Compilatori
Parte Due

Iacopo Ruzzier

Ultimo aggiornamento: 27 aprile 2025

Indice

1 Introduzione

1.1 Motivazione

Ricordiamo il ruolo del compilatore tra le tecnologie informatiche, quello dell'ISA e del linguaggio assembly, i passaggi gestiti dal compilatore, dall'assembler, eccetera

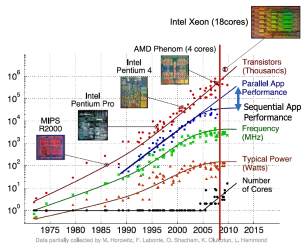
- Il compilatore **traduce un programma sorgente in linguaggio macchina**
- L'ISA agisce da "interfaccia" tra HW e SW (fornisce a SW il set di istruzioni, e specifica a HW che cosa fanno)

1.1.1 La funzione dei compilatori

- Funzione principale e più nota: trasformare il codice **da un linguaggio ad un altro** (es. C → Assembly RISC-V) (ricordiamo che è solo il primo passo di un'intera toolchain di programmi per creare eseguibili)
- Gestendo la traduzione a linguaggio macchina al posto dei programmatori, l'altra funzione importante è l'**ottimizzazione** del codice, che permette la **produzione di eseguibili di stesse funzionalità**, ma diversi a livello di **dimensioni** (es. per sistemi embedded e high-performance), **consumo energetico**, **velocità di esecuzione**, ma anche in termini di determinate **caratteristiche architetturali** utilizzate (es. proc. multicore)

1.1.2 L'evoluzione dei compilatori

Le rivoluzioni in termini di "classe" di dispositivi e di dimensioni dei transistor sono molto frequenti (Bell, Moore), e nei primi 2000 si arriva ai **limiti fisici della miniaturizzazione e della frequenza** operativa dei processori (problemi di dissipazione del calore) → idea di cambiare il paradigma di sviluppo di un processore: dal singolo core sempre più potente passo a **più core "isopotenti"** sullo stesso chip



∼ 2005: plateau di consumo, frequenza e performance di programmi *sequenziali*, aumento di performance di p. che **sfruttano la parallelizzazione** → i programmi devono essere "consapevoli" che il processore è multicore!
Il compilatore mantiene un ruolo fondamentale: oltre a rendere meno "traumatico" il passaggio alla programmazione parallela, (non sono ancora auto-parallelizzanti) si interfaccia con i nuovi paradigmi di programmazione parallela offerti ai programmatori: il programmatore sfrutta interfacce semplici e astratte, mentre il compilatore traduce i costrutti in codice parallelo eseguibile (es. OpenMP)

1.1.3 Eterogeneità architetturale

La programmazione parallela e il parallelismo architetturale sono oggi paradigmi consolidati, e i processori general purpose (seppur multicore e ottimizzati) non sono sufficienti per attività specializzate come la grafica → nascono componenti **acceleratori** di vario tipo: GPU, GPGPU, FPGA, TPU, NPU... Questo complica ulteriormente la scrittura del software, e dunque impone altre evoluzioni nei compilatori e nelle ottimizzazioni.

1.2 Ottimizzazione

Ricordiamo le metriche usate:

$$\text{Performance} = \frac{1}{\text{Execution Time}} \qquad \text{Execution Time} = \frac{\text{Instruction Count} \times \text{CPI}}{\text{Frequency}}$$

Le ottimizzazioni possono avvenire dal punto di vista HW (parametri architetturali) e da quello SW (p. di programma). Il compilatore può agire anche ad es. a livello di cache, aiutando a ridurre i miss e dunque i CPI delle istruzioni `load` e `store` (sappiamo che il costo di accesso aumenta di ordini di grandezza)

1.2.1 Esempi di ottimizzazione

Distinguiamo le ottimizzazioni che avvengono a compile time o a runtime (statiche o dinamiche)

- **AS (Algebraic Semplification)**Semplification: ottimizzazione a runtime

```
-(-i); → i;
b or true; → true; //cortocircuito logico
```

- **CF (Constant Folding)**: valutare ed espandere espressioni costanti a compile time

```
c = 1+3; → c = 4;
(100<0) → false
```

- **SR (Strength Reduction)**: sostituisco op. costose con altre più semplici: classico es. `MUL` rimpiazzate da `ADD/SHIFT` (esecuzione in 1 ciclo invece di multic.):

```
y = x*2;
y = x * 17;
```

→

```
y = x+x;
y = (x<<4) + x;
```

es. sofisticato: `for` con operazioni su array, sostituito da operazioni su puntatori (aritmetica dei pt.) → il risultato si vede nel codice assembly

```
for (i=0; i<100; i++)
  a[i] = i*100;
```

→

```
t = 0;
for (; t<10000; t += 100) {
  *a = t;
  a = a + 4;
}
```

```
li s0, 0 // i = 0
li s1, 100
LOOP:
bge s0, s1, EXIT
slli s2, s0, 2
add s2, s2, a0
mul s3, s0, 100
sw s3, 0(s2)
addi s0, s0, 1
jal zero, LOOP
EXIT:
```

→

```
li s0, 0 // t = 0
li s1, 10000
LOOP:
bge s0, s1, EXIT
sw s0, 0(a0)
addi a0, a0, 4
jal zero, LOOP
EXIT:
```

- **CSE (Common Subexpression Elimination)**: elimino i calcoli ridondanti di una stessa espressione riutilizzata in più istruzioni (statement)

```
y = b * c + 4
z = b * c - 1
```

→

```
x = b * c
y = x + 4
z = x - 1
```

- **DCE (Dead Code Elimination)**: elimino tutte le istruzioni che producono codice mai letto (e dunque utilizzato), es. variabili assegnate e mai lette, codice irraggiungibile → uno dei passi eseguiti più di frequente durante l'ottimizzazione del codice da parte del compilatore, per rimuovere anche tutto il dead code generato dagli altri passi di ottimizzazione

```
b = 3
c = 1 + 3
d = 3 + c
```

→

```
c = 1 + 3
d = 3 + c
```

```
if (100<0)
{a = 5}
```
→
```
if (false)
{}
```
→
```
```

- **Copy Propagation**: per uno statement `x = y`, sostituisco gli usi futuri di `x` con `y` se non sono cambiati nel frattempo (propedeutico alla DCE)

```
x = y;
c = 1 + x;
d = y + c;
```
→
```
x = y;
c = 1 + y;
d = y + c;
```
$\xrightarrow{\text{DCE}}$
```
c = 1 + y;
d = y + c;
```

- **CP (Constant Propagation)**: sostituisco usi futuri di una variabile con assegnato valore costante con la costante stessa (se la variabile non cambia) (sempre ipotesi che i valori a fine es. siano poi **usati**, e non dead code)

```
b = 3;
c = 1 + b;
d = b + c;
```
$\xrightarrow{\text{CP}}$
```
b = 3;
c = 1 + 3;
d = 3 + c;
```
$\xrightarrow{\text{CF}}$
```
b = 3;
c = 4;
d = 3 + c;
```
$\xrightarrow{\text{CP}}$
```
b = 3;
c = 4;
d = 3 + 4;
```
$\xrightarrow{\text{CF}}$
```
b = 3;
c = 4;
d = 7;
```
$\xrightarrow{\text{DCE}}$
```
d = 7;
```

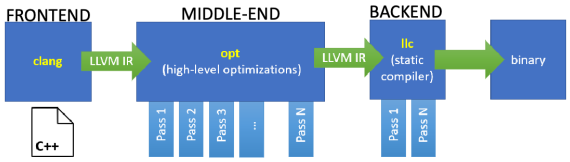
- LICM (Loop Invariant Code Motion): si occupa di muovere fuori dai loop tutto il codice **loop invariant**; evita i calcoli ridondanti

```
while (i < 100) {
  *p = x / y + i;
  i = i + 1;
}
```
→
```
t = x / y;
while (i < 100) {
  *p = t + i;
  i = i + 1;
}
```

1.2.2 Ottimizzazioni sui loop

- grande impatto sulla performance dell'intero programma (per ovvie ragioni)
- spesso sono ottimizzazioni propedeutiche a quelle machine-specific (effettuate nel backend): register allocation, instruction level parallelism, data parallelism, data-cache locality

1.3 Anatomia di un compilatore



- almeno due compiti: **analisi del sorgente** e **sintesi di un programma in linguaggio macchina**, operando su una IR che si interpone tra frontend e backend, e tra source code e target code
- Il blocco di middle-end agisce su IR, e in vari passaggi lo trasforma e ottimizza ($\neq$ a seconda del compilatore)
- caso llvm: `clang` (frontend) → `opt` (middleend) → `llc` (backend)
- `opt` si basa su una serie di **passi di ottimizzazione (o di analisi)**: un passo di analisi scorre l'IR e lo analizza (non lo trasforma, ma produce informazioni utili); un passo di ottimizzazione sfrutta informazioni conosciute per trasformare l'IR (applica le ottimizzazione)

- alcune ottimizzazioni non possono essere effettuate o finalizzate senza conoscere l'architettura target (es. sulle cache), e dunque vengono eseguite dal backend

1.3.1 Flag di ottimizzazione

sono flag che passo al compilatore (al pass manager) per influenzare **ordine e numero dei passi di ottimizzazione**

- `-g`: solo debugging, nessuna ottimizzazione
- `-O0`: nessuna ottimizzazione
- `-O1`: solo ott. semplici
- `-O2`: ott. più aggressive
- `-O3`: ordine dei passi che sfrutta compromessi tra velocità e spazio occupato
- `-Os`: ottimizza per dimensione del compilato

1.3.2 Uso di IR

un backend che fa uso di IR permette di disaccoppiare con facilità frontend e backend, lavorare su ottimizzazioni machine-independent, semplificare il supporto per molti linguaggi, eccetera

Per supportare un nuovo linguaggio o una nuova architettura, basta scrivere un nuovo front/backend - il middle-end può rimanere lo stesso!

