3. لایه نشانی (Ballistic Deposition)

در بخش قبل با فراکتال‌های قاعده مند و خود تشابه آشنا شدیم. هر چند این فراکتال‌ها بسیار زیبا هستند و از دید نظری هم مطالعه‌شان بسیار ساده‌است ولی در طبیعت بسیار نادراند. در عوض خواص خود تشابهی در بسیار دیگری از پدیده‌های طبیعت به طور آماری مشهود است. به طور مثال وقتی که شما به ساحل دریا نگاه می‌کنید مستقل از اینکه با چه جزییاتی به ساحل نگاه کنید، آنرا خطی ناهموار با خمیدگی‌های تصادفی می‌بینید. اگر به تصویر ماهواره‌ای این ساحل نگاه کنید، خمیدگی‌ها در مقیاس چند کیلومتر هستند ولی وقتی در کنار ساحل ایستاده‌اید مقیاس متر دارند. هر چند این ناهمواری‌ها دقیقا یکسان نیستند ولی در هر دو مقیاس شکلهای مشابهی دارند. این شباهت به حدی است که اگر در حاشیه تصویر به مقیاس شکل اشاره نشود امکان تخمین این مقیاس برای بیننده وجود ندارد. البته شدت ناهمواری در بسیاری از پدیده‌های طبیعی می‌تواند به مقیاس مشاهده نیز بستگی داشته باشد. مثلا کره زمین از روی ماه سیاره ای هموار و تقریبا صاف دیده می شود و با تصویری که شما در موقع عبور از دامنه های البرز می‌بینید بسیار متفاوت است. ناهمواری سطوح یکی از مباحث بسیار جذاب و مهم در فیزیک است. به طور مثال در فیزیکِ ماده چگال یکی از مهمترین مسایل، چگونگی رشد مواد و دینامیک سطح لایه نشانی شده می‌باشد. مدل های متفاوتی برای توصیف فرآیندهای رشد آرایه می‌شود. این پدیده در علم و فناوری به دلیل اهمیتی که دارد بسیار مورد توجه است، و مطالعات نظری و شبیه سازی بسیاری در این باره وجود دارد.

توجه ما به این موضوع در بخش‌های ابتدایی این کتاب به دلیل جذابیت های فرآیندهای رشد و نیز سادگی الگوریتم ها و مدل‌های معتبر برای مطالعه ی این فرآیندهاست. با توجه به اینکه مقصود این کتاب معرفی آلگوریتم‌های تصادفی است، شاید شبیه سازی فرآیندهای تصادفی مثال خوبی برای ورود به موضوع شبیه سازی سیستم‌های فیزیکی باشد. در حقیقت رفتار تصادفی این سیستم‌ها ناشی از افت و خیزهای حرارتی در طی فرآیند رشد است. بدیهی است که فیزیک رشد وابستگی زیادی به دما و شدت افت وخیزها دارد ولی ما از این جزییات فعلا چشم پوشی می‌کنیم.

یکی از فرایندهای بسیار پرکابرد رشد، "لایه نشانی" است. فیزیک لایه‌های نازک کاربرد بسیار زیادی در شاخه‌های مختلف فیزیک و فناوری از قبیل اپتیک و الکترونیک دارد. برای تولید لایه‌های نازک از روش‌های متفاوت لایه نشانی استفاده می‌شود. در ساده‌ترین این روش‌ها بخاری از یک ماده در مجاورت زیر لایه قرار داده می‌شود تا ذرات بخار فرصت نشست بر روی زیر لایه را بیابند. به این ترتیب با گذشت زمان لایه‌ای از اتم‌های (مولکول‌های) بخار بر روی زیر لایه می‌نشینند. عوامل زیادی بر ساختار، شکل لایه و دینامیک رشد اثر می‌گذارند. جنس و ساختار کریستالی زیر لایه، فشار بخار، دما، و برهمکنش بین ملکول‌های بخار و زیر لایه از جمله عوامل موثر هستند. به دلیل وجود عوامل مختلف و مهمتر از همه افت و خیزهای حرارتی در حرکت ذرات در محفظه ی لایه نشانی، فرآیند نشست ذرات به شدت تصادفی است و سطح لایه دارای ناهمواری است. ساختار این ناهمواری و دینامیک آن نیز بستگی به مواد و

