

بررسی ویژگی های توپولوژیکی شبکه خیابان های شهر رفسنجان

حسین رفیعی زاده¹، زینب الهدی حشمتی رفسنجانی²

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، علوم و فناوری شبکه، دانشگاه تهران، تهران

2- استادیار، مهندسی الکترونیک، دانشگاه تهران، تهران

چکیده

در این مقاله، شبکه خیابان های رفسنجان را به عنوان یک شبکه پیچیده مورد بررسی قرار می دهیم که گره ها را تقاطع های شبکه و یال ها مسیر مستقیم بین دو تقاطع را تشکیل دهند. با کمک بررسی ویژگی های توپولوژیکی شبکه، مانند مرکزیت بینیت، مسیرهای آسیب پذیر را پیدا می کنیم. سپس با یافتن پراکندگی درجه، قطر و متوسط طول مسیر شبکه شهری وجود پدیده جهان کوچک را در شبکه بررسی می کنیم و در نهایت به این نتیجه می رسیم که توسعه شبکه شهری رفسنجان از لحاظ اقتصادی بهینه نبوده است.

واژگان کلیدی: تحلیل شبکه، شبکه پیچیده، شبکه شهری، پدیده جهان کوچک، شبکه بدون مقیاس

Investigating of topological characteristics of the Rafsanjan city streets network

Hossein Rafiee Zade, Zainabohoda Heshmati Rafsanjani

Abstract

In this paper, we study the network analysis of Rafsanjan streets as a complex network so that intersections form network nodes and a direct route between two intersection of network edges. With the help of investigating the topological characteristics of the network, such as betweenness centrality, we find vulnerable stations and routes. Then, by finding the degree distribution, diameter, and average path length of the street network, we examine the existence of the small world phenomenon in the network. After realizing that there is no small world phenomenon in Rafsanjan's street network, and finally, we concluded that the development of the urban network of Rafsanjan has not been economically optimal.

Keywords: network analysis, complex network, small world phenomenon, scale free network

1- مقدمه

تعداد زیادی از سیستم های اجتماعی، زیستی و انسان را می توان در قالب شبکه ها نشان داد. به عنوان مثال، جامعه توسط تعاملات اجتماعی افراد نزدیک به هم ساخته شده است [1]، در حالی که عملکرد سلول ها توسط شبکه پیچیده ای از متابولیت ها و فعل و انفعالات شیمیایی تضمین می شوند. به همین ترتیب، سیستم های زیرساختی مهم مثل حمل و نقل، اینترنت [2] یا یک سیستم مترو [3] میتوانند به صورت یک شبکه مدل سازی شوند. با افزایش شهرنشینی و ارتباط مرتبط با مطالعات شهری کاوش در ابعاد زیست محیطی، اقتصادی، جمعیتی و اجتماعی شهرها، شبکه های خیابانی در پنجاه سال گذشته به موضوع اصلی مورد توجه علمی جهانی تبدیل شده است. از آنجایی که شبکه های خیابانی طیف وسیعی از فرآیندهای شهری را پشتیبانی می کنند، توجه دانشمندان بسیاری از رشته ها، از جمله حمل و نقل و برنامه ریزان شهری، معماران، جغرافی دانان، روان شناسان محیطی و اخیراً فیزیک دانان را به خود جلب می کنند. مطالعات شبکه خیابانی شامل تحقیقات در مورد ساختار شبکه، همبندی، مرکزیت، مدار، پیمایش، سلسله مراتب، گونه شناسی و تکامل است. مطالعات کمی و محاسباتی مختلف شبکه های خیابانی عمده از روش های مبتنی بر نظریه گراف و علم شبکه استفاده می کنند [4].

گراف ها تنها یک انتزاع ریاضی هستند، یک نمایش رسمی از یک مدل حذف شده از واقعیت فیزیکی محیط های خیابان از طریق فرآیند انتزاع و مدل سازی می باشند. این شامل ایجاد یک بازنمایی ساده از شبکه خیابان با جدا کردن عناصر اصلی مطالعه و شناسایی روابط آنها است. مهمتر از همه، تعیین می کند که چه چیزی به عنوان گره و یال در یک نمودار نمایش داده می شود و چه پارامترهای اضافی از شبکه خیابانی گراف باید ثبت شود. ما این مرحله را مدل سازی شبکه می نامیم که معمولاً در مدل بزرگتری از یک پدیده خاص تعبیه شده است [4]. توسعه مناسب شبکه راه های حمل و نقل نه تنها

هزینه حمل و نقل را چه از نظر مالی و چه از نظر زمانی کاهش می دهد، بلکه به یکپارچگی مناطق مختلف داخل کشور و درک بهتر کشورهای همسایه در سطح بین المللی کمک می کند [5]. حمل و نقل به دو دلیل اصلی به موضوع مهمی برای جغرافیدانان تبدیل شده است. اولاً، حمل و نقل یک فعالیت انسانی مهم با یک جزء فضایی قوی است. ثانیاً، عامل مهمی است که بر تنوع فضایی بسیاری از فعالیت های اجتماعی و اقتصادی دیگر تأثیر می گذارد [6]. در این پژوهش شبکه خیابان های شهر رفسنجان را به عنوان یک شبکه پیچیده مورد بررسی قرار میدهم و چهار راه ها، میدان ها و تقاطع ها را نود و مسیر های بین آن ها را یال های شبکه در نظر میگیریم و با بررسی ویژگی های توپولوژیکی شبکه، مانند مرکزیت بینیت، مسیرهای آسیب پذیر را پیدا می کنیم. سپس با یافتن توزیع درجه، قطر و متوسط طول مسیر شبکه خیابان ها، وجود پدیده جهان کوچک را در شبکه بررسی خواهیم کرد.

2- نظریه بنیادی گراف

در این بخش، برخی از اصطلاحات پایه نظریه گراف را معرفی می کنیم و سعی می کنیم اصطلاحات موجود در شبکه خیابان شهر رفسنجان را معرفی کنیم. با تعریف بنیادی شروع می کنیم، گراف چیست؟ یک گراف $G = (V, E)$ از مجموعه ای از گره های V (یا رئوس، نقاط) و مجموعه ای از یال های E (پیوندها، خطوط) تشکیل شده است که نحوه تعامل گره های شبکه با یکدیگر را نشان می دهد. یال ها می توانند جهت دار یا بدون جهت باشند [8]. گره ها اندازه شبکه را نشان می دهند. در این شبکه، گره ها که بین مسیر ها می باشند در سایت OpenStreetMap¹ نشان داده شده است که با کمک کتابخانه OSMnx² گراف شهر را تولید می کنیم، به عنوان مثال، گذرگاه ها و جاده ها یا بخش های فرعی جاده ها بین دو گره قرار می گیرند. هر گره یا یال می تواند ویژگی های متفاوتی را در خود جای دهد، به عنوان مثال، گره ها را می توان به انواع مختلفی از قبیل تقاطع یا بن بست اختصاص داد و یال ها ممکن

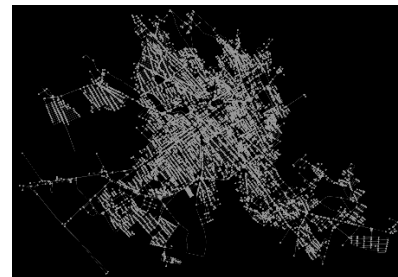
¹ <https://www.openstreetmap.org/search?query=rafsanjan#map=12/30.3862/55.9868>

² <https://osmnx.readthedocs.io/en/stable>

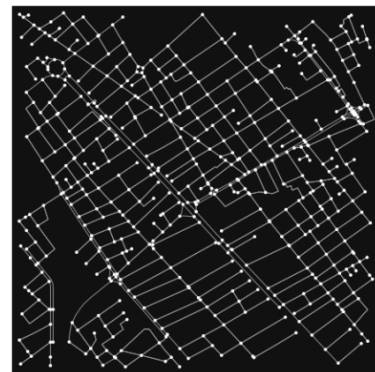
است ویژگی عددی خاصی مانند محدودیت سرعت داشته باشند. یال ها گراف می توانند وزن داشته باشند. به گرافی که یال های آن وزن دار باشد، گراف وزن دار³ می گویند. اولین اندازه گیری برای یک گره در گراف درجه است که جمع تعداد یال هایی است که با گره های دیگر ارتباط دارند که با k نشان داده می شود [8].

