

تمرین سری اول کیهان شناسی – پاییز ۱۴۰۰

مهلت تحویل: شنبه، ۲۴ مهر

سوال یک

نشان دهید که نیروی گرانش در فاصله شعاعی R از مرکز یک توزیع کروی ماده مانند این عمل می کند که گویی تمام جرم داخل R در یک نقطه واحد در مرکز متمرکز شده است. همچنین نشان دهید که اگر توزیع کروی ماده تا فاصله ای بیشتر از R امتداد داشته باشد، اثر نیروی اجرام خارج این فاصله از بین می رود.

سوال دو

یکی از مسائل مهم در کیهان شناسی، بررسی تحول کهکشان ها و عوامل موثر بر آن هاست. به عنوان مثال، داده های رصدی نشان می دهند که نسبت تعداد کهکشان های مارپیچی به کهکشان های بیضوی در خوشه های کهکشانی با قرمزگرایی های بالا، بیشتر از این نسبت در خوشه های کهکشانی با قرمزگرایی پایین است. یکی از سناریوهایی که برای توضیح این مسئله مطرح شده است برخورد میان کهکشان هاست. می خواهیم بررسی کنیم که این ادعا تا چه اندازه می تواند درست باشد.

ابتدا مرتبه ی بزرگی ابعاد یک کهکشان و ابعاد نوعی یک خوشه را بررسی کنید. هم چنین سرعت نوعی کهکشان ها در یک خوشه از مرتبه ی $\sigma_{cl} = 1000 km/s$ است و هر خوشه تقریباً $N_g = 1000$ کهکشان را در خود جای داده است. محاسبه کنید که هر کهکشان در زمانی به اندازه ی عمر عالم چند برخورد با سایر کهکشان ها خواهد داشت؟ احتمال برخورد را محاسبه کنید.

با توجه به عددی که به دست آوردید ادعای بالا تا چه اندازه صحیح است؟

سوال سوم

درخشندگی نوعی یک کهکشان روشن از مرتبه ی $L \sim 10^{11} L_{\odot}$ است. هم چنین میانگین چگالی این کهکشان ها از مرتبه ی $n \sim 0.001 galaxies/Mpc^3$ است. اگر سن عالم ۱۵ میلیارد سال باشد، شار کل دریافتی بر روی زمین ناشی از تمامی کهکشان های عالم، F_{gal} چقدر است؟ سپس F_{gal} را با F_{\odot} ، که شار رسیده از خورشید بر روی زمین است، مقایسه کنید. (به میزان لازم ساده سازی کنید!)

سوال چهارم

همانطور که در کلاس بحث شد رابطه ی میان ثابت هابل و فاکتور مقیاس $H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$ این چنین است. (در سراسر این سوال $c = 1$ فرض شده است.)

(الف)

در این بخش شما باید فاکتور مقیاس را حول t_0 (عمر کنونی کیهان) تا مرتبه اول بسط دهید و سپس از رابطه فاکتور مقیاس و انتقال به سرخ، $1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t)}$ ، استفاده کنید و قانون هابل را بدست آورید.

(ب)

حال از دو طرف رابطه $1 + z = \frac{a(t_o)}{a(t)}$ ($t_o \equiv$ Observation time) بر حسب t_o مشتق بگیرید و در نهایت با استفاده است از رابطه ی $\frac{dt}{dt_o} = \frac{a(t)}{a(t_o)}$ معادله ی زیر را بدست آورید.

$$H(t) = H_o(1 + z) - \frac{dz}{dt_o}$$