

ACM模板

by 鱼竿钓鱼干

E-mail:851892190@qq.com

参考：acwing板子，洛谷题解，各类博客

版本2020/12

ACM模板

- 自查纠错/数据测试/复杂度反推

 - 自查纠错

 - 数据测试

 - 复杂度反推

- 数学

 - 质数

 - 试除法

 - 埃氏筛

 - 线性筛

 - 质因数

 - 分解质因数

 - 试除法求约数

 - 约数个数(多个数相乘的)

 - 约数个数和

 - 约数和

 - 欧拉函数

 - 筛法求欧拉函数 (1~n, 欧拉函数之和)

- GCD/LCM

 - GCD

 - LCM

- 组合数

 - 递推

 - 递归

- 快速幂

 - 裸的

 - 快速幂+取模

- 阶乘

 - 阶乘位数

- 回文

 - 判断

- 斐波那契数列

 - 递归

 - 递推

进制转换

10进制转K进制

K进制转10进制

Tip

博弈论

数学公式杂烩

公式猜测(rp+++++)

待定系数法

几何

平面分割

任意多边形面积

数论

gcd/lcm

互质

质数/质因数/唯一分解定理

常识

高精

A+B

A-B

A*b

A/b

大数阶乘 (vector太慢了, 用数组)

其他处理

去前导0

多组输入初始化

排序

快排

归并

排序

求逆序对

STL

sort+结构体+cmp

输入输出

快读

c++关闭同步

多组输入

换行符处理

数据结构

STL

栈

后缀表达式

单调栈

队列

单调队列(滑动窗口)

Trie树

存储查找字符串集合

并查集

普通并查集

维护距离(向量本质)

- 维护大小
 - 扩展域
- 链表
 - 双链表
- 哈希表
- 堆
- 查找
 - 二分查找
 - 整数二分
 - 浮点数二分
 - STL
- 图
 - DFS
 - 有多少个连通块（洪泛）
 - 列出所有解
 - BFS
 - 最短步数
 - BFS+路径保存
 - 连通块里多少块
- 前缀和/差分
 - 一维前缀和
 - 二维前缀和
 - 一维差分
 - 二维差分
 - 注意事项
- 字符串
 - KMP
- 滑动窗口
- DP
 - DP思考方式
 - 状态表示
 - 集合
 - 属性
 - 状态计算
 - 划分
 - 计算过程
- 背包
 - 01背包
 - 二维
 - 一维
 - 完全背包
 - 二维
 - 二维优化
 - 一维优化
 - 多重背包
 - 暴力朴素
 - 二进制优化
 - 分组背包
 - 背包方案数

- 二维
- 一维
- 线性DP
 - 数字三角
 - 最长上升子序列 (LIS)
 - 最长公共子序列 (LCS)
- 区间DP
- 记忆化搜索

自查纠错/数据测试/复杂度反推

自查纠错

- ☐ 循环
 - ☐ 等号和赋值符号区分
 - ☐ for循环三个分号不是同一变量
 - ☐ 循环内部操作和循环变量不对应
 - ☐ break放错循环层
 - ☐ while没有考虑直接为0的情况
 - ☐ 质数相关的背板子不要忘记是</<=
- ☐ 数组
 - ☐ 数组过大/过小（特别是用板子的时候）
 - ☐ 访问开辟内存（特别是数组里面有运算的时候）
- ☐ 输入
 - ☐ scanf没&
 - ☐ 换行符问题
 - ☐ 忘记多组输入
 - ☐ 忘记输入结束符
 - ☐ 尽量不要以换行符结束输入（可能运行超时）
- ☐ 输出
 - ☐ 浮点数用整型输出
 - ☐ 最后一个数据末尾多空格（查不到的时候直接for循环遍历，检测空格和换行输出yes）
 - ☐ 区分隔一行和换行
- ☐ 运算过程
 - ☐ 注意隐式转换
 - ☐ 取模运算不能%0
 - ☐ 注意数据溢出（要对式子进行优化）
 - ☐ int类型向加相乘
 - ☐ 递推递归dp
 - ☐ 把所有int改成long long

☐ 变量初始化

数据测试

☐ 样例数据

☐ 小范围手动模拟+朴素暴力算法对拍

☐ 极限数据

☐ 极限大

☐ 极限小

☐ 随机数据

☐ 重复

☐ 乱序

☐ 边界分类

☐ 多情况分类组合

☐ 特殊数据

☐ 根据题意的

☐ 零（除法，取模）

☐ 全0

☐ 部分0

☐ 字符串

☐ 开头空格

☐ 结尾空格

☐ 中间空格

☐ 输入输出的前导0

☐ 是否区分大小写

☐ 几何

☐ 凹多边形

☐ 最后一次数据

☐ 存储

☐ 计算

☐ 多组输入

☐ 数据保留

☐ 数据清空

☐ 所有数组

☐ 所有变量

☐ 所有stl容器

☐ 特殊变量

☐ flag

☐ sum

☐ max/min

☐ 累乘

复杂度反推

1. $n \leq 30$, 指数级别
dfs+剪枝, 状压DP
 2. $n \leq 100$ $O(n^3)$
floyd, dp, 高斯消元
 3. $n \leq 1000$ $O(n^2)$, $O(n^2 \log n)$
dp, 二分, 朴素Dijkstra, 朴素Prim, Bellman-Ford
 4. $n \leq 10000$ $O(n \cdot \sqrt{n})$
块状链表, 分块, 莫队
 5. $n \leq 1e5$ $O(n \log n)$
sort, 线段树, 树状数组, set/map, heap, 拓扑排序, dijkstra+heap, prim+heap, spfa, 求凸包、求半平面交、二分、CDQ分治、整体二分
 6. $n \leq 1e6$ $O(n)$ 常数小的 $O(n \log n)$
输入输出**100w**的时候必须**scanf**
hash, 双指针, 并查集, kmp, AC自动机
常数小的 $O(n \log n)$ sort, 树状数组, heap, dijkstra, spfa
 7. $n \leq 1e7$ $O(\sqrt{n})$
判断质数
 8. $n \leq 1e18$ $O(\log n)$
gcd, 快速幂
 9. $n \leq 1e1000$ $O((\log n)^2)$
高精加减乘除
 10. $n \leq 1e100000$ $O(\log k \cdot \log \log k)$, k 表示位数
高精度加减, FFT/NTT
-

数学

质数

试除法

```
bool is_prime(long long x)
{
    if (x < 2) return false;
    for (int i = 2; i <= x / i; i++) // i*i <= x 可能会溢出
        if (x % i == 0)
            return false;
    return true;
}
```

埃氏筛

```
int primes[N], cnt;    // primes[]存储所有素数
bool st[N];           // st[x]存储x是否被筛掉
//筛掉每个数的倍数，如果p没有被筛掉，那么说明p不是2~p-1任何一个数倍数即，2~p-1都不是p
约数
//优化：只要筛1~n所有质数的倍数就行了，唯一分解定理
void get_primes(int n)
{
    for (int i = 2; i <= n; i ++ )
    {
        if (st[i]) continue;
        primes[cnt ++ ] = i;
        for (int j = i + i; j <= n; j += i) //筛倍数
            st[j] = true;
    }
}
```