3- نمایش شبکه خیابان های شهری

روش های مختلفی زیادی برای نمایش شبکه خیابان های شهر وجود دارد که دو نمایش را در شکل های 1, 2 مشاهده می کنید.



شکل 1- نمای کلی از شبکه خیابان های شهر رفسنجان



شکل 2- شبکه خیابان در فاصله 0.75 کیلومتری از یک نقطه با طول و عرض جغرافیایی مشخص

ما برای نمایش شبکه از کتابخانه کاربردی OSMnx استفاده کردیم؛ که به ما این امکان را می دهد داده های مکانی را از وب سایت OpenStreetMap دانلود کنیم و شبکه خیابانی و هر

هندسه دلخواه جغرافیایی دیگر را مدل سازی، پروژه سازی، تجسم و تجزیه و تحلیل کنیم و می توانیم شبکه های شهری مثل پیاده روی، رانندگی یا دوچرخه سوار را دریافت و مدل سازی کنید و سپس به راحتی آن ها مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم [11].

4- داده های پژوهش شده

شبکه ای که کتابخانه پایتونی OSMnx از شهر رفسنجان به ما می دهد به این ترتیب است که تعداد یال هایش برابر با 20072 و تعداد گره های شبکه برابر با 7963 می باشد و میانگین درجاتش برابر با 5.04 شد. بنابراین اندازه شبکه 7963 است.

خروجی شبکه ای که OSMnx که به ما می دهد به صورت گرافی جهت دار می باشد به عنوان مثال اگر بین دو نود a ، b مسیری وجود داشته باشد یک یال برای رفتن از a به b و یک یال دیگر هم برای b به a در نظر می گیرید ولی ما قصد داریم که شبکه ما یک گراف ساده یعنی بدون جهت و فاقد حلقه باشد که برای انجام محاسبات هم کار ما راحت تر باشد زیرا بسیاری از کتابخانه های تحلیل شبکه مثل Networkx بیشتر اندازه گیری ها و محاسبات شان را بر روی گرافهای ساده انجام می دهند. پس از تبدیل شبکه به یک گراف ساده تعداد نود ها که ثابت ماند و تعداد یال ها به 11217 کاهش یافت و میانگین درجات هم برابر با 2.81 شد.

5- ویژگی های توپولوژیکی شبکه خیابان ها

یک شبکه پیچیده⁴ با N گره را می توان به صورت گراف $G = (N_d, l)$ نشان داد، که در آن $N_d = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ برابر است با مجموعه گره ها و $l = \{l_1, l_2, \dots, l_k\}$ هم مجموعه پیوندها را نشان می دهند. یک گراف G را می توان با یک ماتریس مجاورت A توصیف کرد و نشان داد، که یک ماتریس $N \times N$ است که ورودی آن $a_{ij}(i, j = 1, \dots, N)$ برابر با 1 است اگر پیوندی

³ weighted graph

⁴ complex network

$$(k^{out}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{out} = \frac{E}{V} \quad (4)$$

$$k_i = k_i^{out} + k_i^{in} \quad (5)$$

در شبکه شهری مورد مطالعه، درجه هر گره نشان دهنده تعداد خیابان های متصل به هر کدام از تقاطع هاست و میانگین درجات نشان دهنده میانگین کل درجه هر کدام از تقاطع هاست.

5-C- قطر شبکه^۸

قطر یک شبکه را با d_{max} نشان داده می شود، حداکثر طول کوتاه ترین مسیر در شبکه است. به عبارت دیگر، این بزرگترین فاصله ثبت شده بین هر جفت گره است. برای شبکه های بزرگتر، قطر را می توان با استفاده از الگوریتم جستجوی سطح اول^۹ [9] تعیین کرد. در شبکه شهری ما طبق این تعریف، قطر شبکه که کوتاه ترین حداکثر فاصله بین دو نقطه است برابر با 131 یال شد.

5-D- میانگین طول مسیر^{۱۰}

میانگین طول مسیر که با $\langle d \rangle$ نشان داده می شود، میانگین کوتاه ترین مسیرها بین تمام جفت گره ها در یک شبکه است. الگوریتم جستجوی سطح اول همچنین می تواند برای تعیین متوسط طول مسیر برای یک شبکه بزرگ استفاده شود [8]. کوتاه ترین مسیر $d(i, j)$ همانطور که از نامش هم پیداست، یعنی در شبکه مسیری وجود دارد که با کمترین یال می توانیم بین گره های i, j حرکت کنیم. در مورد یک شبکه بدون جهت، کوتاه ترین مسیر بین i و j صرف نظر از اینکه از کدام گره شروع می کنیم همیشه یکسان است، اما در شبکه های جهت

بین گره های i, j وجود داشته باشد. و در غیر این صورت برابر با صفر می باشد [7].

در ادامه برخی از اقدامات توپولوژیکی شبکه خیابان شهر رفسنجان معرفی شده است.

5-A- درجه^۵ و یال^۶

درجه گره i ام در شبکه را با k_i نشان می دهیم. در یک شبکه بدون جهت، تعداد کل یال ها را می توان به صورت مجموع درجات گره بیان کرد [8].

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad (1)$$

5-B- میانگین درجه^۷

یکی از ویژگی های مهم در یک شبکه غیر جهت دار، متوسط درجه آن شبکه است. برای محاسبه درجه نباید بین یال های جهت دار و غیر جهت دار تمایز قائل شویم در واقع، ما باید بین درجه ورودی و درجه خروجی یک گره تمایز قائل شویم و درجه هر نود را به سادگی اندازه گیری کنیم، که چند یال از یک گره خارج می شوند و چند یال وارد می شوند و در مورد یک گراف غیر جهت دار، می توانیم درجه متوسط را با کمک فرمول زیر محاسبه کنیم [8].

