

第十六届蓝桥杯大赛软件赛省赛

Python 研究生组

【选手须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

注意：所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

试题 A: 偏蓝

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝特别喜欢蓝色。最近，小蓝学习了颜色在计算机中的一种表示方法：用三个 0 至 255 之间的整数（包含 0 和 255）分别表示颜色的红、绿、蓝三个分量。

在这种颜色的表示方法下，小蓝定义了一种颜色是**偏蓝**的，是指蓝色分量大于红色分量，且蓝色分量大于绿色分量。例如，红、绿、蓝分别为 10、10、11 时是偏蓝的；红、绿、蓝分别为 100、200、200 时不是偏蓝的。

小蓝想知道，有多少种不同的颜色是偏蓝的。两种颜色如果在红、绿、蓝中至少有一个分量值不同，就认为是不同的。

【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: IPv6

本题总分：5 分

【问题描述】

小蓝最近在学习网络工程相关的知识。他最近学习到，IPv6 地址本质上是一个 128 位的二进制数，而字符串形式的 IPv6 地址是由被冒号分开的八段 16 进制数组成的，例如，下面每行是一个字符串形式的 IPv6 地址：

```
0000:0000:0000:0000:0000:0000:0000:0000
0000:0001:0000:0000:0000:0001:0000:0000
0000:0001:00ab:0000:0023:0000:0a00:0e00
0000:0000:00ab:0000:000a:0001:0a00:0e00
0000:0000:00ab:0000:0000:0001:0a00:0e00
```

其中，每一段最长 4 位，且每一段的前导零都可以去掉（如果 4 位都为 0 需要写成 0）。

另外，IPv6 地址还可以将其中相邻的值为 0 的段合并压缩起来，用两个冒号来表示，不过只能压缩一段。

例如上述地址最短的压缩后的形式分别为

```
::
0:1::1:0:0
0:1:ab::23:0:a00:e00
::ab:0:a:1:a00:e00
0:0:ab::1:a00:e00
```

小蓝想知道，所有 IPv6 地址的最短压缩形式的长度的和为多少？由于答案很大（甚至超过了 128 位二进制整数的范围），请填写答案时填写这个总和除以 $10^9 + 7$ 的余数。

【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数（在 0 到 $10^9 + 6$ 的范围内），在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 变换数组

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

输入一个数组 a ，包含有 n 个元素 a_1, a_2, \dots, a_n 。对这个数组进行 m 次变换，每次变换会将数组 a 中的每个元素 a_i 转换为 $a_i \cdot \text{bitCount}(a_i)$ 。其中 $\text{bitCount}(x)$ 表示数字 x 的二进制表示中 1 出现的次数，例如 $\text{bitCount}(3) = 2$ ，因为 3 的二进制表示为 11，其中 1 出现了两次。

请输出变换之后的数组内容。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n ，表示数组 a 中的元素个数。

第二行包含 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

第三行包含一个整数 m ，表示变换次数。

【输出格式】

输出一行，包含 n 个整数，相邻整数之间使用一个空格分隔，表示变换之后得到的数组 a 。

【样例输入】

```
2
5 7
2
```

【样例输出】

```
20 63
```

【样例说明】

$5 = (101)_2$ ， $7 = (111)_2$ ，第一次变化后 $a = [10, 21]$ 。

$10 = (1010)_2$, $21 = (10101)_2$, 第二次变换后 $a = [20, 63]$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例, $1 \leq n \leq 10$;

对于 60% 的评测用例, $1 \leq n \leq 100$;

对于所有评测用例, $1 \leq n \leq 10^3$, $0 \leq m \leq 5$, $0 \leq a_i \leq 1000$ 。

试题 D: 最大数字

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

我们有 n 个连续的整数 $1, 2, 3, \dots, n$ ，可以自由排列它们的顺序。

然后，我们把这些数字转换成二进制表示，按照排列顺序拼接形成一个新的二进制数。

我们的目标是让这个二进制数的值最大，并输出这个二进制对应的十进制表示。

【输入格式】

输入一行包含一个正整数 n 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

3

【样例输出】

30

【样例说明】

1 的二进制为 1；2 的二进制为 10；3 的二进制为 11；其组成的最大的二进制数字为 11110，对应的十进制数字为 30。

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10$ ；

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n \leq 100$ ；

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 500$ ；

对于 80% 的评测用例， $1 \leq n \leq 1000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10000$ 。

试题 E: 小说

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

小蓝是一位网络小说家。现在他正在撰写一部新的推理小说，这部小说有 n 个不同的人物。

小说的每一章都有以下三种情节的一种：

- 1、 A 发现 B 不知道真相。
- 2、 A 发现 B 知道真相。
- 3、 A 知道了真相。

为了保证读者的协调和新鲜感，小蓝的小说还要满足以下要求：

- 1、“ B 发现 A 不知道真相”不能在“ A 知道了真相”后。
- 2、“ B 发现 A 知道真相”不能在“ A 知道了真相”前。
- 3、“ B 发现 A 不知道真相”不能在“ B 发现 A 知道真相”后。
- 4、相邻的两章情节类型不同，例如如果第一章是 A 发现 B 不知道真相那么第二章就不能是 C 发现 D 不知道真相。
- 5、完全相同的情节不能出现两次。