روش رشد دارد. در طی فرآیند رشد نه تنها ضخامت لایه افزایش می‌یابد بلکه ناهمواری سطح آن نیز رشد می کند. اگر سطح زیر لایه را هموار فرض کنیم و این سطح ایده‌آل را در مبدا مختصات قرار دهیم، در ابتدا ارتفاع لایه در تمام نقاط صفر است. با شروع نشست، ارتفاع در نقاط مختلف شروع به تحول می‌کند و با زمان تغییر می‌کند. ارتفاع لایه در نقطه $\vec{r}$ و در زمان t را با $h(\vec{r},t)$ نشان می‌دهیم و مقدار متوسط مکانی آن یعنی ضخامت متوسط لایه در زمان t را $\bar{h}(t)$ نشان می‌دهد. مقدار انحراف از میعار ارتفاع نیز نشان دهنده زبری (ناهمواری) سطح است. در ادامه سعی می‌کنیم با تمرکز بر مسئله‌ی لایه نشانی راهکاری کلی در شبیه سازی مسایل فیزیکی را طی کنیم. در اولین قدم هدف یافتین مدلی است که حد اکثر انطباق را با مسئله مورد نظر داشته باشد. قدمهایی که برای مدل سازی این مسئله مطرح می‌شود بسیار عمومی است و در بسیاری از مسائل دیگر در فیزیک نیز قابل استفاده بوده و کاربرد دارند.

- گسسته سازی فضایی:

  در این مسئله‌ی خاص به دلیل اهمیت ساختار میکروسکوپی زیر لایه و حتی خود لایه، گسسته سازی مختصات شاید کاملا معقول و در جهت صورت مسئله باشد. به طور مثال وجود ساختار کریستالی زیر لایه و برهمکنش‌های مولکولی امکان نشست مولکول‌های لایه در هر نقطه را از آن می‌گیرد و جایگاه‌هایی را برای نشست تعیین می‌کند. ولی حتی اگر این گونه نبود ویا اگر ما نیاز به شبیه سازی در مقیاسی داشته باشیم که توان تفکیک ما از اندازه‌ی مولکولی بسیار ضعیف‌تر باشد و محیط برایمان پیوسته باشد، باز هم در بسیاری از شبیه سازی‌ها ترجیح می‌دهیم برای سادگی مدل سازی، مسئله را در فضای گسسته در نظر بگیریم. به این گونه ما مقیاس مکانی سیستم را تعیین می‌کنیم.

- گسسته سازی زمانی:

  فرآیند گسسته سازی فقط به مکان محدود نمی‌شود. هر چند در حقیقت هیچ قیدی میان فاصله زمانی نشستن ذرات بر روی زیر لایه وجود ندارد و توزیع زمانی این وقایع یک کمیت پیوسته است، باز هم برای راحتی کار می‌توان فرض کرد که برای رشد یکنواخت و با نرخ ثابت، این ذرات با فاصله های زمانی مساوی بر روی سطح می‌نشینند. با این فرض مقیاس زمانی شبیه سازی به کمک نرخ نشست داده می شود.

- تقلیل بعد فضایی مسئله:

  هرچند ما همیشه تمایل داریم که مدلی که می‌سازیم تا حد امکان شبیه به مسئله واقعی باشد ولی بعضی مواقع به دلایل فنی مجبور به تقلیل بعد فضایی مسئله می‌شویم. مطمئنا این امر در نتایج تاثیر می‌گذارد ولی گاهی می‌تواند در درک فیزیک مسئله بسیار کمک کند. در مورد مسئله مورد نظر ما که رشد یک رویه دو بعدی است، تصمیم می‌گیریم که مسئله را به رشد یک رویه یک بعدی تقلیل دهیم. دلیل واقعی این امر نیز از هیچ پشتوانه‌ی فیزیکی برخوردار نیست. این کار را تنها به دلیل این که نمایش رویه یک بعدی بر روی نمایشگر ساده‌تر است و مشاهده این پدیده ارزش آموزشی بالایی دارد، انجام می‌دهیم. البته می‌توان تعداد زیادی فرآیند رشد یک بعدی را مثال زد تا توجیه کنیم که انتخاب ما کار خیلی بدی هم نیست و نتیجه شبیه‌سازی ما به فیزیک مسئله بسیار نزدیک است. مثال‌هایی از فرایندهایی وجود دارد که

با اینکه در ظاهر تفاوت زیادی با پدیده‌ی رشد دارند ولی رویه تولید شده توسط آنها در کلاس فرآیندهای رشد می‌نشیند. برای مثال فرآیند تر شدن کاغذی عمودی که در ظرف آبی قرار داده شده است و سطح جدایی کاغذ تر شده و خشک با زمان به سمت بالا رشد می‌کند.

– محدود کردن مسئله:

به دلیل محدودیت های محاسباتی امکان شبیه سازی‌های بسیار بزرگ وجود ندارد. پس لازم داریم که ابعاد سیستم را محدود کنیم. در کارهای پژوهشی باید نشان دهیم که این محدودیت تاثیری بر نتایج ندارند و یا درک درستی از میزان تاثیر آن و یا روش‌های اصلاح نتایج داشته باشیم.