线性筛

```
int primes[N], cnt;    // primes[]存储所有素数
bool st[N];           // st[x]存储x是否被筛掉
//n只会被最小质因子筛掉
void get_primes(int n)
{
    for (int i = 2; i <= n; i ++ ) //不要忘记等号
    {
        if (!st[i]) primes[cnt ++ ] = i;
        for (int j = 0; primes[j] <= n / i; j ++ ) //不要忘记等号
        {
            st[primes[j] * i] = true; //合数一定有最小质因数，用最小质因数的倍数筛去
            if (i % primes[j] == 0) break; //prime[j]一定是i最小质因子，也一定是
            prime[j]*i的最小质因子
        }
    }
}
```

质因数

分解质因数

```
void divide(int n)
{
    for (int i = 2; i <= n / i; i ++ ) //不要忘记等号
        if (n % i == 0) //i一定是质数
        {
            int s = 0;
            while (n % i == 0)
            {
                n /= i;
                s ++;
            }
        }
}
```

```

        printf("%d %d\n", i, s);
    }
    if (n > 1) printf("%d %d\n", n, 1); // 处理唯一一个 > sqrt(n) 的
    puts(" ");
}

```

试除法求约数

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

vector<int> get_divisors(int n)
{
    vector<int> res;
    for (int i = 1; i <= n / i; i++)
        if (n % i == 0)
        {
            res.push_back(i);
            if (i != n / i) res.push_back(n / i); // 约数通常成对出现，特判完全平方
        }
    sort(res.begin(), res.end());
    return res;
}

int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    while (n-- > 0)
    {
        int x;
        cin >> x;
        auto res = get_divisors(x);
        for (auto t : res) cout << t << ' ';
        cout << endl;
    }
}

```

约数个数(多个数相乘的)

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

typedef long long LL;

const int mod = 1e9 + 7;

int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    unordered_map<int, int> primes;
    while (n-- > 0)
    {

```



```

        int x;
        cin>>x;
        for(int i=2;i<=x/i;i++)
            while(x%i==0)
            {
                x/=i;
                primes[i]++;
            }
        if(x>1)primes[x]++;
    }
    LL res=1;
    for(auto prime:primes)res=res*(prime.second+1)%mod;
    cout<<res<<endl;
    return 0;
}

```

约数个数和

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main()
{
    int res=0,n;
    cin>>n;
    for(int i=1;i<=n;i++)res+=n/i;
    cout<<res;
    return 0;
}

```

约数和

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int mod=1e9+7;
typedef long long LL;
int main()
{
    int n,x;
    unordered_map<int,int>primes;
    cin>>n;
    while(n--)
    {
        cin>>x;
        for(int i=2;i<=x/i;i++)
            while(x%i==0)
            {
                x/=i;
                primes[i]++;
            }
        if(x>1)primes[x]++;
    }
}

```

```

    LL res=1;
    for(auto prime:primes)
    {
        int p=prime.first,a=prime.second;
        LL t=1;
        while(a--)t=(t*p+1)%mod;
        res=res*t%mod;
    }
    cout<<res<<endl;
    return 0;
}

```

欧拉函数

```

ll phi(ll x)
{
    ll res = x;
    for (int i = 2; i <= x / i; i++)
        if (x % i == 0)
        {
            res = res / i * (i - 1);
            while (x % i == 0) x /= i;
        }
    if (x > 1) res = res / x * (x - 1);

    return res;
}

```

筛法求欧拉函数 (1~n,欧拉函数之和)

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

typedef long long ll;
const int N=1e6+10;

ll n,primes[N],phi[N],cnt;
bool st[N];

ll get_eulers(ll n)
{
    phi[1]=1;
    for(int i=2;i<=n/i;i++)
    {
        if(!st[i])
        {
            prime[cnt++]=i;
            phi[i]=i-1;
        }
        for(int j=0;prime[j]<=n/i;j++)
        {
            st[i*prime[j]]=1;
            if(i%prime[j]==0)
            {

```

```

        phi[primes[j]*i]=phi[i]*primes[j];
        break;
    }
    phi(primes[j]*i)=phi[i]*(primes[j]-1)
}
}
ll res=0;
for(int i=1;i<=n;i++)res+phi[i];
return res;
}

int main()
{
    ll n;
    cin>>n;

    cout<<get_eulers(n)<<endl;

    return 0;
}

```

GCD/LCM

GCD

```

int gcd(int a, int b)
{
    return b ? gcd(b, a % b) : a;
}

```

LCM

```

int lcm(int a, int b)
{
    return a*b/gcd(a,b);
}

```

组合数

递推

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
long long c[40][40];
int main()
{
    for(int i=0;i<=40;i++)
        for(int j=0;j<=i;j++)
        {
            if(j==0||i==0)c[i][j]=1;
            else c[i][j]=c[i-1][j-1]+c[i-1][j];
        }
}

```

```

for(int i=0;i<=40;i++)
{
    for(int j=0;j<=i;j++)
    {
        printf("%d ",c[i][j]);
    }
    printf("\n");
}

return 0;
}

```

递归

```

#include<stdio.h>

int c(int i,int j)
{
    if(i<0||j<0||i<j)return 0;
    if(i==j)return 1;
    if(j==1)return i;//这个是i不是1啊
    else return c(i-1,j-1)+c(i-1,j);
}

int main()
{
    int i,j,zuhe;
    scanf("%d%d",&i,&j);
    zuhe=c(i,j);
    printf("C[%d][%d]=%d",i,j,zuhe);
    return 0;
}

```

快速幂

裸的

```

typedef long long ll;
ll fastpower(ll base,ll power)
{
    ll result=1;
    while(power>0)//不会包含power=0的情况所以这种要特判
    {
        if(power&1)//等价于if(power%2==1)
        {
            result=result*base;
        }
        power>>=1;//等价于power=power/2
        base=base*base;
    }
    return result;
}

```

快速幂+取模

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
int k;
ll fastpower(ll base,ll power)
{
    ll result=1;
    result%=k;//处理1 0 1
    while(power>0)//不会包含power=0的情况所以这种要特判
    {
        if(power&1)//等价于if(power%2==1)
        {
            result=result*base%k;
        }

        power>>=1;//等价于power=power/2
        base=(base*base)%k;
    }
    return result;
}

int main()
{
    int b,p;
    cin>>b>>p>>k;
    cout<<b<<"^"<<p<<" mod "<<k<<"="<<fastpower(b,p);
    return 0;
}
```

阶乘

阶乘位数

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
int main()
{
    double n;
    while(cin>>n)
    {
        double s=0;
        for(int i=1;i<=n;i++)s+=log10(i);//n!取对数
        cout<<int(s)+1<<endl;
    }
    return 0;
}
```

回文

判断

```
bool hw(int x)
{
    int numa=x,numb=0;//下面其实就一个数字反转
    while (numa)
    {
        numb=numb*10+numa%10;
        numa/=10;
    }
    if (x==numb) return true;
    else return false;
}
```

```
bool hw(string a)
{
    string b;
    b=a;
    reverse(b.begin(),b.end());//不要拼错了，这玩意也不可以直接赋值
    if(a==b) return true;
    else return false;
}
```

