

به نام خدا  
آشنایی با نسبیت عام  
تمرین سری دوم  
موعد تحویل : ۹ آبان ۱۴۰۲ ساعت ۲۴

---

## ۱ لاگرانژی ذره آزاد نسبیتی

فرض کنید ذره ای روی مسیر گاما در فضا زمان مینکوفسکی حرکت کند. تنها کمیت ناوردای لورنتسی که به این مسیر میتوانیم نسبت دهیم، زمانی است که ساعت همراه ناظر نشان می دهد، یعنی طول فضا زمانی خم گاما. بنابراین عبارت زیر حدس معقولی برای کنش این ذره است:

$$S = \alpha \int_{\Gamma} d\tau$$

که  $\tau$  زمان ویژه ذره مورد نظر است.

الف) نشان دهید برای این که در حد غیر نسبیتی، به لاگرانژی  $\frac{1}{2}mv^2$  برسیم، باید  $\alpha = -mc^2$  (ب) با وردش گیری بر حسب  $x^\mu(\tau)$ ، به معادله حرکت  $\frac{du^\mu}{d\tau} = 0$  برسید

## ۲ چهار-بردار نیرو (نیرو مینکوفسکی)

چهار-بردار نیرو به صورت مقابل تعریف می شود  $K^\mu = \frac{dP^\mu}{d\tau}$  الف) نشان دهید  $K^\mu = (\gamma \mathbf{F} \cdot \frac{\mathbf{u}}{c}, \gamma \mathbf{F})$  که  $\mathbf{F}$  سه بردار نیرو است.

## ۳ چهار-بردار شتاب

الف) چهار بردار شتاب به صورت مقابل تعریف می شود  $a^\mu = \frac{du^\mu}{d\tau}$  که  $u$  چهار-بردار سرعت لحظه ای است. نشان دهید چهار بردار شتاب یک چهار-بردار مکان گونه است و بر  $u$  عمود است. (ب) در یک شاره هر ذره چهار-بردار سرعت مخصوص به خود را دارید بنابراین برای شاره یک چهار-میدان برداری مانند  $u(t, x)$  داریم. نشان دهید  $a^\mu = u^\nu \partial_\nu u^\mu$

## ۴ تانسور انرژی-تکانه

فرم کلی تانسور انرژی-تکانه برای یک شاره ایده آل به صورت مقابل است:  $T^{\mu\nu} = (\rho + p)U^\mu U^\nu + p\eta^{\mu\nu}$  برای بررسی تحول همچنین شاره ای یک معادله حالت که فشار را به چگالی انرژی مربوط می کند مشخص میکنم  $p = p(\rho)$  برای مورد خاص غبار فشار را صفر بگیرید و  $\partial_\mu T^{\mu\nu}$  را حساب کنید و جواب خود را تفسیر کنید.

لطفاً نام، نام خانوادگی و شماره دانشجویی خود را بالای برگه تحویلی بنویسید.

”From this hour on, space by itself, and time by itself, shall be doomed to fade away in the shadows, and only a kind of union of the two shall preserve an independent reality.” – Minkowski, 1909.