3.1.نمای رشد دینامیکی

با در نظر گرفتن نکات بالا تصویری از مدل شبیه سازی داریم. یک شبکه یک بعدی به طول L که در هر قدم زمانی، ذره‌ای بر آن سقوط می‌کند و بر یکی از نقاط این شبکه، یا ذراتی که قبلا بر روی آن نشسته، قرار می‌گیرد و ارتفاع آن نقطه را یک واحد بالا می‌برد. پس ارتفاع متوسط لایه را می‌توان اینگونه محاسبه کرد:

$$\bar{h}(t) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} h(i,t) = \frac{t}{L}$$

که $h(i,t)$ ارتفاع در نقطه i در زمان t است. با توجه به واحد زمان انتخابی مسئله حاصل جمع که برابر با تعداد تمام ذرات نشسته تا این زمان است با زمان برابر است. در این بخش علامت بار بر روی متغیرها به معنی متوسط مکانی است.

ناهمواری سطح نیز با اندازه گیری افت وخیز ارتفاع بدست می‌آید.

$$w(t) = \sqrt{\overline{h^2}(t) - \bar{h}^2(t)}$$

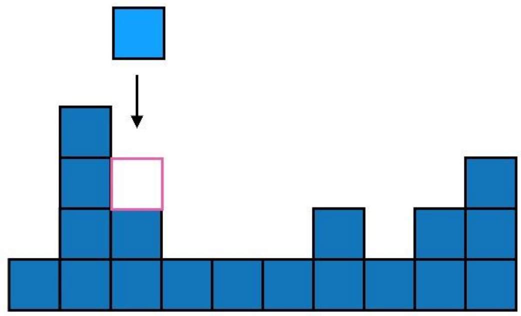
هرچند آهنگ تغییر ارتفاعِ متوسط در یک فرآیند نشستِ یکنواخت همواره ثابت است ولی در مورد ناهمواری این نکته درست نیست. بطور تجربی مشاهده می‌شود که ناهمواری با توانی از زمان رشد می‌کند،

$$w(t) \sim t^{\beta},$$

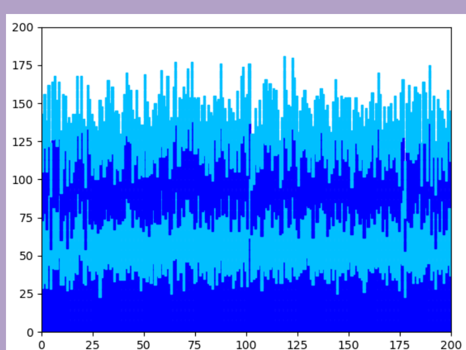
که β در این رابطه نمای رشد دینامیکی نامیده می‌شود. نکته جالب اینجاست که هرچند مکانیزم‌های متفاوتی برای رشد وجود دارد و فیزیک حاکم بر آنها نیز بسیار متفاوت است، ولی در حد ترمودینامیکی (ابعاد بسیار بزرگ) گزینه های بسیار محدودی برای نمای رشد دینامیکی وجود دارد. این نما یکی از نماهایی است که برای دسته بندی فرآیند های رشد در کلاس‌های جهانشمولی استفاده می‌شود. در ادامه این بخش و همچنین در بخش‌های دیگر با نماهای دیگری نیز آشنا خواهیم شد و به موضوع جهانشمولی باز می‌گردیم.

3.2 ول نشست (Random Ballistic Deposition)

ساده ترین مدلی که برای نشست می‌توان فرض کرد آن است که ذرات کاملا به طور کتره‌ای از ارتفاعی بالای زیر لایه بر روی آن سقوط کنند و در همان نقطه به لایه بچسبند و سطح زیر لایه را در آن نقطه یک واحد بالا بیاورند. این نشست را ول نشست می‌نامیم.



شکل 1 نمایی فرضی از فرآیند ول نشست که نحوه‌ی رشد را نشان می‌دهد.

<table>
<tr><td>3.1</td><td rowspan="2">- مدل ول نشست را در یک بعد شبیه سازی کنید. برای اینکار خطی افقی به طول 200 واحد به عنوان زیر لایه در نظر بگیرید و ذرات را به طور کاتوره‌ای بر روی آن بنشانید.
- دینامیک مدل را بر روی نمایشگر نشان دهید. برای درک بهتری از رفتار زمانی رشد بهتر است که رنگ ذرات فرودی را با زمان (هر 10×L) به طور تناوبی تغییر دهید.


- مقدار متوسط ارتفاع و ناهمواری را در بازه های زمانی متوالی محاسبه کنید.
- منحنی تغییرات ناهمواری بر حسب زمان را رسم کنید.
- β را برای ول نشست محاسبه و گزارش کنید.
- آیا تصوری از دقت عددی که در بالا گزارش کرده اید دارید؟</td></tr>
<tr><td>تمرین</td></tr>
</table>

در اینجا قبل از مقایسه‌ی مدل ساده‌ی ول‌نشست با فرایندهای واقعی رشد و هرگونه تلاشی برای تکمیل یا تعمیم آن به بحث در مورد آلگوریتم مناسب برای حل مسئله بالا می‌پردازیم.