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N k_i = \frac{2L}{N} \quad (2)$$

مشابه این کار را می توان به طور جداگانه برای درجات داخلی و خارجی انجام داد:

$$(k^{in}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{in} = \frac{E}{V} \quad (3)$$

⁵ Degree

⁶ link

⁷ Average degree

⁸ Network diameter

⁹ BFS

¹⁰ Average path length (APL)

دار این درست نیست و بسته به اینکه از کدام گره شروع کنیم کوتاه‌ترین مسیر بین گره‌ها می‌تواند متفاوت باشد [9].

$$\langle d \rangle = \sum_{i,j \in E} \frac{d(i,j)}{N(N-1)} \quad (6)$$

E-5- ضریب خوشه بندی¹¹

معیاری است که درجه گره‌ها را در یک گراف که تمایل به ایجاد یک خوشه دارند را اندازه می‌گیرد. برای گره i با درجه k_i ، ضریب خوشه بندی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$c_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (7)$$

به طور خلاصه، C_i چگالی پیوند های محلی شبکه را اندازه می‌گیرد: هرچه همسایه ها گره i به هم پیوسته‌تر باشد، ضریب خوشه‌بندی محلی آن گره بیشتر است. میزان خوشه‌بندی یک شبکه کامل با میانگین ضریب خوشه‌بندی محاسبه می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود [9].

$$\langle c \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i \quad (8)$$

در مطالعه ما ضریب خوشه بندی یک گره (تقاطع) میزان همبندی همسایه های آن تقاطع یا میدان را به یکدیگر را نشان می‌دهد و ما علاقه مند هستیم که ضریب خوشه بندی در شبکه ما مقدار بالایی را داشته باشد زیرا که به پدیده جهان کوچک نزدیک می‌شویم.

F-5- مرکزیت بینیت¹²

مرکزیت بینیت گره را می‌توان برای گره‌ها یا یال‌ها شبکه اندازه‌گیری کرد، مرکزیت بینیت گره میزان تاثیرگذار یک گره در کوتاه‌ترین مسیرهای بین همه جفت گره‌ها را نشان می‌دهد.

دهد. این معیار به طور گسترده‌ای در شبکه‌های حمل و نقل برای بازتاب گذر استفاده می‌شود. جاده‌های با مرکزیت بالا در کوتاه‌ترین مسیرهای شبکه قرار دارند و باید به عنوان جاده‌های مهم شبکه در نظر گرفته شوند که ممکن است حجم ترافیک را افزایش دهند. در رابطه مرکزیت هر چه B_i بالاتر باشد، نقش آن گره i در انتقال مهمتر است [9]. بینیت گره i به عنوان کسری از کوتاه‌ترین مسیرهایی که از گره i می‌گذرد تعریف می‌شود که رابطه آن به صورت زیر می‌باشد

$$B_i = \sum_{s \neq i \neq t} \frac{n_{st}^i}{g_{st}} \quad (9)$$

n_{st}^i تعداد کوتاه‌ترین مسیرها از s به t است که از i می‌گذرد و g_{st} تعداد کل کوتاه‌ترین مسیرها از s به t است. تقاطع و مسیرهایی که مرکزیت بینیت بالاتری دارند، می‌توانند در معرض آسیب‌پذیری بیشتری قرار گیرند، یعنی آسیب به این تقاطع‌ها یا مسیرهای خیابانی می‌تواند مشکلات جدی‌تری را برای شبکه ایجاد کند [9].

G-5- همبندی و چگالی¹³

همبندی در یک شبکه نشان می‌دهد که آیا پیوندهای مستقیم بین جفت گره‌ها وجود دارد یا خیر، در حالی که چگالی نشان‌دهنده نسبت یال‌های موجود به کل یال‌ها است [10]. برای این شبکه چگالی 0.00035 به دست آمد که منطقی است زیرا در یک شبکه خیابانی همه گره‌ها نمی‌توانند به هم مسیر داشته باشند.

$$\text{dens}_{\text{undirected}} = \frac{2E}{N(N-1)} \quad (10)$$

¹¹ Clustering coefficient

¹² Betweenness centrality

¹³ Connectivity and Density

درجات^{۱۷}، چگالی شبکه شهری را به محاسبه و آن را ترسیم کردیم که در شکل 3 مشاهده می کنید.



شکل 3- ترسیم شبکه خیابان های شهر رفسنجان که با کمک کتابخانه Networks

A-6- نوع شبکه

با کمک زبان برنامه نویسی پایتون و کتابخانه Networks^{۱۸} توزیع درجات^{۱۹} شبکه شهر رفسنجان و توزیع مرکزیت ها را محاسبه کردیم، همچنین با استفاده از پکیج Powerlaw^{۲۰} توزیع دقیق درجات و همچنین مناسب ترین توزیع درجه و توان درجه^{۲۱} را بدست آوردیم.

نتایج به دست آمده در جدول 1 نشان می دهد که بیشتر تقاطع ها از درجه 3 می باشند و سپس از درجه های 4, 1 هستند و از بقیه درجه ها هم تقاطع های کمتری را داریم. تقاطع های با درجه بالا را در اصلاح علمی شبکه هاب می نامند. وجود هاب ها در شبکه خیابان های یک شهر باعث ایجاد میانبر ها و کاهش میانگین طول مسیر و در نتیجه سبب به وجود آمدن پدیده جهان کوچک می شوند همانطور که بعدا ثابت خواهیم کرد، شبکه خیابان های شهر رفسنجان به دلیل تعداد بسیار کم هاب ها، دارای پدیده جهان کوچک نمی باشد،

• در یک شبکه کامل، بین هر جفت گره یال وجود دارد و تمام پیوند های بین گره ها برقرار است، پس چگالی آن برابر با 1 است.

• در یک شبکه که یالی وجود ندارد چگالی آن برابر با صفر می باشد.

• در یک شبکه همبند قوی، حداقل یک مسیر بین هر جفت گره وجود دارد، بنابراین هیچ گره ای از شبکه جدا نمی باشد.

• در یک شبکه ناهمبند، ممکن است گره ها یا جفت گره ها از هم جدا باشند. اگر هر گره ای جدا یا از شبکه قطع شود، چگالی آن برابر با صفر می شود.

H-5- پدیده جهان کوچک^{۱۴}

در علم شبکه، پدیده جهان کوچک به این معناست که فاصله بین دو گره تصادفی در مقایسه با اندازه شبکه کم است و فقط به صورت لگاریتمی با اندازه شبکه افزایش می یابد. از این رو به طور معمول ویژگی جهان کوچک با رابطه زیر تعریف می شود [8]. اکثر شبکه های مورد مطالعه دارای خاصیت جهان کوچک هستند

$$\langle d \rangle = \frac{\ln N}{\ln \langle k \rangle} \quad (11)$$

6- نتایج به دست آمده

با استفاده از مجموعه داده ای که در بخش 4 تهیه کردیم و با کمک نرم افزار گفی^{۱۵}، قطر شبکه، میانگین فاصله^{۱۶}، میانگین

¹⁴ Small world phenomenon

¹⁵ Gephi

¹⁶ Average distance

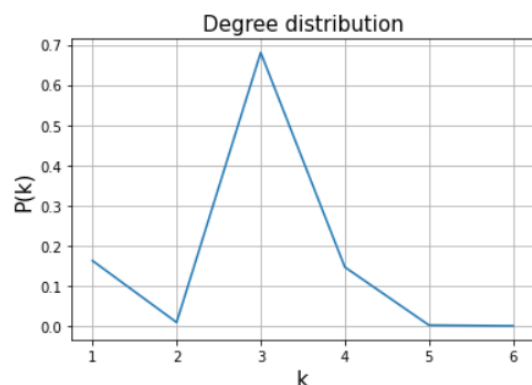
¹⁷ Average degrees

¹⁸ networkx.org

¹⁹ Degree distribution

²⁰ pypi.org/project/powerlaw

²¹ Degree exponent



شکل 4- توزیع درجه گره های شبکه شهر رفسنجان

در شبکه بدون مقیاس، شیب خط نمودار توزیع را توان درجه می نامند و با γ نمایش می دهند و با کمک γ می توان پدیده جهان کوچک را در شبکه بررسی کرد و برای شبکه خیابان های شهر رفسنجان مقدار 1.63 به دست آمد و همین طور قطر شبکه رفسنجان برابر با 131 می باشد که یعنی برای عبور از یک نقطه به نقطه دیگر شهر ما باید حداکثر از 131 یال عبور کنیم. میانگین طول مسیر شبکه خیابان های رفسنجان هم برابر با 46.54 شد. با توجه به این نتایج و طبق فرمول های 12 و 11 ما پدیده جهان کوچک در این شبکه نداریم.

