  tal que:

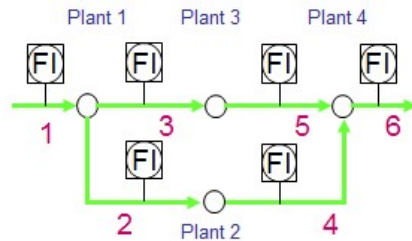
$$F(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \varphi(x, y)$$

onde  $\lambda$  é denominado multiplicador de Lagrange.

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n) = & f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ & + \lambda_1 \varphi_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ & + \lambda_2 \varphi_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) + \dots + \\ & + \lambda_m \varphi_m(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \end{aligned}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

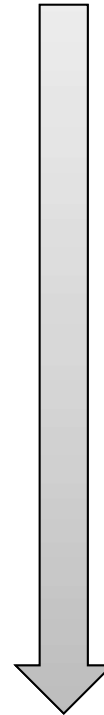
Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

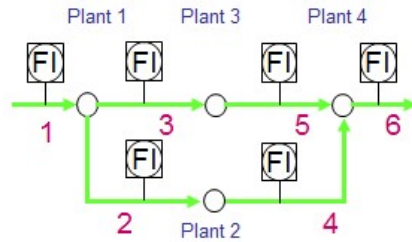
$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$



# Reconciliação de Dados (RD)

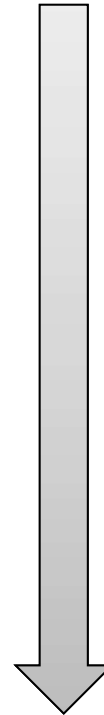
Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

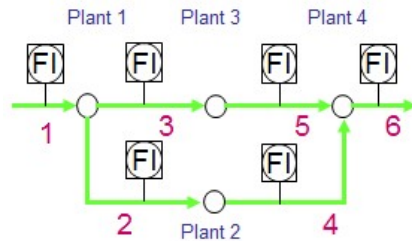


Vetor de dados reconciliados:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{y}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



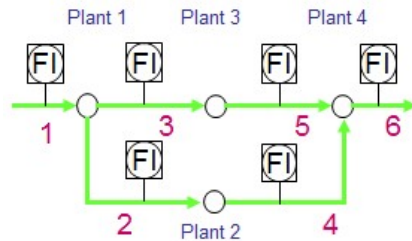
Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

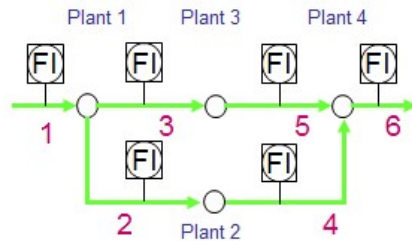
$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

As condições necessárias para obter o mínimo:



# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

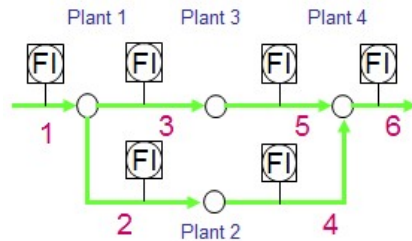
As condições necessárias para obter o mínimo:

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\mathbf{y}}} = -2\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

As condições necessárias para obter o mínimo:

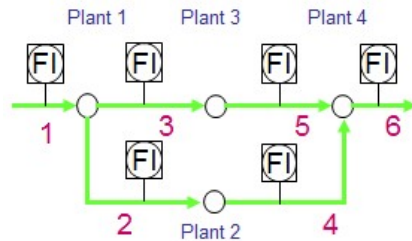
$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\mathbf{y}}} = -2\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

Pré-multiplicando cada termo pela matriz de covariância,  $\mathbf{V}$ :  $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{V}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

As condições necessárias para obter o mínimo:

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\mathbf{y}}} = -2\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

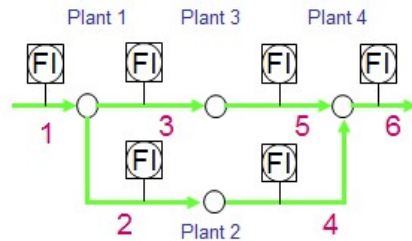
Pré-multiplicando cada termo pela matriz de covariância,  $\mathbf{V}$ :  $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{V}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$

Pré-multiplicando cada termo pela matriz de incidência,  $\mathbf{A}$ , e aplicando  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$

$$\mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

As condições necessárias para obter o mínimo:

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\mathbf{y}}} = -2\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

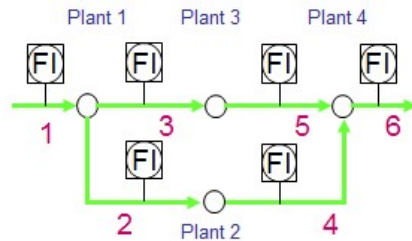
Pré-multiplicando cada termo pela matriz de covariância,  $\mathbf{V}$ :  $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{V}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$

Pré-multiplicando cada termo pela matriz de incidência,  $\mathbf{A}$ , e aplicando  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$

$\mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$  reorganizando a equação:  $\lambda = -(\mathbf{A}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{y}$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

As condições necessárias para obter o mínimo:

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\mathbf{y}}} = -2\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

Pré-multiplicando cada termo pela matriz de covariância,  $\mathbf{V}$ :  $\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{V}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0}$

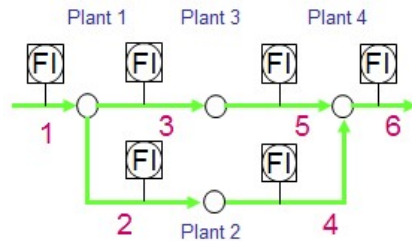
Pré-multiplicando cada termo pela matriz de incidência,  $\mathbf{A}$ , e aplicando  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$

$$\mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{0} \quad \text{reorganizando a equação: } \lambda = -(\mathbf{A}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{y}$$

Substituindo  $\lambda$  e reorganizando a equação, tem-se o vetor de dados reconciliados:  $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{y}$

# Reconciliação de Dados (RD)

Assim, ... as taxas de fluxo reconciliadas são obtidas por:



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

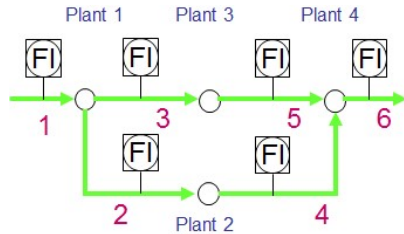
$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) - 2\lambda^T \mathbf{A}\hat{\mathbf{y}}$$

Esta equação é a solução básica para um problema de reconciliação de dados em um estado estacionário linear (*linear steady-state*).

Substituindo  $\lambda$  e reorganizando a equação, tem-se o vetor de dados reconciliados:  $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{y}$

# Reconciliação de Dados (RD)



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$V = \sigma^2 \text{ (matriz diagonal)}$$

$$A = \begin{cases} \hat{F}_1 - \hat{F}_2 - \hat{F}_3 = 0 \\ \hat{F}_2 - \hat{F}_4 = 0 \\ \hat{F}_3 - \hat{F}_5 = 0 \\ \hat{F}_4 + \hat{F}_5 - \hat{F}_6 = 0 \end{cases}$$

Usando Matlab, a solução para o problema RD da rede de água de arrefecimento é dada pela:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

\*\*\*\*\*

$\mathbf{y} = [ \text{? ? ? ? } ];$

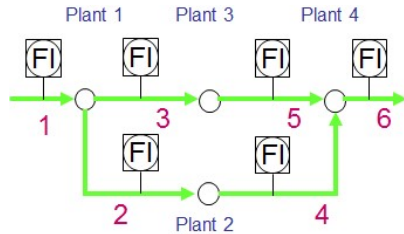
$\mathbf{V} = [ \text{? ? ? ? } ];$

$\mathbf{A} = [ \text{? ? ? ? } ];$

$\mathbf{yhat} = \mathbf{y} - \mathbf{V} * \mathbf{A}' * \text{inv}(\mathbf{A} * \mathbf{V} * \mathbf{A}') * \mathbf{A} * \mathbf{y}$