شاید در ابتدا بنا به نحوه‌ای که مسئله‌ی بالا فرآیند ول نشست را توصیف می‌کند تصویری از یک انیمیشن در ذهن خواننده ایجاد شود. از طرف دیگر تصویری که برای ساختار لایه در یک زمان نمایش داده شده نیز تصویری دو

بعدی از آن ارایه می‌دهد. به این معنی که هر ذره در این فضا با دو مختصات x (افقی) و z (عمودی) داده می‌شود. مقدار x مقداری تصادفی کوچکتر از طول سیستم را می‌گیرد و دیگر در طی فرآیند تغییر نمی‌کند. در صورتیکه مقدار z باید مقداری به اندازه کافی بزرگ داشته باشد و طی آلگوریتم همراه با سقوط ذره این عدد شروع به کاهش می‌کند تا به مقداری که در حافظه‌ای برای ارتفاع لایه در این x برسد و در ارتفاعی بالاتر متوقف می‌شود.
اگر آلگوریتمی که در ذهن شما است کوچکترین شباهتی به سناریوی بالا دارد باید گفت که شما برای تولید یک انیمیشن توانایی خوبی دارید ولی تا شبیه ساز شدن مدل‌های فیزیکی فاصله زیادی دارید. واقعیت این است که شبیه سازی این مدل بسیار ساده‌ٔتر از این حرف‌هاست. کافی است که خط زیر را در یک حلقه قرار دهیم تا همه چیز بخوبی پیش رود.

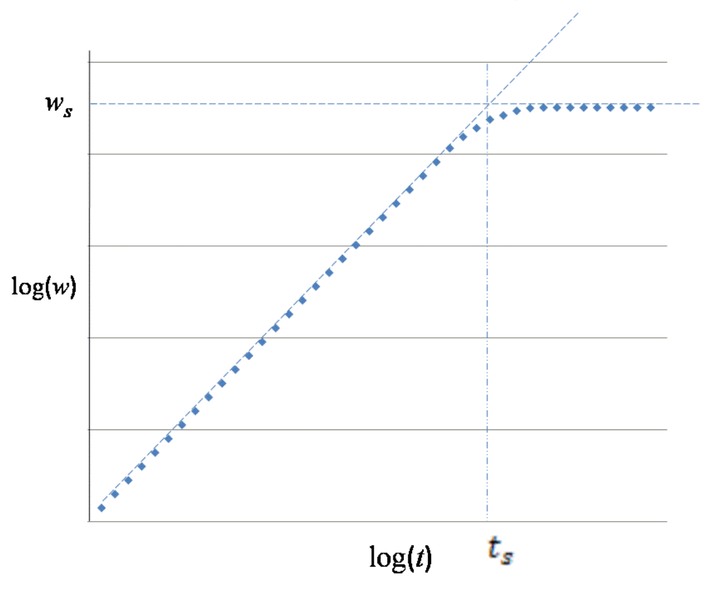
- h[randint(1,200)]+=1;

در اینجا و در ادامه‌ی این کتاب هرگاه نیاز به نوشتن برنامه یا قسمتی از آن باشد از زبان Python3 استفاده می‌کنیم. برای خوانندگان آشنا به برنامه نویسی نیازی نیست که توضیح داده شود که آرایه h باید قبلا با مقدار اولیه‌ی صفر معرفی شده باشد و شمارنده‌ی این حلقه نقش زمان را بازی می‌کند. به وسیله‌ی همین برنامه‌ی یک-خطی ول‌نشست شبیه سازی می‌شود و در هر زمان مقدار h در هرنقطه نشان دهنده‌ی ارتفاع لایه در آن نقطه است. این مقدار در هر زمان نیز می‌تواند برای نمایش، نقطه‌ای بر نمایشگر را مشخص کند. برای انجام پیشنهاد مسئله در تغییر رنگ نیز کارهای متفاوتی می‌شود کرد. شاید ساده ترین کار تقسیم حلقه بالا به دو حلقه تو در تو است که شمارنده حلقه خارجی می‌تواند به عنوان کد رنگ استفاده شود.
نکته مهم این مسئله که آنرا با مسایلی که تا کنون در این کتاب دیده‌اید متفاوت می‌کند این است که این مسئله به یک مشاهده ختم نمی‌شود و از شما می‌خواهد که کمیت‌های عددی خاصی را محاسبه و گزارش کنید. به طور خاص از شما خواسته است که مقادیر ارتفاع متوسط و ناهمواری را در بازه‌های زمانی خاصی بدست آورید و گزارش کنید. در آینده خواهید دید که کار اصلی شبیه سازان گزارش این گونه عددهاست و نمایش‌های زیبا فرع آنرا تشکیل می‌دهند. برای گزارش این عددها می‌توان از دو حلقه‌ی تو در تویی که برای نمایش ساختیم استفاده کنیم. کافی است در حلقه خارجی مقادیر خواسته شده را بدست آوریم و آنها را گزارش کنیم.
قسمت‌های آخر تمرین بالا خارج از فضای شبیه سازی هستند. این قسمت‌ها همان چیزی هستند که در فصل اول "تحلیل داده‌ها" نامیده شد. برای انجام این قسمت‌ها باید شبیه سازی به پایان برسد و نتایج عددی مورد نظر استخراج شده باشند. حال ما تعدادی جدول داریم که می‌توانیم آنها را نمایش بدهیم. مقدار ارتفاع متوسط بر حسب زمان مطمئنا یک منحنی خطی بدون هرگونه انحرافی خواهد بود. این را از مدل می‌دانیم ولی رسم این منحنی خالی از لطف نیست. همیشه یادتان باشد که در بیشتر شبیه سازی‌ها خروجی‌هایی داریم که به دلایل نظری مقدار عددی آنها را انتظار داریم. این خروجی‌ها برای اطمینان از درستی کار و اعتماد به آن نتایجی که از درستی شان مطمئن نیستیم خیلی مهم هستند.
حال می‌رسیم به گزارش β که نتیجه نهایی این مسئله است. برای این کار یک مدل داریم که به ما می‌گوید ناهمواری با زمان چگونه رفتار می‌کند. پس برای بدست آوردن β باید نتایج را بر مدل برازش داد. یکی از بهترین روشهای

