

آزمونک چهارم - درس نظریه گروه‌ها

استاد درس: دکتر رضاخانی

دستیارهای درس: حسین محمدی، زهرا کبیری

۳۱ اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳

سوال‌های زیر با هدف مرور مفاهیم اولیه گروه‌های ماتریسی طراحی شده است. از بین دو سوال زیر یکی را به دلخواه انتخاب و حل کنید.

سوال (۱): G را گروه ماتریسی زیر بگیرید.

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z} \right\}$$

عمل گروه هم جمع اعداد صحیح است. زیرگروه H را متشکل از ماتریس‌های 2×2 بگیرید که تمام درایه‌هایش زوج است. گروه خارج‌قسمتی G/H را پیدا کنید و مرتبه‌اش را بنویسید.

سوال (۲):

ماتریس‌های $R \in SO(3)$ و $L \in SL(2, \mathbb{R})$ و ماتریس دلخواه T که 3×2 است و درایه‌های حقیقی دارد، در نظر داشته باشید. همچنین ماتریس $0_{2 \times 3}$ ماتریسی است که تمام درایه‌هایش صفر است. ماتریس 5×5 زیر را بسازید.

$$\left[\begin{array}{c|c} R_{3 \times 3} & T_{3 \times 2} \\ \hline 0_{2 \times 3} & L_{2 \times 2} \end{array} \right]$$

آیا این ماتریس‌ها با عمل ضرب ماتریسی، تشکیل یک گروه می‌دهند؟