斐波那契数列

递归

式子 $f[n]=f[n-1]+f[n-2]$
终止条件 $f[1]=1$ $f[2]=1$

```
long long f(int n)
{
    if(n==1||n==2) return 1;
    return f(n-1)+f(n-2);
}
```

递推

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
long long f[50];
int main()
{
    int n;
    cin>>n;

    f[0]=0;f[1]=1;
    cout<<f[1]<<" ";
    for(int i=2;i<=n;i++)
    {
        f[i]=f[i-1]+f[i-2];
    }
}
```

```

        cout<<f[i]<<" ";
    }
    return 0;
}

```

进制转换

10进制转K进制

```

string itoA(LL n,int radix)    //n是待转数字，radix是指定的进制
{
    string ans;
    do{
        int t=n%radix;
        if(t>=0&&t<=9)  ans+=t+'0';
        else ans+=t-10+'A';//注意大小写
        n/=radix;
    }while(n!=0);    //使用do{}while（）以防止输入为0的情况
    reverse(ans.begin(),ans.end()); //逆序翻转
    return ans;
}

```

K进制转10进制

```

LL Atoi(string s,int radix)    //s是给定的radix进制字符串
{
    LL ans=0;
    for(int i=0;i<s.size();i++)
    {
        char t=s[i];
        if(t>='0'&&t<='9') ans=ans*radix+t-'0';
        else ans=ans*radix+t-'A'+10;
    }
    return ans;
}

```

Tip

1. 有时候不用真的转换，可以直接按格式打印

博弈论

数学公式杂烩

公式猜测(rp+++++)

待定系数法

$$f[n] = af[n-1] + bf[n-1] + cf[n-2] \dots + k$$

$$f[n] = an^3 + bn^2 + cn + d$$

技巧

1. 对于分类讨论，建议取靠后的数据带入，前面数据单独输出（至于从第几项开始，你感觉可以递推或者递归了那就从哪里开始代）
2. 一般是两项，有时候可能三项，有时候可能还有常数项
3. 分类讨论，分奇偶找找规律

几何

平面分割

直线分割

$$f[n] = n(n+1)/2 + 1$$

折线分割

$$f[n] = 2n^2 - n + 1$$

封闭曲线分割

$$f[n] = n^2 - n + 2$$

平面分割空间

$$f[n] = (n^3 + 5n)/6 + 1$$

任意多边形面积

$$S = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \right|$$

$$x_n = x_1, y_n = y_1$$

数论

gcd/lcm

$$a * b = \gcd(a, b) * \text{lcm}(a, b), \text{lcm相关的就用这个转为gcd相关}$$

$$\gcd(a, b) = \gcd(a, a \bmod b)$$

$$\gcd(a_1, a_2, \dots, a_n) = \gcd(a_1, \gcd(a_2, a_3, \dots, a_n))$$

$$\gcd(a, b) = \gcd(a + cb, b)$$

$$\text{lcm}(a, b) \geq \min(a, b) \text{ 可以拿来优化}$$

互质

$$\gcd(a, b) = 1$$

1与任意非0互质

2与任意奇数互质

相邻的两个非0自然数互质

相邻两个奇数互质

任意两个质数是互质数

一个质数一个合数，合数不是质数的倍数，一定互质

构造两两不互质

$$2 \times 1, 2 \times 2, 2 \times 3, 2 \times 4, \dots$$

$$2 \times 3, 3 \times 5, 5 \times 7, 7 \times 9, \dots$$

欧拉函数: $\varphi(x) = N(1 - \frac{1}{p_1})(1 - \frac{1}{p_2})(1 - \frac{1}{p_3}) \dots (1 - \frac{1}{p_k})$

质数/质因数/唯一分解定理

1到 n 中大约（可以用来估算时间复杂度和开空间）有 $\frac{n}{\ln(n)}$ 个质数

质数的倍数一定是合数

唯一分解定理： $N = p_1^{c_1} p_2^{c_2} p_3^{c_3} p_4^{c_4} p_5^{c_5} \dots$

约数个数 $(c_1 + 1)(c_2 + 1)(c_3 + 1)(c_4 + 1) \dots$

约数之和 $(p_1^0 + p_1^1 + \dots + p_1^{c_1}) * \dots * (p_k^0 + p_k^1 + p_k^2 + \dots + p_k^{c_k})$

若 p 为质数： $p = 1 * p$ 唯一表示，可以把1和 p 对应 p 相关的式子

三柱： $H_3 = 2^n - 1$

禁止隔柱移动三柱： $H = 3^n - 1$

只能顺时针转： $H(n) = \frac{1}{6}(-(\sqrt{3}-3)(1-\sqrt{3})^n + (\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}+1)^n - 6)$

常识

闰年：

- 1.普通情况求闰年只需除以4可除尽即可
- 2.如果是100的倍数但不是400的倍数,那就不是闰年了

月份

31天：1, 3, 5, 7, 8, 10, 12

2月闰年29，平年28

30天：4, 6, 9, 11

高精

A+B

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
//如果k进制，那么10都改成k就行了，传进去的时候注意改A~10,F~15;
vector<int>add(vector<int> &A,vector<int> &B)
{
    if(A.size()<B.size())return add(B,A);
    vector<int>c;
    int t=0;//一定要初始化为0
    for(int i=0;i<A.size();i++)//A+B+t
    {
        t+=A[i];
        if(i<B.size())t+=B[i];
        c.push_back(t%10);
        t/=10;
    }
    if(t)c.push_back(t);//处理最高位
    return c;
}
```

```

int main()
{
    string a,b;
    vector<int>A,B;
    cin>>a>>b;
    for(int i=a.size()-1;i>=0;i--)A.push_back(a[i]-'0');//逆序输入,方便进位
    for(int i=b.size()-1;i>=0;i--)B.push_back(b[i]-'0');
    auto c=add(A,B);
    for(int i=c.size()-1;i>=0;i--)cout<<c[i];//逆序输出
    return 0;
}

```

A-B

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

void trimzero(vector<int> &A)//处理输入前的0和输出时的0
{
    while(A.size()>1&&A.back()==0)A.pop_back();
}

bool cmp(vector<int> &A,vector<int> &B)
{
    if(A.size()!=B.size())return A.size()>B.size();
    for(int i=A.size()-1;i>=0;i--)
        if(A[i]!=B[i])return A[i]>B[i];
    return 1;
}

vector<int>sub(vector<int> &A,vector<int> &B)
{
    vector<int>c;
    for(int i=0,t=0;i<A.size();i++)
    {
        t=A[i]-t;
        if(i<B.size())t-=B[i];
        c.push_back((t+10)%10);
        if(t<0)t=1;
        else t=0;
    }
    trimzero(c);
    return c;
}

int main()
{
    string a,b;
    cin>>a>>b;
    vector<int>A,B;
    for(int i=a.size()-1;i>=0;i--)A.push_back(a[i]-'0');
    for(int i=b.size()-1;i>=0;i--)B.push_back(b[i]-'0');
}

```