\*\*\*\*\*

# Reconciliação de Dados (RD)



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53
3	35.0	0.46
4	68.9	0.71
5	38.6	0.45
6	101.4	1.20

$$V = \sigma^2 \text{ (matriz diagonal)}$$

$$A = \begin{cases} \hat{F}_1 - \hat{F}_2 - \hat{F}_3 = 0 \\ \hat{F}_2 - \hat{F}_4 = 0 \\ \hat{F}_3 - \hat{F}_5 = 0 \\ \hat{F}_4 + \hat{F}_5 - \hat{F}_6 = 0 \end{cases}$$

Usando Matlab, a solução para o problema RD da rede de água de arrefecimento é dada pela:

$$\hat{y} = y - VA^T(AVA^T)^{-1}Ay$$

\*\*\*\*\*

```
y=[110.5;60.8;35.0;68.9;38.6;101.4];
```

```
V=[0.6724 0 0 0 0 0;0 0.2809 0 0 0 0;
0 0 0.2116 0 0 0;0 0 0 0.5041 0 0;
0 0 0 0 0.2025 0;0 0 0 0 0 1.44];
```

```
A=[1 -1 -1 0 0 0;0 1 0 -1 0 0;0 0 1 0 -1 0;
0 0 0 1 1 -1];
```

```
yhat=y-V*A'*inv(A*V*A')*A*y
```

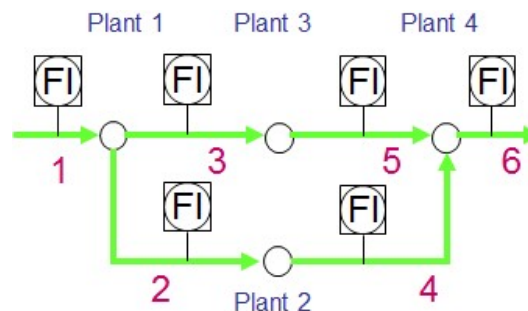
\*\*\*\*\*



# Reconciliação de Dados (RD)

Os resultados do cálculo dos valores reconciliados para cada medição são apresentados abaixo. A tabela mostra que os valores reconciliados satisfazem os balanços de massa.

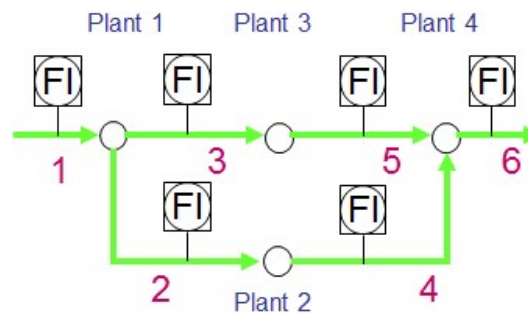
Stream No.	Raw measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)	Reconciled Flow (kt/h)	Adjustment (kt/h)
1	110.5	0.82	103.24	-7.26
2	60.8	0.53	65.42	4.62
3	35.0	0.46	37.82	2.82
4	68.9	0.71	65.42	-3.48
5	38.6	0.45	37.82	-0.78
6	101.4	1.20	103.24	1.84



# Reconciliação de Dados (RD)

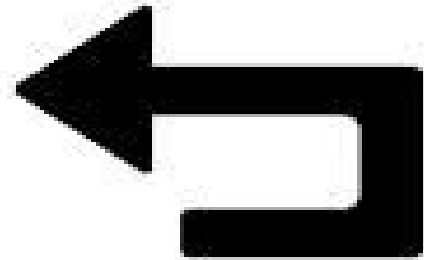
Os fluxos de dados reconciliados têm desvios padrão menores e, portanto, são mais precisos.

Stream No.	Raw measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)	Reconciled Flow (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82	103.24	0.42
2	60.8	0.53	65.42	0.37
3	35.0	0.46	37.82	0.30
4	68.9	0.71	65.42	0.37
5	38.6	0.45	37.82	0.30
6	101.4	1.20	103.34	0.42



# Reconciliação de Dados (RD)

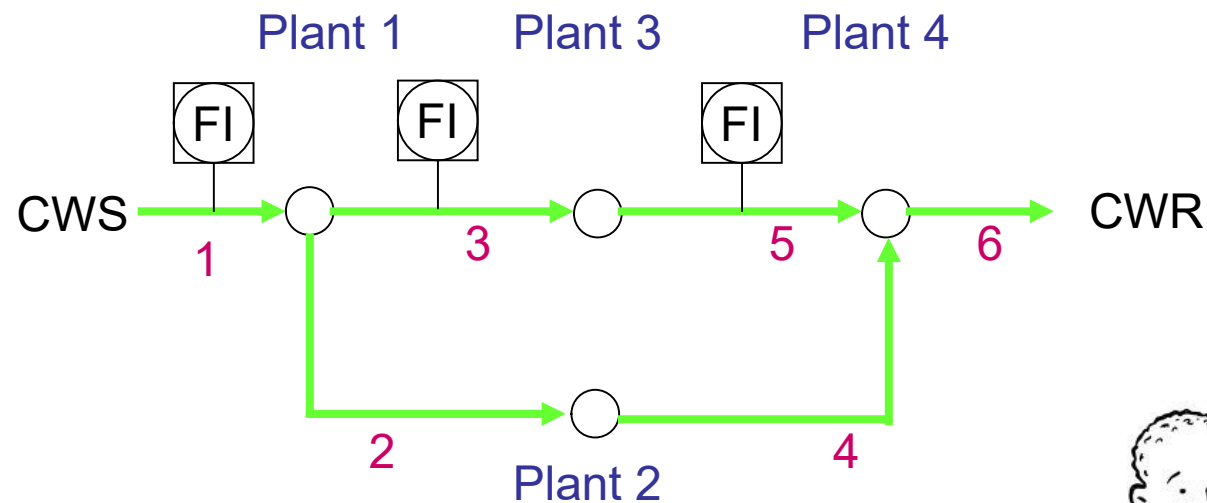
O mais simples problema de reconciliação de dados ocorre no processo de reconciliação de taxas de fluxo em uma planta, como ilustrado na figura.



com todas as variáveis medidas  
e outras não...

# Reconciliação de Dados (RD)

O mais simples problema de reconciliação de dados ocorre no processo de reconciliação de taxas de fluxo em uma planta, como ilustrado na figura.

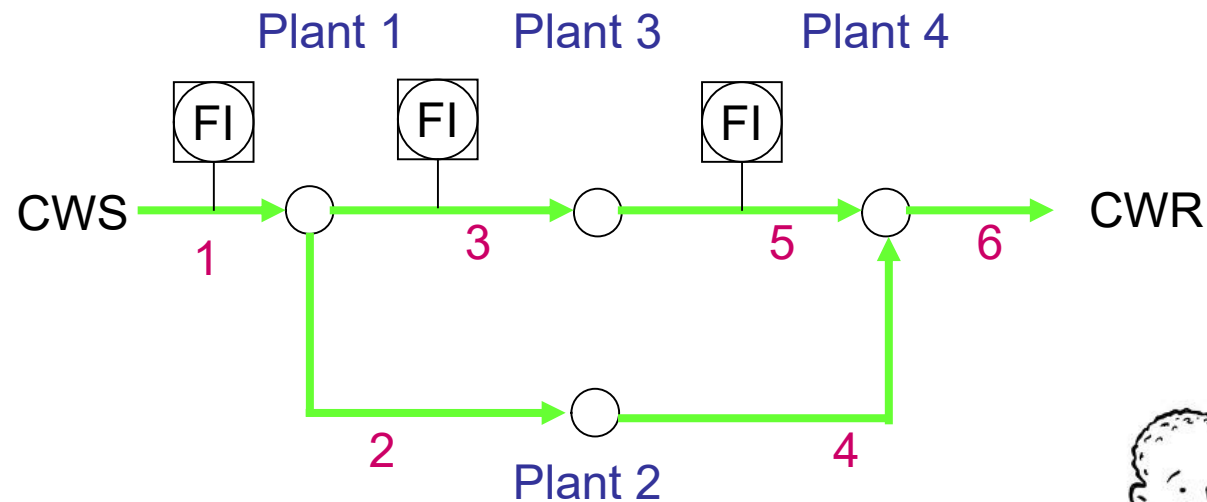


com todas as variáveis medidas  
e outras não...