برازش، که بیشتر نرم افزارهای تحلیل داده به آن مجهز هستند، استفاده از روش کمترین متوسط مجذور فاصله[4] است. برای این کار بهتر است داده‌ها به گونه‌ای رسم شود که مدل به یک خط تبدیل شود. در مورد مسئله‌ی ما اگر $\log(w)$ برحسب $\log(t)$ ترسیم شود، انتظار می‌رود خروجی خطی باشد با شیب β. به این طریق شما می‌توانید نمای دینامیکی را گزارش کنید. نکته‌ی مهم در اینجا این است که هرگاه شما عددی را گزارش می‌دهید باید دقت آنرا نیز گزارش دهید. به بحث دقت و خطا در بخش‌های بعدی مفصل می‌پردازیم. در اینجا برای داشتن تصویری از دقت عددی که گزارش می‌کنید کافی است که شبیه سازی را چند بار تکرار کنید و تعدادی β بدست آورید. به این روش شما می‌توانید متوسط این اعداد را به عنوان عدد نهایی و انحراف از معیار آنها را به عنوان معیاری از خطا گزارش کنید.

3.3.دیگر نماهای بحرانی در فرآیند نشست

شاید به نظر برسد که یک راه برای کاهش خطای عدد گزارش شده برای نمای دینامیکی افزایش زمان اجرای برنامه باشد. این ایده در مورد ول نشست و خیلی دیگر از پدیده های فیزیکی درست است ولی نمی‌شود به عنوان یک اصل به آن نگاه کرد. در بسیاری از فرآیندهای رشد، رفتار خطی منحنی $\log(\mathrm{w})$ برحسب $\log(\mathrm{t})$ یک روند دائمی نیست و بعداز گذشت زمانی (که آنرا زمان اشباع، $\mathrm{t_s}$ ، می‌نامیم) اشباع می‌شود و ناهمواری سطح به یک مقدار حدی می رسد و دیگر رشد نمی‌کند. این رفتار به طور شماتیک در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل 2 رشد ناهمواری با زمان به یک اشباع می‌رسد

[4] Least Mean Square (LMS)

ولی مقدار زمان اشباع به ابعاد سیستم بستگی دارد. این رابطه نیز به صورت مقیاسی‌است و از رابطه زیر تبعیت می کند:

$$t_s \sim L^z$$

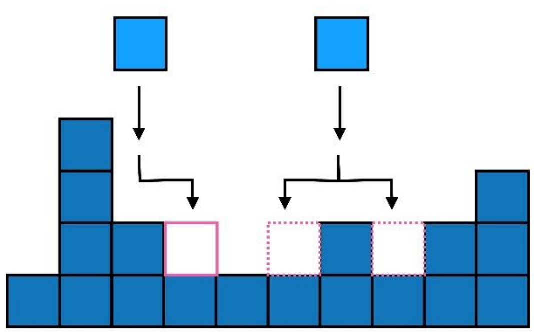
z یک نما دیگر از مجموعه نماهایی است که کلاس جهانشمولی فرآیند رشد را تعیین می‌کند. w_s، مقدار ناهمواری در زمان اشباع هم با توجه به اینکه ناهمواری تا نقطه اشباع بر روی خط مدل است با ابعاد سیستم باید رفتاری مقیاسی نشان دهد،

$$w_s \sim t_s^{\beta} \sim L^{z\beta} \sim L^{\alpha}$$

که α نیز یک نمای دیگر است که همانطور که از رابطه بالا پیداست مستقل از دو نمای دیگر نیست.