1.3.3 Ingredienti dell'ottimizzazione

- **formulare un problema di ottimizzazione** con molti casi di applicazione, sufficientemente efficiente e impattante su parti significative

→ **rappresentazione** che astrae dettagli rilevanti → **analisi** di applicabilità → **trasformazione del codice** → **testing** → ↻

2 Rappresentazione intermedia

Ricordiamo: middle end come sequenza di passi, di analisi o di trasformazione → per analizzare e trasformare il codice occorre una rappr. intermedia (IR) **espressiva** che **mantenga le informazioni importanti da un passo all'altro**

2.1 Proprietà di una IR

scegliamo IR diverse a seconda del loro uso, in generale alcune caratteristiche sono sempre richieste:

- facilità di **generazione** (effetti sul frontend)
- facilità e costo di **manipolazione**
- livello di astrazione e di **dettaglio esposto**: effetti su frontend e backend ($\neq$ IR da un lato e dall'altro, a seconda di astraz. e dettaglio necessari)

2.2 Tipi di IR

- AST (abstract syntax tree)
- DAG (grafi diretti aciclici)
- 3AC (3-address code): simile all'assembly (3 indirizzi: registro destinazione e max 2 operandi)
- SSA (Static Single Assignment): evoluzione di 3ac con ulteriori proprietà di control flow
- CFG (control flow graphs): rappresenta "come" vengono chiamate le funzioni (a partire dal main)
- CG (call graph)
- PDG (program dependence graphs): fondamentale per lavorare sul parallelismo, multithreading...

Le ott. inter-procedurali devono per forza basarsi su IR di tipo CG (es. per decidere quando fare **inlining** - espandere il codice della funzione invece di chiamarla - evidente tradeoff tra dimensione del codice e overhead dovuto alla chiamata di funzione)

2.3 Categorie di IR

- grafiche (o strutturali)
  - orientate ai grafi
  - molto usate nella source-to-source translation, tipicam. per ott. che non hanno bisogno della struttura sofisticata di un middle-end
    es. openMP: di fatto annotazioni sul codice, come strumento semplice per la parall. (es. **outlining**: prendo es un loop e lo impacchetto in una funzione che poi dovra essere eseguita dai thread per la parallelizzazione) - non sto ottimizzando nel senso proprio del termine, ma sto trasformando il codice e lo sto rendendo eseguibile in maniera parallela
  - solitamente voluminose (basate su grafi) - tradeoff con il fatto che non coinvolgono il middle-end
  - es. AST, DAG
- lineari
  - pseudocodice per macchine astratte
  - livello di astrazione vario
  - strutture dati semplici e compatte
  - facile da riarrangiare (evidentemente il più comodo per eseguire le ottimizzazioni)
  - es. 3AC
- ibride (sfruttano combinazioni delle prime due) (es. CFG)

2.4 Esempi di rappresentazione

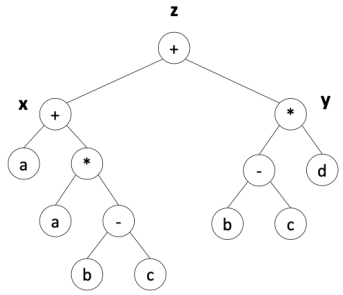
2.4.1 Sintassi concreta (testo)

Più semplice in quanto più vicina al livello di astrazione "umano" di ragionamento sul programma, ma non il livello corretto per ottimizzare ne comprendere correttamente la semantica del programma

```
let value = 8;
let result = 1;
for (let i = value; i>0; i = i - 1) {
  result = result * i;
}
console.log(result);
```

2.4.2 AST (Abstract Syntax Tree)

Albero i cui nodi rappresentano diverse parti del programma: il nodo radice rappresenta il **programma**, il quale a sua volta contiene un blocco di istruzioni dal quale discendono tanti figli quante le sue istruzioni




```
x = a + a * (b - c)
y = (b - c ) * d
z = x + y
```

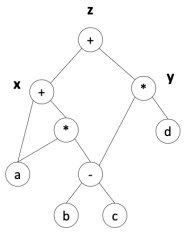
PRO: molto comodo per interpreti (basta usare una fz. ricorsiva per processare l'albero)
CONTRO: un nodo è un oggetto troppo generico → analizzare un ast per l'ottimizzazione impone ogni volta di ragionare sulla differenza semantica tra i nodi (complica molto)

2.4.3 DAG (Directed Acyclic Graph)

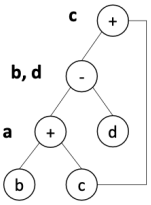
Contrazione di ast che evita la duplicazione di espressioni → **rappresentazione più compatta**
Limite: il riuso e possibile solamente dimostrando che il suo **valore non cambia** nel programma

essendo assegnamenti e chiamate frequentissimi, il fatto che il dag non abbia nozione di come le espr. cambino valore nel tempo non lo rende un buon candidato per le ottimizzazioni

Esempi




```
x = a+a*(b-c);
y = (b-c)*d;
z = x+y;
# espr. trovate
t1 = b-c;
t2 = a*t1;
x = a+t2;
y = t1*d;
z = x+y;
```




```
a = b + c;
b = a - d;
c = b + c;
d = a - d;
# espr. trovate (ERRORE)
a = b + c; # cambia val.
d = a - d;
c = d + c;
```

2.4.4 3AC (3-Address Code)

Evidentemente adatto: tutte le istr. del programma vengono spezzettate in istr. di forma semplice simile all'assembly, di tipo `x = y op z` (1 operatore, massimo 3 operandi)

```
x - 2 * y
```

→

```
t1 = 2 * y
t2 = x - t1
```

assignments	`x = y op z`
	`x = op y`
	`x = y[i]`
	`x = y`
branches	`goto L`
conditional branches	`if x relop y goto L`

procedure calls	`param x`
	`param y`
	`call p`

address and pointer assignments	`x = &y` `*y = z`

PRO:

- espressioni complesse spezzettate
- forma compatta e simil-assembly
- registri temporanei **intermedi, virtuali e illimitati** (tralascio problemi architetturali - n. di r. fisici a disposizione e eventuali op. di spill, cioè aggiungere load o store in mancanza di r. fisici)

Varianti di 3AC

A seconda dei vincoli che ho per l'implementazione pratica:

- **quadruple**: id istruzione, opcode, i 3 registri → semplice struttura record, facile da analizzare e riordinare ma i nomi espliciti prendono più spazio
- **triple**: id istruzione, opcode, 2 operandi → uso l'indice dell'espressione nell'array come "nome" del registro destinazione → risparmio spazio, ma diventa piu complesso da analizzare (nomi impliciti) e riordinare

Quadruple

`x - 2 * y`

(1)	load	t1	y	
(2)	loadi	t2	2	
(3)	mult	t3	t2	t1
(4)	load	t4	x	
(5)	sub	t5	t4	t3

Triple

`x - 2 * y`

(1)	load	y	
(2)	loadi	2	
(3)	mult	(1)	(2)
(4)	load	x	
(5)	sub	(4)	(3)

Inapplicabilità diretta della Constant Propagation con forma 3AC

La CP è applicabile solo se la variabile **se non cambia nel frattempo** → una IR di tipo 3AC non può applicarla immediatamente (devo prima analizzare il resto del codice)

2.4.5 SSA (Static Single Assignment)

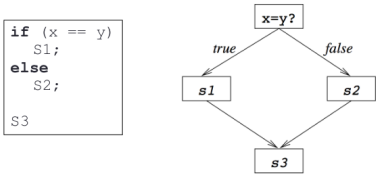
- Evoluzione di 3AC che impone che la **definizione (assegnamento)** delle variabili avvenga **solo una volta** (def. multiple sono tradotte in multiple versioni della var)
- **PRO**: ogni definizione ha associata direttamente una **lista di tutti i suoi usi** - semplifica enormemente le ottimizzazioni di tipo CP e non solo

Quasi sempre uno dei passi di ottimizzazione prevede il passaggio a forma SSA

La scelta della IR dipende ovviamente dal livello di dettaglio necessario per ogni specifico compito → **in un compilatore coesistono più IR** (anche per questo esistono forme ibride)

2.4.6 CFG (Control Flow Graph)

- modella il trasferimento (flusso) del controllo in un programma tra **blocchi** di istruzioni
- permette di aggiungere informazioni sui **salti** al di sopra di una IR lineare
- i suoi nodi sono Basic Block
- gli archi rappresentano il flusso di controllo del programma (loop, condizioni, ecc.)