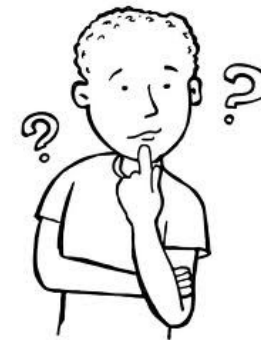


# Reconciliação de Dados (RD)

Na prática, nem todos os fluxos são medidos em uma planta.... devido a razões físicas ou económicas. Neste caso, é preciso desenvolver uma técnica de RD para conciliar as medições e estimar também as taxas de fluxo não medidas.



com todas as variáveis medidas  
e outras não...



# Reconciliação de Dados (RD)

Em primeiro lugar, pode-se dividir a matriz de incidência dos balanços de massa em termos de fluxos medidos e não medidos:

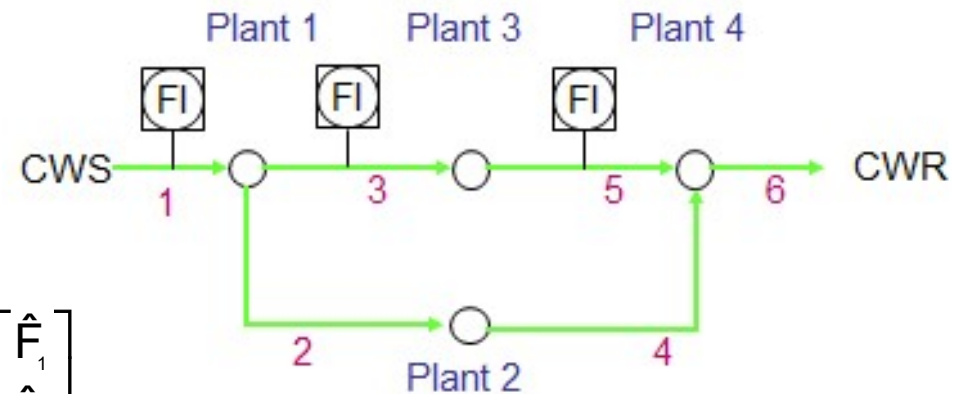
$$\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$$

Fluxo:	1	3	5		Nó:
	↓				
$\mathbf{A}_y =$	1	-1	0	←	1
	0	0	0		2
	0	1	-1		3
	0	0	1		4

Fluxo:	2	4	6		Nó:
	↓				
$\mathbf{A}_z =$	-1	0	0	←	1
	1	-1	0		2
	0	0	0		3
	0	1	-1		4

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_2 \\ \hat{F}_4 \\ \hat{F}_6 \end{bmatrix}$$



# Reconciliação de Dados (RD)

O problema de reconciliação de dados pode ser reescrito como:

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$$

A solução para o problema de reconciliação de dados pode ser resolvido eliminando, em primeiro lugar, os fluxos não-mensuráveis,  $\hat{\mathbf{z}}$ , nas equações de restrição por pré-multiplicando ambos os lados por uma matriz de projeção,  $P$ , tal que  $P\mathbf{A}_z = \mathbf{0}$ .

Assim,

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } P\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

A solução para o problema de optimização pode ser dada pela equação

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{y}$$

em que a matriz  $\mathbf{A}$  é substituída pela matriz  $P\mathbf{A}_y$ .

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}(P\mathbf{A}_y)^T \left[ (P\mathbf{A}_y) \mathbf{V} (P\mathbf{A}_y)^T \right]^{-1} (P\mathbf{A}_y) \mathbf{y}$$

# Nota

A construção da matriz de projeção  $P$  pode ser obtida eficientemente usando a fatoração Q-R (*Q-R factorization*) da matriz  $A_Z$ .



# Nota

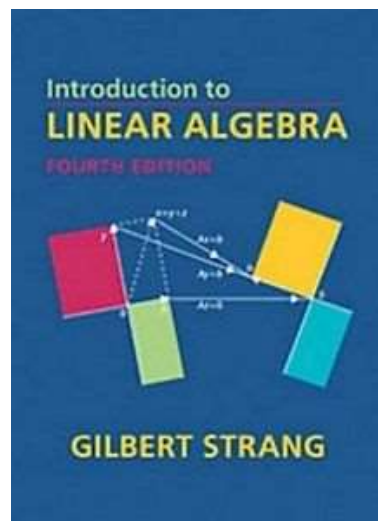
A construção da matriz de projeção  $P$  pode ser obtida eficientemente usando a fatoração Q-R (*Q-R factorization*) da matriz  $A_Z$ .

O Teorema da fatoração Q-R (*Q-R factorization*) pode ser encontrado em:

*Johnson, L.W.; Riess, R.D. and Arnold, J.T. (1993). "Introduction to Linear Algebra". 3th Ed., Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.*

*Consulta em novembro/2014:*

<http://astro.temple.edu/~tue79412/books/linearAlgebra.pdf>



# Nota

A construção da matriz de projeção  $P$  pode ser obtida eficientemente usando a fatoração Q-R (*Q-R factorization*) da matriz  $A_Z$ .

O Teorema da fatoração Q-R (*Q-R factorization*) pode ser encontrado em:

*Johnson, L.W.; Riess, R.D. and Arnold, J.T. (1993). "Introduction to Linear Algebra". 3th Ed., Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.*

---

**Após a fatoração Q-R da matriz  $A_Z$ , a matriz  $Q$  pode ser dividida em duas partes:**

# Nota

A matriz de projeção  $P$  pode ser obtida, em Matlab:

```
*****
Az=[-1 0 0;1 -1 0;0 0 0;0 1 -1];

[Q,R]=qr(Az)
*****
```

$$\mathbf{Q} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.816 & 0.577 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_2} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \begin{array}{l} \mathbf{R}_1 \\ \\ \mathbf{0} \end{array}$$

# Nota

A matriz de projeção  $P$  pode ser obtida, em Matlab:

```
*****  
Az=[-1 0 0;1 -1 0;0 0 0;0 1 -1];  
  
[Q,R]=qr(Az)  
*****
```

$$Q = \begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 & 0 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.816 & 0.577 & 0 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{Q_1} \quad \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{Q_2}$        $\left. \begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \end{bmatrix} \right\} R_1$        $\left. \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} 0$

Após a fatoração Q-R da matriz  $A_Z$ , a matriz  $Q$  pode ser dividida em duas partes:

$$A_z = [Q_1 \quad Q_2] \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

# Nota

A matriz de projeção  $P$  pode ser obtida, em Matlab:

```
*****
Az=[-1 0 0;1 -1 0;0 0 0;0 1 -1];

[Q,R]=qr(Az)
*****
```

$$Q = \begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 & 0 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.816 & 0.577 & 0 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{Q_1} \quad \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{Q_2} \quad \left. \begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \end{bmatrix} \right\} R_1 \quad \left. \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} 0$

Portanto, a matriz de projeção para este problema é:

$$P = Q_2^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \leftarrow$$

## Nota

$$\mathbf{Q} = \left[ \begin{array}{ccc|c} -0.707 & -0.408 & 0.577 & 0 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.816 & 0.577 & 0 \end{array} \right] \quad \mathbf{R} = \left[ \begin{array}{ccc} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{Q}_1} \quad \underbrace{\hspace{1em}}_{\mathbf{Q}_2} \quad \left. \begin{array}{c} \hspace{1em} \mathbf{R}_1 \\ \hspace{1em} \mathbf{0} \end{array} \right\}$