$$\langle d \rangle \sim \begin{cases} \text{const.} & \gamma = 2 \\ \ln \ln N & 2 < \gamma < 3 \\ \ln N & \gamma = 3 \\ \ln \ln N & \gamma > 3 \end{cases} \quad (12)$$

توان درجه ما تقریباً نزدیک به 2 شد و در این حالت هم فرم شبکه غیر عادی^{۲۴} است و با توجه به رابطه 12 برای $\gamma = 2$ درجه بزرگترین هاب به شکل خطی با اندازه شبکه رشد می کند، یعنی $k_{\max} \sim N$ در این حالت، پیکربندی هاب و گره های اقماری ایجاد می شود، که در آن همه گره ها به یکدیگر نزدیک هستند زیرا همه آن ها به یک هاب مرکزی

و هاب ها به دلیل تعداد بسیار کم شان تاثیر قابل توجهی را بر روی ساختار شبکه نمی گذارند.

Degree	Percent
1	16.25%
2	0.88%
3	68.03%
4	14.64%
5	0.19%
6	0.01%

جدول 1- درصد توزیع درجه گره های شبکه شهر رفسنجان

شکل 3 نمودار توزیع درجات شبکه شهر رفسنجان را نشان داده است. که محور افقی در شکل 4 نشان دهنده درجه گره ها و محور عمودی نشان دهنده توزیع درجه ها می باشد حال سوالی که پیش می آید ساختار شبکه ما از چه نوعی است؟ و فرایند تولید شبکه به چه صورت می باشد؟ ما فعلاً به این نتیجه رسیدیم که توزیع درجات در شبکه رفسنجان نمایی می باشند و با کمک پکیج power law دو توزیع نمایی^{۲۲} و power law را فیت کردیم و دیدیم که توزیع نمایی بهتر فیت می شود. و دوباره آمادیم توزیع log normal و توزیع نمایی را مقایسه کردیم و دیدیم که توزیع log normal بر روی دنباله درجات فیت تر می شود و از آنجایی که دو توزیع log normal و power law از یک خانواده می باشند پس می توان گفت که شبکه ما مقیاس آزاد^{۲۳} می باشد و تعدادی از گره ها وجود دارند که نسب به سایر گره ها توجه بیشتری را به خود جلب می کنند و موفق می شوند یال های بیشتری را به خود جذب کنند و در نتیجه درجه بالاتری را دارند که هاب نامیده می شوند.

²² Exponential distribution

²³ Scale free network

²⁴ Anomalous Regime

یکسان متصل هستند. در این ناحیه میانگین طول مسیر به N وابسته نیست [10].

B-6- مقاومت شبکه²⁵

حال می توان این سوالات را مطرح کرد که آیا برای شبکه خیابانی بهتر است که توزیع درجات دارای خاصیت مقیاس آزاد باشند و یا تصادفی؟ و این موضوع چگونه بر استحکام شبکه تأثیر می گذارد به این معنا که اگر جاده های خاصی بسته یا مسدود شوند چه اتفاقی می افتد، چگونه بر جریان ترافیک شهر تأثیر می گذارد؟ برای از بین بردن جنبش شهر و حرکت ماشین ها و ایجاد ترافیک در شهر رفسنجان چه چیزی لازم است؟ چه جاده هایی محسوس تر هستند به این معنا که اگر این جاده ها بسته شوند تأثیر آن بر کل جریان ترافیک شبکه شدیدتر است. استحکام شبکه تلاش می کند تا اندازه گیری هایی را تعریف کند که نشان دهند که یک شبکه چقدر در برابر حملات، خرابی ها یا چیزی شبیه ترافیک مقاومت از خود نشان می دهند.

A-6-B- همبندی نود ها²⁶

همبندی نود ها تعداد گره هایی را که باید از گراف G حذف کنیم تا گراف ناهمبند شود را شرح می دهد، همبندی به این معناست که هر گره در گراف G بتواند از طریق یال ها به هر گره دیگر دلخواه در شبکه برسد و در غیر این صورت گراف G ناهمبند می باشد. یکی از ویژگی های مهم هر گراف باید داشته باشد این است که نباید به راحتی ناهمبند شود [9]. این نوعی تعریف کمی غیر معمول و مبهم است، به خصوص برای یک شبکه جاده ای، زیرا که ممکن است در جاده ها یا خیابان ها بن بست وجود داشته باشد، حذف گره همبند بن بست بلافاصله باعث ناهمبندی اتصالات گراف G شود در صورتی که از هر گره به گره دلخواه در شبکه مسیری وجود دارد . با کمک کتابخانه networkx و تابع هایش، همبندی گراف را به دست آوردیم و خروجی یک را به ما داد و به این معناست

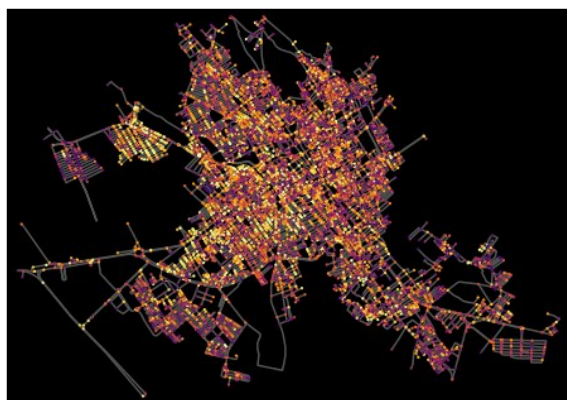
که شبکه شهر رفسنجان پس از حذف فقط یک گره ناهمبند می شود، آیا حذف یک نود برای ما مهم است؟ خیر، زیرا اندازه زیرگراف حذف شده فقط یک گره است و بقیه شبکه همچنان متصل است. با این حال، اگر اندازه زیر گراف قطع شده نسبتاً بزرگ باشد، این نشان دهنده وجود مشکل در ساختار شبکه است.

B-6-B- مرکزیت ها²⁷

می توانیم با محاسبه مرکزیت یک گره یا یال در یک شبکه، اندازه گیری و تجسم کنیم که تا چه اندازه آن یال یا گره مورد نظر «مهم» است. مرکزیت های زیادی در علوم شبکه وجود دارد، از جمله نزدیکی، بینیت، درجه، بردار ویژه و رتبه صفحه.

A-6-B- مرکزیت بینیت

مرکزیت بینیت راهی برای تشخیص میزان تأثیر یک گره بر جریان اطلاعات در یک گراف است. اغلب برای یافتن گره هایی استفاده می شود که به عنوان یک پل بین دو قسمت از گراف عمل می کنند. خیابان های با مرکزیت بینیت بالا در کوتاه ترین مسیرهای شبکه قرار دارند و باید به عنوان مسیر های مهم شبکه در نظر گرفته شوند. در شکل 5 مرکزیت بینیت هر کدام از تقاطع ها و خیابان های شهر رفسنجان را با رنگ مشاهده می کنید که کم ترین مرکزیت را با رنگ بنفش تیره و بیشترین مرکزیت با رنگ زرد روشن نمایش داده شده است.