- un BB è una seq. di istruzioni in forma 3AC
  - singolo *entry point*: solo la prima istruzione puo essere raggiunta dall'esterno
  - singolo *exit point*: se eseguo la prima istr. **devo eseguire tutte le altre** - garantisco che venga **eseguito interamente**
  - Le chiamiamo sezioni single-entry, single-exit (possono essere sezioni anche piu grandi, ma le piu piccole di questo tipo sono i BB)
- un arco connette due nodi $B_i \to B_j \iff b_j$ può eseguire dopo B_i in qualche percorso del ctrl flow del programma
  - prima istr. di B_j è target dell'istr. di salto al termine di B_i
  - $\vee$ B_i non ha un istr. di salto come ultima istr. (nodo *falltrough*) e B_j è suo unico successore
- un CFG **normalizzato** ha i BB **massimali**
  - non possono essere resi più grandi senza violare condizioni
  - unisco i BB fallthrough che non hanno label all'inizio
  - posso avere CFG non norm. dopo qualche generico passo di ottimizzazione (non le facciamo accadere "spontaneamente")

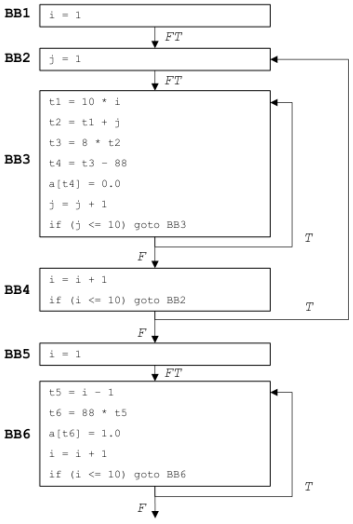


Fig. 2.1: Esempio di CFG

Algoritmo per la costruzione del CFG

1. identificare il **leader** di ogni BB:
   - la prima istruzione
   - il target di un salto
   - ogni istruzione dopo un salto
2. il BB **comincia** con il leader e **termina** con l'istruzione immediatamente precedente un nuovo leader (o l'ultima istruzione)
3. **connettere** i BB tramite archi di 3 tipi:
   - **fallthrough** (o fallthru): esiste solo un percorso che collega i due blocchi
   - **true**: il secondo blocco è raggiungibile dal primo se un condizionale è `true`
   - **false**: il secondo blocco è raggiungibile dal primo se un condizionale è `false`

2.4.7 DG (Dependency Graph)

I nodi di un DG sono istruzioni; un arco connette due nodi di cui **uno usa il valore definito dall'altro**. Sono indispensabili per l'*instruction scheduling* e per mantenere il CPI della pipeline (ricordiamo quella RISC-V):

↷ IF Instruction Fetch

↓ ID Instruction Decode

↓ EXE Execute

↓ MEM Memory Access

↩ WB Write Back

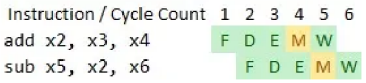


Fig. 2.2: Esempio di data hazard

Esempio: risultato di una `add`

Se in fase di decode provo a leggere il registro usato in una `add` immediatamente precedente, questo ancora non contiene il risultato aggiornato (pronto appena tra 2 cicli) → **data hazard**, gestito solitamente dalla **forwarding unit** che bypassa MEM e WB e inoltra direttamente il dato

Soluzione generica (inefficiente)

Per quanto i controlli vengano svolti dalla fw. unit, in generale l'unico modo per evitare questo tipo di hazard è distanziare le istruzioni tra loro affinché il dato sia disponibile → inserisco nop (cicli di stallo), ma vado a "rompere" l'IPC pari a a 1 della pipeline sempre piena (< performance)

Soluzione migliore

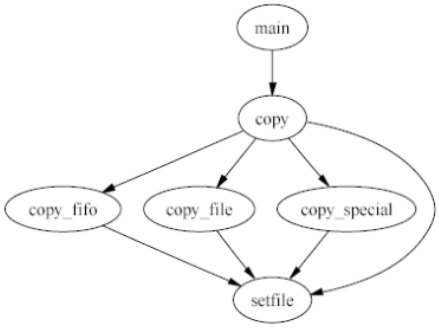
scheduling del programma, spostando istruzioni che non dipendono da quei registri al posto di aggiungere `nop` → uno dei compiti principali di un backend, che per evitare di cercare le istruzioni libere "manualmente" sfrutta la IR di tipo DG che fornisce esattamente le informazioni sulle dipendenze tra istruzioni

2.4.8 DDG (Data Dependency Graph)

- specifico per multicore e parallelismo, usato per dare una rappresentazione tra le dipendenze dei **dati** - tipicamente i loop, a patto che non ci siano dipendenze di dato tra le varie iterazioni.
- tipicamente uso il **polyhedral model** → rappresento lo spazio delle it. come un poliedro (a seconda del numero di loop innestati), che permette di capire se esiste qualche permutazione dei loop (direzione di attraversamento dello spazio delle iterazioni; ovvero ad esempio scambiare l'ordine dei loop) **non soggetta a dipendenze**

2.4.9 CG (Call Graph)

Rappresentazione gerarchica a grafo usata per ragionare sull'insieme delle potenziali chiamate tra funzioni della translation unit del sorgente



Nota

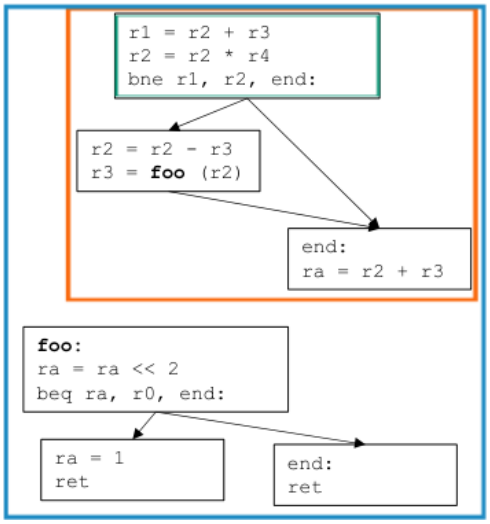
Il compilatore ha visibilità solo fino a livello dei singoli moduli: posso estendere le ottimizzazioni al massimo fino ai legami tra funzioni dello stesso modulo, quelle più ampie si spostano a framework di ott. che agiscono es. a livello di linker

3 Ottimizzazione locale e Local Value Numbering

3.1 Scope dell'ottimizzazione

Lo scope viene influenzato da come viene gestito il flusso di controllo in un programma

- ott. **locale**: entro un singolo BB, non si preoccupa del flusso
- ott. **globale**: lavora a livello dell'intero CFG
- ott. **interprocedurale**: lavora a livello del call graph, e quindi sui CFG di più funzioni



3.2 Dead Code Elimination

Cominciamo ragionando su ott. locali come la DCE (sono *dead code* le istr. che definiscono una variabile mai utilizzata)

Sicuramente va tolta la def. di c, ma poiché `print` **non definisce nulla**, stando alla def. è dead code! → Estendiamo la definizione dicendo che lo sono le istr **prive di side effects** che definiscono ...

```
main {
  int a = 4;
  int b = 2;
  int c = 1;
  int d = a + b;
  print d;
}
```

3.2.1 Algoritmo per la DCE

1. ∀ istruzione in BB
   - aggiungi operandi ad un metadato array `used`
2. ∀ istruzione in BB
   - se non ha destinazione e non ha side effects rimuovila
   - altrimenti se la destinazione non corrisponde a nessuno degli elem di `used` rimuovila

```
used = {};

for instr in BB:
  used += instr.args;

for instr in BB:
  if instr.dest &&
     instr.dest not in used:
        delete instr
```

A questo punto rendiamolo iterativo, per farlo eseguire fino a "convergenza" (elimino tutto il *d-c*)

```
while prog changed:
{
  ... #alg
}
```

```
main {
  int a = 100;
  int a = 42;
  print a;
}
```

→ Consideriamo questo esempio in cui si ridefinisce una variabile: il nostro algoritmo corrente non elimina nulla perché non gestisce le **dead stores**

→ per estenderlo dobbiamo poter **rilevare gli assegnamenti multipli** di una variabile, e quindi anche **preoccuparci dell'ordine** delle istruzioni! (più complicato senza forma SSA)