```

    trimzero(A);
    trimzero(B);
    if(cmp(A,B))
    {
        auto c=sub(A,B);
        for(int i=c.size()-1;i>=0;i--)cout<<c[i];
    }
    else
    {
        auto c=sub(B,A);
        cout<<"-";
        for(int i=c.size()-1;i>=0;i--)cout<<c[i];
    }
    return 0;
}

```

A*b

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

void trimzero(vector<int> &A)
{
    while(A.size()>1&&A.back()==0)A.pop_back();
}

vector<int> mul(vector<int> &A,int b)
{
    vector<int>c;
    for(int i=0,t=0;i<A.size()||t;i++)
    {
        if(i<A.size())t+=A[i]*b;
        c.push_back(t%10);
        t/=10;
    }
    trimzero(c);
    return c;
}

int main()
{
    string a;
    int b;
    cin>>a>>b;
    vector<int>A;
    for(int i=a.size()-1;i>=0;i--)A.push_back(a[i]-'0');
    trimzero(A);
    auto c=mul(A,b);
    for(int i=c.size()-1;i>=0;i--)cout<<c[i];
    return 0;
}

```

A/b

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

void trimzero(vector<int> &A)
{
    while (A.size()>0&&A.back()==0) A.pop_back();
}

vector<int>div(vector<int> &A,int b,int &r)
{
    vector<int>c;
    r=0;
    for(int i=A.size()-1;i>=0;i--)//出发比较特别从高位开始搞
    {
        r=r*10+A[i];
        c.push_back(r/b);
        r%=b;
    }

    reverse(c.begin(),c.end());
    trimzero(c);
    return c;
}

int main()
{
    string a;
    int b;
    vector<int>A;
    cin>>a>>b;
    for(int i=a.size()-1;i>=0;i--)A.push_back(a[i]-'0');
    int r;
    auto c=div(A,b,r);
    for(int i=c.size()-1;i>=0;i--)cout<<c[i];
    cout<<endl<<r<<endl;
    return 0;
}
```

大数阶乘 (vector太慢了, 用数组)

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main()
{
    int n,ws;
    while (scanf("%d",&n)!=EOF)
    {
        double s=0;
        for(int i=1;i<=n;i++)s+=log10(i);
        ws=int(s)+1;//求位数
        int f[ws];
        memset(f,0,sizeof(f));
    }
}
```

```

int ans,jw,j;
f[0]=1;
for(int i=2;i<=n;i++)
{
    int jw=0;
    for(j=0;j<ws;j++)
    {
        int ans=f[j]*i+jw;
        f[j]=ans%10;
        jw=ans/10;
    }
}
for(j=ws-1;j>=0;j--)printf("%d",f[j]);
printf("\n");
}
return 0;
}

```

其他处理

去前导0

```

void trimzero(vector<int> &A)//处理输入前的0和输出时的0
{
    while(A.size()>1&&A.back()==0)A.pop_back();
}

```

多组输入初始化

多次输入或者累计运算
记得清空vector

```

vector<int>a;
a.clear();

```

排序

快排

```

void quick_sort(int q[], int l, int r)
{
    if (l >= r) return; //没有数

    int i = l - 1, j = r + 1, x = q[l + r >> 1]; //l-1和r+1, 因为每次都要往中间移动一个, 这样可以保证开头的和以后的都一样不用特别处理, 移动一次后找到真正边界
    while (i < j)
    {
        do i ++ ; while (q[i] < x);
        do j -- ; while (q[j] > x);
        if (i < j) swap(q[i], q[j]);
    }
    quick_sort(q, l, j), quick_sort(q, j + 1, r);
}

```

归并

排序

```

int q[N], tmp[N];
void merge_sort(int q[], int l, int r) //这里只有<=/>=没有</>
{
    if (l >= r) return;
    int mid = l + r >> 1;
    merge_sort(q, l, mid), merge_sort(q, mid + 1, r);
    int k = 0, i = l, j = mid + 1;
    while (i <= mid & j <= r)
    {
        if (q[i] <= q[j]) tmp[k++] = q[i++];
        else tmp[k++] = q[j++];
    }
    while (i <= mid) tmp[k++] = q[i++];
    while (j <= r) tmp[k++] = q[j++];

    for (int i = l, j = 0; i <= r; i++, j++) q[i] = tmp[j]; //不要写成i=1
}

```

求逆序对

```

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

typedef long long ll;
const int N = 1e6 + 10;

int n;
int q[N], tmp[N];

ll merge_sort(int l, int r)
{
}

```

```

    if(l>=r) return 0;
    int mid=l+r>>1;
    ll res=merge_sort(l,mid)+merge_sort(mid+1,r);
    int k=0,i=l,j=mid+1;
    while(i<=mid&&j<=r)
    {
        if(q[i]<=q[j]) tmp[k++]=q[i++];
        else
        {
            tmp[k++]=q[j++];
            res+=mid-i+1;
        }
    }
    while(i<=mid) tmp[k++]=q[i++]; //扫尾
    while(j<=r) tmp[k++]=q[j++];
    for(int i=l,j=0;i<=r;i++,j++) q[i]=tmp[j]; //不要写成i=1
    return res;
}

int main()
{
    int n;
    cin>>n;
    for(int i=0;i<n;i++) cin>>q[i];
    cout<<merge_sort(0,n-1);
}

```

STL

sort+结构体+cmp

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

struct student
{
    string xm;
    int y;
    int m;
    int d;
    int xh;
}; student a[105];

bool cmp(student a, student b)
{
    if(a.y<b.y)
        return true; //想按什么情况来排序，就是这种情况下返回的值是true，但是这里面似乎不能
    //用>=或者<=这样的符号
    else if(a.y==b.y&& a.m<b.m)
        return true;
    else if(a.y==b.y&& a.m==b.m&& a.d<b.d)

```

```

        return true;
    else if (a.y==b.y&&a.m==b.m&&a.d==b.d&&a.xh>b.xh)
        return true;
    else
        return false;
}
int main()
{
    int n;
    cin>>n;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>a[i].xm>>a[i].y>>a[i].m>>a[i].d;
        a[i].xh=i;
    }

    sort(a+1,a+n+1,cmp);//[a+1,a+n]范围按照cmp排序

    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cout<<a[i].xm<<endl;
    }

    return 0;
}

```

输入输出

快读

```

inline int read()
{
    int x=0,y=1;char c=getchar();//y代表正负（1.-1），最后乘上x就可以了。
    while (c<'0' || c>'9') {if (c=='-') y=-1;c=getchar();} //如果c是负号就把y赋为-1
    while (c>='0' && c<='9') x=x*10+c-'0',c=getchar();
    return x*y; //乘起来输出
}

```

c++关闭同步