3.4 پایین نشست(Ballistic Deposition with Relaxation)

در بیشتر فرآیندهای نشست، ذرات بر روی سطح، آزادی حرکتی محدودی دارند. به این ترتیب دلیلی وجود ندارد که در اولین جایگاهی که سقوط می‌کنند متوقف شوند. این جابجایی می‌تواند سطح را هموارتر کند چون ایجاد اختلاف ارتفاع زیاد در جایگاه‌های مجاور خیلی مطلوب نیست. برای مدل کردن این فرآیند مجددا فرض می‌کنیم که ذرات به صورت کتره‌ای از ارتفاعی بالای زیر لایه بر روی آن سقوط کنند. ولی بعد از رسیدن به سطح، امکان جابجایی به اندازه‌ی یک واحد، برای پیدا کردن جایگاهی در ارتفاع پایین‌تر به ذره داده شود. به این ترتیب اگر ذره در همسایگی جایگاه اولیه فرود خود جایگاهی با ارتفاع پایین‌تر بیابد به آنجا سقوط می‌کند. در صورتی که هر دو همسایه در ارتفاع پایین تری باشد همسایه کوتاه تر را انتخاب می‌کند و در صورتی که ارتفاع ها برابر باشند به طور تصادفی به یکی از آنها خواهد رفت. این نشست را "پایین نشست" می‌نامیم.



شکل 3 نمایی فرضی از فرایند ته نشست که نحوه‌ی رشد را نشان میدهد

آلگوریتم این شبیه سازی بسیار شبیه مسئله قبل است. تغییراتی جزیی نیاز است تا بعد از انتخاب یک جایگاه به طور کاتوره‌ای مقادیر ارتفاع در این جایگاه و دو جایگاه مجاور مقایسه شوند و به این وسیله جایگاهی که ارتفاعش باید افزایش یابد بدست آید. ولی این مدل یک تفاوت اساسی با ول نشست دارد و آن وجود همبستگی است. در مدل ول نشست هر جایگاه مستقل از همسایگانش رشد می‌کرد و هیچ سازوکاری که بتواند بین جایگاه های مختلف همبستگی ایجاد کند وجود نداشت. در ته نشست همسایه‌ها همدیگر را می‌بینند. هر جایگاه نمی‌تواند خیلی بیش از همسایه اش رشد کند. این خاصیت دلیل اصلی وجود اشباع در این مدل است. هر چند در نگاه اول هر جایگاه فقط همسایه اولش را می‌بیند ولی با تحول این سیستم طول همبستگی بین جایگاه‌ها نیز رشد می‌کند و ارتفاع یک جایگاه به ارتفاع همسایه‌های دور تر نیز همبسته می‌شود. در فصل‌های بعد تعریف دقیقی از طول همبستگی ارایه خواهیم کرد. ولی در این جا کافیست که به این واقعیت که طول همبستگی با زمان نشست رشد می‌کند، اعتماد کنیم. ولی محدود بودن طول شبیه سازی، امکان رشد نامتناهی را به طول همبستگی نمی‌دهد. یک حد اشباع برای طول همبستگی وجود دارد و این همان عاملی است که باعث می‌شود ما در این سیستم یک اشباع برای ناهمواری ببینیم. عدم وجود همبستگی در ول‌نشست باعث شده بود که در آنجا ناهمواری اشباع نشود.

3.5 شرایط مرزی

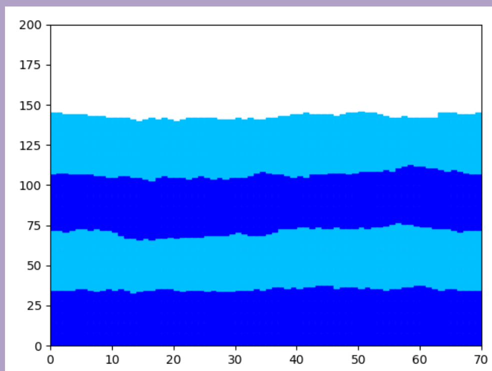
مستقل از فیزیک جدیدی که وجود همبستگی برایمان به همراه دارد، این خاصیت یک مشکل تکنیکی هم برای شبیه سازی ایجاد می‌کند. اگر بخواهیم قوانین بازی را برای تمام جایگاه‌ها اجرا کنیم در مورد دو جایگاه انتهایی با مشکل روبرو می‌شویم. این دو جایگاه با بقیه متفاوت هستند. برای حل این مشکل دو راه وجود دارد.