- dopo ogni istr. teniamo traccia delle variabili definite, ma non usate
- se troviamo un altro assegnamento alla stessa variabile prima della fine del blocco sappiamo che quello precedente può essere eliminato

```
last_def = {}; /* lista di variabili definite ma non usate (ptr alla piu
    ' recente per le sole variabili mai usate) */

for instr in BB:
  last_def -= instr.args; /*rimuovo ogni argomento (operando) dell'
   istruzione corrente: se presente, e' un uso della variabile */

  if instr.dest in last_def:
    delete last_def[instr.dest]; /*se a questo punto la destinazione
   dell'istr. corrente e' presente in last_def posso sovrascrivere la
   definizione precedente*/
  last_def[instr.dest]=instr;
```

- nota: per situazioni tipo `x=2; x=x+3;` si vuole evitare che la seconda istr. venga eliminata perché non ho realizzato che `x` è usata (non è *d-c*) → per questo controllo prima gli usi e poi le definizioni
- anche questo algoritmo va ripetuto fino a convergenza

3.3 Local Value numbering

Tecnica utilizzata per considerare il concetto di ordine delle definizioni in assenza di proprietà di tipo SSA

osserviamo 3 pattern che forniscono opportunità di eliminazione di codice ridondante:

- dead code elimination: 1 variabile e piu valori
- copy propagation: 1 valore e piu variabili

- common subexpression elimination: 1 valore (in forma di espressione) e piu variabili

sono tutti modelli di computazione che si focalizzano sulle **variabili** → focalizzandoci sui **valori** possiamo eliminare tutte le forme di ridondanza

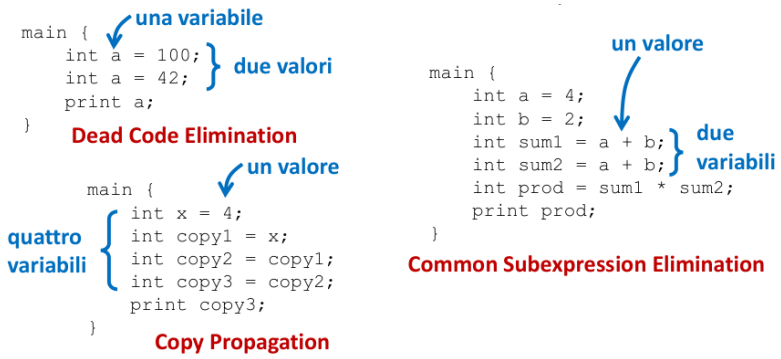
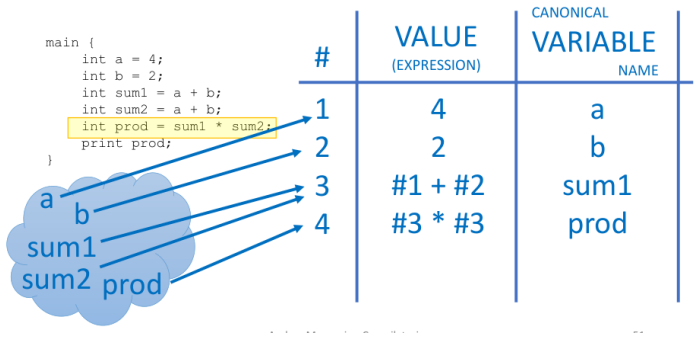


Fig. 3.3: Esempi di codice legati ai pattern citati

- costruisco un metadato in forma di tabella che riscrive le espr. (istruzioni) in funzione dei valori gia osservati → evitando di riassegnare lo stesso valore a piu variabili si evita la ridondanza
- analizzo le istruzioni in termini del value, e in caso questo coincida con entry della tabella già presenti punto direttamente a quella

Esempio




```
main {
  int a = 4;
  int b = 2;
  int sum1 = a + b
  ;
  int prod = sum1
 * sum1;
  print prod;
}
```

Risultato ottenuto

Fig. 3.4: Esempio di ottimizzazione tramite LVN

```
#...
int sum1 = a + b;
int sum2 = b + a;
```

→ Semplice variante del programma non riconosciuta dall'algoritmo (non conosce la pr. commutativa della somma) → vado a **canonicalizzare** l'algoritmo, ovvero imporre un ordine numerico tra le entry (i valori) e usarle sempre in ordine crescente per le op. commutative (di fatto svolto da tutti i compilatori)

4 Data Flow Analysis

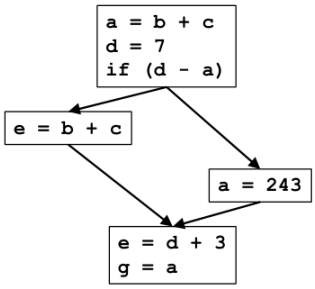
4.1 Cos'è la DFA

La possiamo vedere come una **metodologia** o come un **framework** di analisi, applicabile a vari problemi di ottimizzazione (CP, CSE, DCE, ...)

- analisi **locale**: si focalizza sull'effetto di ogni istruzione → posso comporre gli effetti di tutte le istr. per derivare informazione dall'inizio del BB ad ogni istruzione
- analisi **globale** (DFA): simile, ma molto più complessa → analizza l'effetto di ogni BB, e poi ha una metodologia per comporre l'effetto dei BB ai **confini** degli stessi per derivare informazione

La DFA è **sensibile al flusso di controllo in una funzione** e prevede un'analisi **intraprocedurale** (singola funzione, singolo CFG)

Esempio



La DFA ci permette di derivare informazioni da un CFG, ad esempio $\forall$ variabile `x` in ogni punto del grafo:

- qual è il suo valore?
- quale "definizione" la definisce?
- la definizione è ancora "valida" (*live*)?

Queste risposte normalmente le otteniamo grazie alla forma SSA delle istruzioni e alla struttura di LLVM, ma qui stiamo ancora "costruendo" la forma SSA

4.1.1 Rappresentazione del programma statica o dinamica

- **statica**: programma finito, un pezzo di codice → molto facile da analizzare
- **dinamica**: può avere infiniti percorsi di esecuzione, rappresenta una possibile esecuzione reale!
  - es. loop che si basa sull'analisi di un input

condizioni che un compilatore **non può analizzare**, soprattutto non in maniera statica e *finita* in termini di possibili istanze → spesso si passano al comp. informazioni di "profiling" misurate durante ripetute esecuzioni del programma pre-ottimizzato

→ Con la DFA siamo in grado di dire qualcosa **per ogni punto del programma**, combinando informazioni relative a **tutte le possibili istanze** dello stesso p.to

4.1.2 Effetti di istruzioni e BB

Effetti di un'istruzione: (`a = b + c;`)

- **uses**: delle variabili (`b,c`)
- **kills**: una precedente definizione (`a`)
- **defines**: una variabile (`a`)

Combinando gli effetti delle singole istr. si definiscono gli **effetti di un BB**:

- **uso localmente esposto** (*locally exposed use*): in un BB è un uso di una var. che non è preceduto nel BB da una definizione della stessa variabile
- ogni definizione di una var. nel BB **killa** tutte le definizioni delal stessa variabile che **raggiungono** il BB
- **definizione localmente disponibile** (*locally available definition*): ultima definizione di una variabile nel BB

Esempio

```
t1 = r1+r2                    1
r2 = t1                       2
t2 = r2+r1                    3
r1 = t2                       4
t3 = r1*r1                    5
r2 = t3                       6
if r2>100 goto L1             7
```

- usi loc. esposti: 1 (`r1,r2`), 3 (`r2`), ...
- kill: 2 (`r2`), ...
- definizioni loc. disponibili: 6 (`r2`), 5 (`t3`), ...

4.2 Reaching Definitions

Primo esempio di problema inquadrabile e risolvibile mediante DFA

- ogni istruzione di assegnamento è una definizione
- una definizione d raggiunge (reaches) un punto it$p$ se esiste un percorso da d a p tale per chu d non è uccisa (sovrascritta) lungo quel percorso

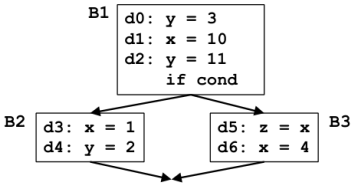


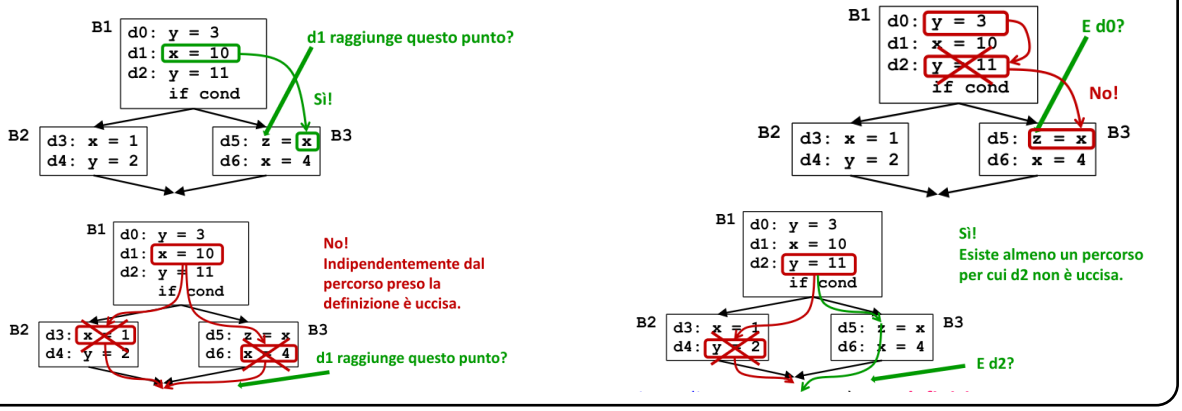
Fig. 4.5: Esempio

Definizione del problema:

- determinare **per ogni punto** del programma se **ogni definizione** nel programma **raggiunge** quel punto

→ usiamo un **bit vector** per ogni istruzione, con lunghezza del vettore pari al numero di definizioni ⇒ diventa una sorta di matrice con righe le istruzioni, colonne le definizioni

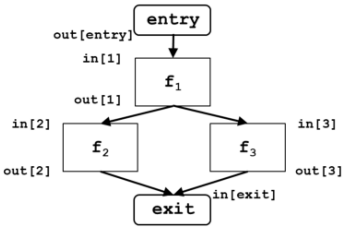
Esempio



4.2.1 Schema DFA

Consideriamo un flow graph:

- aggiungiamo un **BB entry** e uno **exit** → garantisco *single-entry* e *single-exit* points
- per stabilire l'effetto del codice **in ciascun BB** uso delle **funzioni di trasferimento** f_B, che correlano $out[B], in[B]$ per un dato BB B
- stabilisco l'effetto **del flusso di controllo** in base alla vicinanza dei blocchi: correlo $out[B_i], in[B_j]$ di blocchi adiacenti
- infine dobbiamo solo risolvere le equazioni



Nota: stabiliamo anche una cosiddetta **boundary condition**, ovvero qual è l'informazione che riceve il primo BB dall'*entry block* → per le Reaching Definitions stabiliamo $out[entry] = \emptyset$

4.2.2 Effetti di uno statement

- la fz. di trasferimento di uno statement astrae l'esecuzione rispetto al problema di interesse
- per uno statement s (`d: x = y + z`):
  - $Gen[s]$: definizioni **generate** ($Gen[s] = \{\texttt{d}\}$)
  - definizioni **propagate**: $in[s] - Kill[s]$ dove $Kill[s]$ sono le altre definizioni di `x` nel resto del programma
  - funzione di trasferimento di uno statement s:

$$out[s] = f_s(in[s]) = Gen[s] \cup (in[s] - Kill[s])$$

- in altre parole, *Gen* è l'insieme di proprietà **generate** dal blocco, *Kill* l'insieme di quelle **eliminate** nel blocco e *in* l'insieme di quelle **ereditate**

Stiamo lavorando su bit vector → una f_s riempie $out[s]$ a partire da $in[s]$ e applicando qualche tipo di calcolo

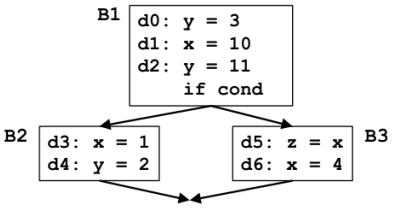
4.2.3 Effetti di un BB

- la fz. di trasferimento di un BB compone linearmente le fz. dei suoi *statements*

$$\boxed{out[B]} = f_B(in[B]) = f_{dn} \cdot \ldots \cdot f_{d0}$$
$$= \boxed{Gen[B] \cup (in[B] - Kill[B])}$$

  - $Gen[B]$: definizioni localmente disponibili (**a fine BB**)
  - $Kill[B]$: definizioni uccise da B **in tutto il programma**
- una f_B associa **incoming reaching definitions → outgoing reaching definitions**

Esempio



	Gen	Kill
B_1	1, 2	0, 2, 3, 4, 6
B_2	3, 4	0, 1, 2, 6
B_3	5, 6	1, 3

NB: in $Kill[B1]$ `d0` e `d2` si uccidono a vicenda → l'approccio bit-vector **non ha nozione di ordine di esecuzione**

4.2.4 Effetti degli archi aciclici

In caso di predecessori multipli, devo decidere con che criterio unire l'informazione:

- nodo di unione (**join**): nodo con **predecessori** multipli
- operatore di **meet** ($\wedge$): $in[B] = out[p_1] \cup \ldots \cup out[p_n]$ con $p_1, \ldots, p_n$ tutti predecessori di B

Il meet operator è **specifico del problema**, non dell'analisi mediante DFA! → Per il problema delle reaching definitions, usiamo $\wedge = \cup$ in quanto la condizione deve essere verificata per *almeno un percorso*

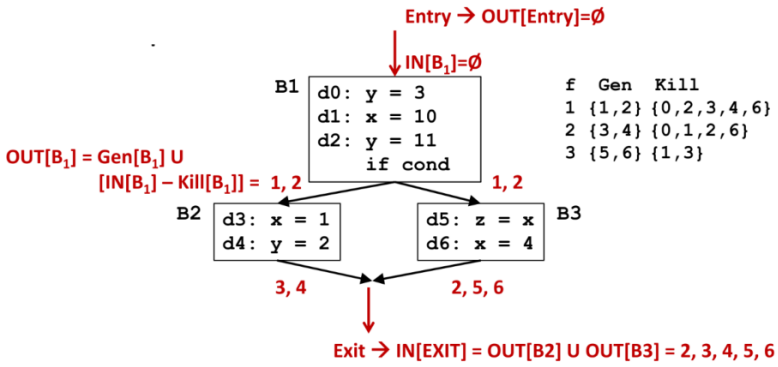


Fig. 4.6: Esempio (continua)

4.2.5 Effetti degli archi ciclici e condizioni iniziali

Gli archi ciclici (*backedges*) possono cambiare le loro *out* o non averle ancora calcolate durante l'esecuzione dell'algoritmo:

- **itero fino a convergenza**
- definisco delle **condizioni iniziali** per inizializzare ogni BB (similmente alla boundary condition): stabilisco $out[B] = \emptyset$ (specifico per Reaching Defs.)

4.2.6 Algoritmo iterativo

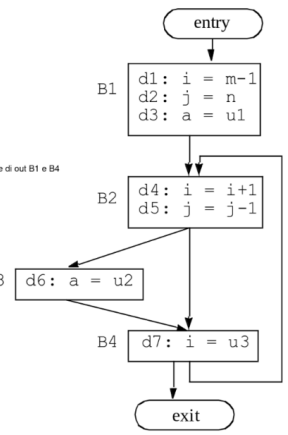
```
input: control flow graph CFG = (N, E, Entry, Exit)
// Boundary condition
  out[Entry] = ∅

// Initialization for iterative algorithm
  for each basic block B other than Entry
    out[B] = ∅

// Iterate
  while (changes to any out[] occur) {
    in[B] = ∪ (out[p]), for all predecessors p of B
    out[B] = f_B(in[B])    // out[B] = Gen[B] ∪ (in[B] − Kill[B])
  }
```

Esempio di eseguzione

La rappresentazione del bit-vector segue l'ordine di numerazione delle definizioni: `IN[B1] = <000 00 0 0>` con `d1` primo bit, ...

Nota: dopo la seconda iterazione $out[B2]$ non cambia più

	First Pass	Second Pass
IN[B1]	000 00 0 0	000 00 0 0
OUT[B1]	111 00 0 0	111 00 0 0
IN[B2]	111 00 0 0	111 01 1 1 (unione di out B1 e B4)
OUT[B2]	001 11 0 0	001 11 1 0
IN[B3]	001 11 0 0	001 11 1 0
OUT[B3]	000 11 1 0	000 11 1 0
IN[B4]	001 11 1 0	001 11 1 0
OUT[B4]	001 01 1 1	001 01 1 1
IN[exit]	001 01 1 1	001 01 1 1



4.2.7 Algoritmo Worklist

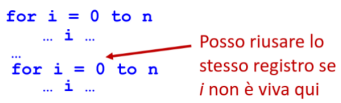
La worklist contiene le variabili che devono ancora essere processate. Quando la worklist è vuota l'algoritmo termina.

```
input: control flow graph CFG = (N, E, Entry, Exit)

// Initialize
  out[Entry] = ∅  // can set out[Entry] to special def
                  // if reaching then undefined use
  for all nodes i
    out[i] = ∅    // can optimize by out[i] = gen[i]
  ChangedNodes = N

// Iterate
  while ChangedNodes ≠ ∅ {
  remove i from ChangedNodes
  in[i] = ∪ (out[p]), for all predecessors p of i
  oldout = out[i]
  out[i] = f_i(in[i])      // out[B] = Gen[B] ∪ (in[B] − Kill[B])
  if (oldout ≠ out[i]){
    for all successors s of i
      add s to ChangedNodes
  }
}
```

