

东南大学成贤学院考试卷（A 卷）

课程名称	概率论与数理统计		适用专业	工科各专业	
考试学期	20-21-2	考试形式	开卷□闭卷☑ 半开卷□	考试时间	120 分钟
学 号		姓 名		得 分	
题 号	一	二	三	四	五
得 分					

备用数据： $\Phi(-1.645)=0.05$ ； $\Phi(1)=0.8413$ ； $\Phi(1.5)=0.9332$ ；  
 $\Phi(1.96)=0.975$ ； $\Phi(2)=0.9772$ ； $\Phi(2.84)=0.997$ ；

$\chi_n^2 \sim \chi^2(n)$ :  $P(\chi_{50}^2 \geq 67.5)=0.05$ ； $P(\chi_{50}^2 \geq 34.8)=0.95$ ；  
 $P(\chi_{51}^2 \geq 68.7)=0.05$ ； $P(\chi_{51}^2 \geq 35.6)=0.95$ ；

$T_n \sim t(n)$   $P(T_{99} \geq 1.66)=0.05$ ； $P(T_{99} \geq 1.98)=0.025$ ；

一、 选择题（共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1、 设  $P(A)=0.6$ ,  $P(B)=0.5$ ,  $P(A|B)=0.8$ , 则  $P(A \cup \bar{B})=$   
(A) 0.4 (B) 0.7 (C) 0.8 (D) 0.9 [ ]

2、 设随机变量  $X$  的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

则  $F(\frac{1}{2})=$

(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{1}{8}$  (D)  $\frac{7}{8}$  [ ]

3、 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立,  $X$  服从正态分布  $N(3,3)$ ,  $Y$  服从参数  $\lambda=2$  的指数分布  $E(2)$ , 则  $P(X \leq 3, Y > 0)=$

(A)  $e^{-1}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}(1-e^{-1})$  (D) 1 [ ]

4、 设随机变量  $X、Y、Z、W$  独立都服从标准正态分布  $N(0,1)$ , 则

$\frac{1}{2}[(X-Y)^2+(Z+W)^2]$ 服从\_\_\_\_\_分布.

(A)  $t(2)$  (B)  $\chi^2(2)$  (C)  $\chi^2(4)$  (D)  $F(2,2)$  [ ]

5、 设  $(X_1, \dots, X_n)$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的容量  $n$  为的简单随机样本,  $\sigma^2$  已知, 对检验问题:  $H_0: \mu \geq \mu_0 \leftrightarrow H_1: \mu < \mu_0$ , 若在显著水平  $\alpha=0.01$  下接受  $H_0$ , 则在显著水平  $\alpha=0.05$  下, 下列结论正确的是

(A) 可能接受, 也可能拒绝  $H_0$ ; (B) 必拒绝  $H_0$ ;  
(C) 必接受  $H_0$ ; (D) 不接受也不拒绝. [ ]

二、 填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分共 15 分）

1、 三个人随机地走进编号分别为 1、2、3、4 的四个房间, 则恰好有 1 人走进 2 号房间的概率为\_\_\_\_\_.

2、 设  $X, Y$  是两个相互独立的随机变量,  $X \sim N(3, 1)$ ,  $Y \sim N(1, 4)$ , 则  $-3X+2Y$  服从\_\_\_\_\_分布(写出参数).

3、 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $DX=4$ ,  $DY=9$ , 则  $\text{cov}(2X+1, X-Y)=$ \_\_\_\_\_.

4、 设  $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$  为独立同分布的随机变量序列, 其分布律为

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, \quad k=0,1,2,\dots$$

则  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$  依概率收敛于\_\_\_\_\_.

5、 设总体  $X$  服从参数  $\lambda=3$  的指数分布,  $(X_1, \dots, X_{40})$  是来自  $X$  的容量为 40 的简单随机样本, 样本均值  $\bar{X} = \frac{1}{40} \sum_{i=1}^{40} X_i$ , 则  $D(\bar{X})=$ \_\_\_\_\_.

考

试

卷

三、(共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

1、(10分) 某厂一、二、三车间生产同类产品, 已知三个车间生产的产品分别占总量的50%, 25%, 25%, 又知一、二、三车间产品的次品率分别为 1%, 2%, 4%; 求:

- (1)、从该厂产品中任取一件是次品的概率;
- (2)、若从该厂产品中任取一件是次品, 求它是三车间生产的概率.

2、(10分) 设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1)、求  $Y = 2X + 1$  的分布函数  $F_Y(y)$ ;
- (2)、 $E(\frac{1}{X})$ .

四、(共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, 0 < y < 3x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求: 1、 $Y$  的边缘分布密度; 2、条件分布密度  $f_{X|Y}(x|y)$ ;

- 3、 $P(X < \frac{1}{2})$ .

五、(本题共 4 小题，满分共 35 分)

1、 (8分) 设随机向量  $(X,Y)$  的联合分布律为

$Y$	1	2	3
$X$			
1	0.1	0	0.1
2	0.2	0.1	0.2
3	0	0.2	0.1

求： (1)、关于 $X$  的边缘分布律. (2)、 $Z = XY$  的分布律.

2、(10分) 某生产线生产的一批产品成箱包装，共有100 箱，每箱质量是随机的；假设每箱平均重 50 千克，标准差为5，若用载重为5 吨的汽车承运，试用中心极限定理计算不超载的概率近似值.

3、 (10分) 设总体  $X$  的分布律为

$$f(x,\theta)=\theta^{\frac{x-1}{2}}(1-\theta)^{\frac{3-x}{2}},\ x=1,3$$

$(X_1,\cdots,X_n)$  是来自总体  $X$  的容量为 $n$  的简单随机样本，求： (1)、 $\theta$  的矩估计量 $\hat{\theta}$ ； (2)、 $\theta$  的最大似然估计量 $\hat{\theta}_L$  .

4、 (7分) 设一批晶体管的寿命 $X$  服从正态分布  $N(\mu,\sigma^2)$ ，从中抽取 100 只作寿命试验，测得其平均寿命 $\bar{x}$  为1000 小时, 标准差 $s=40$ 小时. 求 这批晶体管的平均寿命 $\mu$  的置信度为 95% 的置信区间.