

# مطالعه ای کوتاه در مورد NS5-Branes

حسین محمدی \*

دانشگاه صنعتی شریف

زمستان سال ۱۳۹۹

## چکیده

در این نوشته قصد داریم به بررسی NS5-Brane بپردازیم و از دیدگاه های مختلف این موجودات را در نظریه ریسمان بررسی کنیم.

اول آن را حامل بار مغناطیسی می شناسیم و ویژگی های عمومی مثل کوانتش بار را به بعد های بالاتر تعمیم می دهیم و سپس تنش NS5-Brane را بدست می آوریم.

می توان این موجود را به چشم یک جواب حد انرژی پایین نظریه ریسمان بسته نیز توصیف کرد و در نهایت جواب های سالیتمونی حد انرژی پایین سکاتور عمومی نظریه های ریسمان بسته را بدست می آوریم.

به طور کلی این نوشته وقف این شده است که برخی از ویژگی های عمومی (و شاید پراکنده) این غشاها را بدست آورد.

**کلید واژه ها:** D-brane – NS5-brane – حد انرژی پایین ابرریسمان – جواب های Soliton نظریه ی ابرریسمان – میدان های R-R – کوانتش بار – ریسمان دیراک

## فهرست مطالب

۱	مقدمه	۲
۲	کوانتش بار	۳
۳	محاسبه ی تنش NS5-Brane	۵
۱.۳	دامنه تک حلقه تبادل گراویتون بین غشاها	۵
۲.۳	دامنه تک حلقه برای تبادل $C_{p+1}$ بین دو غشا	۷
۳.۳	یافتن تنش غشای دوگان و نتیجه گیری هایی در مورد NS5-Brane	۸
۴	یافتن یک جواب سالیتمونی برای حد انرژی پایین ریسمان	۸
۱.۴	کنش عمومی ریسمان بسته	۸
۲.۴	حدس جواب برای کنش عمومی ریسمان بسته	۹
۳.۴	ویژگی های این جواب	۹
۵	استفاده از NS5-brane در ساختارهای نظریه ریسمان	۱۰
۶	نتیجه گیری	۱۱

\*hossein.mohammadi.00427@gmail.com

۱۲	ضمیمه الف: برخی از اتحاد های تابع $\mathcal{V}$
۱۳	ضمیمه ب: اصطلاحات و واژگان تخصصی
۱۳	۱.۸ سالتون . . . . .
۱۳	۲.۸ حالت های BPS . . . . .
۱۴	۳.۸ جفتیدگی کمینه . . . . .

## ۱ مقدمه

بهرتر است با مروری بر نظریه های مختلف ریسمان و میدان هایی که در هر نظریه هست شروع کنیم:

در نظریه ریسمان بسته ی بوزونی، تنها سه میدان وجود دارد که از میان آن ها تنها میدان -Kalb Ramond میدان تانسوری پادمقارن و بی جرم است و همانطور که در درس دیدیم، این میدان به نحوی مشابه با الکترومغناطیس عادی به ریسمان جفت می شود:

$$S_{\text{int}} = - \int d\tau d\sigma B_{\mu\nu}(X(\tau, \sigma)) \frac{\partial X^{[\mu}}{\partial \tau} \frac{\partial X^{\nu]}}{\partial \sigma}$$

ریسمان بسته ی بوزونی فقط تحت همین میدان باردار است و بار دیگری را حمل نمی کند. در نظریه ی ابرریسمان بسته ی Type IIA و Type IIB میدان های تانسوری پادمقارن دیگری نیز وجود دارند که از بخش <sup>a</sup> Ramond-Ramond این نظریه ها سرچشمه می گیرند.

Type IIA	$A_{\mu_1}^{(1)}$	$A_{\mu_1\mu_2\mu_3}^{(3)}$	$\dots$	$A_{\mu_1\dots\mu_9}^{(9)}$
Type IIB	$B^{(0)}$	$B_{\nu_1\nu_2}^{(2)}$	$\dots$	$B_{\nu_1\dots\nu_8}^{(8)}$

از مجموعه ای از کشفیات Joseph Polchinski به این نتیجه رسیدیم که این میدان های پیمانه ای به Dp-Brane ها جفت می شوند [۶]. این میدان ها به ترتیب به غشاهای زیر جفت می شوند:

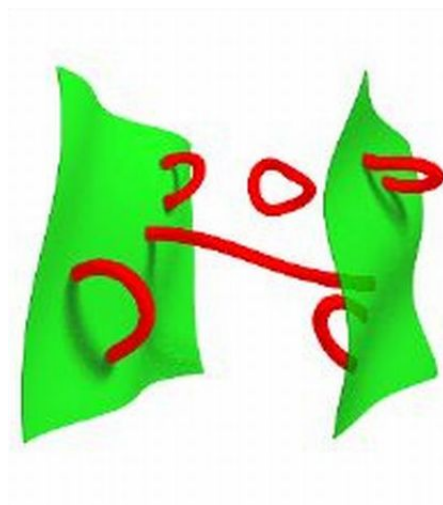
Type IIA	D0-brane	D2-brane	$\dots$	D8-brane
Type IIB	D(-1)-brane	D1-brane	$\dots$	D7-brane