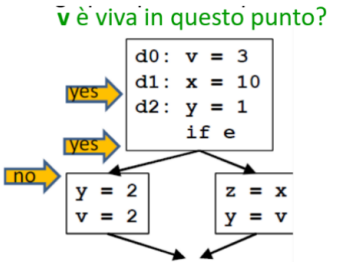
4.3 Liveness Analysis

4.3.1 Live Variable Analysis

Definizione: Una variabile v è **viva** (*live*) in un punto p del programma se il valore di v è usato lungo qualche percorso del FG a partire da p (altrimenti è **morta**)



Motivi dell'analisi: (oltre alla DCE) es. *register allocation*: i registri reali sono limitati - la *ra* è l'operazione che cerca di evitare le spill in cache e in memoria, cercando i casi in cui risulta possibile **riutilizzare** un certo registro → dipende evidentemente dalla liveness di una variabile



Definizione del problema DFA

- devo stabilire ∀ BB quali sono le variabili **vive** in ciascuno di essi
- bit-vector di lunghezza pari al numero di variabili

4.3.2 Forward e Backward analysis

es. *Reaching Definitions*: che informazione sto cercando per capire se una definizione raggiunge o meno un punto p del programma? Devo analizzare il "**passato**" - gli statement tra la definizione e p per cercare eventuali kill (analizzo da *entry* a p)
→ Nel contesto della *Liveness Analysis* invece, devo analizzare il "**futuro**" - cerco gli usi della variabile da *exit* a p

4.3.3 Funzione di trasferimento

Per la formulazione più tipica della *LA* (ce ne sono diverse, a seconda delle fonti) usiamo

- l'insieme delle variabili vive che può **generare** un BB ($Use[B]$)
- l'insieme delle variabili **definite** nel BB ($Def[B]$)
- le variabili vive in ingresso che il bb può propagare ($Out[B] - Def[B]$)

→ **funzione di trasferimento** per il blocco B:

$$In[B] = Use[B] \cup (Out[B]Def[B])$$

Flow Graph

- $In[B] = f(Out[B])$ (*backward analysis*, contrario rispetto a *Reaching Definitions*)
- **join** node: nodo con **successori** multipli
- **meet** operator ($\wedge$): $out[B] = in[s_1] \cup \ldots \cup in[s_n]$ con $s_1, \ldots, s_n$ tutti predecessori di B (ricorda: $\cup \implies \exists$ almeno un percorso)

4.3.4 Algoritmo iterativo

- **boundary condition**: $\emptyset$
- **starting conditions**: $\emptyset$

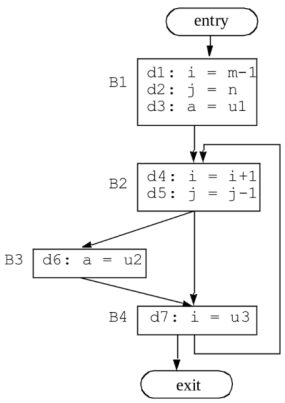
La scelta delle condizioni iniziali deriva principalmente dalla scelta del meet operator - se per qualsiasi motivo scegliessimo come meet operator $\cap$, usare $\emptyset$ impedirebbe qualsiasi propagazione dell'informazione

```
input: control flow graph CFG = (N, E, Entry, Exit)

// Boundary condition
  in[Exit] = ∅

// Initialization for iterative algorithm
  for each basic block B other than Exit
    in[B] = ∅

// Iterate
  while (changes to any in[] occur) {
    for each basic block B other than Exit {
      out[B] = ∪ (in[s]), for all successors s of B
      in[B] = f_B(out[B])    // in[B] = Use[B] ∪ (Out[B] − Def[B])
    }
}
```

A convergenza si arriva **indipendentemente dall'ordine** in cui calcolo le funzioni dei BB (cambia al massimo il numero di iterazioni per arrivarci)

Esempio

	First Pass	Second Pass
OUT[entry]	{m,n,u1,u2,u3}	{m,n,u1,u2,u3}
IN[B1]	{m,n,u1,u2,u3}	{m,n,u1,u2,u3}
OUT[B1]	{i,j,u2,u3}	{i,j,u2,u3}
IN[B2]	{i,j,u2,u3}	{i,j,u2,u3}
OUT[B2]	{u2,u3}	{j,u2,u3}
IN[B3]	{u2,u3}	{j,u2,u3}
OUT[B3]	{u3}	{j,u2,u3}
IN[B4]	{u3}	{j,u2,u3}
OUT[B4]	{}	{i,j,u2,u3}



4.4 Framework per DFA

Possiamo usare una tabella di questo tipo per descrivere problemi nell'ambito della DFA:

	Reaching Definitions	Live Variables
Domain	Sets of definitions	Sets of variables
Direction	forward: $out[b] = f_b(in[b])$ $in[b] = \wedge\ out[pred(b)]$	backward: $in[b] = f_b(out[b])$ $out[b] = \wedge\ in[succ(b)]$
Transfer function	$f_b(x) = Gen_b \cup (x - Kill_b)$	$f_b(x) = Use_b \cup (x - Def_b)$
Meet Operation ($\wedge$)	$\cup$	$\cup$
Boundary Condition	$out[entry] = \emptyset$	$in[exit] = \emptyset$
Initial interior points	$out[b] = \emptyset$	$in[b] = \emptyset$

4.5 Available Expressions

Altro problema modellabile tramite DFA, utile ad es. per la Common Subexpression Elimination

```
if (...) {
  x = m + n;
} else {
  y = m + n;
}
  z = m + n;
```

`m + n` è ridondante perché già calcolato

```
if (...) {
  x = m + n;
} else {
  ...
}
  z = m + n;
```

Cosa cambia se non viene calcolato nel ramo `else`?

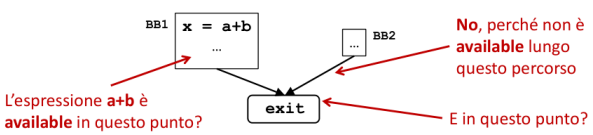
Il concetto di available expr. è necessario come maniera rigorosa di ragionare sulla **ridondanza**

Definizione del problema:

- **dominio**: tutte le espressioni del programma
  - consideriamo solo espr. binarie del tipo $x \oplus y$
- un'espressione $x \oplus y$ è **available** in un punto p del programma se **ogni** percorso che parte da *Entry* e arriva a p valuta l'espressione
- **funzione di trasferimento** di un BB:

$$f_B(x) = Gen[B] \cup (x - Kill[B])$$

  - un blocco **genera** l'espressione $x \oplus y$ se la valuta e **non ridefinisce in seguito** x o y
  - un blocco **uccide** l'espr. $x \oplus y$ se assegna (o potrebbe assegnare) un valore a x o y e non ricalcola successivamente l'espressione
- **direzione di analisi**: **forward**
  - nell'analisi delle *Available Expressions* eliminiamo un'espr. perché è stata calcolata **in passato**
  - (nell'analisi delle *Live Variables* eliminiamo una var. perché non verrà usata **in futuro**)
- equazioni *Out*: $Out[B] = f_b(In[B])$
- equazioni *In*: $In[B] = \wedge_{p \in pred(B)}(Out[B])$
- **meet** operator ($\wedge$): $\cap$ ("**ogni percorso** che parte da Entry [...]")



- **boundary conditions**: $Out[Entry] = \emptyset$
- **initial conditions**:
  - ~~$Out[B_i] = \emptyset$~~ → il meet op. è $\cap$
  - $Out[B_i] = \mathcal{U}$

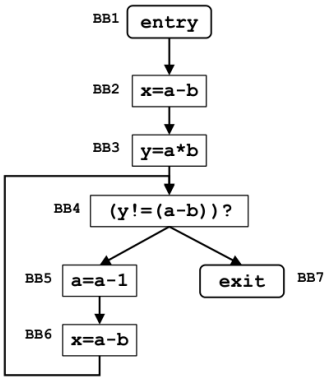
	Available Expressions
Domain	Sets of Expressions
Direction	Forward: out[b] = f_b(in[b]) in[b] = $\wedge$ out[pred(b)]
Transfer function	$f_b(x) = Gen_b \cup (x - Kill_b)$
Meet Operation ($\wedge$)	$\cap$
Boundary Condition	out[entry] = $\varnothing$
Initial interior points	out[b] = U

Fig. 4.7: Tabella completa

Esempio

Risolto su fogli, dominio {`a=b,a*b,a-1`}

Essendo la DFA per natura **statica**, considera sempre il caso **peggiore** di esecuzione.
Il risultato dell'analisi sarebbe diverso se conoscessi l'istanza specifica - sapendo ad es. che BB4 sarà falso potrei fare delle assunzioni che, staticamente, non posso fare → ritorno conservativamente al caso peggiore che il loop esegua almeno una volta



5 Loops e UD-DU chains

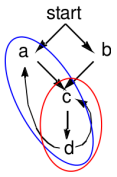
5.1 Cos'è un loop

Sapendo che un programma spende la maggior parte del tempo nei loop, l'obiettivo è definire un loop **in termini di teoria dei grafi** (CFG), ovvero **indipendentemente dalla loro sintassi e dal tipo** (`for`, `while`, `goto`, costrutti stile assembly con salti condizionati e non...)