Portanto, a matriz de projeção para este problema é:

$$P = \mathbf{Q}_2^T = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \leftarrow$$

Assim,

## Nota

$$\mathbf{Q} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.816 & 0.577 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_2} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}$$

Portanto, a matriz de projeção para este problema é:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_2^T = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \leftarrow$$

Assim,

$$\mathbf{PA}_y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [\textcolor{red}{0} \quad 1 \quad -1]$$

## Nota

$$\mathbf{Q} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.816 & 0.577 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_2} \quad \mathbf{R} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{0}}$$

Portanto, a matriz de projeção para este problema é:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_2^T = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \leftarrow$$

Assim,

$$\mathbf{P}\mathbf{A}_y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 1 \quad -1]$$

$$\mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## Nota

$$\mathbf{Q} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.816 & 0.577 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_2} \quad \mathbf{R} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{0}}$$

Portanto, a matriz de projeção para este problema é:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_2^T = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \leftarrow$$

Assim,

$$\mathbf{P}\mathbf{A}_y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 1 \quad -1]$$

Note que o primeiro elemento na matriz  $\mathbf{P}\mathbf{A}$  é zero.

## Nota

$$\mathbf{Q} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.816 & 0.577 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_2} \quad \mathbf{R} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{0}}$$

Portanto, a matriz de projeção para este problema é:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_2^T = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \leftarrow$$

Assim,

$$\mathbf{P}\mathbf{A}_y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 1 \quad -1]$$

$$\mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Note que o primeiro elemento na matriz  $\mathbf{P}\mathbf{A}$  é zero. Isto indica que a medição  $F_1$  irá desaparecer no balanço de massas das equações de restrição:

$$J(\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$$

$$\text{Sujeito à: } \mathbf{P}\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

## Nota

$$Q = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.816 & 0.577 \end{bmatrix}}_{Q_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{Q_2} \quad R = \underbrace{\begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \end{bmatrix}}_{R_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_0$$

Portanto, a matriz de projeção para este problema é:

$$P = Q_2^T = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \leftarrow$$

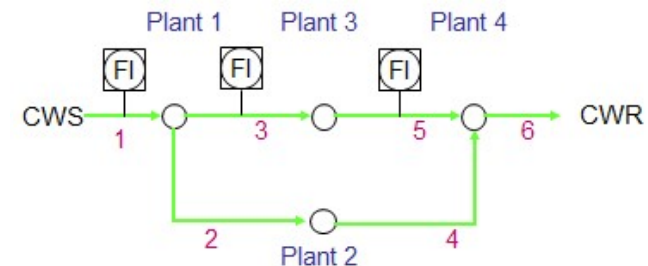
Assim,

$$PA_y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 1 \quad -1]$$

$$A_y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Também:

a medida  $F_1$  é não redundante. Isto significa que só pode ser avaliada pela sua própria medição.



# Reconciliação de Dados (RD)

$$Q = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0.707 & -0.408 & 0.577 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.816 & 0.577 \end{bmatrix}}_{Q_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{Q_2} \quad R = \left\{ \begin{bmatrix} 1.414 & -0.707 & 0 \\ 0 & 1.225 & -0.816 \\ 0 & 0 & -0.577 \end{bmatrix} \right\}_{R_1} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}_0$$

Portanto, a matriz de projeção para este problema é:

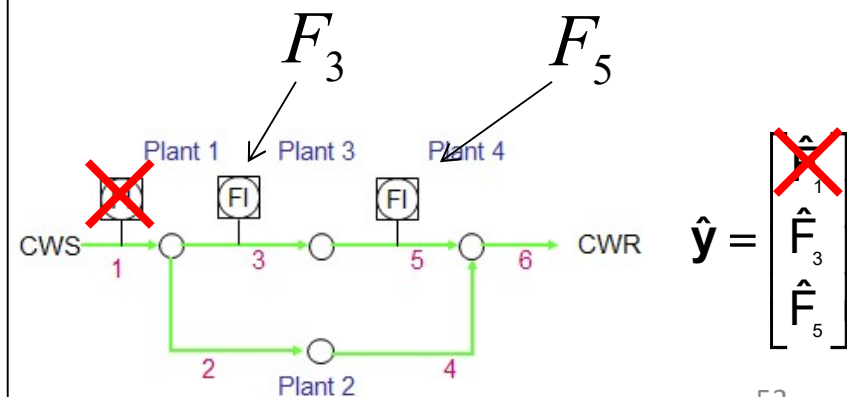
$$P = Q_2^T = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

Assim,

$$PA_y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 1 \quad -1]$$

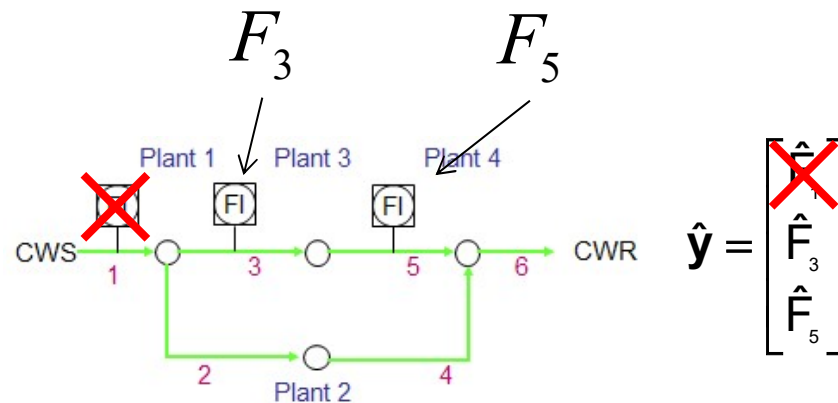
$$A_y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Agora, a reconciliação de dados torna-se reconciliar as duas medições redundantes:



# Reconciliação de Dados (RD)

Agora, a reconciliação de dados torna-se reconciliar as duas medições redundantes:



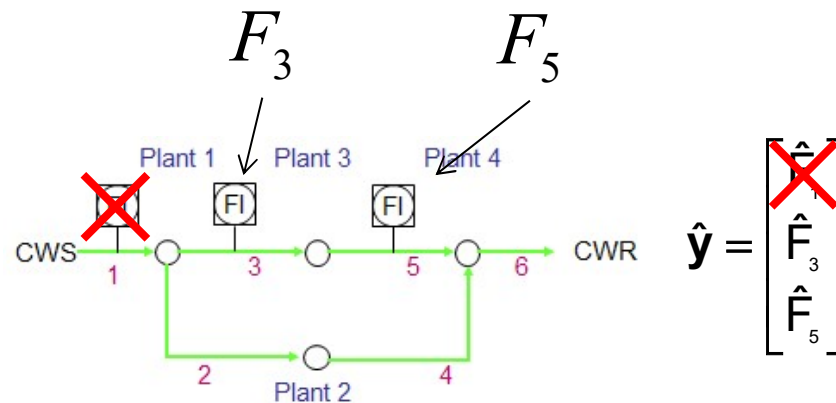
Reescreva o problema como:

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$$

Sujeito à:  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$

# Reconciliação de Dados (RD)

Agora, a reconciliação de dados torna-se reconciliar as duas medições redundantes:



Reescreva o problema como:

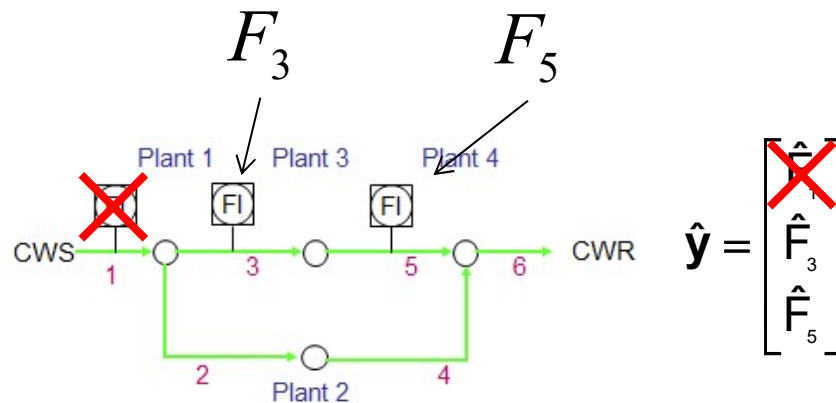
$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$$

Sujeito à:  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$

$$\text{onde: } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} F_3 \\ F_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35.0 \\ 38.6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0.2116 & 0 \\ 0 & 0.2025 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Agora, a reconciliação de dados torna-se reconciliar as duas medições redundantes:



$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \end{bmatrix}$$

Reescreva o problema como:

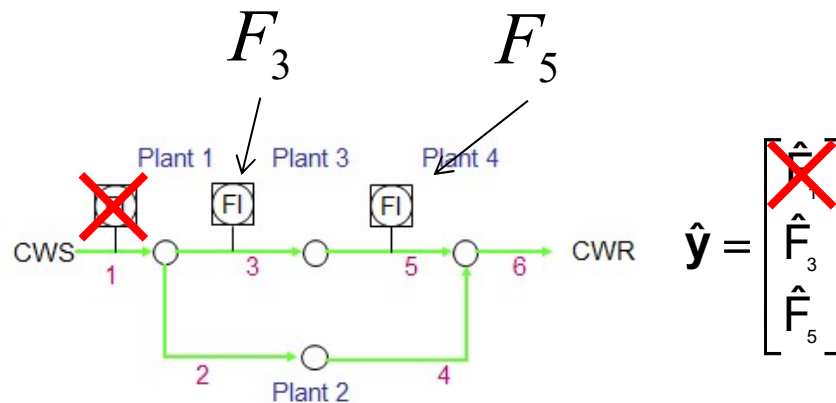
$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$$

Sujeito à:  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$

$$\text{onde: } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} F_3 \\ F_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35.0 \\ 38.6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0.2116 & 0 \\ 0 & 0.2025 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Agora, a reconciliação de dados torna-se reconciliar as duas medições redundantes:



$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36,84 \\ 36,84 \end{bmatrix}$$

Reescreva o problema como:

$$J(\hat{\mathbf{y}}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})$$

Sujeito à:  $\mathbf{A}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{0}$

onde:  $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} F_3 \\ F_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35.0 \\ 38.6 \end{bmatrix}$   $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0.2116 & 0 \\ 0 & 0.2025 \end{bmatrix}$   $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$



## Reconciliação de Dados (RD)

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36,84 \\ 36,84 \end{bmatrix}$$

**Note que os valores reconciliados satisfazem o balanço de massa na planta 3.**

# Reconciliação de Dados (RD)

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36,84 \\ 36,84 \end{bmatrix}$$

Note que os valores reconciliados satisfazem o balanço de massa na planta 3.

As estimativas para os três fluxos medidos pelo algoritmo RD são:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

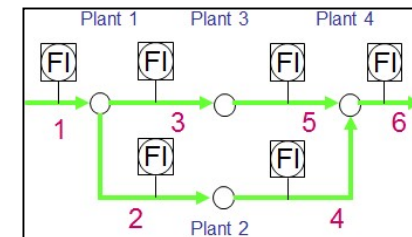
$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36,84 \\ 36,84 \end{bmatrix}$$

Note que os valores reconciliados satisfazem o balanço de massa na planta 3.

As estimativas para os três fluxos medidos pelo algoritmo RD são:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$$

Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53



# Reconciliação de Dados (RD)

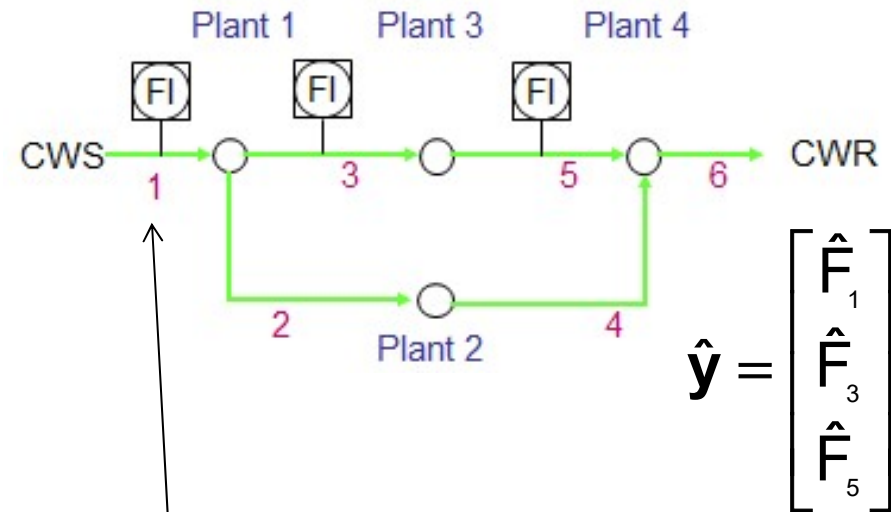
$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36,84 \\ 36,84 \end{bmatrix}$$

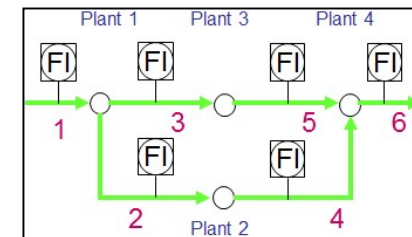
Note que os valores reconciliados satisfazem o balanço de massa na planta 3.

As estimativas para os três fluxos medidos pelo algoritmo RD são:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$$



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53



# Reconciliação de Dados (RD)

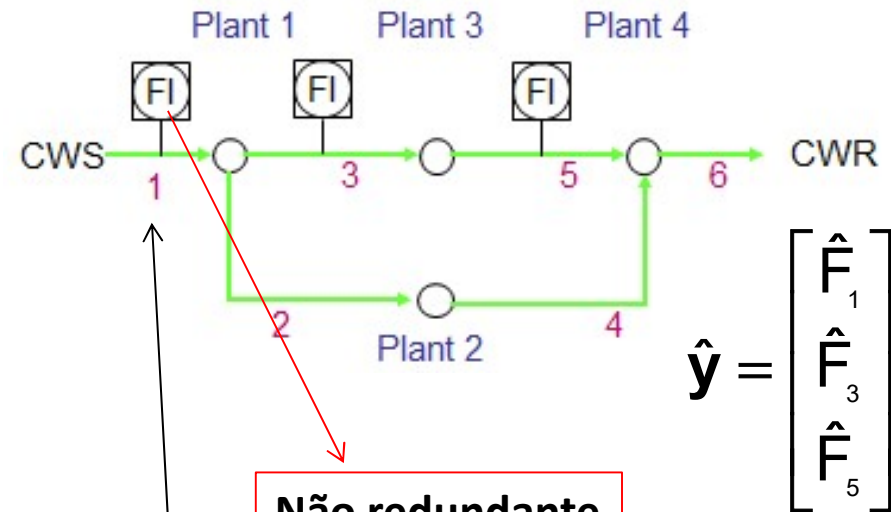
$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36,84 \\ 36,84 \end{bmatrix}$$

Note que os valores reconciliados satisfazem o balanço de massa na planta 3.