```

int main()
{
    ios::sync_with_stdio(false);
}

```


多组输入

换行符处理

数据结构

STL

vector, 变长数组, 倍增的思想

`size()` 返回元素个数
`empty()` 返回是否为空
`clear()` 清空
`front()` / `back()`
`push_back()` / `pop_back()`
`begin()` / `end()`
`[]`
支持比较运算, 按字典序

`pair<int, int>`

`first`, 第一个元素
`second`, 第二个元素
支持比较运算, 以`first`为第一关键字, 以`second`为第二关键字 (字典序)

string, 字符串

`size()` / `length()` 返回字符串长度
`empty()`
`clear()`
`substr(起始下标, (子串长度))` 返回子串
`c_str()` 返回字符串所在字符数组的起始地址

queue, 队列

`size()`
`empty()`
`push()` 向队尾插入一个元素
`front()` 返回队头元素
`back()` 返回队尾元素
`pop()` 弹出队头元素

priority_queue, 优先队列, 默认是大根堆

`size()`
`empty()`
`push()` 插入一个元素
`top()` 返回堆顶元素
`pop()` 弹出堆顶元素
定义成小根堆的方式: `priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> q;`

stack, 栈

`size()`
`empty()`

`push()` 向栈顶插入一个元素
`top()` 返回栈顶元素
`pop()` 弹出栈顶元素

deque, 双端队列

`size()`
`empty()`
`clear()`
`front()/back()`
`push_back()/pop_back()`
`push_front()/pop_front()`
`begin()/end()`
[]

set, map, multiset, multimap, 基于平衡二叉树（红黑树），动态维护有序序列

`size()`
`empty()`
`clear()`
`begin()/end()`
`++`, `--` 返回前驱和后继，时间复杂度 $O(\log n)$

set/multiset

`insert()` 插入一个数
`find()` 查找一个数
`count()` 返回某一个数的个数（由于set不重复原则所以只返回01）
`erase()`
 (1) 输入是一个数x，删除所有x $O(k + \log n)$
 (2) 输入一个迭代器，删除这个迭代器
`lower_bound()/upper_bound()`
 `lower_bound(x)` 返回大于等于x的最小的数的迭代器
 `upper_bound(x)` 返回大于x的最小的数的迭代器

map/multimap

`insert()` 插入的数是一个pair
`erase()` 输入的参数是pair或者迭代器
`find()`
[] 注意multimap不支持此操作。 时间复杂度是 $O(\log n)$
`lower_bound()/upper_bound()`

unordered_set, unordered_map, unordered_multiset, unordered_multimap, 哈希表
和上面类似，增删改查的时间复杂度是 $O(1)$

不支持 `lower_bound()/upper_bound()`， 迭代器的`++`， `--`

bitset, 压位

`bitset<10000> s;`
`~, &, |, ^`
`>>, <<`
`==, !=`
[]

`count()` 返回有多少个1

`any()` 判断是否至少有一个1

`none()` 判断是否全为0

`set()` 把所有位置成1

`set(k, v)` 将第k位变成v

`reset()` 把所有位变成0

`flip()` 等价于~

`flip(k)` 把第k位取反

栈

后缀表达式

单调栈

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e6+5;

int n;
int stk[N],tt;

int main()
{
    cin>>n;
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        int x;
        cin>>x;
        while(tt&&stk[tt]>=x)tt--;//1~i-1单调递增的栈,出栈了就不会再回来了
        if(tt)cout<<stk[tt]<<" ";
        else cout<<-1<<" ";
        stk[++tt]=x;
    }
}
```

队列

单调队列(滑动窗口)

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
```

```

const int N=1e6+5;

int a[N],q[N],n,k;//q存下标

int main()
{
    scanf("%d%d",&n,&k);
    for(int i=0;i<n;i++)scanf("%d",&a[i]);
    int hh=0,tt=-1;
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        //判断队头是已经滑出窗口
        if(hh<=tt&& i-k+1>q[hh])hh++;
        while(hh<=tt&&a[q[tt]]>=a[i])tt--;
        q[++tt]=i;
        if(i>=k-1)printf("%d ",a[q[hh]]);
    }
    puts("");
    hh=0,tt=-1;
    memset(q,0,sizeof(q));
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        if(hh<=tt&& i-k+1>q[hh])hh++;
        while(hh<=tt&&a[q[tt]]<=a[i])tt--;
        q[++tt]=i;
        if(i>=k-1)printf("%d ",a[q[hh]]);
    }
    return 0;
}

```

Trie树

存储查找字符串集合

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e6+10;

int son[N][26],cnt[N],idx;//下标是0的点既是根节点又是空节点，cnt是对应每个停止符的数量。
char str[N];

void insert(char *str)
{
    int p=0;
    for(int i=0;str[i];i++)
    {

```

```

        int u=str[i]-'a';
        if(!son[p][u])son[p][u]=++idx;//p是根u是儿子，如果没有儿子，idx只是查询有
        没有
        p=son[p][u];
    }
    cnt[p]++;
}

int query(char *str)
{
    int p=0;
    for(int i=0;str[i];i++)
    {
        int u=str[i]-'a';
        if(!son[p][u])return 0;
        p=son[p][u];
    }
    return cnt[p];
}

int main()
{
    int n;
    char op[2];
    scanf("%d",&n);
    while(n--)
    {
        scanf("%s%s",op,str);
        if(op[0]=='I')insert(str);
        else printf("%d\n",query(str));
    }
    return 0;
}

```

并查集

普通并查集

```

int find(int x)
{
    if(f[x]!=x)f[x]=find(f[x]);
    return f[x];
}

void merge_set(int x,int y)
{
    int fx=find(x),fy=find(y);
    if(fx==fy)return;//不要忘记
    else f[fx]=fy;
}

```

维护距离(向量本质)

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e6+10;
int n,k,cnt;
int f[N],d[N];
int find(int x)
{
    if(f[x]!=x)
    {
        int t=find(f[x]);
        d[x]+=d[f[x]];
        f[x]=t;
    }
    return f[x];
}
int main()
{
    cin>>n>>k;
    for(int i=1;i<=n;i++) f[i]=i;
    while(k--)
    {
        int op,x,y;
        cin>>op>>x>>y;
        if(x>n||y>n) cnt++;
        else
        {
            int fx=find(x),fy=find(y);
            if(op==1)//同类
            {
                if(fx==fy&&(d[x]-d[y])%3) cnt++;
                else if(fx!=fy)
                {
                    f[fx]=fy;
                    d[fx]=d[y]-d[x];
                }
            }
            else
            {
                if(fx==fy&&(d[x]-d[y]-1)%3) cnt++;
                else if(fx!=fy)
                {
                    f[fx]=fy;
                    d[fx]=d[y]+1-d[x];
                }
            }
        }
    }
}
```

```
    cout<<cnt;
    return 0;
}
```

维护大小

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N=1e6+10;

int n,m;
int f[N],siz[N];
int find(int x)
{
    if(f[x]!=x)f[x]=find(f[x]);
    return f[x];
}
int main()
{
    scanf("%d%d",&n,&m);
    for(int i=1;i<=n;i++)//看清题目可能从0开始
    {
        f[i]=i;
        siz[i]=1;
    }
    while(m--)
    {
        int a,b;
        char op[2];
        scanf("%s",op);
        if(op[0]=='C')
        {
            scanf("%d%d",&a,&b);
            if(find(a)==find(b))continue;//判断一下有没有在同一集合里了
            siz[find(b)]+=siz[find(a)];
            f[find(a)]=find(b);
        }
        else if(op[1]=='1')
        {
            scanf("%d%d",&a,&b);
            if(find(a)==find(b))puts("Yes");
            else puts("No");
        }
        else
        {
            scanf("%d",&a);
            printf("%d\n",siz[find(a)]);
        }
    }
    return 0;
}
```