Elementi chiave per riconoscere un loop:

- gli archi devono formare almeno un ciclo
- (fondamentale) **singolo entry point** (tutti gli archi, se multipli, devono entrare nello stesso punto)

Generalmente, non tutti i *cicli* sono un "loop" da un p.to di vista dell'ottimizzazione: $c \to d$ è un loop, $a \to c \to d$ no



5.1.1 Definizioni formali

Dominator Un nodo d domina un nodo n in un grafo (d *dom* n) se ogni percorso da *ENTRY* a n passa per d

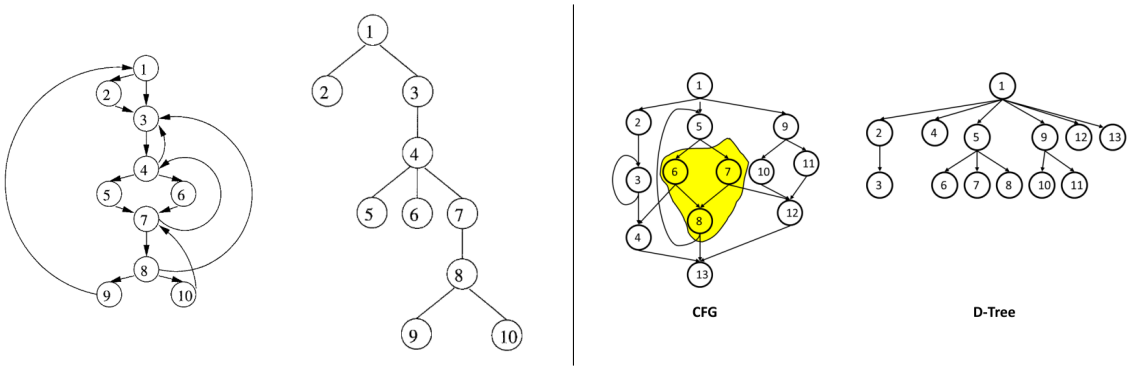
Immediate dominator L'**ultimo dominator** di n su qualsiasi percorso da *ENTRY* a n
m domina **immediatamente** (strettamente) n (m *sdom* n) $\iff m \, dom \, n \wedge m \neq n$

Dominator Tree Modo per rappresentare la proprietà di dominanza **in forma di albero**

- $a \to b$ nel dominator tree $\iff$ a *sdom* b
- **non compaiono** le relazioni di **"auto-dominazione"** (ogni nodo domina sempre se stesso, ma nell'albero non serve rappresentarlo)

- *ENTRY* è la **radice**
- ogni nodo d domina solo **i suoi discendenti** nell'albero

Esempi di DT



5.1.2 Loop naturali

Nonostante le diverse forme trovate nei sorgenti, dal punto di vista dell'analisi ci interessa solo che abbiano proprietà che facilitino l'ottimizzazione, ovvero

- **singolo entry point**: header → l'header **domina tutti i nodi nel loop**
- back edge, ossia arco la cui testa domina la propria coda (tail → head): un back edge **deve far parte di almeno un loop**

5.2 Identificare i loop naturali

1. trovare le relazioni di **dominanza**
2. identificare i **back edges**
3. trovare il **loop naturale associato** al back edge

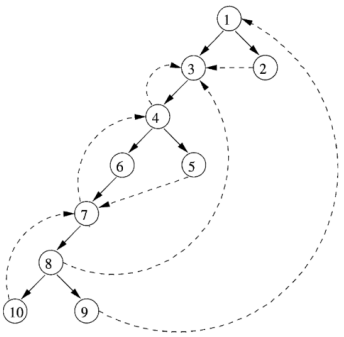
5.2.1 Trovare i dominatori

Lo impostiamo in termini di DFA (vedi secondo assignment)

5.2.2 Trovare i back edges

Usiamo un algoritmo basato su *depth-first traversal*

- inizio alla radice e visito **ricorsivamente** i figli di ogni nodo **in qualsiasi ordine**
- importante la "velocità di discesa": prima scendo ed esploro **in profondità**, a prescindere dall'ordine



Il percorso della visita definisce un **depth-first spanning tree (DFST)**:

- archi **solidi**: struttura del DT
- archi **tratteggiati**: altri archi del CFG

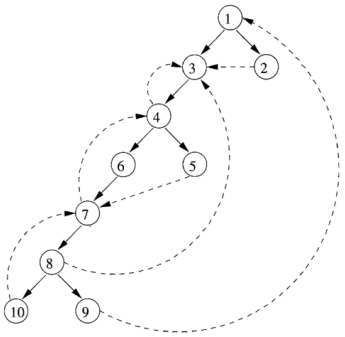
Categorizzazione degli archi

- **advancing** (A) edges: da antenato a discendente, ovvero gli archi detti *proper* - gli archi solidi sono tutti A
- **retreating** (R) e.: da discendente a antenato (non necessariamente proper → da un nodo a se stesso) - solo archi tratteggiati
- **cross** (C) e.: archi tali per cui nessuno dei due nodi è antenato dell'altro

Se disegniamo il DFST in modo che i figli siano aggiunti da sx a dx nell'ordine di visita, allora i cross edges vanno sempre da dx a sx

Algoritmo

- esegui una depth-first search
- $\forall$ retreating edge $t \to h$ controlla se h *dom* t



Vado a riconoscere i *back edges* come casi specifici di *retreating edges* → la maggior parte dei programmi hanno control flow **riducibili**, ovvero tutti i *retreating edges* sono anche back

5.2.3 Trovare il loop naturale associato

Il loop naturale di un back edge è il **più piccolo** insieme di nodi che **include head e tail** del back edge e **non ha predecessori fuori da questo insieme**

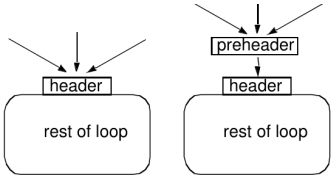
Algoritmo

- eliminare h dal CFG
- trovare i nodi che raggiungono t: questi (più h) formano il **loop naturale** $t \to h$

→ genericamente rappresento i loop in maniera "header-centrica"

5.3 Preheader

Spesso (propedeutico a varie ott.) è necessario garantire che, quando arrivo all'header, ci arrivo tramite arco *fallthrough*: es. LICM (caso di code hoisting), che sposta un'istr. in un punto comune al control flow di tutte le iterazioni del loop
→ tipicamente inserisco un blocco *preheader* appena prima del loop, apposta per inserire le istr. "hoistate"



Per manipolare i loop in LLVM esistono primitive per recuperare proprio questi blocchi fondamentali (poi per navigare nel resto dei BB usiamo gli iteratori, sia seguendo l'ordine del CFG sia non)

5.4 Use-def e Def-use chains

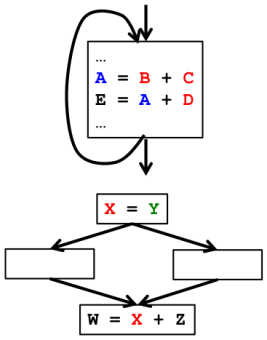
La capacità di ricollegare in maniera efficiente la definizione di una variabile a tutti i suoi usi (per esempio per propagare un risultato) è indispensabile all'ottimizzazione → per questo vengono previsti questi riferimenti nell'IR LLVM

5.4.1 Dove viene definita o usata una variabile

Le definizioni di DU e UD chain **precedono quella di SSA** → lo scope lessicale del programma in cui si potevano trovare gli usi della variabile era molto più ampio

Esempi

- LICM: se le var. usate nell'espressione che definisce `A` sono **definite all'interno del loop**, non posso spostare la definizione fuori
- CP: per un dato uso di `X`, trovo le sue *reaching definitions* (es. `X = Y`) e, se non sono ridefinite (appunto "reaching") vado a sostituirne gli usi



A questo tipo di ottimizzazioni beneficia molto poter scorrere agevolmente le relazioni DU delle variabili → vogliamo un'IR che lo preveda e dunque permetta una **forma di analisi "sparsa"** (ignoro tutte le istruzioni non relative alla var. correntemente analizzata)

In generale le catene possono essere onerose (per N defs e M uses, $O(NM)$ spazio e tempo) → Possiamo semplificare ulteriormente se riusciamo a **ridefinire completamente anche il nome della variabile ad ogni sua ridefinizione** (ci avviciniamo a SSA) (permette catene sensibilmente più corte)