همچنین کنش را می توان برای یک میدان  $p + 1$  اندیشه یا  $(p+1)$ -form که به یک p-brane جفت می شود؛ به شکل زیر تعمیم داد:

$$i\mathcal{Q}_p \int_{\text{World-Volume}} A_{\mu_0\mu_1\dots\mu_p} dx^{\mu_0} \wedge \dots \wedge dx^{\mu_p}$$

<sup>a</sup>Sector

که برای  $p = 1$  مقدار  $Q_1$  همان بار الکتریکی است و برای  $p = 1$  مقدار  $Q_2$  همان تنش ریسمان تعریف می شود و برای غشاهای با ابعاد بالاتر به صورت مشابه ، این کمیت همان تنش ریسمان تعریف می شود یعنی جرم بر واحد حجم.



شکل ۱: غشاها از اساسی ترین ساختارها در نظریه ریسمان هستند که کشف ارتباط آن با نظریه ی ابرگرانش انقلاب دوم ریسمان را در سال ۱۹۹۵ رقم زد و در جای جای نظریه ریسمان ظاهر می شوند.

حال با مرور این مقدمه می توان گفت که:

NS5-Brane نوعی از غشاها<sup>۱</sup> هستند که بار مغناطیسی میدان Kalb-Ramond را حمل می کنند یا معادلا بار الکتریکی سکتور NS-NS را حمل می کنند. همانطور که ریسمان<sup>۲</sup> بار الکتریکی این میدان را حمل می کند. بعدا خواهیم دید که ریسمان ها معادل با یک NS1-Brane هستند. (با شمارش بعد ها می توان دید که دوگان مغناطیسی یک ریسمان در یک فضای ۱۰ بعدی که بار الکتریکی را حمل می کند، بایستی دارای ۵ بعد باشد).

همچنین در ساخت هایی<sup>۳</sup> که از نظریه ی ریسمان ارائه می شود، از NS5-Brane برای ساخت نظریه های پیمانه ای استفاده می شود. [۳]

از نظرگاهی دیگر، NS5-Brane ، از اولین جواب های سالیانی<sup>۴</sup> حد انرژی پایین ریسمان های بسته است که برای Type IIA/B و Heterotic پیدا شده است. [۱] [۷]

## ۲ کوانتش بار

مشابه الکترومغناطیس نسبیتی می توان اینجا میدان های مغناطیسی و بارهای مغناطیسی را تعریف کرد. ابتدا دوگان میدان شدت را بدست می آوریم و سپس و آن را به شکل یک مشتق خارجی<sup>۵</sup> می نویسیم و آن

<sup>1</sup>Branes

<sup>2</sup>Fundamental string

<sup>3</sup>Construction

<sup>4</sup>Soliton

<sup>5</sup>Exterior derivative

را پتانسیل برداری مغناطیسی معرفی می کنیم:

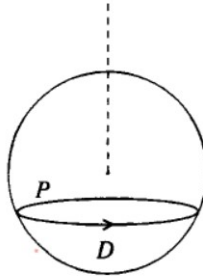
$$*(dA_{p+1}) = *F_{p+2} = \tilde{F}_{D-p-2} = d\tilde{A}_{D-p-3}$$

پس میدان دوگان به یک (D-p-4)-Brane جفت می شود. و در نظریه های ابر ریسمان که بعد فضا ده است، این میدان ها به یک غشاهای پنج بعدی جفت می شوند که همان NS5-Brane است که در نقش یک تک قطبی مغناطیسی ظاهر می شوند و بار  $\tilde{Q}_{D-p-4}$  را حمل می کنند. حال می خواهیم کوانتش بار دیراک را که مشابه آن را در کوانتوم دیده بودیم برای غشاها بدست آوریم. یک p-brane که حامل بار الکتریکی  $Q_p$  و یک (D-p-4)-Brane که حامل بار  $\tilde{Q}_{D-p-4}$  را در نظر بگیرید، با انتگرال گیری از میدان شدت  $*F_{p+2}$  روی یک کره  $S^{D-p-2}$  که p-brane تماماً در آن قرار دارد، با استفاده از تعمیم قضیه گاوس داریم:

$$\Phi = Q_p$$

همچنین می توانیم بنویسیم:

$$\Phi = \int_{S^{D-p-2}} *F_{p+2} = \int_{S^{D-p-3}} \tilde{A}_{D-p-3}$$



شکل ۲: کره ای که تک قطبی مغناطیسی را در بر می گیرد، و خطی که نقطه چین است همان ریسمان دیراک است، یعنی جایی که تکینگی های پتانسیل برداری رخ می دهد.