扩展域

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e6+10;
int f[N],enem[N]; //enem存p的敌人
int find(int x)
{
    if(f[x]!=x)f[x]=find(f[x]);
    return f[x];
}
void merge_set(int x,int y)
{
    int fx=find(x),fy=find(y);
    if(fx==fy)return; //不要忘记
    else f[fx]=fy;
}
int main()
{
    int n,m,cnt;
    char op[2];
    scanf("%d%d",&n,&m);
    cnt=0;
    for(int i=1;i<=2*n;i++)f[i]=i;
    for(int i=1;i<=m;i++)
    {
        int p,q;
        scanf("%s%d%d",op,&p,&q);
        int fp=find(p),fq=find(q);
        if(op[0]=='F')merge_set(p,q);
        else
        {
            if(!enem[p])enem[p]=q;
            else merge_set(q,enem[p]);
            if(!enem[q])enem[q]=p;
            else merge_set(p,enem[q]);
        }
    }
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        if(f[i]==i)cnt++;
    }
    printf("%d",cnt);
    return 0;
}
```


链表

双链表

哈希表

堆

查找

二分查找

整数二分

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e5+5;
int a[N],x;

bool check_1(int mid)//判定条件if中的式子要考虑会不会溢出或者因为整型除法失效
{
    if(a[mid]>=x) return 1;//不要写成a[x]=x
    else return 0;
}

bool check_2(int mid)
{
    if(a[mid]<=x) return 1;
    else return 0;
}

int bsearch_1(int l,int r)//第一个满足条件的值
{
    while(l<r)
    {
        int mid=l+r>>1;
        if(check_1(mid)) r=mid;//方便记忆，右边第一个
        else l=mid+1;//别忘记else
    }
    if(a[l]!=x) return -1;
    else return l;//不要写成return 1;
}

int bsearch_2(int l,int r)//最后一个满足条件的值
{
    while(l<r)
    {
        int mid=l+r+1>>1;
        if(check_2(mid)) l=mid;//方便记忆，左边最后一个
        else r=mid-1;//别忘记else
    }
}
```

```

    }
    if(a[l]!=x) return -1;
    else return 1;
}

int main()
{
    int n,q;
    scanf("%d%d",&n,&q);
    for(int i=0;i<n;i++) scanf("%d",&a[i]);
    while(q--)
    {
        scanf("%d",&x);
        printf("%d %d\n",bsearch_1(0,n-1),bsearch_2(0,n-1));
    }
}

```

浮点数二分

```

bool check(double x) { /* ... */ } // 检查x是否满足某种性质

double bsearch_3(double l, double r) // 输入l和r的时候保证l<r不要输入一个负数就反过来了不能写(-n,n)
{
    const double eps = 1e-6; // eps 表示精度，取决于题目对精度的要求，一般比要求的两位有效数字
    while (r - l > eps)
    {
        double mid = (l + r) / 2;
        if (check(mid)) r = mid;
        else l = mid;
    }
    return l;
}

```

STL

图

DFS

有多少个连通块（洪泛）

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

int n,m,cnt;
char mp[505][505];
int xx[]={0,0,1,-1};
int yy[]={1,-1,0,0};

```

```

void dfs(int x,int y)
{
    for(int i=0;i<4;i++)
    {
        int dx=x+xx[i];
        int dy=y+yy[i];
        if(dx>=0&&dx<=n+1&&dy>=0&&dy<=m+1&&mp[dx][dy]!='*')
        {
            mp[dx][dy]='*';//直接标记
            dfs(dx,dy);
        }
    }
}

int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=m;j++)
        {
            char c;
            cin>>c;
            mp[i][j]=c;
        }
    }
    dfs(0,0);//方式开局就是这*
    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=1;j<=m;j++)
            if(mp[i][j]=='0')
                cnt++;

    cout<<cnt;
    return 0;
}

```

列出所有解

全排列

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

int n;
bool vis[30];
int a[20];

void pr()

```

```

{
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cout<<setw(5)<<a[i];
    }
    cout<<endl;
}
void dfs(int x)//x是层数
{
    if(x>n)
    {
        pr();//超出了n就结束了
    }
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        if(!vis[i])
        {
            a[x]=i;//第x层是i;
            vis[i]=1;
            dfs(x+1);
            vis[i]=0;//释放回到上一个节点，消去访问记录，其实a[x]也要消去只不过新的
值会覆盖
        }
    }
}

int main()
{
    cin>>n;
    dfs(1);
    return 0;
}

```

STL

```

//prev_permutation函数可以制造前一个排列，如果已经为第一个，则返回false。
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
int n,a[10000];
int main()
{
    cin>>n;
    for(int i=0;i<n;i++)    //读入数据
        cin>>a[i];
    if(prev_permutation(a,a+n))    //如果为真就输出数组
        for(int i=0;i<n;i++)
            cout<<a[i]<<" ";
    else cout<<"ERROR";    //否则输出ERROR
    cout<<endl;
    return 0;
}
//next_permutation同理

```

```

int main()
{
    string str = "abcde";
    int num = 1;
    while(next_permutation(str.begin(),str.end()))
    {
        num++;
        cout<<str<<endl;
        if (num==5)
            break;
    }
    return 0;
}

```

组合输出

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

int n,r;
int a[50];
bool vis[50];

void pr()
{
    for(int i=1;i<=r;i++)
        cout<<setw(3)<<a[i];
    cout<<endl;
}

void dfs(int x)
{
    if(x>r)
    {
        pr();
        return;
    }
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        if(!vis[i]&&(i>a[x-1]||x==1))
        {
            a[x]=i;
            vis[i]=1;
            dfs(x+1);
            vis[i]=0;
        }
    }
}

int main()
{
    cin>>n>>r;
}

```

```

    dfs(1);
    return 0;
}

```

BFS

最短步数

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
int l,r,c;
int xx[]={1,-1,0,0,0,0};
int yy[]={0,0,1,-1,0,0};
int zz[]={0,0,0,0,1,-1};
int sx,sy,sz,ex,ey,ez;
char mp[40][40][40];
bool vis[40][40][40];
bool flag;
struct node
{
    int x,y,z,s;//s存步数
};

void bfs(int z,int x,int y)
{
    queue<node>q;
    q.push((node){x,y,z,0}); //创建结构体队列
    vis[z][x][y]=1; //不要忘记
    while(!q.empty())
    {
        if(q.front().x==ex&&q.front().y==ey&&q.front().z==ez)
        {
            flag=1;
            printf("Escaped in %d minute(s).",q.front().s);
            break;
        }
        for(int i=0;i<6;i++)
        {
            int dx=q.front().x+xx[i]; //是队头的xyz不是x+xx[i]
            int dy=q.front().y+yy[i];
            int dz=q.front().z+zz[i];
            //看清地图范围0~n-1还是1~n, 看清是n*n还是n*m, 哪个是行哪个是列也要看清楚
            if(dx>=1&&dy>=1&&dz>=1&&dz<=l&&dx<=r&&dy<=c&&!vis[dz][dx]
[dy]&&mp[dz][dx][dy]!='#')
            {
                q.push((node){dx,dy,dz,q.front().s+1});
                vis[dz][dx][dy]=1;
            }
        }
        q.pop();
    }
}

int main()

