

东南大学成贤学院考试卷（A 卷）

课程名称	概率论与数理统计		适用专业	工科各专业和经管高层次	
考试学期	21-22-1	考试形式	开卷□闭卷☑ 半开卷□	考试时间	120 分钟
学 号		姓 名		得 分	
题 号	一	二	三	四	五
得 分					

备用数据： $\Phi(-1.645)=0.05$ ； $\Phi(1)=0.8413$ ； $\Phi(1.5)=0.9332$ ；
 $\Phi(1.96)=0.975$ ； $\Phi(2)=0.9772$ ； $\Phi(2.84)=0.997$ ；
 $\chi_n^2 \sim \chi^2(n)$: $P(\chi_{25}^2 \geq 37.6)=0.05$ ； $P(\chi_{25}^2 \geq 14.6)=0.95$ ；
 $P(\chi_{24}^2 \geq 36.4)=0.05$ ； $P(\chi_{24}^2 \geq 13.8)=0.95$ ；
 $T_n \sim t(n)$ $P(T_{24} \geq 1.71)=0.05$ ； $P(T_{24} \geq 2.06)=0.025$ ；

一、 选择题（共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

- 1、 设 $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B|A)=\frac{1}{3}$, $P(A|B)=\frac{1}{2}$, 则 $P(A \cup B)=$
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$ []
- 2、设随机变量 X 的密度函数为
$$f(x)=\begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

则 $P(X \leq \frac{2}{3})=$
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{2}{9}$ []
- 3、 设随机变量 X 、 Y 、 Z 、 W 独立都服从标准正态分布 $N(0,1)$ ，则
 $\frac{(X-Y+Z-W)^2}{4}$ 服从_____分布.
(A) $\chi^2(1)$ (B) $\chi^2(4)$ (C) $N(0,1)$ (D) $F(1,1)$ []

- 4、 设 X,Y 是两个相互独立的随机变量, X 服从泊松分布 $P(1)$ ， Y 服从参数 $p=\frac{1}{4}$ 的二项分布 $B(10,\frac{1}{4})$ ，则 $P(X \leq 1|Y < 1)=$
(A) e^{-1} (B) $2e^{-1}$ (C) $\frac{1}{2}(1-e^{-1})$ (D) $\frac{1}{2}$ []
- 5、 设 (X_1, \dots, X_n) 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的容量 n 为的简单随机样本, σ^2 已知, 对检验问题: $H_0: \mu = \mu_0 \leftrightarrow H_1: \mu \neq \mu_0$ ，若在显著水平 $\alpha=0.05$ 下接受 H_0 ，则在显著水平 $\alpha=0.01$ 下，下列结论正确的是
(A) 可能接受，也可能拒绝 H_0 ； (B) 必拒绝 H_0 ；
(C) 必接受 H_0 ； (D) 不接受也不拒绝. []

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，满分共 15 分）

- 1、 三个人随机地走进编号分别为1、2、3、4 的四个房间，则1人走进一个房间的概率为_____.
- 2、 设 X,Y 是两个相互独立的随机变量, $X \sim N(1, 4)$, $Y \sim N(1, 1)$ ，则 $X-3Y$ 服从_____分布(写出参数) .
- 3、 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $DX=4$, $DY=9$, 则 $\text{cov}(2X+Y, X-Y)=$ _____.
- 4、 设 $X_1, X_2, \dots, X_n \dots$ 为独立同分布的随机变量序列, 其共同的分布列为

X	-1	2	3
P	0.3	0.2	0.5

- 则 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 依概率收敛于_____。
- 5、 设总体 X 服从区间 $[-2, 3]$ 上的均匀分布 $U[-2, 3]$ ， (X_1, \dots, X_{37}) 是来自 X 的容量为 37 的简单随机样本，样本方差 $S^2 = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{37} (X_i - \bar{X})^2$ ，则
 $E[\sum_{i=1}^{37} (X_i - \bar{X})^2]=$ _____.

考

试

卷

三、(共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

1、(10分) 某工厂的两个车间生产同型号家用电器. 根据以往经验, 第一车间的次品率为0.15, 第二车间的次品率为0.12. 两个车间生产的成品混合堆放在一个仓库里且无区分标志, 假设第1、2车间生产的成品比例为2:3.

- (1)、在仓库中随机地取一件成品, 求它是次品的概率;
(2)、在仓库中随机地取一件成品, 若已知取出的是次品, 问此次品是由第1 车间生产的概率为多少?

2、(10分) 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\pi^2}, & 0 < x < \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1)、求 $Y=3X+1$ 的分布函数 $F_Y(y)$; (2)、 $E(|X|)$.

四、(共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-2x}e^{-y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- 求: 1、 X 的边缘分布密度; 2、条件分布密度 $f_{Y|X}(y|x)$;
3、 $P(\max(X, Y) < 1)$.

五、(本题共 4 小题，满分共 35 分)

1、 (8分) 设随机向量 (X, Y) 的联合分布律为

$Y \backslash X$	1	2	3	4
1	0.05	0.1	0.2	0.05
3	0.1	0.05	0.1	0.05
5	0.15	0.1	0.05	0

- 求： (1)、关于 Y 的边缘分布律.
(2)、在 $X = 1$ 发生条件下关于 Y 的条件分布律.

2、 (10分) 一复杂的系统由100个相互独立起作用的部件所组成，在运行期间每个部件未损坏的概率为0.9，为了使整个系统起作用，至少必须有87个部件正常工作，利用中心极限定理计算整个系统起作用的概率。

3、 (10分) 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta 2^\theta x^{\theta-1}, & 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 是未知参数， (X_1, \cdots, X_n) 是来自总体 X 的容量为 n 的简单随机样本，求： (1)、 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$ ； (2)、 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_L$.

4、 (7分) 某工厂生产的固体燃料推进器的燃烧率服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 现从一批推进器中随机抽取25只，测得燃烧率的样本均值 $\bar{x} = 41.25cm / s$, 标准差 $S = 2cm / s$. 求这批推进器的燃烧率 μ 的置信度为 95% 的置信区间.