Data Flow Analysis

Assignment 2

Iacopo Ruzzier, Daniele Fassetta, Anna Semeraro

24 maggio 2025

Indice

1 Very Busy Expressions

1.1 Definizione del problema

- Un'espressione è **very busy** in un punto p se, indipendentemente dal percorso preso da p, l'espressione viene usata prima che uno dei suoi operandi venga definito.
- Un'espressione `a+b` è **very busy** in un punto p se `a+b` è valutata in tutti i percorsi da p a *Exit* e non c'è una definizione di `a` o `b` lungo tali percorsi

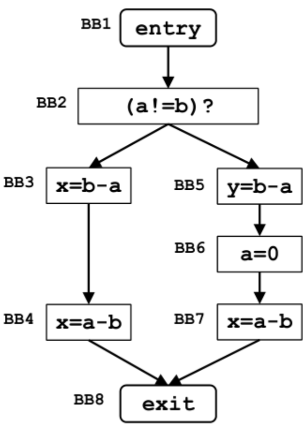
	Very Busy Expressions
Domain	Expressions
Direction	Backward $in[b] = f_b(out[b])$ $out[b] = \wedge\, in(succ[b])$
Transfer function	$f_b = Gen_b \cup (x - Kill_b)$
Meet Operation ($\wedge$)	$\cap$
Boundary Condition	$in[exit] = \emptyset$
Initial interior points	$in[b] = \mathcal{U}$

Tabella 1: Very busy expressions

Dove

- $Gen[b]$: espressioni valutate all'interno del Basic Block
- $Kill[b]$: un'espressione viene uccisa quando un suo operando viene ridefinito all'interno di b

1.2 Esempio di esecuzione



BB	Iterazione 1	
	$OUT[B] = \wedge IN(succ[b])$	$IN[B] = Gen[B] \cup (OUT[B] - Kill[B])$
BB8	/	$\emptyset$ (**boundary condition**)
BB7	$\emptyset$	$a - b \cup (\emptyset - \emptyset) = a - b$
BB6	$a - b$	$\emptyset \cup (\{a - b\} - \{a - b, b - a\}) = \emptyset$
BB5	$\emptyset$	$b - a \cup (\emptyset - \emptyset) = b - a$
BB4	$\emptyset$	$a - b \cup (\emptyset - \emptyset) = a - b$
BB3	$a - b$	$b - a \cup (\{a - b\} - \emptyset) = \{b - a, a - b\}$
BB2	$\{b - a\} \cap \{b - a, a - b\} = b - a$	$\emptyset \cup (\{b - a\} - \emptyset) = b - a$
BB1	$b - a$	/

2 Dominator Analysis

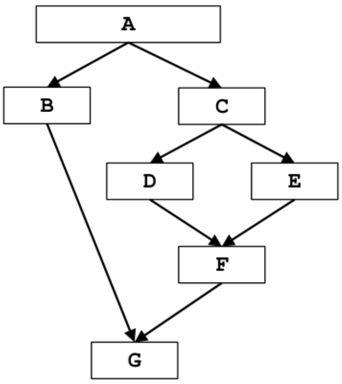
2.1 Definizione del problema

- In un CFG diciamo che un nodo X **domina** un altro nodo Y se il nodo X appare in ogni percorso del grafo che porta dal blocco *Entry* al blocco Y
- annotiamo ogni basic block B_i con un insieme $Dom[B_i]$:
  - $B_i \in Dom[B_j] \iff B_i$ domina B_j
  - $B_i \in Dom[B_i]$: per definizione un nodo domina se stesso

	Dominator Analysis
Domain	Basic Blocks
Direction	Forward $out[b] = f_b(in[b])$ $in[b] = \wedge\, out(pred[b])$
Transfer function	$f_b = Dom[b] = b \cup x$
Meet Operation ($\wedge$)	$\cap$
Boundary Condition	$out[entry] = entry$
Initial interior points	$out[b] = \mathcal{U}$

