نمونه سوالات پایان ترم مکانیک کوانتومی II

۱. هامیلتونی یک نوسانگر غیرهماهنگ به شکل زیر است:

$$H = \frac{P^۲}{۲m} + \frac{۱}{۲}m\omega^۲X^۲ + \lambda X^۴$$

انرژی حالت پایه را تا مرتبه دوم پارامتر λ بدست آورید.

۲. چاه پتانسیل یک بعدی بی نهایت را با پتانسیل زیر در نظر بگیرید:

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x \leq ۰ \\ -\lambda Sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) & ۰ < x < a \\ \infty & x \geq a \end{cases}$$

انرژی حالت پایه و اولین حالت برانگیتخ را تا مرتبه اول پارامتر λ، برای ذره ای که درون این پتانسیل قرار دارد پیدا کنید.

۳.الکترونی تحت اثر نیروی کولنی است و در اولین حالت برانگیخته است؛ اگر پتانسیل زیر بر الکترون وارد شود:

$$V(r) = \lambda f(r)xy$$

که $f(r)$ در rهای بزرگ به سرعت افت می کند، تصحیح وارد بر انرژی را در مرتبه اول حساب کنید.

۴. در مسئله نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی، عملگرهای $X_H, P_H, a_H, a_H^\dagger$ را بدست آورید؛ معادله حرکت هایزنبرگ را بنویسید و این معادلات را حل کنید.

۵. حرکت دو ذره با هامیلتونی زیر صورت می گیرد:

$$H = \hbar\gamma(X_A P_B - P_A X_B)$$

که برچسب های A,B ذره ی اول و دوم را مشخص می کند و بین عملگرها رابطه کانونی $[X, P] = i\hbar$ برقرار است.

عملگرهای $X_{A,B}^H$ و $X_{A,B}^P$ را بدست آورید؛ یعنی عملگرهای مکان و تکانه هر ذره در تصویر هایزنبرگ.

۶. نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی با بار q را در نظر بگیرید؛ آن را در معرض پتانسیل زیر قرار می دهیم:

$$V(t) = \begin{cases} -qEx & ۰ < t < \tau \\ ۰ & t \leq ۰ \ or \ t \geq \tau \end{cases}$$

الف) $P_{۰\to۱}$ را در مرتبه اول حساب کنید.

ب) نشان دهید در مرتبه اول اختلال $P_{۰\to۲} = ۰$

ج) $P_{۰\to۲}$ را در مرتبه دوم اختلال حساب کنید.

۷. اتم هیدروژن در میدان الکتریکی زیر قرار می گیرد:

$$V(t) = \begin{cases} E_۰ e^{-\gamma t}\hat{z} & t \geq ۰ \\ ۰ & t < ۰ \end{cases}$$

احتمال این که الکترون حالت پایه به حالت ۲p گذار داشته باشد، در حد $t \to \infty$ بدست آورید.

۸. هامیلتونی سیستم دو حالته ای به شکل زیر است:

$$H_۰ = \begin{pmatrix} E_۱^۰ & ۰ \\ ۰ & E_۲^۰ \end{pmatrix}$$

اختلال زیر به آن وارد می شود:

$$V(t) = V_۰ \begin{pmatrix} ۰ & \cos(\omega t) \\ \cos(\omega t & ۰ \end{pmatrix}$$

اگر در $t = ۰$ سیستم در حالت $|\psi_۱\rangle = (۱,۰)^T$ با انرژی $E_۱^۰$ باشد، احتمال این که در زمان t در حالت $|\psi_۲\rangle = (۰,۱)^T$ باشد را حساب کنید. ($|E_۱^۰ - E_۲^۰| \gg \hbar\omega$)