²⁵ Network Robustness

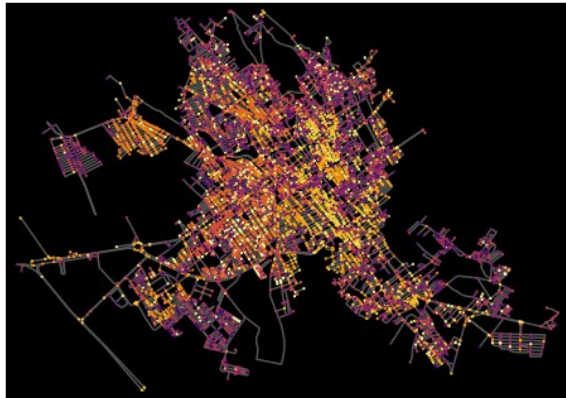
²⁶ Node Connectivity

²⁷ centralities

شکل 5- نمایش مرکزیت بینیت در شبکه خیابان های رفسنجان

B-B-6- مرکزیت نزدیکی²⁸

مرکزیت نزدیکی نشان می دهد که یک گره چقدر به سایر گره های شبکه نزدیک است و میانگین کوتاهترین طول مسیر از هر گره به گره های دیگر را در شبکه محاسبه می کند. برای هر گره u ، الگوریتم مرکزیت نزدیکی مجموع فواصل آن را تا تمام گره های دیگر را بر اساس محاسبه کوتاه ترین مسیرها بین همه جفت گره ها محاسبه می کند. سپس مجموع حاصل معکوس می شود تا امتیاز مرکزیت نزدیکی برای آن گره تعیین شود. در شکل 6 مرکزیت نزدیکی هر کدام از تقاطع ها و خیابان های شهر رفسنجان را با رنگ مشاهده می کنید که کم ترین مرکزیت را با رنگ بنفش تیره و بیشترین مرکزیت با رنگ زرد روشن نمایش داده شده است.



شکل 7- نمایش مرکزیت درجه در شبکه خیابان های رفسنجان

B-C-6- مرکزیت پیچ رنگ³⁰

الگوریتم پیچ رنگ بر اساس تعداد روابط ورودی و اهمیت گره های منبع مربوطه، اهمیت هر گره را در گراف اندازه گیری می کند. فرض اساسی به طور کلی این است که یک گره فقط به اندازه گره هایی که به آن پیوند دارند اهمیت دارد. در شکل 8 مرکزیت پیچ رنگ هر کدام از تقاطع ها و خیابان های شهر رفسنجان را با رنگ مشاهده می کنید که کم ترین مرکزیت را با رنگ بنفش تیره و بیشترین مرکزیت با رنگ زرد روشن نمایش داده شده است.



شکل 6- نمایش مرکزیت نزدیکی در شبکه خیابان های رفسنجان

B-C-6- مرکزیت درجه²⁹

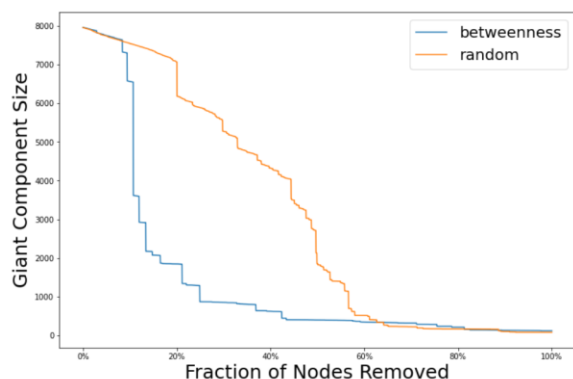
مرکزیت درجه ساده ترین معیار مرکزیت برای محاسبه است. درجه یک گره صرفاً شمارش تعداد خیابان های متصل (یعنی یال ها) به آن گره است. مرکزیت درجه برای یک گره به سادگی درجه آن است. یک گره با 10 اتصال خیابان دارای

²⁸ closeness centrality

²⁹ degree centrality

³⁰ page rank

می شود. پس گره های با مرکزیت بالا تاثیر مهمی را در اندازه مولفه همبند شبکه می گذارند. نکته جالب این جاست که تنها پس از حذف حدود 50 درصد از گره ها، اندازه بزرگترین مولفه به سرعت به سائز تقریباً صفر گره می رسد.



شکل 9- مقایسه حمله به گره های با اهمیت و حمله به صورت تصادفی به نود ها در شبکه و تاثیر آن بر روی بزرگترین مولفه

6- D- مسیر یابی^{۳۲}

ما هر روز تصمیم می گیریم که از چه مسیرهایی برای سفر بین مکان های مختلف شهر استفاده کنیم. در خانه، ممکن است از اتاق خواب به آشپزخانه سفر کنیم. در خارج از خانه، ممکن است از خانه به دانشگاه سفر کنیم. فرض کنید ما یک مجموعه ای از اشیاء (به نام "گره") و اتصالات (به نام "یال") بین آنها داریم. همانطور که قبلاً هم گفتیم نقاط توسط خیابان ها و گذرگاه ها به یکدیگر متصل می شوند. هر کدام از این نقاط یک گره نامیده می شوند. شیء ها در یک شبکه به هم متصل هستند. به عنوان مثال، در شکل 1، هر مکان و هر تقاطع خیابان یک گره است، و خیابان ها و گذرگاه ها یال نامیده می شوند که دو گره را به یکدیگر متصل می کنند. عنوان مثال، هنگام سفر از خانه به دانشگاه، هر خیابان یک یال است. "همسایگان" یک گره، مجموعه گره هایی هستند که توسط یک یال به آنها متصل است. یک دنباله از گره مبدا



شکل 8- نمایش مرکزیت پیچ رنگ در شبکه خیابان های رفسنجان

C- 6- حمله به شبکه^{۳۱}

برخی از اندازه گیری های اولیه را برای بررسی مقاوت شبکه انجام دادیم، بنابراین زمان آن رسیده است که ببینیم واقعاً شبکه ما چقدر قوی است؟ برای این کار با دو رویکرد به گره های شبکه حمله خواهیم کرد:

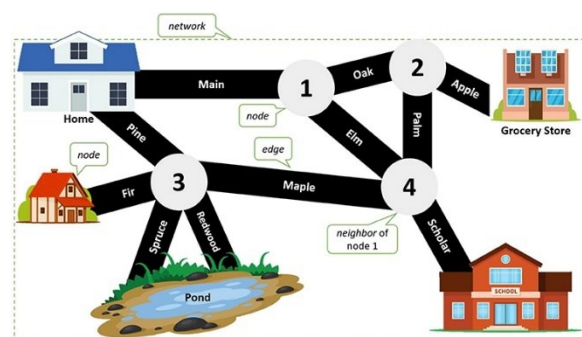
1. گره ها را با توجه به مرکزیت بینیت محاسبه شده، از گره های با امتیاز بالا به سمت گره های کم امتیاز شروع به حذف کردن می کنیم.
2. نود ها را به صورت تصادفی از شبکه حذف کنیم.