که از پتانسیل دوگان استفاده شده و حجم انتگرال گیری را با کمک قضیه استوکس به بعد پایین تر یعنی مرز کره برده ایم. (شکل ۲ نمایی از حجمی سه بعدی است که روی آن انتگرال گیری می شود) حالا از این جا استدلال دقیقاً مشابه استدلال «ریسمان دیراک» است، وقتی که انتگرال گیری از پتانسیل برداری را به ناحیه ای محدود کرده ایم که دقیقاً تک قطبی مغناطیسی را در بر دارد، در این صورت به خاطر انتگرال گیری یک عامل  $e^{i\Phi \tilde{Q}_{D-p-4}}$  ظاهر می شود [به علت وجود جزیره ای از تکینگی ها در پتانسیل برداری تک قطبی مغناطیسی]. چون این عامل نباید مشاهده پذیر باشد، [زیرا این ریسمان دیراکی مشاهده ناپذیر است]. پس بایستی این نما مضربی از  $2\pi$  باشد تا اثر آن دیده نشود و این یعنی که

$$\Phi \tilde{Q}_{D-p-4} = Q_p \tilde{Q}_{D-p-4} = 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

و بدین صورت شرط کوانتش بدست می آید؛ به این رابطه quantization<sup>6</sup> DNT هم گفته می شود.

<sup>6</sup>Dirac-Nepomechie-Teitelboim

فقط توجه کنید که این محاسبات در واحد های طبیعی انجام شده است و منظور از  $Q$  دقیقا همان تنش غشاها در ابعاد مختلف است، چرا که تعمیم بار را در بالاتر این گونه تعریف کردیم.

### ۳ محاسبه ی تنش NS5-Brane

در این بخش سعی داریم رابطه ای برای تنش بین ریسمان های دوگان پیدا کنیم، توجه کنید که قبلا شرط DNT quantization را بدست آورده بودیم ولی برای بدست آوردن مقدار این تنش، می توانیم مثلا جفتیدگی گرانشی دو D-brane را بررسی کنیم ولی در نهایت نیاز به نسبت  $\frac{g_6}{g_2}$  خواهیم داشت پس بهتر برای یافتن ضریب بازبهنجارش نهایی این دامنه تک حلقه ای کار زیر را انجام دهیم:

دامنه ی تک حلقه ای این که دو D-brane موازی، با یک ریسمان بسته برهمکنش کنند را به دست آوریم و مقدار جفتیدگی را از این دامنه تک حلقه بخوانیم؛ توجه کنید که چون این دامنه چون حلقوی<sup>۷</sup> است پس هیچ عملگر راسی<sup>۸</sup> در آن ظاهر نمی شود و مشکلی که قبلا گفته شد در این مورد پیش نمی آید. پس در این بخش کاری که انجام میدهم محاسبه دامنه تک حلقه و تطبیق آن با شرط کوانتس DNT است تا بتوانیم تنش ریسمان دوگان را بخوانیم. [توجه کنید که این محاسبات به طور عام برای هر نوع غشایی کار می کند و فقط برای NS5-Brane نیست.]

### ۱.۳ دامنه تک حلقه تبادل گراویتون بین غشاها

شکل شماره ی ۳ را در نظر بگیرید که در آن دو غشای موازی با فاصله ی فضایی  $|Y|$  از یکدیگر نشان داده شده اند و یک ریسمان بسته تبادل می کنند، اگر این مرتبه از نمودار را، one-loop vacuum fluctuation یک ریسمان باز که دو انتهای آن روی غشاها قرار دارد تعبیر کنیم؛ آن گاه می توانیم از رابطه ی Coleman-Weinberg استفاده کنیم:

<sup>7</sup>Annulus

<sup>8</sup>Vertex operator

برای محاسبه دامنه ی یک نمودار تک حلقه از رابطه ی Coleman-Weinberg استفاده می شود که در واقع همان لگاریتم تابع پارش خلا نظریه است:

$$\mathcal{A}_{one-loop} = \ln(\mathcal{Z}_{vac}) = -\frac{1}{2} Tr \ln(\square^2 + M^2) = -\frac{V_D}{2} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \ln(k^2 + M^2)$$

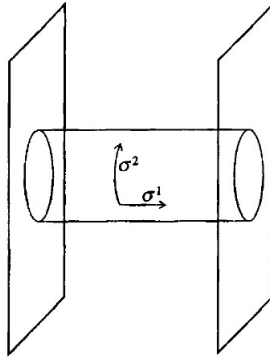
و به کمک نمایش انتگرالی تابع لگاریتم به شکل زیر:

$$-\frac{1}{2} \ln(k^2 + M^2) = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int_0^\infty dt \frac{e^{-2\pi\alpha' t(k^2 + M^2)}}{2t}$$

می توان آن را به شکل زیر نوشت:

$$\mathcal{A}_{one-loop} = \frac{V_D}{2\pi\alpha'} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \int_0^\infty dt \frac{e^{-2\pi\alpha' t(k^2 + M^2)}}{2t}$$

و توجه کنید که به جای عبارت  $k^2 + M^2$  هامیلتونی مسأله را جای گذاری کرد.