现在小蓝希望知道，他最多能写多少章。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 n ，表示小说人数。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案，即小蓝最多能写多少章小说。

【样例输入 1】

2

【样例输出 1】

6

【样例说明 1】

以下是一种可能的情况：

- 1、 B 发现 A 不知道真相。
 - 2、 A 知道了真相。
 - 3、 B 发现 A 知道真相。
 - 4、 A 发现 B 不知道真相。
 - 5、 B 知道了真相。
 - 6、 A 发现 B 知道真相。
- 小蓝一共能写 6 章。

【样例输入 2】

3

【样例输出 2】

13

【评测用例规模与约定】

- 对于 30% 的评测用例， $n \leq 5$ ；
- 对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^9$ 。

试题 F: 01 串

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

给定一个由 $0, 1, 2, 3 \dots$ 的二进制表示拼接而成的长度无限的 01 串。其前若干位形如 011011100101110111...

请求出这个串的前 x 位里有多少个 1。

【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数 x 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

7

【样例输出】

5

【样例说明】

给定的串的前 7 位为 0110111。

【评测用例规模与约定】

对于 60% 的评测用例， $x \leq 10^6$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq x \leq 10^{18}$ 。

试题 G: 登山

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝正在登山，山峰的高度构成 n 行 m 列的正整数矩阵， $a_{i,j}$ 表示第 i 行第 j 列格子 (i,j) 上的山峰的高度。小蓝以一种特别的方式进行登山，如果他此刻在第 p 行第 q 列的格子 (p,q) 上，那么下一步可以选择：

- 1) 走到格子 (i,q) ，满足 $a_{i,q} < a_{p,q}$ 且 $i > p$ ；
- 2) 走到格子 (i,q) ，满足 $a_{i,q} > a_{p,q}$ 且 $i < p$ ；
- 3) 走到格子 (p,j) ，满足 $a_{p,j} < a_{p,q}$ 且 $j > q$ ；
- 4) 走到格子 (p,j) ，满足 $a_{p,j} > a_{p,q}$ 且 $j < q$ 。

小蓝想知道，如果他依次从每一个格子开始出发，按照最优策略，他最高能到达的山峰的高度的平均值是多少？

【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数 n,m ，用一个空格分隔。

接下来 n 行，每行包含 m 个正整数。其中第 i 行包含 $a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,m}$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个实数表示答案，四舍五入保留正好 6 位小数。

【样例输入 1】

```
2 2
1 3
3 2
```

【样例输出 1】

2.500000

【样例说明 1】

除了从格子 (1,1) 出发以外，其他格子都能到达高度为 3 的山峰， $(1 + 3 + 3 + 3)/4 = 2.5$ 。

【样例输入 2】

2 3
2 4 1
4 2 5

【样例输出 2】

4.166667

【样例说明 2】

每个格子能到达的高度：

4, 4, 4

4, 4, 5

其中 (1,1) 可以先到达格子 (1,3) 再到达格子 (1,2)。

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 10^2$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 10^4$ ， $1 \leq n \times m \leq 10^6$ ， $1 \leq a_{ij} \leq 10^9$ 。

试题 H: 甘蔗

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

小蓝种了一排甘蔗，甘蔗共 n 根，第 i 根甘蔗的高度为 a_i 。小蓝想砍一些甘蔗下来品尝，但是他有强迫症，不希望甘蔗的高度显得乱糟糟的。具体来说，他给出了一个大小为 m 的整数集合 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ ，他希望在砍完甘蔗后，任意两根相邻的甘蔗之间的高度差 $|a_i - a_{i+1}|$ 都要在这个集合 B 中。小蓝想知道他最少需要砍多少根甘蔗（对于高度为 h 的甘蔗，他可以将其砍成 x 高度的甘蔗， $x \in \{0, 1, 2, \dots, h-1\}$ ）。

【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数 n, m ，用一个空格分隔。

第二行包含 n 个正整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

第三行包含 m 个正整数 b_1, b_2, \dots, b_m ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。如果不能满足条件，输出 -1 。

【样例输入 1】

```
6 3
6 7 3 4 9 12
2 3 5
```

【样例输出 1】

```
2
```

【样例说明 1】

其中一种方案：将 a_2 砍为 3，再将 a_3 砍为 1。

【样例输入 2】

```
2 1
4 5
6
```

【样例输出 2】

```
-1
```

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $1 \leq n, m \leq 8$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 500$ ， $1 \leq a_i \leq 1000$ ， $0 \leq b_i \leq 1000$ 。