Лабораторная работа No4 по математическому моделированию

Модель гармонических колебаний

Выполнила :Альсид Мона Бабкир Ахмед Хеир

Содержание

Цель работы

Ознакомление с моделью линейного гармонического осциллятора и ее построение с помощью языка программирования Python.

Задание

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1.Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x}+7.4x=0$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x}+10.1\dot{x}+0.1x=0$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x}+3\dot{x}+3.3x=0.2\sin(3.5t)$

На интервале $t\in[0;33]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0=0$, $y_0=-1.4$

Теоретическое введение

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x}+2\gamma\dot{x}+\omega_0^2 x=f(t)$$

x — переменная

t — время

ω_0 — частота колебаний

γ — параметр, характеризующий потери энергии

В свою очередь:

$$\ddot{x}=\frac{\partial^2 x}{\partial t^2},\dot{x}=\frac{\partial x}{\partial t}$$

Выполнение лабораторной работы

Данную лабораторную работу я выполняла на языке программирования Python . Ниже представлен программный код для первого случая: колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```
import numpy as np
from scipy. integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math
w2 = 7.4
tmax = 33
step = 0.05
y0 = [0, -1.4]
def W(y, t):
    y1, y2 = y
    return [y2, -w2*y1 ]
t = np.arange( 0, tmax, step)
w1 = odeint(W, y0, t)
y11 = w1[:,0]
y21 = w1[:,1]
fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
```

```
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('1.png', dpi = 600)
fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('2.png', dpi = 600)
```

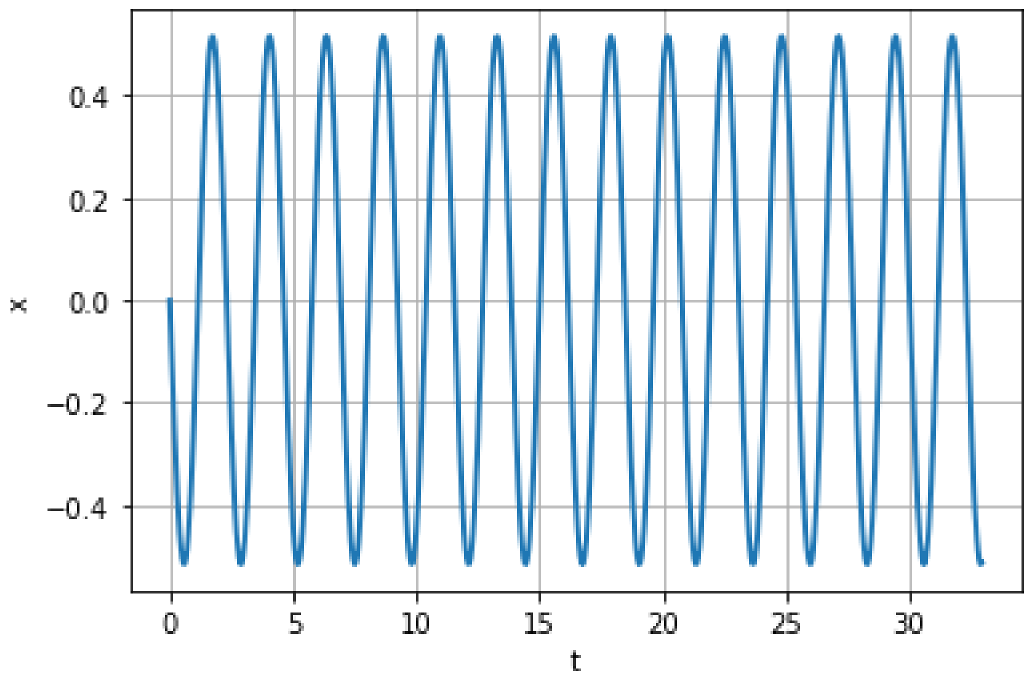

Figure 1: График решения для случая 1

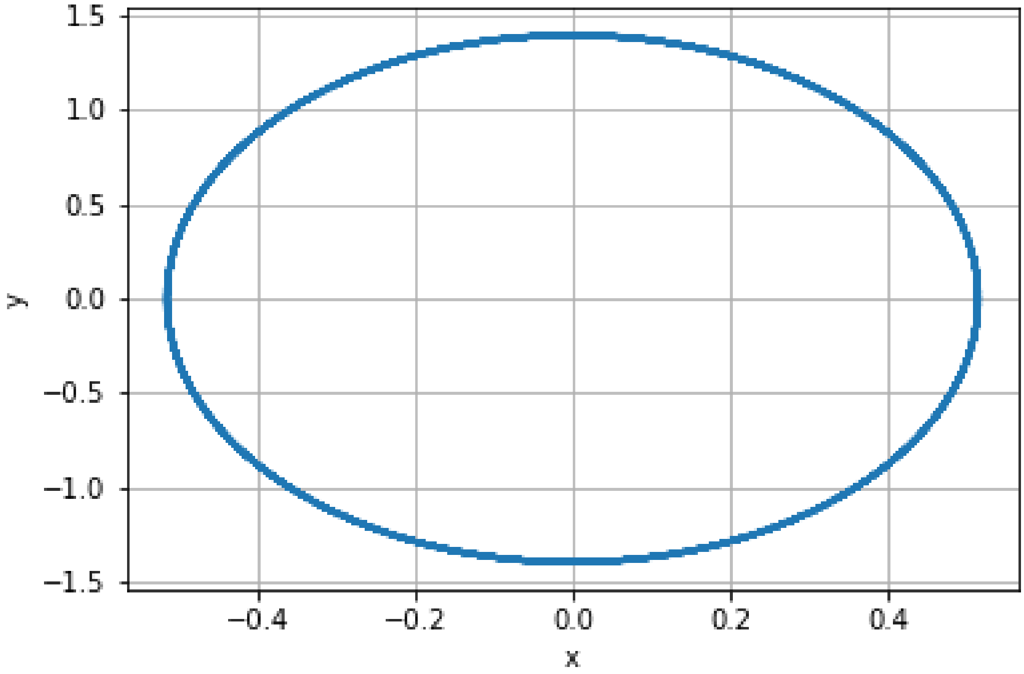

Figure 2: Фазовый портрет для случая 1

Программный код для второго случая: колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
w2 = 0.1
g = 10.1
def W(y, t):
    y1, y2 = y
    return [y2, -w2*y1 - g*y2 ]
t = np.arange( 0, tmax, step)
w1 = odeint(W, y0, t)
y11 = w1[:,0]
y21 = w1[:,1]
fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('3.png', dpi = 600)
```

```
fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('4.png', dpi = 600)
```