حذف گره ها باعث می شود که بزرگترین مولفه یا بزرگترین مؤلفه متصل در گراف، کوچک شود و برخی از گره ها ممکن است نقش مهمی در این فرآیند داشته باشند که باعث انقباض شدید بزرگترین مولفه می شوند [12]. همانطور که در شکل 9 مشاهده می کنید حذف گره هایی که نقش مهمی را در شبکه ایفا می کنند، منجر به کوچک شدن سریع بزرگترین مولفه نسبت به حذف تصادفی گره ها می شود، اما فقط تا یک درصد معین و در ابتدا فرقی نمی کند که گره ها به طور تصادفی انتخاب شوند یا بر اساس اهمیتشان، که این نشان دهنده استحکام شبکه ما است. با این حال، در نقطه ای از آنجا حدود 10 درصد از گره ها حذف می شوند و حذف گره های مهم خاص منجر به کاهش بسیار سریعتر در اندازه بزرگترین مولفه

³¹Network Attacks

³² Routing

به یک گره مقصد و مجموعه ای از یال ها بین یک گره مبدا و گره مقصد می باشند [9،13].



شکل 10- در این نقشه شهری کوچک، که نمونه ای از یک شبکه است، مکان ها (یعنی گره ها) در تقاطع بین خیابان ها (یعنی یال ها) هستند.

در سفر به نقاطی که نزدیک به هم هستند، تنها چند تقاطع خیابان (گره) وجود دارد و مسیرهای مختلف را امتحان می کنیم تا کوتاه ترین مسیر³³ را پیدا کنیم. اما اگر نقاط دورتر از هم باشند، پیدا کردن کوتاه ترین مسیر بسیار دشوارتر است. اما چگونه ابزارهای ناوبری مانند نقشه گوگل بهترین راه برای رسیدن به مقصد را تعیین می کنند؟ یکی از راه حل ها، مسئله کوتاه ترین مسیر است که یک مسئله ریاضی، برای یافتن مسیر بین دو تا نقطه است به نحوی که مجموع هزینه ها یال های در مسیر به حداقل برسد.

با استفاده از الگوریتم دایجسترا³⁴، می توانیم کوتاه ترین مسیر را از گره مبدا به هر گره دیگری در شبکه بیابیم. اگر خانه خود را به عنوان گره مبدا و مقصد خود را به عنوان گره دیگری در یک شبکه در نظر بگیرید، می توانید مسیر کوتاه و بهینه ای را از خانه خود به هر مکانی که می خواهید بروید تعیین کنید. یافتن کوتاه ترین مسیرها برای حل مشکلات شبکه های مختلف مهم و مفید است. به عنوان مثال، کوتاه ترین مسیرها می تواند کارایی برنامه ریزی شهری را بهبود بخشند. مهندسان عمران می توانند یک شهر را به عنوان یک شبکه

نمایش دهند و بهترین مکان ها را برای ساخت جاده ها برای کاهش تراکم ترافیک و بهترین مکان ها برای قرار دادن لوله های آبیاری برای توزیع آب بین جمعیت تعیین کنند [13]. یافتن کوتاه ترین مسیرها همچنین انتقال داده ها را از یک کامپیوتر به کامپیوتر دیگر با سرعت های بالا امکان پذیر می سازد و به حجم عظیمی از اطلاعات اجازه می دهد در چند ثانیه انتقال یابند [13،9].

همچنین نمونه های زیادی از کوتاه ترین مسیرها در ارتباطات و شبکه های اجتماعی وجود دارد. به عنوان مثال، فرض کنید هر فرد در یک شبکه اجتماعی یک گره است و هر یال نشان دهنده یک دوستی است. شما می توانید از طریق ارتباطات دوستان خود بفهمید که چگونه با فردی خارج از گروه های دوستی خود ارتباط برقرار کنید. کوتاه ترین مسیرهای ارتباط (مانند دوستی) بین دو فرد تصادفی در ایالات متحده کوتاه تر از آن چیزی است که تصور می شود. در چنین مسیری به طور میانگین کمتر از شش پله بین فرد مبدأ و فرد مقصد وجود داشت [14]. کوتاه ترین مسیرها بین افراد، «پدیده جهان کوچک» را نشان می دهد، و این طول مسیر کوتاه نیز الهام بخش عبارت «شش درجه جدایی»³⁵ است [9].

مثال دوم مربوط به شیوع بیماری هاست است. در طول همه گیری کووید نوزده³⁶، یافتن مسیرهای کوتاه برای محدود کردن افراد در معرض ویروس که باعث بیماری می شود مفید بوده است [15،16].

پس به طور کلی کوتاه ترین مسیرها هنگام سفر از یک نقطه به نقطه دیگر مهم هستند. آنها در بسیاری از شبکه ها کاربردهای متعددی دارند و می توانند به حل انواع مشکلات دنیای واقعی کمک کنند. از برنامه ریزی برای تعطیلات خانوادگی گرفته تا بررسی نحوه اتصال جهان ما، مطالعه کوتاه ترین مسیرها در شبکه ها بسیار مهم است و مبنایی برای تحقیقات پیچیده تر است.

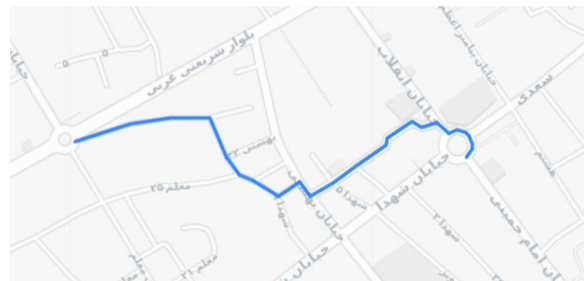
³³ Shortest path length

³⁴ Dijkstra's algorithm

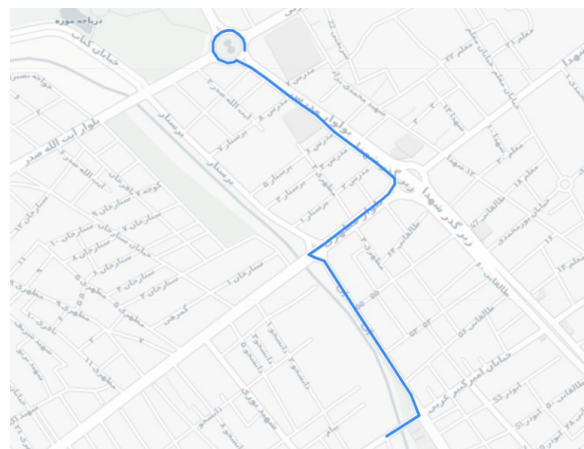
³⁵ Six degrees of separation

³⁶ COVID-19

در این بخش آخر خواهیم دید که با دادن نقاط مبدا و مقصد به تابع، کوتاه ترین مسیر را بین دو نقطه را محاسبه می کند، ما مختصات دو میدان ابراهیم و میرافضلی را به ورودی تابع دادیم و همانطور که در شکل 6 مشاهده می کنید کوتاه ترین یا نزدیک ترین یا سریع ترین مسیر بین این دو نقطه را به ما نمایش می دهد.