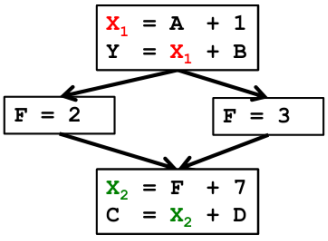


Fig. 5.8: Un altro motivo per rinominare le ridefinizioni è che occorrenze della stessa variabile potrebbero essere scorrelate e dunque ottimizzabili separatamente

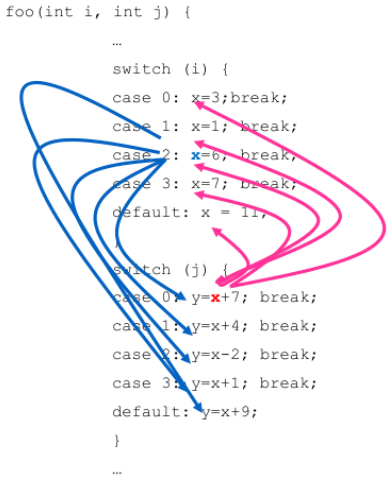
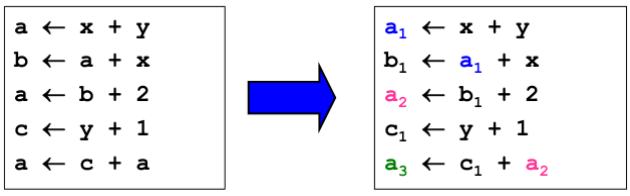


Fig. 5.9: Esempio di catena onerosa. Ulteriore soluzione è limitare ogni variabile a una definizione

6 Static Single Assignment (SSA)

Forma di IR dove ad ogni variabile viene **assegnato un valore solo una volta**
→ Facile dentro ad un BB, ma cosa succede nei punti di **join** di un CFG?
→ **usiamo una notazione fittizia: la Φ function**

Local value numbering

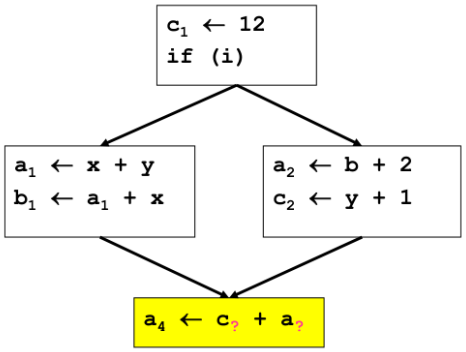


All'interno di un BB posso fare *local value numbering*, visitando ogni istruzione in ordine:

- LHS: assegna ad una nuova versione della variabile
- RHS: usa la versione più recente della stessa

```
c ← 12
if (i) {
  a ← x + y
  b ← a + x
} else {
  a ← b + 2
  c ← y + 1
}
a ← c + a
```

→

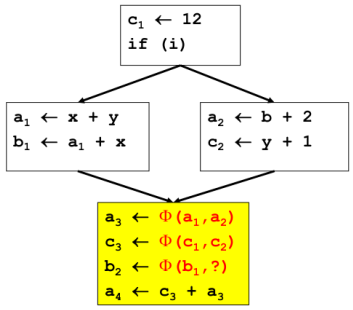


6.1 La funzione Φ

- Φ fonde multiple definizioni derivanti da multipli percorsi in una singola definizione
- per un BB con p predecessori ci sono p argomenti nella funzione Φ:

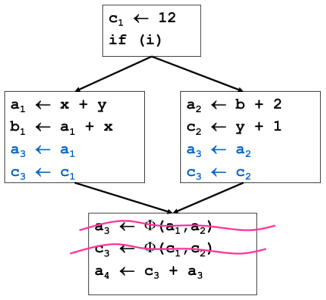
```
xnew ← Φ(x1, x2, ..., xp)
```

- tipicamente **non ci interessa quale `xi` usare** → se rilevante, usiamo le definizioni derivanti dall'arco di interesse



Come si implementa Φ

Di fatto, a tempo di esecuzione ci sarà sempre un percorso **effettivamente eseguito** → per questo consideriamo Φ come notazione fittizia



6.2 SSA triviale

- ogni assegnamento genera una nuova versione della variabile
- aggiungiamo una fz. Φ **ad ogni p.to di join ∀ le variabili *live***

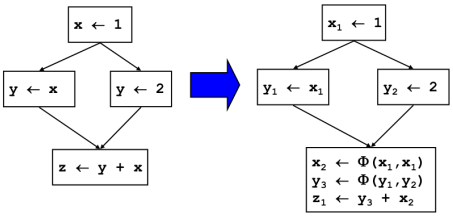
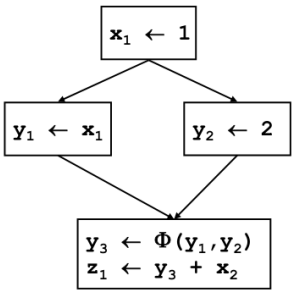


Fig. 6.10: Molte di queste funzioni Φ non sono necessarie

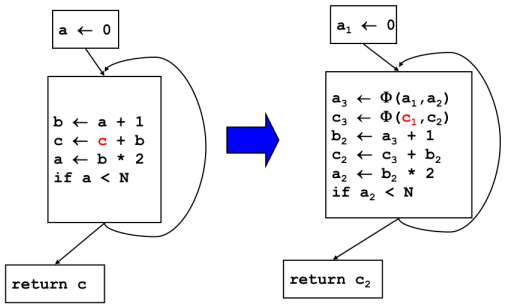
6.3 SSA minimale

- ogni assegnamento genera una nuova versione della variabile
- aggiungiamo una fz. Φ ad ogni p.to di join $\forall$ le variabili *live* **con definizioni multiple**



Esempio con loop

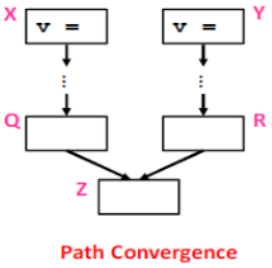
`c1` altro non è che la rappresentazione del valore iniziale che assume `c` a tempo del primo assegnamento (prima esecuzione del loop), mentre `c2` il valore della variabile all'iterazione precedente



6.4 Dove inserire le funzioni Φ

Inserisco una Φ per una variabile `a` nel blocco $Z \iff$:

- `a` è stata definita più di una volta (es. in X e Y, $X \neq Y$)
- $\exists$ due percorsi da X a Z e da Y a Z t.c.
  - $Pxz \cap Pyz = \{Z\}$ ($\boldsymbol{Z}$ **unico BB comune** tra i percorsi)
  - $Z \notin Pxq \vee Z \notin Pyr$, dove $Pxz = Pxq \rightarrow Z, Pyz = Pyr \rightarrow Z$ (almeno un percorso **raggiunge $\boldsymbol{Z}$ per la prima volta**)



Note

- *ENTRY* contiene una definizione implicita di tutte le variabili
- `v = Φ(...)` è una definizione di `v`

6.5 Proprietà di dominanza della forma SSA

Nella forma SSA le **definizioni dominano gli usi**:

- se `xi` è usato in `x` $\leftarrow$ `Φ (..., xi, ...)` $\implies$ BB(`xi`) **domina** il predecessore i-esimo di BB(Φ)
- se `x` è usato in `y` $\leftarrow$ `... x ...` $\implies$ BB(`x`) **domina** BB(`y`)

SI può usare questa proprietà per derivare un algoritmo efficiente per convertire la IR in forma SSA

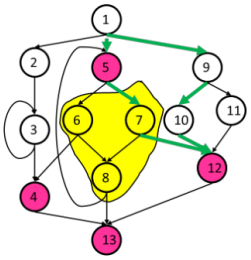
6.6 Dominanza e Dominance Frontier

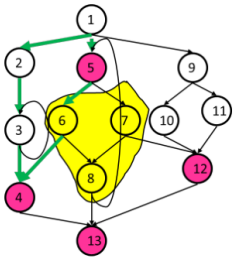
Risulta interessante considerare i BB "appena prima" o "appena dopo" i blocchi dominati o che ci dominano $\rightarrow$ i **dominators** e **postdominators** ci dicono quale BB **deve** essere eseguito **prima**, o **dopo**, un certo BB x

Dominance Frontier di un nodo x: $\boxed{DF(x) = \{w | x\, dom\, pred(w) \wedge !(x\, sdom\, w)\}}$
$\rightarrow$ ovvero, l'insieme di tutti i BB che sono successori immediati dei blocchi dominati da x, ma che non sono strettamente dominati da x

Esempio

Per il CFG di esempio, $DF(5) = \{4, 5, 12, 13\}$: osservando il DT, notiamo che 4, 12, 13 sono successori di 6, 7, 8 (prima parte della condizione), e non sono dominati da 5 (dunque neppure strettamente, seconda parte). Anche 5 è successore di 8, e poiché un nodo non domina strettamente se stesso, lo includiamo nella DF





CFG