شکل ۳: تبادل ریسمان بسته بین دو D-brane که در فاصله فضایی  $|Y|$  قرار دارند. توجه کنید که این نمودار را به دو شکل می توان تعبیر کرد: یکی vacuum fluctuation ریسمان بازی که دو انتهای آن روی دو غشا قرار دارد و دیگری برهمکنش مرتبه درختی دو غشای موازی.

همچنین نیاز به طیف جرمی این پیکربندی داریم که با محاسبات کتاب درسی این طیف اینطور بدست آمد:

$$M^2 = \frac{1}{\alpha'} \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_{-n}^i \alpha_n^i - 1) + \frac{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}}{4\pi^2 \alpha'^2}$$

توجه کنید که برای محاسبه ی دامنه ی تک حلقه باید روی تمامی انرژی صفرهای مدهای مختلف

جمع بزنیم و این یعنی که:

$$\mathcal{A} = \frac{V_D}{2\pi\alpha'} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \int_0^\infty dt \sum_I \frac{e^{-2\pi\alpha' t(k^2 + M_I^2)}}{2t}$$

با جمع بستن روی تمام جرم ها، توابع خاصی که به نام توابع  $\vartheta$  ظاهر می شوند که موسوم به توابع بیضوی<sup>۹</sup> هستند.  $\mathcal{A}$  پس از جمع بستن روی مدهای مختلف جرمی و استفاده از تعریف تابع  $\vartheta$  به شکل زیر است:

$$\mathcal{A} = 2iV_p \int \frac{d^{p+1}k}{(2\pi)^{p+1}} \int_0^\infty \frac{dt}{2t} e^{-2\pi t \ell_s^2 k^2 - \frac{t|Y|^2}{2\pi\ell_s^2}} \frac{1}{2\eta^{12}(it)} \times (\vartheta_3(it) + \vartheta_1(it) - \vartheta_2(it) - \vartheta_4(it))$$

[توابع  $\eta$  نوعا در بررسی میدان های هم دیس روی فضاهای کروی و استوانه ای ظاهر می شوند، برای اطلاعات بیشتر به کتاب [۴] و بخش ۴.۲۲ مراجعه کنید.]

اما بنا به اتحادی که در ضمیمه الف آمده، این عبارت برابر با صفر است و این یعنی که D-brane ها در فضای تخت به یکدیگر نیرویی وارد نمی کنند. یا تعبیر دیگر این است که نیرویی که از تبادل dilaton و گراویتون بین غشاها به وجود می آید با نیروی که از جفت شدن به میدان های سکتور R-R تولید می شود؛ یکدیگر را خنثی می کنند. اما در اینجا هدف ما بررسی کردن تبادل گراویتون است و نه تبادل dilaton پس بایستی این سهم ها را جدا کنیم، و این کار با حدگیری  $0 \rightarrow t$  از انتگرال ده به حساب می آید.

تقریب های مجانبی ای برای توابع  $\vartheta$  و  $\eta$  وجود دارد که در ضمیمه الف به آن اشاره شده است، با جایگذاری این تقریب های مجانبی در انتگرال ده، می توان سهم گراویتون را در دامنه ی تک حلقه حساب کرد:

$$\mathcal{A}|_{gravitons} = 2\pi i V_p (2\pi\ell_s)^{2(3-p)} G_{9-d}(|Y|)$$

$$.G_d(|Y|) = \frac{1}{4\pi^{\frac{d}{2}}} \int_0^\infty \frac{dt}{t^{\frac{d}{2}-2}} e^{-t|Y|^2} \quad \text{که در آن:}$$

## ۲.۳ دامنه تک حلقه برای تبادل $C_{p+1}$ بین دو غشا

حالا می کوشیم که از رابطه ای که در بخش قبلی بدست آوردیم و رابطه ی کوانتش DNT، تنش های ریسمان ها را بر حسب هم بنویسیم. باز هم نیاز داریم که یک دامنه تک حلقه ای برای تبادل کوانتای میدان  $C_{p+1}$  بین دو D-brane موازی حساب کنیم [به جعبه ی زیر توجه کنید].