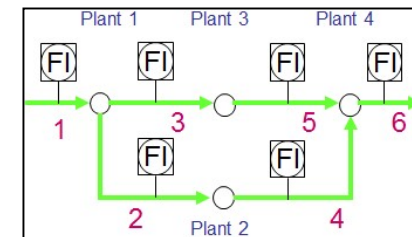
As estimativas para os três fluxos medidos pelo algoritmo RD são:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix} \quad \checkmark$$



$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix}$$

Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53



# Reconciliação de Dados (RD)

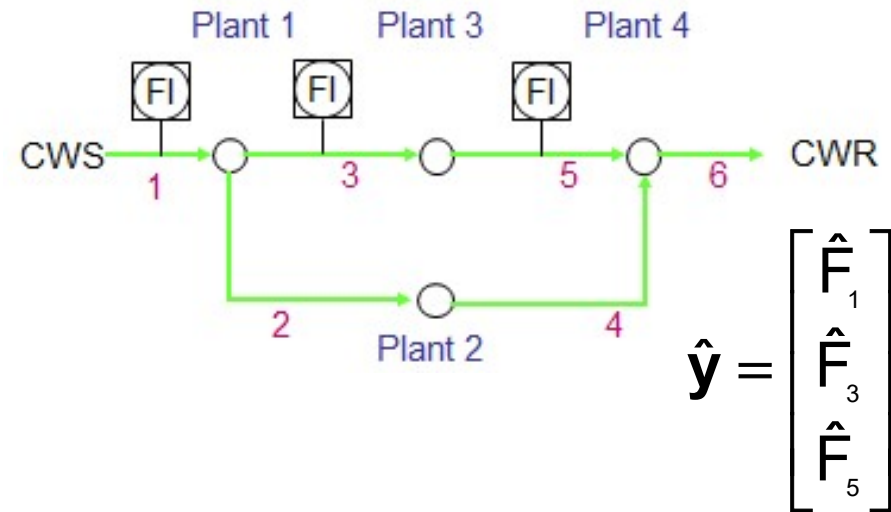
$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36,84 \\ 36,84 \end{bmatrix}$$

Note que os valores reconciliados satisfazem o balanço de massa na planta 3.

As estimativas para os três fluxos medidos pelo algoritmo RD são:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$$



$$\hat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_2 \\ \hat{F}_4 \\ \hat{F}_6 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Depois de obter os valores reconciliados (estimativas) dos fluxos medidos,  $\hat{y}$

# Reconciliação de Dados (RD)

Depois de obter os valores reconciliados (estimativas) dos fluxos medidos,  $\hat{y}$ , o próximo passo é estimar os fluxos não medidos,  $\hat{z}$ , utilizando as informações fornecidas pelos fluxos medidos e os modelos de processo.



# Reconciliação de Dados (RD)

Depois de obter os valores reconciliados (estimativas) dos fluxos medidos,  $\hat{y}$ , o próximo passo é estimar os fluxos não medidos,  $\hat{z}$ , utilizando as informações fornecidas pelos fluxos medidos e os modelos de processo.

**A partir da equação abaixo, problema de reconciliação de dados:**

$$J(\hat{y}, \hat{z}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Depois de obter os valores reconciliados (estimativas) dos fluxos medidos,  $\hat{y}$ , o próximo passo é estimar os fluxos não medidos,  $\hat{z}$ , utilizando as informações fornecidas pelos fluxos medidos e os modelos de processo.

A partir da equação abaixo, problema de reconciliação de dados:

$$J(\hat{y}, \hat{z}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$$

Os fluxos não medidos podem ser obtidos em:

$$\mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = -\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

Depois de obter os valores reconciliados (estimativas) dos fluxos medidos,  $\hat{y}$ , o próximo passo é estimar os fluxos não medidos,  $\hat{z}$ , utilizando as informações fornecidas pelos fluxos medidos e os modelos de processo.

A partir da equação abaixo, problema de reconciliação de dados:

$$J(\hat{y}, \hat{z}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$$

Os fluxos não medidos podem ser obtidos em:

$$\mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = -\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}}$$

As quantidades do lado direito são conhecidas, por isso o problema é resolver as equações lineares no lado esquerdo.

# Reconciliação de Dados (RD)

Depois de obter os valores reconciliados (estimativas) dos fluxos medidos,  $\hat{y}$ , o próximo passo é estimar os fluxos não medidos,  $\hat{z}$ , utilizando as informações fornecidas pelos fluxos medidos e os modelos de processo.

A partir da equação abaixo, problema de reconciliação de dados:

$$J(\hat{y}, \hat{z}) = (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad \text{Sujeito à: } \mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$$

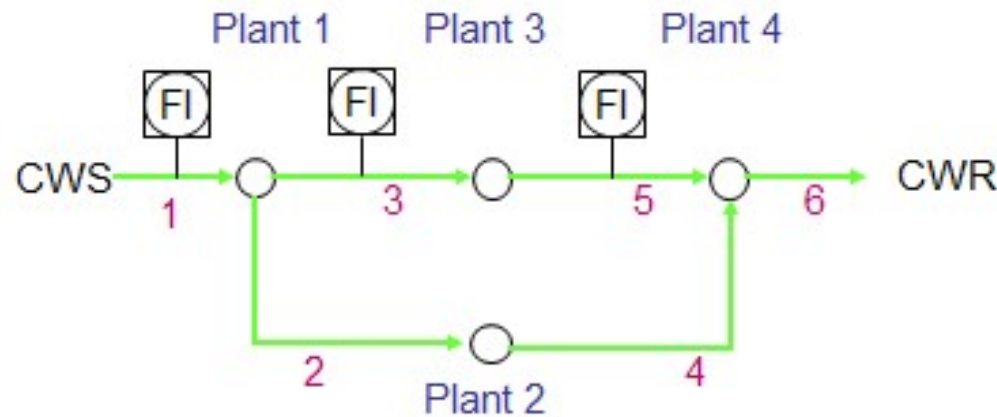
Os fluxos não medidos podem ser obtidos em:

$$\mathbf{A}_z \hat{\mathbf{z}} = -\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}}$$

As quantidades do lado direito são conhecidas, por isso o problema é resolver as equações lineares no lado esquerdo. A técnica de mínimos quadrados pode ser aplicada na solução dos fluxos observáveis não medidos (não-mensurados):  $\hat{\mathbf{z}} = -(\mathbf{A}_z^T \mathbf{A}_z)^{-1} \mathbf{A}_z^T (\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}})$

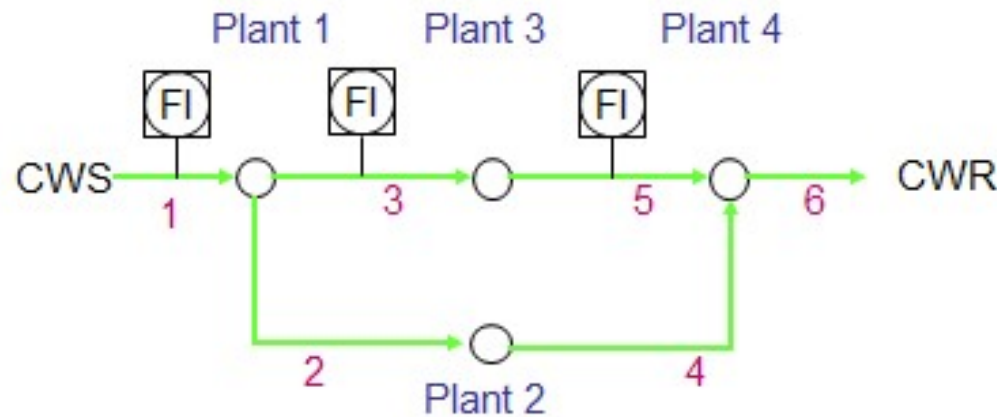
# Reconciliação de Dados (RD)

As quantidades do lado direito são conhecidas, por isso o problema é resolver as equações lineares no lado esquerdo. A técnica de mínimos quadrados pode ser aplicada na solução dos fluxos observáveis não medidos (não-mensurados):  $\hat{\mathbf{z}} = -(\mathbf{A}_z^T \mathbf{A}_z)^{-1} \mathbf{A}_z^T (\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}})$