شکل 11 - نمایش کوتاه ترین مسیر بین دو میدان ابراهیم و میرافضلی واقع در شهر رفسنجان



شکل 12 - نمایش کوتاه ترین مسیر بین میدان بسیج و پارک لاله واقع در شهر رفسنجان

7- نتیجه گیری

این مقاله شبکه خیابان های شهر رفسنجان را یک شبکه پیچیده می داند و با استفاده از ویژگی های شبکه آن را از دو جنبه اقتصادی و آسیب پذیری بررسی می کند. از نظر

اقتصادی نیز نتایج نشان داد که به دلیل نبود پدیده جهان کوچک، توسعه خیابان های شهر رفسنجان به سمت اقتصادی و بهینه حرکت نکرده است. همچنین با یافتن تقاطع ها و مسیرهای آسیب پذیر شبکه و توزیع آن ها به کمک ویژگی های شبکه مانند مرکزیت بینیت، متوجه شدیم که آسیب پذیرترین تقاطع های هاب هستند که در صورت آسیب دیدگی می توانند تا حد زیادی به شبکه خیابان های رفسنجان آسیب وارد کنند. همچنین با توجه به نتایج به دست آمده، شبکه خیابان های شهر رفسنجان را می توان به عنوان یک شبکه سلسله مراتبی³⁷ در نظر گرفت زیرا دارای درجه های نامتعادل و دارای نودهای هاب است. برای اقتصادی تر شدن شبکه خیابان های شهر رفسنجان، باید هاب ها را افزایش دهیم که باعث ایجاد مسیر های بیشتری در شبکه می شوند که این امر باعث می شود که پدیده جهان کوچک در شبکه ظاهر شود و علاوه بر کاهش متوسط طول مسیر و قطر شبکه، آسیب پذیری شبکه را کاهش می دهد. برای پرداختن عمیق به جنبه های اقتصادی، ما باید فرایندهای موجود در این شبکه را بررسی کنیم و مرکزیت شبکه را بر اساس این فرایندها و ساختار توپولوژیکی شبکه بازتعریف کنیم.

با توجه به این که ضریب خوشه بندی 0.02 که عدد پایینی هست در شبکه شهر رفسنجان و توان هم نزدیک به 2 و قطر شبکه برابر با 131 میانگین طول مسیر هم 46 به دست آمد بنابراین می توان نتیجه گرفت که پدیده جهان کوچک در شبکه وجود ندارد.

نبود پدیده جهان کوچک در شبکه خیابان های شهر باعث می شود فاصله نقاط و زمان سفر بسیار زیاد شود و این امر از نظر اقتصادی باعث کاهش کارایی شبکه می شود.

در نهایت می توان گفت که از نظر توپولوژیکی به دلایلی مانند قطر زیاد شبکه و متوسط طول مسیر، ضریب خوشه بندی نزدیک به صفر و توزیع نامناسب گره ها و مسیرهای آسیب پذیر، شبکه خیابان های شهر رفسنجان در سال های اخیر از نظر اقتصادی توسعه نیافته است و بهینه نمی باشد.

³⁷ hierarchical network

- [12] Graph measures and network robustness W Ellens, RE Kooij - arXiv preprint arXiv:1311.5064.
- [13] Cramer, C., Porter, M. A., Sayama, H., Sheetz, L., and Uzzo, S. (eds). 2015. Network Literacy: Essential Concepts and Core Ideas.
- [14] Milgram, S. 1967. The small-world problem.
- [15] rooks, H. Z., Kanjanasaratool, U., Kureh, Y. H., and Porter, M. A. 2021. Disease detectives: Using mathematics to forecast the spread of infectious diseases. *Front. Young Minds* 9:577741. doi: 10.3389/frym.2020.577741
- [16] Ying, F., and O'Clery, N. 2021. Modelling COVID-19 transmission in supermarkets using an agent-based model. *PLoS ONE* 16: e0249821. doi: 10.1371/journal.pone.0249821
- [1] S. Wasserman, K. Faust, *Social Networks Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
- [2] R Pastor-Satorras, A. Vespignani, *Evolution and Structure of the Internet: A Statistical Physics Approach*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- [3] V. Latora, M. Marchiori, *Physica A* 314 (2002) 109.
- [4] Street network studies: from networks to models and their representations S Marshall, J Gil, K Kropf, M Tomko... - *Networks and Spatial* 2018 - Springer.
- [5] The Role of The Transport Road Network in The Economic Development of Saudi ArabiaX Han, H Zhu, P Yu, Z M. Aldagheiri, 2009
- [6] Hoyle, B. S., *Transport and Development in Tropical Africa: Case Studies in the Developing World*, London: John Murray, 1988.
- [7] Investigating of topological characteristics of the Iranian railway network: A network science approach, Sina Firuzbakht & Mohammad Khansari,
- [8] A. Barabasi, *Network Science*, 2nd ed. Northeastern University, Boston, 2016.
- [9] M. E. J. Newman, *Networks*, 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2018.
- [10] Y. Jiang, B. Yao, L. Wang, T. Feng, and L. Kong, "Evolution trends of the network structure of Spring Airlines in China: A temporal and spatial analysis," *J. Air Transp. Manage.*, vol. 60, pp. 18–30, 2017.
- [11] <https://osmnx.readthedocs.io/en/stable>

پیوست

```
1  """
2  Author: Hossein Rafiee zade
3  """
4
5  import osmnx as ox
6  import networkx as nx
7  import matplotlib.pyplot as plt
8  import numpy as np
9  import seaborn as sns
10 from collections import Counter
11 import random
12 import pandas as pd
13
14
15 ax = ox.graph_from_place('Rafsanjan', network_type='drive')
16 ax = ax.to_undirected()
17 G=ox.project_graph(ax)
18 ox.plot.plot_graph(G,filepath="image2.png" , save=True)
19
20
21 nx.info(G)
22
23 k = sum([v for k, v in G.degree()]) / len(G)
24
25 G = nx.Graph(G)
26 nx.info(G)
27
28 k = sum([v for k, v in G.degree()]) / len(G)
29
30 between = nx.betweenness centrality(G)
31
32 # plot it
33 df = pd.DataFrame(data=pd.Series(between).sort_values(), columns=['cc'])
34 df['colors'] = ox.plot.get_colors(n=len(df), cmap='inferno', start=0.2)
35 df = df.reindex(G.nodes())
36 nc = df['colors'].tolist()
37 fig, ax = ox.plot_graph(ax, bgcolor='k', node_size=5, node_color=nc,
38 node_edgecolor='none', node_zorder=2,
39 edge_color='#555555', edge_linewidth=1.5, edge_alpha=1
40 ,filepath="between.png" , save=True)
41
42 close = nx.closeness centrality(G)
43
44 # plot it
45 df = pd.DataFrame(data=pd.Series(close).sort_values(), columns=['cc'])
46 df['colors'] = ox.plot.get_colors(n=len(df), cmap='inferno', start=0.2)
47 df = df.reindex(G.nodes())
```



```

48 nc = df['colors'].tolist()
49 fig, ax = ox.plot_graph(ax, bgcolor='k', node_size=5, node_color=nc,
50 node_edgecolor='none', node_zorder=2,
51 edge_color='#555555', edge_linewidth=1.5,
52 edge_alpha=1,filepath="close.png" , save=True)
53
54 degree = nx.degree centrality(G)
55
56 # plot it
57 df = pd.DataFrame(data=pd.Series(degree).sort_values(), columns=['cc'])
58 df['colors'] = ox.plot.get_colors(n=len(df), cmap='inferno', start=0.2)
59 df = df.reindex(G.nodes())
60 nc = df['colors'].tolist()
61 fig, ax = ox.plot_graph(ax, bgcolor='k', node_size=5, node_color=nc,
62 node_edgecolor='none', node_zorder=2,
63 edge_color='#555555', edge_linewidth=1.5,
64 edge_alpha=1,filepath="degree.png" , save=True)
65
66 PageRank=nx.pagerank(G)
67
68 # plot it
69 df = pd.DataFrame(data=pd.Series(PageRank).sort_values(), columns=['cc'])
70 df['colors'] = ox.plot.get_colors(n=len(df), cmap='inferno', start=0.2)
71 df = df.reindex(G.nodes())
72 nc = df['colors'].tolist()
73 fig, ax = ox.plot_graph(ax, bgcolor='k', node_size=5, node_color=nc,
74 node_edgecolor='none', node_zorder=2,
75 edge_color='#555555', edge_linewidth=1.5,
76 edge_alpha=1,filepath="PageRank.png" , save=True)
77
78 ox.plot_graph(ox.graph_from_place('Rafsanjan', network_type='drive'),
79 bgcolor='k',filepath="image5.png", node_size = 4,
80 node_color='#999999', node_edgecolor='none',
81 node_zorder=1,
82 edge_color='#555555', edge_linewidth = 0.3,
83 edge_alpha=1,save=True)
84
85 ox.io.save_graphml(ox.graph_from_place('Rafsanjan', network_type='drive'),
86 filepath=None, gephi=True, encoding='utf-8')
87
88 NumnerOfNodes=G.number_of_nodes()
89 NumnerOfedges=G.number_of_edges()
90 print(NumnerOfNodes)
91 print(NumnerOfedges)
92
93 degrees = [val for (node, val) in G.degree()]
94
95 Prob_list=[]
96 for i in range(1,7):
97     Prob_list.append(degrees.count(i)/NumnerOfNodes)