Tabella 2: Dominator analysis

2.2 Esempio di esecuzione



BB	Iterazione 1	
	$IN[B] = \wedge OUT(pred[b])$	$DOM[B] = B \cup IN[B]$
A	/	A (**boundary condition**)
B	A	$B \cup A = \{A, B\}$
C	A	$C \cup A = \{A, C\}$
D	$\{A, C\}$	$D \cup \{A, C\} = \{A, C, D\}$
E	$\{A, C\}$	$E \cup \{A, C\} = \{A, C, E\}$
F	$\{A, C, D\} \cap \{A, C, E\} = \{A, C\}$	$F \cup \{A, C\} = \{A, C, F\}$
G	$\{A, B\} \cap \{A, C, F\} = A$	$G \cup A = \{A, G\}$

3 Constant propagation

3.1 Definizione del problema

- L'obiettivo della *constant propagation* è quello di determinare in quali punti del programma le variabili hanno un valore costante.
- L'informazione da calcolare per ogni nodo del CFG è un insieme di coppie del tipo `<variabile,valore costante>`.
- Se abbiamo la coppia `<x,c>` al nodo n, significa che `x` è garantito avere il valore `c` ogni volta che n viene raggiunto durante l'esecuzione del programma.

	Constant Propagation
Domain	pairs (v, c)
Direction	Forward $out[b] = f_b(in[b])$ $in[b] = \wedge\, out(pred[b])$
Transfer function	$f_b = Gen[b] \cup (x - Kill[b])$
Meet Operation ($\wedge$)	$\cap$
Boundary Condition	$out[entry] = \emptyset$
Initial interior points	$out[b] = \mathcal{U}$

Tabella 3: Constant propagation

- $Gen[b]$ rappresenta l'insieme di nuovi assegnamenti (all'interno di b) con valore costante. I casi di interesse sono:
  - `x = c` con `c` costante: $Gen[b] = Gen[b] \cup (x, c)$
  - `x = c1`$\oplus$`c2` con `c1,c2` costanti: $Gen[b] = Gen[b] \cup (x, c1 \oplus c2)$ (calcolando il valore dell'espressione)
  - `x = c`$\oplus$`y` o `x = y`$\oplus$`c` con `c` costante:
    1. controlliamo che y sia presente nell'insieme in input: $\exists(y, v_y) \in In[b]$
    2. se è vero, $Gen[b] = Gen[b] \cup (x, e)$ con $e = c \oplus v_y$ (o $v_y \oplus c$)
  - `x = y`$\oplus$`z`, valutando `y` e `z` allo stesso modo del caso precedente:

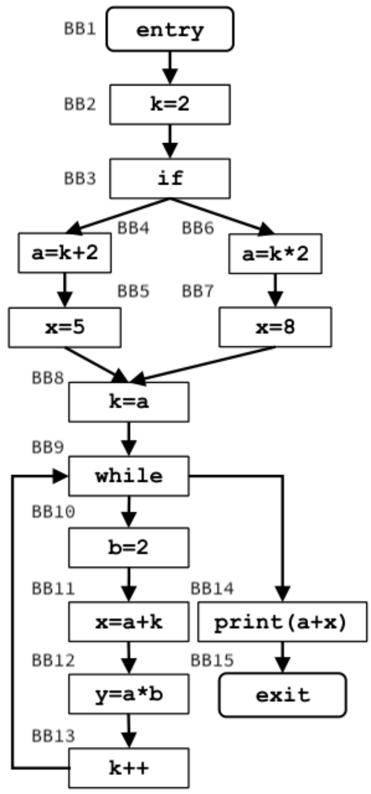
$$\exists(y, v_y), (z, v_z) \in In[b] \implies Gen[b] = Gen[b] \cup (x, e) \text{ con } e = v_y \oplus v_z$$

> Nel caso di definizioni multiple di `x`, riteniamo valida solamente l'ultima all'interno di b

- $Kill[b]$: ogni definizione `x = expr` uccide le coppie $(x, c) \in \mathcal{D}$ (dominio)

3.2 Esempio di esecuzione

L'algoritmo arriva a convergenza all'iterazione 2 (notiamo in particolare che nel passaggio dalla seconda iterazione alla terza non cambia `IN[BB9]`, ovvero l'input del blocco `WHILE`, unico ad avere predecessori multipli).