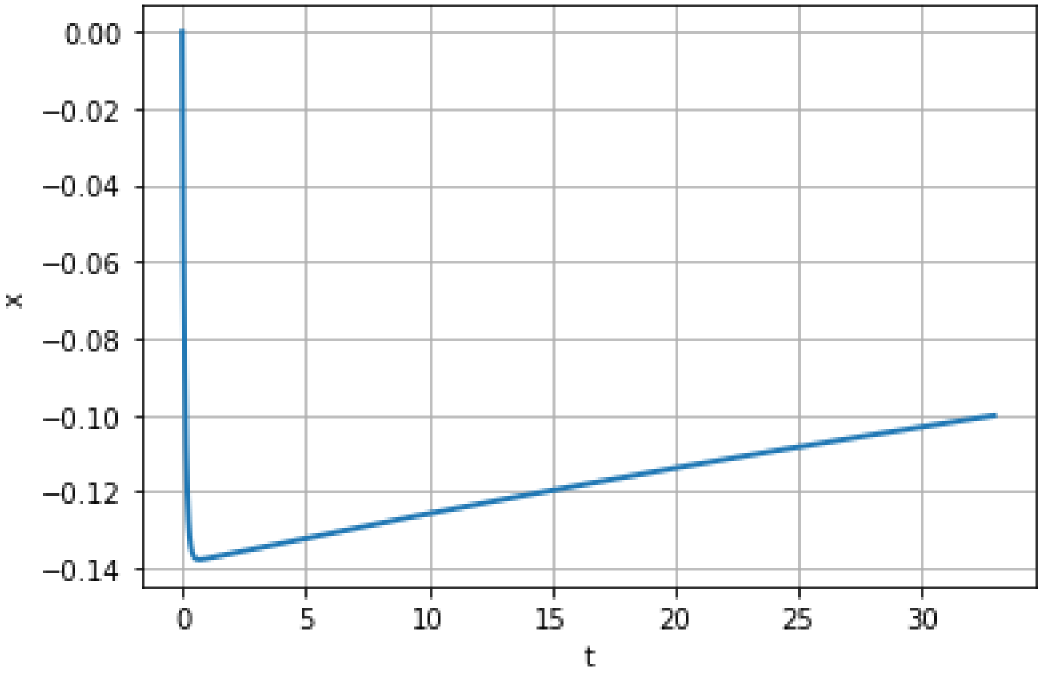

Figure 3: График решения для случая 2

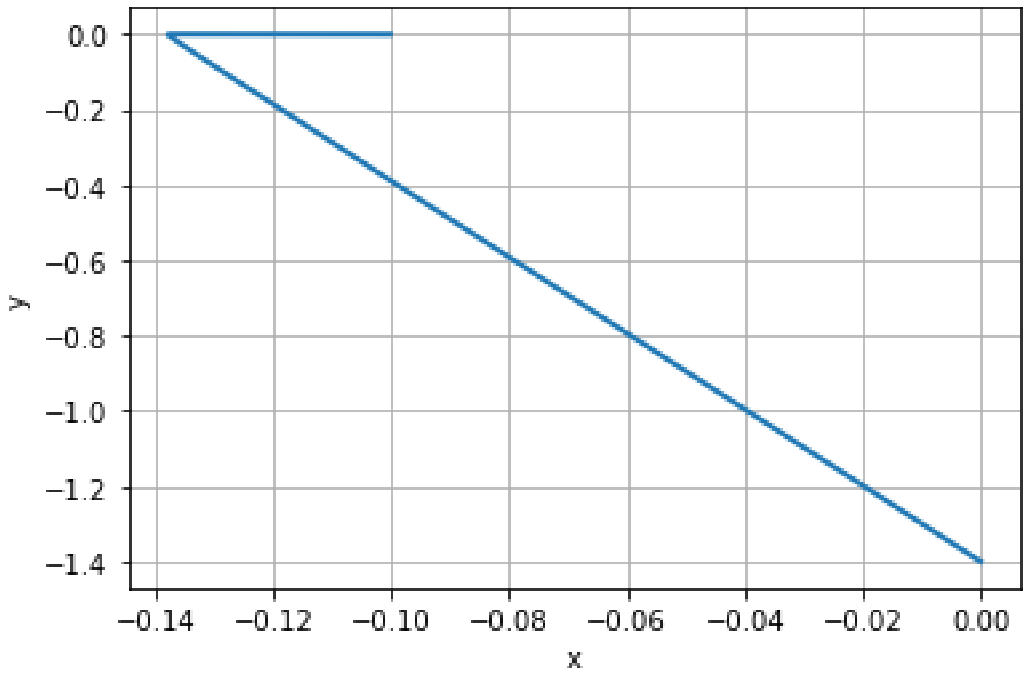

Figure 4: Фазовый портрет для случая 2

Программный код для третьего случая: колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы был написан следующий код

```
w2 = 3.3
g = 3
def f(t):
    f = 0.2*math.sin(3.5*t)
   return f
def W(y, t):
    y1, y2 = y
    return [y2, -w2*y1 - g*y2 + f(t) ]
t = np.arange( 0, tmax, step)
w1 = odeint(W, y0, t)
y11 = w1[:,0]
y21 = w1[:,1]
fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y11, linewidth=2)
plt.ylabel("x")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.show()
fig.savefig('5.png', dpi = 600)
fig2 = plt.figure(facecolor='white')
```

```
plt.plot(y11, y21, linewidth=2)
plt.ylabel("y")
plt.xlabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()
fig2.savefig('6.png', dpi = 600)
```