```

```

{
    cin>>l>>r>>c;
    for(int i=1;i<=l;i++)
    {
        for(int j=1;j<=r;j++)
        {
            for(int k=1;k<=c;k++)
            {
                cin>>mp[i][j][k];
                if(mp[i][j][k]=='S')
                {
                    sz=i;sx=j;sy=k;
                }
                if(mp[i][j][k]=='E')
                {
                    ez=i;ex=j;ey=k;
                }
            }
        }
    }
    bfs(sz,sx,sy);
    if(!flag)printf("Trapped!");
    return 0;
}

```

BFS+路径保存

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

struct node
{
    int x,y,s;
};

int n,m;
int xx[]={0,0,1,-1};
int yy[]={1,-1,0,0};
const int N=105;
node pre[N][N]; //保存路径
int g[N][N]; //保存图
bool vis[N][N];
void bfs(int sx,int sy)
{
    queue<node>q;
    q.push((node){1,1,0});
    vis[sx][sy]=1; //不要忘记
    pre[sx][sy]=(node){1,1,0};
    while(!q.empty())
    {
        if(q.front().x==n&&q.front().y==m)
        {
            cout<<q.front().s<<endl;
            cout<<n<<" "<<m<<endl;

```

```

        while (n!=sx || m!=sy) //输出路径
        {
            cout<<pre[n][m].x<<" "<<pre[n][m].y<<endl;
            n=pre[n][m].x;
            m=pre[n][m].y;
        }
        break;
    }
    for (int i=0; i<4; i++)
    {
        int dx=q.front().x+xx[i];
        int dy=q.front().y+yy[i];
        if (dx>=1&&dy>=1&&dx<=n&&dy<=m&&!g[dx][dy]&&!vis[dx][dy])
        {
            pre[dx][dy]=(node){q.front().x,q.front().y,q.front().s}; //保留
            从哪里转移过来的就行
            q.push((node){dx,dy,q.front().s+1});
            vis[dx][dy]=1;
        }
    }
    q.pop();
}

int main()
{
    cin>>n>>m;
    for (int i=1; i<=n; i++)
        for (int j=1; j<=m; j++)
            cin>>g[i][j];
    bfs(1,1);
}

```

连通块里多少块

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
int xx[]={0,0,1,-1};
int yy[]={1,-1,0,0};
int vis[1005][1005];
bool mp[1005][1005];
int ans[1000005];
int color,cnt,n,m;

void bfs(int x, int y)
{
    queue<int>h;
    queue<int>l;
    h.push(x);l.push(y);
    vis[x][y]=color;
    while(!h.empty())
    {

```



```

        for(int i=0;i<4;i++)
        {
            int dx=h.front()+xx[i];
            int dy=l.front()+yy[i];
            if(dx>=1&&dx<=n&&dy>=1&&dy<=n&&mp[dx][dy]!=mp[h.front()][l.front()]&&!vis[dx][dy])
            {
                h.push(dx);l.push(dy);
                vis[dx][dy]=color;//颜色标记区分不同的连通块
            }
        }
        h.pop();l.pop();//弹出多少次就有多少格子
        cnt++;
    }
    return;
}
int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=n;j++)
        {
            char ch;
            cin>>ch;
            if(ch=='1')mp[i][j]=1;
            else mp[i][j]=0;
        }
    }
    //如果是确定的起点那下面的直接bfs(sx,sy)即可
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=n;j++)
        {
            if(!vis[i][j])//排除已经搜索过的连通块
            {
                color++;
                bfs(i,j);
                ans[color]=cnt;
                cnt=0;//初始化cnt
            }
        }
    }
    for(int i=1;i<=m;i++)
    {
        int x,y;
        cin>>x>>y;
        cout<<ans[vis[x][y]]<<endl;
    }
    return 0;
}

```

前缀和/差分

一维前缀和

$$S[i] = a[1] + a[2] + \dots + a[i]$$
$$a[l] + \dots + a[r] = S[r] - S[l - 1]$$

二维前缀和

$S[i, j]$ = 第*i*行*j*列格子左上部分所有元素的和
以(*x1*, *y1*)为左上角, (*x2*, *y2*)为右下角的子矩阵的和为:
 $S[x2, y2] - S[x1 - 1, y2] - S[x2, y1 - 1] + S[x1 - 1, y1 - 1]$

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e3+5;
int mp[N][N],dp[N][N];
int main()
{
    int n,m,q,x1,x2,y1,y2;
    cin>>n>>m>>q;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=m;j++)
        {
            cin>>mp[i][j];
        }
    }
    memset(dp,0,sizeof(dp));

    //预处理二位前缀和数组dp
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=m;j++)
        {
            dp[i][j]=dp[i-1][j]+dp[i][j-1]-dp[i-1][j-1]+mp[i][j];
        }
    }

    while(q--)
    {
        cin>>x1>>y1>>x2>>y2;
        cout<<dp[x2][y2]-dp[x2][y1-1]-dp[x1-1][y2]+dp[x1-1][y1-1]<<endl;
    }
}
```

一维差分

给区间 $[l, r]$ 中的每个数加上 c : $B[l] += c, B[r + 1] -= c$

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e6+5;
int a[N],b[N];
int main()
{
    int n,l,r,c;
    cin>>n;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>a[i];
        b[i]=a[i]-a[i-1]; //构造差分数组
    }
    while(cin>>l>>r>>c)
    {
        b[l]+=c;
        b[r+1]-=c;
        for(int i=1;i<=n;i++) a[i]=a[i-1]+b[i];
        for(int i=1;i<=n;i++) cout<<a[i]<<" "; //如果是连续差分求最终值，把这条放到
while外面就可以了，一般差分数据量比较大建议快速读入
        cout<<endl;
    }
    return 0;
}
```

二维差分

给以 $(x1, y1)$ 为左上角， $(x2, y2)$ 为右下角的子矩阵中的所有元素加上 c :

$S[x1, y1] += c, S[x2 + 1, y1] -= c, S[x1, y2 + 1] -= c, S[x2 + 1, y2 + 1] += c$

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e4+5;
int a[N][N],b[N][N];

inline int read()
{
    int x=0,y=1;char c=getchar(); //y代表正负 (1,-1)，最后乘上x就可以了。
    while (c<'0' || c>'9') {if (c=='-') y=-1;c=getchar();} //如果c是负号就把y赋为-1
    while (c>='0' && c<='9') x=x*10+c-'0',c=getchar();
}
```

```

        return x*y; //乘起来输出
    }

int main()
{
    int n,m,q,x1,x2,y1,y2,c;
    n=read(),m=read(),q=read();
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=m;j++)
        {
            a[i][j]=read();
            b[i][j]=a[i][j]-a[i-1][j]-a[i][j-1]+a[i-1][j-1]; //预处理差分
        }
    }
    while(q--)
    {
        x1=read(),y1=read(),x2=read(),y2=read(),c=read();
        b[x1][y1]+=c;
        b[x1][y2+1]-=c;
        b[x2+1][y1]-=c;
        b[x2+1][y2+1]+=c;
    }
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=m;j++)
        {
            a[i][j]=a[i-1][j]+a[i][j-1]-a[i-1][j-1]+b[i][j];
            printf("%d ",a[i][j]);
        }
        printf("\n");
    }
    return 0;
}

```

注意事项

1. 前缀和，差分尽量使用快读
2. 涉及最大最小到时候min，max初值设为0，以免遗漏开头的
3. 前缀和左上角，差分右下角，两者互为逆运算，容斥定理可推公式
4. 前缀和区间快速求和，差分区间增减修改

字符串

KMP

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e5+10,M=1e6+10;
int n,m;