# Reconciliação de Dados (RD)

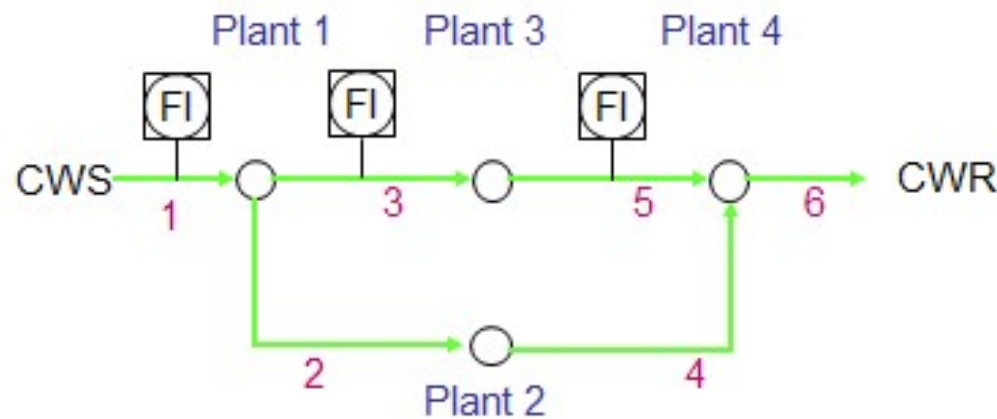
As quantidades do lado direito são conhecidas, por isso o problema é resolver as equações lineares no lado esquerdo. A técnica de mínimos quadrados pode ser aplicada na solução dos fluxos observáveis não medidos (não-mensurados):  $\hat{\mathbf{z}} = -(\mathbf{A}_z^T \mathbf{A}_z)^{-1} \mathbf{A}_z^T (\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}})$



$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

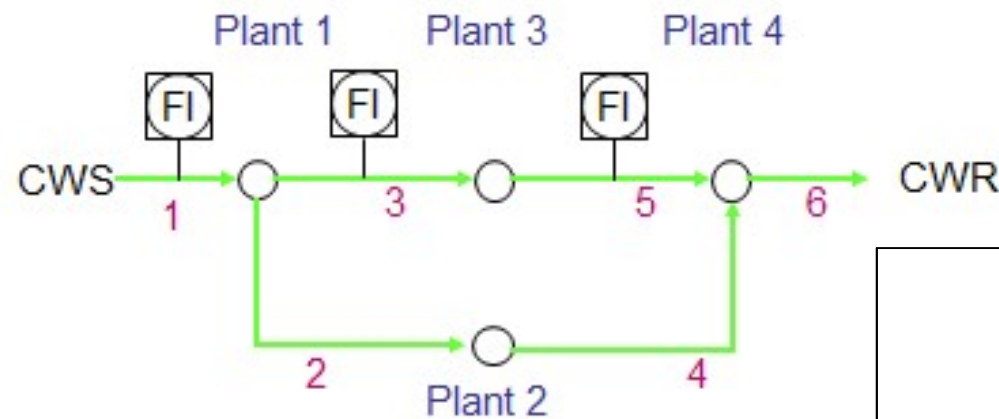
As quantidades do lado direito são conhecidas, por isso o problema é resolver as equações lineares no lado esquerdo. A técnica de mínimos quadrados pode ser aplicada na solução dos fluxos observáveis não medidos (não-mensurados):  $\hat{\mathbf{z}} = -(\mathbf{A}_z^T \mathbf{A}_z)^{-1} \mathbf{A}_z^T (\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}})$



$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

As quantidades do lado direito são conhecidas, por isso o problema é resolver as equações lineares no lado esquerdo. A técnica de mínimos quadrados pode ser aplicada na solução dos fluxos observáveis não medidos (não-mensurados):  $\hat{\mathbf{z}} = -(\mathbf{A}_z^T \mathbf{A}_z)^{-1} \mathbf{A}_z^T (\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}})$



**Reconciliação de Dados (RD)**

$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{V}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{V}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{y}$

$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$

Note que os valores reconciliados satisfazem o balanço de massa na planta 3.

As estimativas para os três fluxos medidos pelo algoritmo RD são:

$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$

Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Standard Deviation, $\sigma$ (kt/h)
1	110.5	0.82
2	60.8	0.53

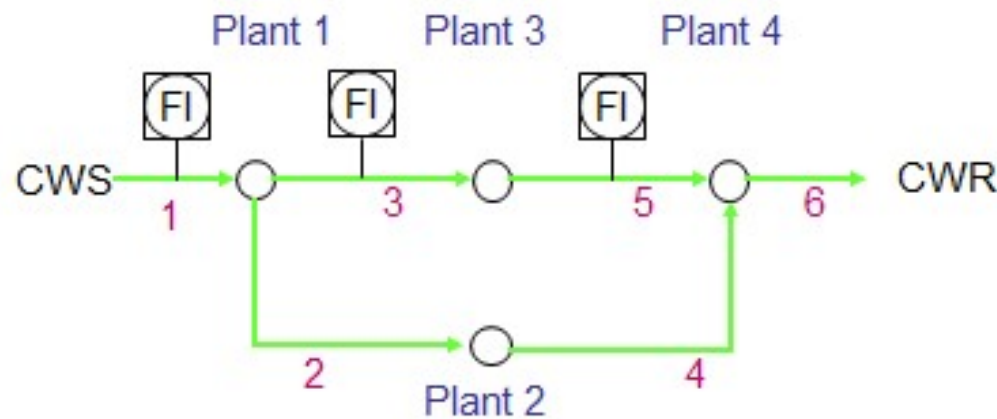
Não redundante

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$$



# Reconciliação de Dados (RD)

As quantidades do lado direito são conhecidas, por isso o problema é resolver as equações lineares no lado esquerdo. A técnica de mínimos quadrados pode ser aplicada na solução dos fluxos observáveis não medidos (não-mensurados):  $\hat{\mathbf{z}} = -(\mathbf{A}_z^T \mathbf{A}_z)^{-1} \mathbf{A}_z^T (\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}})$



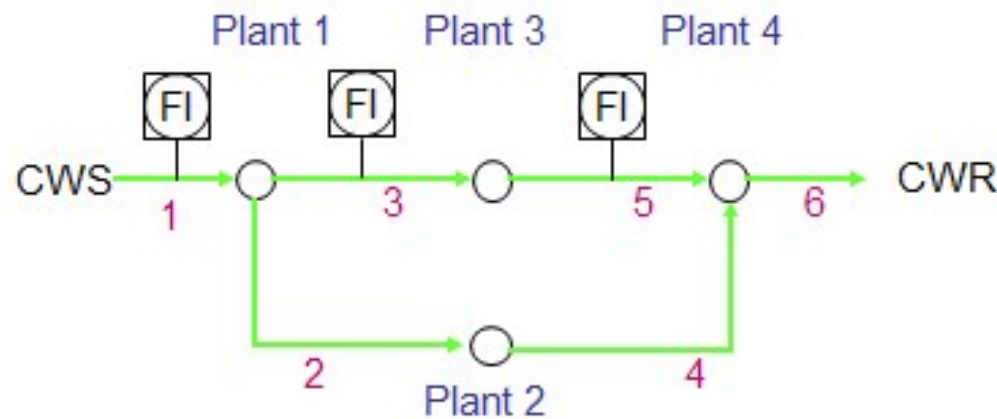
$$\hat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_2 \\ \hat{F}_4 \\ \hat{F}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)