کنشی نوعی برای جفت شدن یک p-brane به میدان های پیمانه ای چنین است:

$$\mathcal{S} = -\frac{\alpha_p}{2} \int F_{p+2} \wedge * F_{p+2} - iT_p \int_{\text{World-Volume}} C_{p+1}$$

که در آن  $F_{p+2} = dC_{p+1}$  و مختصه های  $\{\xi_i\}_{i=1}^p$  برای توصیف جهان حجم غشا استفاده می شوند. منظور از انتگرال دوم خلاصه شده عبارت زیر است:

$$\int_{\text{World-Volume}} C_{p+1} = \frac{1}{(p+1)!} \int d\xi^{p+1} C_{\mu_0\mu_1\dots\mu_p} \frac{\partial X^{\mu_1}}{\partial \xi^{\alpha_1}} \dots \frac{\partial X^{\mu_p}}{\partial \xi^{\alpha_p}} \epsilon^{\alpha_0\alpha_1\dots\alpha_p}$$

<sup>9</sup>Elliptical functions

البته با شهود گرفتن از میدان های پیمانه ای می دانیم که این دامنه بایستی با  $T_p^2$  متناسب باشد ولی یک محاسبه ی دقیق مانند آنچه در بخش قبل صورت گرفت نتیجه می دهد:

$$\mathcal{A}' = -i \frac{T_p^2}{\alpha_p} V_{p+1} G_{9-d}(|Y|)$$

و اکنون از برابر قرار دادن ضریب ها می توان مقدار  $T_p$  را خواند و این چیزی نیست به جز:

$$T_p = \frac{1}{(2\pi)^p \ell_s^{p+1} g_s}$$

### ۳.۳ یافتن تنش غشای دوگان و نتیجه گیری هایی در مورد NS5-Brane

حالا وقت آن است که با استفاده از نتایج قسمت های قبلی تنش غشای دوگان را پیدا کنیم، استفاده از نتایج دو قسمت قبل و شریط کوانتش DNT به ما نتیجه می دهد که [در شرط کوانتش DNT عدد صحیحی که باید انتخاب کنیم را برابر واحد می گیریم تا جفتیدگی کمینه <sup>۱۰</sup> باشد]:

$$\tilde{T}_5 = \frac{1}{(2\pi)^5 \ell_s^6 g_s^2}$$

از این رابطه می توان نتایج جالبی گرفت:

- به دلیلی مقیاس شدن با عکس مجذور ضریب جفتیدگی، این غشاها به نوعی سالتانی <sup>۱۱</sup> هستند. (بسیار جایگزیده در ۹ بعد)
- در جفتیدگی ضعیف <sup>۱۲</sup>، NS5-Brane ها از D-brane ها سنگین تر هستند.
- پس از بالا می توان نتیجه گرفت که در بررسی نظریه ریسمان به صورت اختلالی این غشاها پیدا نمی شوند.

## ۴ یافتن یک جواب سالتونی برای حد انرژی پایین ریسمان

### ۱.۴ کنش عمومی ریسمان بسته

اینجا برای یافتن جواب های حد انرژی پایین ریسمان، کنش اصلی و عمومی را که شامل میدان  $\phi$  یعنی میدان dilaton و میدان های  $B_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}$  است را در نظر می گیریم و با ارائه ی حدسی، جواب را پیدا می کنیم.

$$S = \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x \sqrt{-g} e^{-2\phi} \left[ R + 4(\nabla\phi)^2 - \frac{1}{12}(\mathrm{d}B)^2 \right]$$

با وردش گرفتن از کنش بالا معادلات حرکت را به سادگی می توانیم حاصل کنیم.

$$R_{\mu\nu} + 2\nabla_\mu \nabla_\nu \phi = \frac{1}{4} e^{2\phi} \left[ F_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{6} g_{\mu\nu} F^2 \right]$$

<sup>10</sup>Minimal coupling condition

<sup>11</sup>Soliton

<sup>12</sup>Weak Coupling



$$\frac{R}{4} = (\nabla\phi)^2 - \square\phi$$

## ۲.۴ حدس جواب برای کنش عمومی ریسمان بسته

حالا یک جواب را برای این معادلات حدس می زنیم:<sup>۱۳</sup>

$$ds_{10}^2 = -f(r)dt^2 + d\vec{x}.d\vec{x} + H(r)\left[\frac{dr^2}{f(r)} + r^2d\Omega_3^2\right]$$

$$e^{2\phi} = g_s^2 H(r)$$

$$dB = \frac{H'}{H}\omega$$

که در آن  $\vec{x}$  مختصات داخلی غشا هستند و در اینجا پنج مولفه ای هستند و  $\Omega_3$  حجم یک کره ی سه بعدی است یعنی  $S^3$  و

$$\omega = \sin^2(\psi) \sin(\theta) d\psi \wedge d\theta \wedge d\phi$$

$$d\Omega_3^2 = d\psi^2 + \sin^2(\psi)(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2)$$

جای گذاری این پاسخ های بالا در معادلات حرکت منجر به بدست آوردن توابع  $H(r)$ ,  $f(r)$  می شود، در ضمن این محاسبات و جواب ها را از کتاب [۴] بخش ۸.۸ آورده ام. اتفاقا این بخش های کتاب خیلی مباحث جالبی داشتند، این که برای ابعاد مختلف غشا متریک چطور می شود و چه موقع تکینگی هست و ... . واقعا بحث دلچسپی بود.