	Iterazione 1	
	IN[B]	OUT[B]
BB1	/	$\emptyset$ (**boundary condition**)
BB2	$\emptyset$	$\{(k,2)\}$
BB3	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2)\}$
BB4	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2),(a,4)\}$
BB5	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,2),(a,4),(x,5)\}$
BB6	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2),(a,4)\}$
BB7	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,2),(a,4),(x,8)\}$
BB8	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,4),(a,4)\}$
BB9	$\{(k,4),(a,4)\} \cap \mathcal{U} = \{(k,4),(a,4)\}$	$\{(k,4),(a,4)\}$
BB10	$\{(k,4),(a,4)\}$	$\{(k,4),(a,4),(b,2)\}$
BB11	$\{(k,4),(a,4),(b,2)\}$	$\{(k,4),(a,4),(b,2),(x,8)\}$
BB12	$\{(k,4),(a,4),(b,2),(x,8)\}$	$\{(k,4),(a,4),(b,2),(x,8),(y,8)\}$
BB13	$\{(k,4),(a,4),(b,2),(x,8),(y,8)\}$	$\{(k,5),(a,4),(b,2),(x,8),(y,8)\}$
BB14	$\{(k,4),(a,4)\}$	$\{(k,4),(a,4)\}$
BB15	$\{(k,4),(a,4)\}$	/

	Iterazione 2	
	IN[B]	OUT[B]
BB1	/	$\emptyset$ (**boundary condition**)
BB2	$\emptyset$	$\{(k,2)\}$
BB3	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2)\}$
BB4	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2),(a,4)\}$
BB5	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,2),(a,4),(x,5)\}$
BB6	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2),(a,4)\}$
BB7	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,2),(a,4),(x,8)\}$
BB8	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,4),(a,4)\}$
BB9	$\{(k,4),(a,4)\} \cap \{(y,8),(k,5),(a,4),(b,2)(x,8)\} = \{(a,4)\}$	$\{(a,4)\}$
BB10	$\{(a,4)\}$	$\{(a,4),(b,2)\}$
BB11	$\{(a,4),(b,2)\}$	$\{(a,4),(b,2)\}$
BB12	$\{(a,4),(b,2)\}$	$\{(a,4),(b,2),(y,8)\}$
BB13	$\{(a,4),(b,2),(y,8)\}$	$\{(a,4),(b,2),(y,8)\}$
BB14	$\{(a,4)\}$	$\{(a,4)\}$
BB15	$\{(a,4)\}$	/

	Iterazione 3	
	IN[B]	OUT[B]
BB1	/	$\emptyset$ (**boundary condition**)
BB2	$\emptyset$	$\{(k,2)\}$
BB3	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2)\}$
BB4	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2),(a,4)\}$
BB5	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,2),(a,4),(x,5)\}$
BB6	$\{(k,2)\}$	$\{(k,2),(a,4)\}$
BB7	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,2),(a,4),(x,8)\}$
BB8	$\{(k,2),(a,4)\}$	$\{(k,4),(a,4)\}$
BB9	$\{(k,4),(a,4)\} \cap \{(y,8),(a,4),(b,2)\} = \{(a,4)\}$	$\{(a,4)\}$
BB10	$\{(a,4)\}$	$\{(a,4),(b,2)\}$
BB11	$\{(a,4),(b,2)\}$	$\{(a,4),(b,2)\}$
BB12	$\{(a,4),(b,2)\}$	$\{(a,4),(b,2),(y,8)\}$
BB13	$\{(a,4),(b,2),(y,8)\}$	$\{(a,4),(b,2),(y,8)\}$
BB14	$\{(a,4)\}$	$\{(a,4)\}$
BB15	$\{(a,4)\}$	/