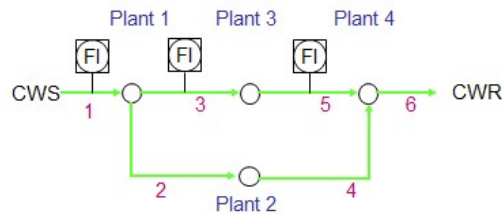
As quantidades do lado direito são conhecidas, por isso o problema é resolver as equações lineares no lado esquerdo. A técnica de mínimos quadrados pode ser aplicada na solução dos fluxos observáveis não medidos (não-mensurados):  $\hat{\mathbf{z}} = -(\mathbf{A}_z^T \mathbf{A}_z)^{-1} \mathbf{A}_z^T (\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}})$



$$\hat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_2 \\ \hat{F}_4 \\ \hat{F}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73,66 \\ 73,66 \\ 110,5 \end{bmatrix} \checkmark$$

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73.66 \\ 0 \\ 0 \\ 36.84 \end{bmatrix}$$

# Reconciliação de Dados (RD)



Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Estimated Flow (kt/h)
1	110.5	110.5
2	Unmeasured	73.66
3	35.0	36.84
4	Unmeasured	73.66
5	38.6	36.84
6	Unmeasured	110.5

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_3 \\ \hat{F}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110.5 \\ 36.84 \\ 36.84 \end{bmatrix}$$

Usando Matlab, a solução para o problema:

$$\hat{\mathbf{z}} = -(\mathbf{A}_z^T \mathbf{A}_z)^{-1} \mathbf{A}_z^T (\mathbf{A}_y \hat{\mathbf{y}})$$

\*\*\*\*\*

```
Az=[-1 0 0;1 -1 0;0 0 0;0 1 -1];
```

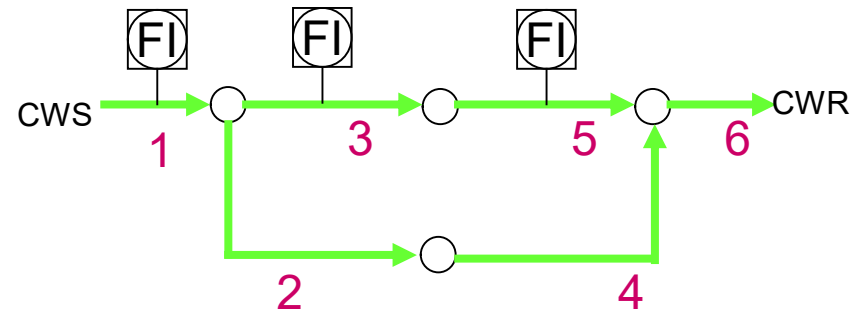
```
Ay=[1 -1 0;0 0 0;0 1 -1;0 0 1];
```

```
yhat=[110.5;36.84;36.84];
```

```
zhat=-inv(Az'*Az)*Az'*(Ay*yhat)
```

\*\*\*\*\*

# Reconciliação de Dados (RD)

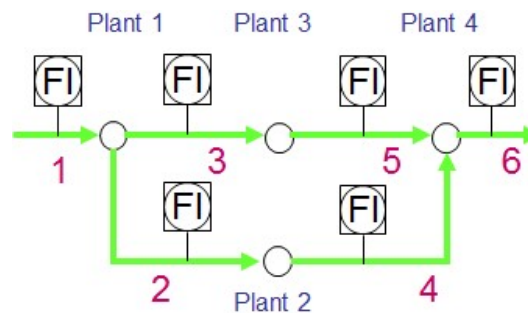


Stream No.	Raw Measurement (kt/h)	Estimated Flow (kt/h)
1	110.5	110.5
2	Unmeasured	73.66
3	35.0	36.84
4	Unmeasured	73.66
5	38.6	36.84
6	Unmeasured	110.5

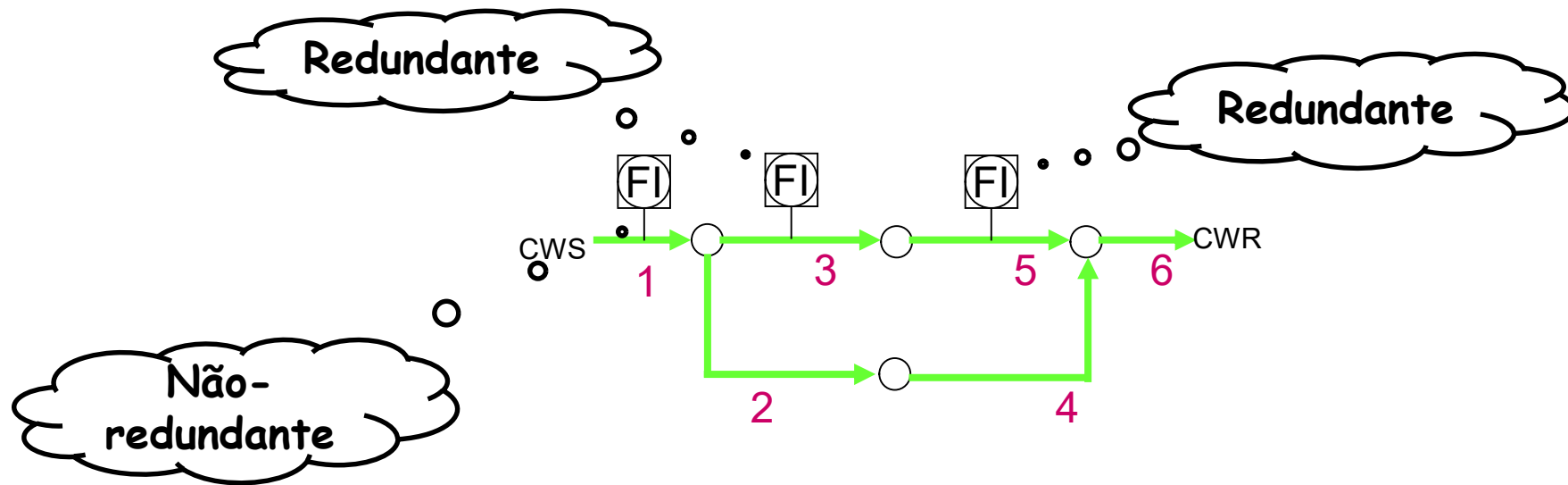
# Reconciliação de Dados (RD)

Comparando com o caso onde se tem todas as variáveis:

Stream No.	Raw measurement (kt/h)	Reconciled Flow (kt/h)	Raw Measurement (kt/h)	Estimated Flow (kt/h)
1	110.5	103.24	110.5	110.5
2	60.8	65.42	Unmeasured	73.66
3	35.0	37.82	35.0	36.84
4	68.9	65.42	Unmeasured	73.66
5	38.6	37.82	38.6	36.84
6	101.4	103.24	Unmeasured	110.5



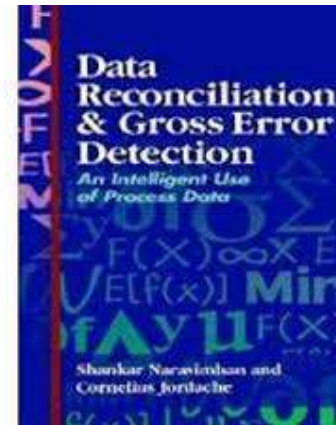
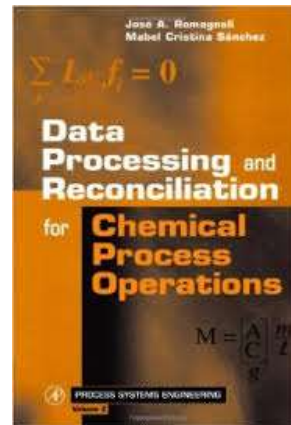
# Reconciliação de Dados (RD)



# Referências

Romagnoli, J.A. and Sanchez, M.C. (2000). **“Data Processing and Reconciliation for Chemical Process Operations”**. Academic Press, San Diego.

Narasimhan, S. and Jordache, C. (2000). **“Data Reconciliation & Gross Error Detection, An Intelligent Use of Process Data”**. Gulf Publishing, Houston, Texas.



[http://btbjansky.com/prozessdat\\_e.html](http://btbjansky.com/prozessdat_e.html)

<http://www.simsci.com/products/datacon.stm>