چیزی که اینجا نیاز داریم این است که توابع بالا برای مساله ما به این شکل هستند:

$$H(r) = 1 + \frac{L^2}{r^2}$$

$$f(r) = 1 - \frac{r_0^2}{r^2}$$

که در آن  $L$  و  $r_0$  ثوابتی هستند که بر حسب کشش غشاها و تعداد غشاها و بعد غشا و سایر پارامترها بدست می آید، جالب این است که پارامتر  $r_0$  مثل یک افق موثر در فضا زمان است. (در حالتی که این افق موثر در  $r = 0$  باشد قید  $BPS$  ارضا می شود و این حالت ها به حالت های  $BPS$  موسوم هستند.)

## ۳.۴ ویژگی های این جواب

بحث های دیگری هم در اینجا می شود داشت و آن این است که ناحیه ی  $r \leq r_0$  با یک میدان همدیس توصیف می شود. (Super Symmetric WZW model) اما این نتیجه هایی که می خواهیم از اینجا بگیریم این است که:

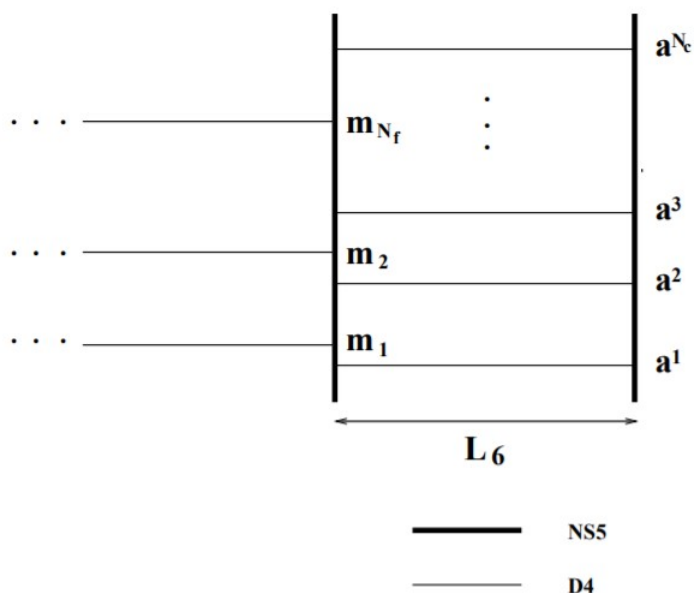
- در ناحیه ی بیرون افق موثر، و در حد  $r \rightarrow \infty$ ، پس زمینه مسطح<sup>۱۴</sup> می شود. (مجانبا تخت)
- در ناحیه ی  $r \leq r_0$  اگر چه متریک خوش تعریف است ولی جفتیدگی ریسمان بی نهایت می شود. این احتمالا به این معناست که تصحیحات کوانتومی باعث این تصحیح بر روی جفتیدگی شده اند.
- در ضمن این یکی از جوابهای نوعی سالیتمونی در ابرگرانش است.

<sup>۱۳</sup> راستش این که چطور باید به ذهنمان خطور کند تا این جواب ها را حدس بزنیم، نمی دانم ولی به طبق مشاهداتم این جوابها برای این معادلات میدان خیلی مرسوم است و به عنوان اولین حدس برای حل معادلات میدان در نوشته های مختلف دیده شد.

<sup>۱۴</sup>Flat

## ۵ استفاده از NS5-brane در ساختارهای نظریه ریسمان

در این زمینه یک مقاله ی کامل بود [۲] که سعی کردم با جست و جو در آن، بتوانم ساختاری قابل فهم خودم را پیدا کنم، البته این مقاله مروری خیلی کامل و دقیق به ساخت نظریه های پیمانه ای اشاره کرده است؛ و من سعی کردم با دانسته های خودم از کتاب درسی، به بررسی این مقاله بپردازم ولی این کار به خوبی پیش نرفت. درک کامل ساختارهای ارائه شده در این مقاله و ساختن نظریه های پیمانه ای، نیاز به دانستن نظریه های پیمانه ای، ابرتقارن، شناخت کامل و اشراف بر محاسبات غشاها، شناخت دقیق دوگانی های  $S$  و  $U$  و  $T$  بود.



شکل ۴: ساختاری از نظریه ریسمان که یک میدان پیمانه ای دارای ابرتقارن را مشخص می کند.

به عنوان مثال اینجا یکی از مثالهایی را که در این مقاله [۲] برای ساختن نظریه پیمانه ای ابرمتقارن استفاده شده است، آورده ام.

به شکل ۴ نگاه کنید، این ساختار این طور است که دو NS5-Brane موازی داریم و  $N_f$  تا D4-Brane از بی نهایت به NS5 غشای سمت چپ متصل می شوند یعنی  $x_6 \rightarrow -\infty$  و منظور از  $m_i$  مکان هایی است که D4-Brane ها به NS5-Brane متصل شده اند. تعداد  $N_c$  تا D4-Brane بین دو تا NS5-Brane هستند که آن ها را به هم وصل کرده اند.