```

```

98
99 Deg_list=[1,2,3,4,5,6]
100
101 plt.figure()
102 plt.plot(Deg_list,Prob_list)
103 plt.xlabel("k", fontsize=15)
104 plt.ylabel("P(k)", fontsize=15)
105 plt.title("Degree distribution", fontsize=15)
106 plt.savefig('fig00.png')
107 plt.grid(True)
108 plt.show(True)
109
110 plt.loglog(Deg_list,Prob_list)
111 plt.xlabel("k", fontsize=15)
112 plt.ylabel("P(k)", fontsize=15)
113 plt.title("Degree distribution", fontsize=15)
114 plt.savefig('fig2.png')
115 plt.show(True)
116
117 degree_sequence = sorted([d for n, d in G.degree()], reverse=True)
118
119 import powerlaw
120 fit = powerlaw.Fit(degree_sequence,xmin=1)
121 fit.alpha
122
123 fig2 = fit.plot_pdf(color='b', linewidth=2)
124 fit.power_law.plot_pdf(color='g', linestyle='--', ax=fig2)
125 plt.savefig('fig3.png')
126
127 R, p = fit.distribution_compare('exponential','power_law',normalized_ratio=True)
128
129 R, p =
130 fit.distribution_compare('exponential','lognormal_positive',normalized_ratio=True
131 )
132
133 diameter = max([max(j.values()) for (i,j) in nx.shortest_path_length(G)])
134
135 degree_dic = Counter(dict(G.degree()).values())
136
137 degree_hist = pd.DataFrame({"degree": list(degree_dic.values()),
138                             "Number of Nodes": list(degree_dic.keys())})
139 plt.figure(figsize=(20,10))
140 sns.barplot(y = 'degree', x = 'Number of Nodes',
141             data = degree_hist,
142             color = 'darkblue')
143 plt.xlabel('Node Degree', fontsize=30)
144 plt.ylabel('Number of Nodes', fontsize=30)
145 plt.tick_params(axis='both', which='major', labelsize=20)
146 plt.show()
147

```



```

148 G2 = G.to_undirected()
149 nx.draw(G2, pos=nx.spiral_layout(G2,scale=4, center=None, dim=2, resolution=0.5,
150 equidistant=False), node_size=0.03, width=0.1, node_color='lightblue' ,
151 edge_color='k')
152 plt.savefig('fig5.png')
153
154 G2 = G.to_undirected()
155 nx.draw(G2, pos=nx.spring_layout(G2,scale=2), node_size=0.03, width=0.1)
156 plt.savefig('fig6.png')
157
158 g = G.to_undirected()
159 pos=nx.spring_layout(g)
160 fig, ax = plt.subplots()
161 fig.set_facecolor('black')
162 nx.draw(g,pos,node_color='purple',edge_color='lime',width=0.1,edge_cmap=plt.cm.Bl
163 ues,node_size=1, node_shape='^')
164 ax.axis('off')
165 fig.set_facecolor('black')
166 plt.savefig("all_graph.pdf")
167 plt.savefig("all_graph.png")
168 print(nx.info(g))
169
170 nx.node_connectivity(G)
171
172 density=nx.density(G)
173
174 sorted_x = sorted(between.items(), key=operator.itemgetter(1), reverse=True)
175 rand_x = list(range(0,4426 ))
176
177 random.shuffle(rand_x)
178 between_giant = []
179 between_rand = []
180 avg_degs = []
181 G_simple = nx.Graph(G)
182 G_simple2 = nx.Graph(G)
183
184 for x in range(3000):
185
186     remove = sorted_x[x]
187     remove2 = sorted_x[rand_x[x]]
188     G_simple.remove_nodes_from(remove)
189     G_simple2.remove_nodes_from(remove2)
190
191     connected_component_subgraphs1 = (G_simple.subgraph(c) for c in
192 nx.connected_components(G_simple))
193     connected_component_subgraphs2 = (G_simple2.subgraph(c) for c in
194 nx.connected_components(G_simple2))
195
196     giant = len(max(connected_component_subgraphs1, key=len))
197     giant2 = len(max(connected_component_subgraphs2, key=len))

```

```

198
199         between_giant.append(giant)
200         between_rand.append(giant2)
201
202     y1 = between_giant
203     y2 = between_giant
204
205     y1= y1[ :-1]
206     y2= y2[1: ]
207
208     perc = np.linspace(0,100,len(between_giant))
209     fig = plt.figure(1, (12,8))
210     ax = fig.add_subplot(1,1,1)
211
212     ax.plot(perc, between_giant)
213     ax.plot(perc, between_rand)
214
215     fmt = '%.0f%%' # Format you want the ticks, e.g. '40%'
216     xticks = mtick.FormatStrFormatter(fmt)
217     ax.xaxis.set_major_formatter(xticks)
218     ax.set_xlabel('Fraction of Nodes Removed',fontsize=25)
219     ax.set_ylabel('Giant Component Size',fontsize=25)
220     ax.legend(['betweenness','random'],fontsize=20)
221     plt.savefig('fig7.png')
222     plt.show()
223
224     import folium
225     import osmnx as ox
226     import networkx as nx
227
228     ox.config(use_cache=True, log_console=True)
229
230     G = ox.graph_from_point((30.40631, 55.9821), dist=3000, network_type='drive')
231
232     G = ox.speed.add_edge_speeds(G)
233     G = ox.speed.add_edge_travel_times(G)
234
235     orig = ox.get_nearest_node(G, (30.40631, 55.9821))
236     dest = ox.get_nearest_node(G, (30.39866, 55.98592))
237     route = nx.shortest_path(G, orig, dest, 'travel_time')
238
239     route_map = ox.plot_route_folium(G, route)
240     route_map.save('test2.html')

```