- شرط مرزی دیواره‌ی صلب

  در این حالت قبول می‌کنیم که این دو جایگاه با بقیه متفاوت هستند و فقط یک همسایه دارند. این کار همگنی مسئله را مخدوش می‌کند. همسایه‌های این دو جایگاه شانس بیشتری برای دریافت ذرات فرودی بر همسایگانشان را دارند. به طور کلی هر گونه فرضی که نقاط مرزی را متمایز از دیگر نقاط کند باعث می‌شود که مرز در نتایج تاثیر مشهودی داشته باشد و این به طور کلی بسیار نامطلوب است مگر در مواردی که واقعا تمایلی بر مطالعه مرزهای فیزیکی باشد.

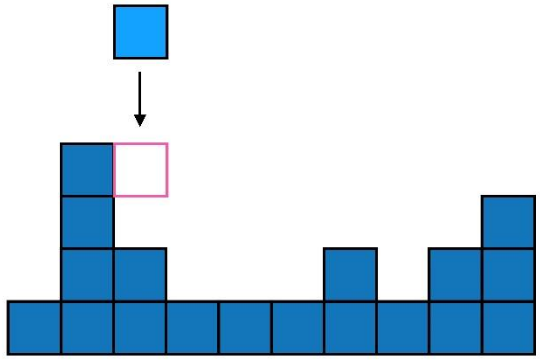
- شرط مرزی تناوبی

  فرض کنیم که در مجاورت این سیستم مجموعه‌هایی کاملا مشابه با آنچه ما شبیه سازی می‌کنیم وجود دارد. به دلیل آنکه فقط همسایه اول مورد توجه است نیاز به تکرار کل سیستم نیست وفقط می‌توان تصویری از دو جایگاه انتهایی در انتهای دیگر در نظر گرفت. در حقیقت این عمل مانند این است که دو انتهای شبیه سازی را مانند یک حلقه به هم متصل کرده‌ایم. ضمن این که این حلقه همچنان طول محدودی دارد ولی در یک حلقه هیچ تفاوتی بین نقاط شبکه وجود ندارد. این پیشنهاد به دلیل همگن نگه داشتن فضا بر شرط مرزی دیواره صلب ارجح است.

تمرین 3.2	
تمرین	 - مدل پایین نشست را در یک بعد شبیه سازی کنید. برای اینکار خطی افقی به طول 200 واحد با مرز متناوب به عنوان زیر لایه در نظر بگیرید و ذرات را بر روی آن بنشانید. - دینامیک مدل را بر روی نمایشگر نشان دهید. برای درک بهتری از رفتار زمانی رشد بهتر است که رنگ ذرات فرودی را با زمان به طور تناوبی تغییر دهید. پس از مشاهده‌ی زیرلایه‌ها، بخش نمایش گرافیکی برنامه را غیرفعال کنید. - مقدار متوسط ارتفاع و ناهمواری را در بازه‌های زمانی متوالی محاسبه کنید. برای مشاهده رفتار شکل 2 چند ذره باید نشانده شود؟ - منحنی تغییرات ناهمواری بر حسب زمان را رسم کنید. برای مشاهده نقطه‌ی تغییر نما در شکل 2 باید چند بار شبیه سازی را تکرار کرده و متوسط ناهمواری را در هر نقطه نمایش دهید. - β، α و z را برای پایین نشست محاسبه و گزارش کنید. - آیا تصوری از دقت عددی که در بالا گزارش کرده‌اید دارید؟

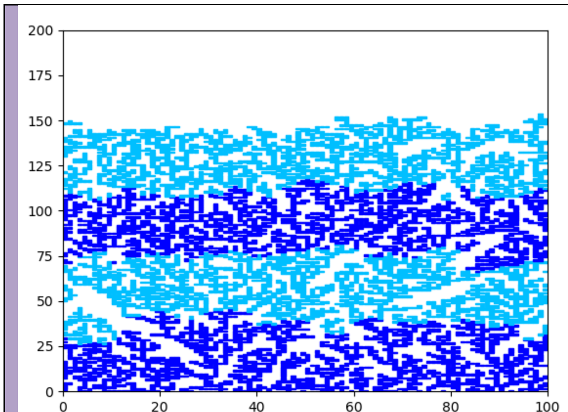
3.6.کنار نشست

اجازه حرکت بر روی سطح تنها راه برای ایجاد همبستگی میان همسایگان نیست. می‌شود ساز و کارهای دیگری را نیز پیشنهاد داد که مکان نشست ذرات فرودی وابسته به ارتفاع لایه در همسایگی باشد. یکی از این مدل‌ها کنارنشست است. مدلی که امکان رشد عرضی را نیز به لایه می‌دهد و برای نشست ذرات می‌توانند از کنار نیز به ذرات دیگر بچسبند. در این مدل مجددا فرض می‌کنیم که ذرات به صورت کتره‌ای از ارتفاعی بالای زیر لایه بر روی آن سقوط کنند. ولی به محض رسیدن به جایگاهی که در همسایگی آن ذره‌ایی قبلا نشسته باشد متوقف می‌شوند. با این روش وجود حفره در مدل امکان پذیر است و لایه‌ای متخلخل ایجاد می‌کند. رشد عرضی و وجود تخلخل، لایه را از پایین نشست متفاوت می‌کند، هرچند به دلیل وجود همبستگی میان همسایگان رفتاری مشابه ولی با نماهایی متفاوت دارد.