```

```

char p[N], s[M];
int ne[N]; //最长公共前缀后缀

int main()
{
    cin >> n >> p + 1 >> m >> s + 1;
    //预处理 ne数组
    for (int i = 2, j = 0; i <= n; i++) //从第二个开始处理，第一个肯定0啊
    {
        while (j && p[i] != p[j + 1]) j = ne[j]; //j+1和i试探一下看一不一样，不一样就j=ne[i]
直到开头
        if (p[i] == p[j + 1]) j++;
        ne[i] = j;
    }
    //kmp 匹配
    for (int i = 1, j = 0; i <= m; i++)
    {
        while (j && s[i] != p[j + 1]) j = ne[j];
        if (s[i] == p[j + 1]) j++;
        if (j == n)
        {
            printf("%d ", i - n);
            j = ne[j];
        }
    }
    return 0;
}

```

滑动窗口

DP

DP思考方式

状态表示

集合

1. 维度的确定是最少要用几个维度来唯一确定如：背包有容量和价值表状态，最原始两维度。最长子序列以*i*结尾，就只要一个。最长公共子序列两个序列，就要两个维度
2. 所有满足+（题目条件+状态表示的条件）+的集合

属性

1. max(开long long)
2. min (开long long)
3. 方案数（直接开unsigned long long防爆）
4. 具体方案（记录状态转移）

状态计算

划分

原则：补充不漏

1. 以 $i-1$ 为倒数第二个 (LIS)
2. 转移来源(数字三角)
3. 选 i 与不选 i /选几个 (背包)
4. $a[i], b[j]$ 是否包含在子序列当中

计算过程

要保证前面的已经计算好了，状态转移不能成环

背包

01背包

二维

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e4+10;

int n,m;
int v[N],w[N];
int f[N][N];

int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++) cin>>v[i]>>w[i];
    //所有状态f[0~n][0~m]
    //f[0][0~m]=0所以i就不从0开始了
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=0;j<=m;j++)
        {
            f[i][j]=f[i-1][j]; //左边不含i，最大值就是f[i-1][j]
            if(j>=v[i]) f[i][j]=max(f[i][j],f[i-1][j-v[i]]+w[i]); //装得下v[i]才有这种情况，第一个就是左边最大值，第二个就是右边最大值，>=不要打成>
        }
    }
    cout<<f[n][m]<<endl;
    return 0;
}
```

一维

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e4+10;
int n,m;
int v[N],w[N];
int f[N];//有时候要开long long不然会爆

int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++)cin>>v[i]>>w[i];

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=m;j>=v[i];j--)
            f[j]=max(f[j],f[j-v[i]]+w[i]);
    cout<<f[m]<<endl;
    return 0;
}
```

完全背包

二维

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e4+10;

int n,m;
int v[N],w[N];
int f[N][N];

int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++)cin>>v[i]>>w[i];

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=0;j<=m;j++)
            for(int k=0;k*v[i]<=j;k++)
                f[i][j]=max(f[i][j],f[i-1][j-v[i]*k]+w[i]*k);
    cout<<f[n][m]<<endl;
    return 0;
}
```

二维优化

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
const int N = 1010;
int f[N][N];
int v[N],w[N];
int main()
{
    int n,m;
    cin>>n>>m;
    for(int i = 1 ; i <= n ;i ++ )cin>>v[i]>>w[i];

    for(int i = 1 ; i<=n ;i++)
        for(int j = 0 ; j<=m ;j++)
        {
            f[i][j] = f[i-1][j];
            if(j>=v[i])f[i][j]=max(f[i][j],f[i][j-v[i]]+w[i]);
        }
    cout<<f[n][m]<<endl;
}
```

一维优化

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e4+10;

int n,m;
int v[N],w[N]; //有时候要开long long不然会爆
int f[N];

int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++)cin>>v[i]>>w[i];

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=v[i];j<=m;j++)
            f[j]=max(f[j],f[j-v[i]]+w[i]);
    cout<<f[m]<<endl;
    return 0;
}
```

多重背包

暴力朴素

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e4+10;

int n,m;
int v[N],w[N],s[i];
int f[N][N];

int main()
{
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++)cin>>v[i]>>w[i]>>s[i];

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=0;j<=m;j++)
            for(int k=0;k<=s[i]&&v[i]<=j;k++)
                f[i][j]=max(f[i][j],f[i][j-v[i]*k]+w[i]*k)
    cout<<f[n][m]<<endl;
    return 0;
}
```

二进制优化

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=25000,M=2010;//N要拆出来所以1000*log2000

int n,m;
int v[N],w[N];
int f[N];
int main()
{
    cin>>n>>m;
    int cnt=0;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        int a,b,s;//体积，价值，个数
        cin>>a>>b>>s;
        int k=1;
        while(k<=s)
        {
```

```

        cnt++;
        v[cnt]=a*k;//k个物品打包
        w[cnt]=b*k;//k个物品打包
        s-=k;
        k*=2;
    }
    if(s>0)//补上c
    {
        cnt++;
        v[cnt]=a*s;
        w[cnt]=b*s;
    }
}
//01背包
n=cnt;
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=m;j>=v[i];j--)
        f[j]=max(f[j],f[j-v[i]]+w[i]);

cout<<f[m]<<endl;
return 0;
}

```

分组背包

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=110;

int n,m;
int v[N][N],w[N][N],s[N]; //s表示第i组物品种类
int f[N];

int main()
{
    cin>>n>>m;//n组物品，m容量
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>s[i];
        for(int j=0;j<s[i];j++)
            cin>>v[i][j]>>w[i][j];
    }

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=m;j>=0;j--)//i-1推i逆序
            for(int k=0;k<s[i];k++)//有点像完全背包，k就是下标，注意自己是0开始还是1开始的。选第i组的第k件物品
                if(v[i][k]<=j)
                    f[j]=max(f[j],f[j-v[i][k]]+w[i][k]);

    cout<<f[m]<<endl;
    return 0;
}

```

```
}
```

背包方案数

二维

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e4+10;
int w[N], f[N][N];
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d%d", &n, &m);
    for(int i=1; i<=n; i++) scanf("%d", &w[i]);
    for(int i=0; i<=n; i++) f[i][0]=1; //从0开始

    for(int i=1; i<=n; i++)
        for(int j=1; j<=m; j++)
        {
            f[i][j] += f[i-1][j];
            if(j >= w[i]) f[i][j] += f[i-1][j-w[i]];
        }

    printf("%d", f[n][m]);
    return 0;
}
```

一维

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

const int N=1e4+10;
int w[N], f[N];
int main()
{
    int n, m;
    scanf("%d%d", &n, &m);
    for(int i=1; i<=n; i++) scanf("%d", &w[i]);
    f[0]=1;
    for(int i=1; i<=n; i++)
        for(int j=m; j>=w[i]; j--)
            f[j] += f[j-w[i]];

    printf("%d", f[m]);
    return 0;
}
```

线性DP

数字三角

最长上升子序列 (LIS)

最长公共子序列 (LCS)

区间DP

记忆化搜索