این طور که نویسندگان بحث کرده اند: این ساختار معادل با یک نظریه ی پیمانه ای با تقارن  $U(N_c)$  است

که دارای ابرتقارن  $\mathcal{N} = 2$  است.<sup>۱۵</sup> (سپس این ساختار را گسترده تر هم می کنند، مثلاً اضافه کردن تقارن های دیگر و توصیف ماده به تئوری و تعمیم های دیگر).

## ۶ نتیجه گیری

در این نوشته به بررسی NS-Brane پرداختیم. عمومی ترین ویژگی ها را برای این غشاها استخراج کردیم، دیدیم که مشابه استدلال کوانتش بار دیراک را می توان اینجا هم داشت و در نتیجه رابطه ای بین تنش غشاها و دوگان پیدا کردیم. با محاسبه ی دامنه ی تبادل ریمان بسته بین دو غشا توانستیم تنش غشای دوگان را پیدا کنیم و بدینوسیله تنش NS-Brane را پیدا کردیم. اما دیدگاه دیگری که به این غشاها وجود دارد این است که این غشاها جواب های سالیتمونی حد انرژی پایین ریمان هستند، با نوشتن عمومی ترین سکتور نظریه های ابرگرانشی، توانستیم جوابی سالیتمونی پیدا کنیم که به این غشاها نسبت داده می شود. اما نتایج دیگری هم بود که هر چند آن ها را با دقت خوبی درک نکردم و از آوردن آن ها خودداری کرده ام؛ مثلاً چگونگی بدست آوردن کنش های این غشا از روی کنش M5-Brane، بررسی تبدیلات مختلف این غشا تحت دوگانی ها T و S و U، ارتباط بین این غشا و فضای ALE<sup>۱۶</sup>.

<sup>۱۵</sup> متأسفانه بحث نویسندگان مقاله در مورد این که چرا این ساختار معادل چنین نظریه ای است برای من قابل دنبال کردن نبود.

<sup>۱۶</sup> Asymptotically locally flat

## ۷ ضمیمه الف: برخی از اتحاد های تابع $\vartheta$

در این ضمیمه برخی از ویژگی های اساسی تابع  $\vartheta$  را اشاره می کنیم.

$$\vartheta \Big|_b^a(\nu, \tau) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} q^{\frac{1}{2}(n - \frac{a}{2})^2} e^{2\pi i(\nu - \frac{b}{2})(n - \frac{a}{2})}$$

که  $a, b \in \mathbb{R}$  و  $q = e^{2\pi i\tau}$ .  
تابع  $\eta$  ددکنید<sup>۱۷</sup> را هم این طور تعریف می کنیم:

$$\eta(\tau) = q^{\frac{1}{24}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)$$

معمولا تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \vartheta \Big|_1^1 &= \vartheta_1 \\ \vartheta \Big|_0^1 &= \vartheta_2 \\ \vartheta \Big|_0^0 &= \vartheta_3 \\ \vartheta \Big|_1^0 &= \vartheta_4 \end{aligned}$$

و اتحاد های زیر را برای این این توابع داریم:

$$\vartheta_1(\nu, \tau) + \vartheta_3(\nu, \tau) = \vartheta_2(\nu, \tau) + \vartheta_4(\nu, \tau)$$

$$\vartheta \Big|_b^a\left(\frac{\nu}{\tau}, -\frac{1}{\tau}\right) = \sqrt{-i\tau} e^{(i\frac{\pi}{2})ab + i\pi\frac{\nu^2}{\tau}} \vartheta \Big|_{-a}^b(\nu, \tau)$$

که در محاسبه دامنه تک حلقه ی مربوط به غشاها از این دو رابطه برای سادگی محاسبات استفاده شد.

---

<sup>17</sup>Dedekind

## ۸ ضمیمه ب: اصطلاحات و واژگان تخصصی

برخی از واژگانی که در این نوشته با کار می رود؛ نیازمند دانستن مطالب بسیار پیشرفته ای در نظریه میدان، نظریه های پیمانه ای و ابرتقارن است. به همین دلیل تصمیم گرفتیم تا واژگان تخصصی را به زبانی که برای خودم قابل فهم باشد در این قسمت توضیح دهیم.

### ۱.۸ سالیتون

به طور کلی دسته ای از معادلات دیفرانسیل (با متغیرهای مکان و زمان) دارای جواب هایی هستند که دارای این ویژگی های هستند:

- اگر جواب را در زمان های مختلف بررسی کنیم، شکل جواب در زمان های مختلف یکی است.
- در مکان خاصی جایگزیده هستند
- با برهمکنش با سایر سالیتون ها، حداکثر فاز آن ها عوض می شود.