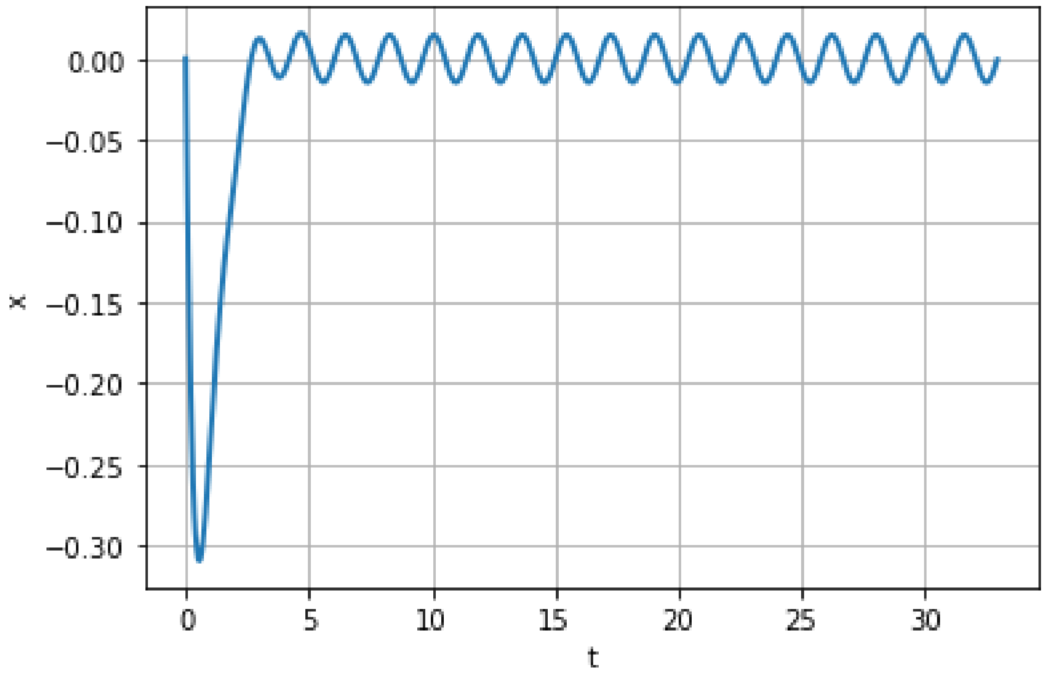

Figure 5: График решения для случая 3

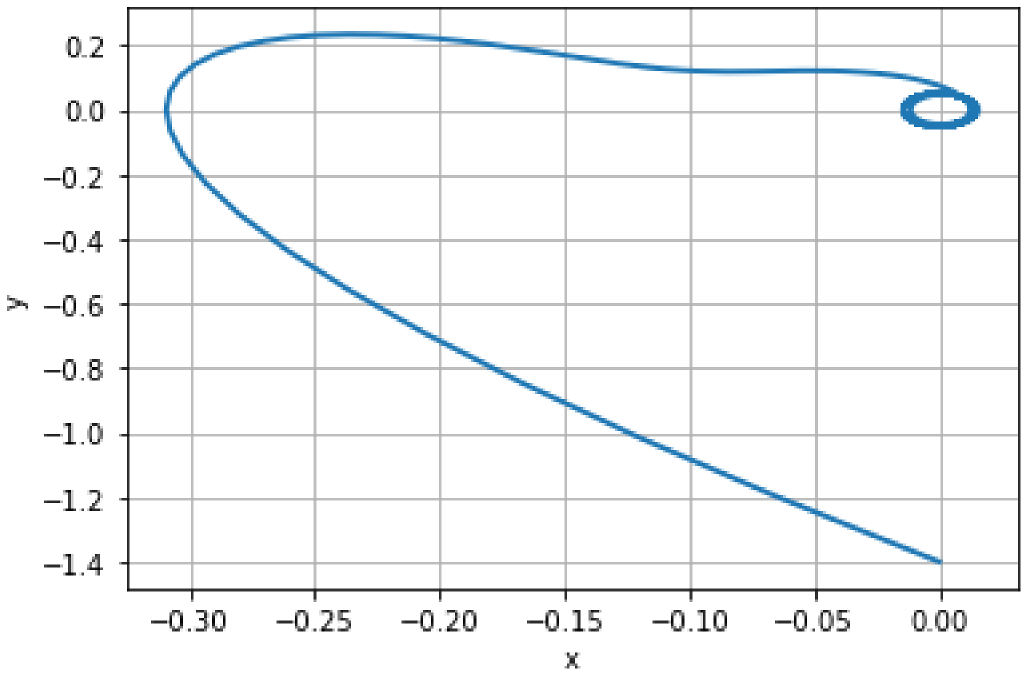

Figure 6: Фазовый портрет для случая 3

Выводы

При выполнении данной лабораторной работы я познакомилась с моделью гармонических коллебаний, научилась выводить ДУ, а также построила фазовый портрет гармонического осциллятора, решила уравнения гармонического осциллятора:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.

Ответы на вопросы к лабораторной работе

1.Запишите простейшую модель гармонических колебаний

Гармони́ческий осцилля́тор

$F = -kx$

2. Определение осциллятора : система, совершающая колебания, то есть показатели которой периодически повторяются во времени

3. Модель математического маятника : Колебания математического маятника описываются обыкновенным дифференциальным уравнением (ДУ) вида

$$\ddot{x} + \omega^2 \sin(x) = 0$$

4.**Алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка** к двум дифференциальным уравнениям первого порядка
 -Уравнения второго порядка с отсутствующей зависимой переменной например:
Этот тип уравнения второго порядка легко сводится к уравнению первого порядка с помощью преобразования $\dot{y} = w$, Эта замена, очевидно, подразумевает $y'' = w'$ и исходное уравнение становится уравнением первого порядка для w. Решить для функции w; затем интегрировать его, чтобы восстановить y.

5.фазовый портрет и фазовая траектория

-Фазовый портрет колебательной системы или процесса – это совокупность реализующихся фазовых траекторий.
Фазовая траектория – это линия изменения состояния в фазовом пространстве.
*фазовая траектория гармонического осциллятора в отсутствие сил трения представляет собой замкнутую кривую второго порядка. В частном случае это может быть окружность.