خب حالا ممکن است پرسید که جواب عادی معادله موج هم همین ویژگی های را دارد، اما اختلاف در این است که رابطه پاشندگی این موج ها تفاوت دارد با پاشندگی موج هایی که می شناختیم،

در معادله ی موج عادی (دالامبر)، جواب کلی به صورت ترکیبی از موج های تخت است که تمامی آن ها با سرعت یکسانی حرکت می کنند، اما در مورد جواب های سالیتانی، سرعت موج به دامنه آن بستگی دارد و این باعث می شود که در هنگام تداخل موج های سالیتانی پدیده های جالبی رخ دهد، مثلاً این که زمان تداخل دو موج بسیار کم است.

حال اگر نظریه میدانی، جواب هایی داشته باشد که دارای ویژگی بالا باشد، به آن جواب های جوابهای سالیتانی می گوییم.

بعنوان مثال معادلات ماکسول دارای چنین جوابی هستند، مثلاً اگر انتقال دهنده های اپتیکی استوانه ای شکل را در نظر داشته باشیم و معادلات ماکسول را در دستگاه استوانه ای بازنویسی کنیم، به فرم یکی از معادلات دیفرانسیلی بر می خوریم که دارای جواب سالیتانی است. [۵]

### ۲.۸ حالت های BPS

برای اولین بار در بررسی مسئله تک قطبی های مغناطیسی مشاهده شدند، این حالت ها جوابهایی از نظریه میدان هستند که قید BPS<sup>۱۸</sup> را اشباع می کنند. این جوابها دقیقاً جوابهایی هستند که بعضی از ابرتقارن های مسئله را حفظ می کنند. [۸]

هنگامی که به جای تقارن لورنتز از تعمیم آن یعنی از ابرتقارن در نظریه استفاده می شود، آنگاه حالت های نظریه بایستی نمایشی تشکیل دهند که بر حسب ابربارها برچسب بخورد. (مثل نظریه میدان عادی که ذرات بر حسب نمایش های گروه لورنتز برچسب می خورند)

رابطه ای که بین ابربارها و جرم در نظریه وجود دارد تعداد ابرتقارن های نظریه را می گوید. به طور کلی  $Q \leq M$  و حد بالایی که برای ابربارها در نظریه هست را BPS bound می نامیم. حالانی که برای آن ها تساوی برقرار است حالات BPS نامیده می شوند.

<sup>18</sup>Bogomol'nyi-Prasad-Sommerfield

### ۳.۸ جفت‌دگی کمینه

منظور از جفت‌دگی کمینه <sup>۱۹</sup> شیوه ی جفت کردن دو میدان یا متفرعات یک میدان به یکدیگر در نوشتن کنش است. هنگامی که جفت‌دگی بین دو میدان به گونه ای باشد که فقط ممان های پایین توزیع بار و جریان میدان در جفت شدن ظاهر شده باشد و ممان های بالاتر نقشی در جفت‌دگی نداشته باشند، آن گاه این جفت‌دگی کمینه است.

مثالهای خیلی معروفی وجود دارد برای این شیوه جفت‌دگی مثلاً:  
جفت‌دگی در الکترومغناطیس کمینه است، لاگرانژی آن را در نظر داشته باشید:

$$m\ddot{\mathbf{x}} = q\mathbf{E} + q\dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}$$

یا جفت‌دگی به میدان های الکترومغناطیسی در معادله دیراک  
جفت‌دگی میدان inflaton به  $dx^4 \sqrt{-g}$  و جفت نشدن آن به هیچ مولفه ای از انحنا.

<sup>19</sup>Minimal coupling

- [1] Curtis G. Callan, Jr., Jeffrey A. Harvey, and Andrew Strominger. Supersymmetric string solitons. 11 1991.
- [2] Amit Giveon and David Kutasov. Brane dynamics and gauge theory. *Reviews of Modern Physics*, 71(4):983–1084, Jul 1999.
- [3] Amihay Hanany and Edward Witten. Type IIB superstrings, bps monopoles, and three-dimensional gauge dynamics. *Nuclear Physics B*, 492(1-2):152–190, May 1997.
- [4] Elias Kiritsis. *String theory in a nutshell*. Princeton University Press, USA, 2019.
- [5] C. R. Menyuk. Application of multiple-length-scale methods to the study of optical fiber transmission. *Journal of Engineering Mathematics*, 36(1):113–136, 1999.
- [6] Joseph Polchinski. Dirichlet branes and ramond-ramond charges. *Physical Review Letters*, 75(26):4724–4727, Dec 1995.
- [7] Andrew Strominger. Heterotic solitons. *Nucl. Phys. B*, 343:167–184, 1990. [Erratum: Nucl.Phys.B 353, 565–565 (1991)].
- [8] E. Witten and D. Olive. Supersymmetry algebras that include topological charges. *Physics Letters B*, 78(1):97–101, 1978.