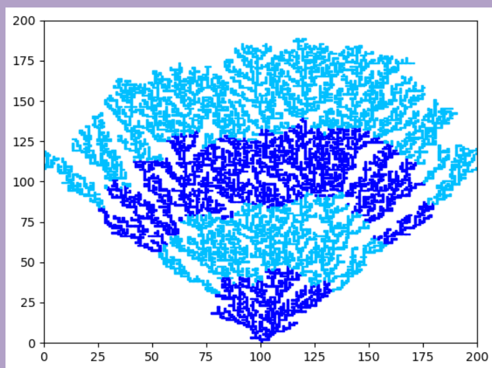
شکل 4 نمایی فرضی از فرایند کنارنشست که نحوه‌ی رشد را نشان میدهد

مشابه حالت قبل کافی است که بعد از انتخاب یک جایگاه به شکل کاتوره‌ای، ارتفاع این جایگاه با ارتفاع همسایگان مقایسه شود. در پایین نشست این مقایسه برای یافتن جایگاه و ارتفاع نهایی ذره بود و در کنار نشست به منظور یافتن ارتفاع نهایی ذره است. همچنین مشابه حالت قبل شرایط مرزی نیز اهمیت دارد.

3.3	
تمرین	- مدل کنارنشست را در یک بعد شبیه سازی کنید. برای اینکار خطی افقی به طول 200 واحد با شرایط مرزی متناوب به عنوان زیر لایه در نظر بگیرید و ذرات را بر روی آن بنشانید. - دینامیک مدل را بر روی نمایشگر نشان دهید. برای درک بهتری از رفتار زمانی رشد بهتر است که رنگ ذرات فرودی را با زمان به طور تناوبی تغییر دهید. مشابه تمرین قبل پس از مشاهده‌ی رفتار لایه‌ها قسمت خروجی گرافیک برنامه را غیرفعال کنید. - مقدار متوسط ارتفاع و ناهمواری را در بازه های زمانی متوالی محاسبه کنید. در این شبیه سازی نیز تعداد ذرات نشانده شده، همچنین متوسطگیری نتایج اجراهای متعدد بر نتیجه اثر می‌گذارد. - منحنی تغییرات ناهمواری بر حسب زمان را رسم کنید. - β، α و z را برای کوتاه نشست محاسبه و گزارش کنید.

در این مدل نیز شاهد زمانی خواهیم بود که پس از آن ناهمواری به حالت پایا می‌رسد. چرا در ول‌نشست ناهمواری پایا نیست؟ هنگامی که در مدل برهمکنش با خانه‌های همسایه‌ی نزدیک معرفی می‌شود وضعیت خانه‌ها بر خانه‌های

فراتر از همسایگی خود تاثیر خواهد گذاشت که رفتاری شبیه به طول همبستگی سیستم است. یکی از جذابیت‌های مدل کنار نشست این است که قبل از تعریف دقیقی از طول همبستگی، تصویری از آن برایمان ایجاد می‌کند. تمرین بعد به شما کمک می‌کند که این تصویر را بدست آورید.

3.4	طول همبستگی در کنار نشست:
تمرین	تمرین قبل را با یک تغییر کوچک تکرار کنید. در این تمرین به جای یک زیر لایه مسطح، با یک نقطه شروع کنید. یعنی فقط یک نقطه در فضا وجود دارد که اگر ذره ای بر آن یا همسایگان آن سقوط کند به آن می‌چسبد ولی بقیه ذرات از سیستم خارج می‌شوند. با پیشرفت فرآیند این نقطه مانند بذر یک درختچه رشد می‌کند. هم در ارتفاع و هم در عرض.  پهنای عرضی این درختچه را بر حسب زمان رسم کنید. آیا رفتار مقیاسی مشاهده می‌شود؟ نمای این مقیاس چیست؟

امکان دارد با تغیر قوانین بازی مدل‌های دیگری نیز برای رشد بتوان معرفی کرد. در مرجعی که در انتهای این بخش معرفی شده‌است تعدادی از این مدل‌ها معرفی شده‌است. ولی نکته‌ی جالب این مدل‌ها این است که همگی در کلاس جهانشمولی یکی از سه مدلی که در بالا معرفی شد قرار می‌گیرند و رفتار مقایسی آنها از مجموعه نماهایی که شما بدست آوردید تبعیت می‌کند.

3.7 مدلهای نشست رقابتی

در بعضی از مدلهای نشست، رقابتی میان جایگاه‌های نشست ذرات در جذب ذرات جدید وجود دارد. در مدل‌های با برهمکنش همسایه نزدیک که در بالا معرفی شد (پایین نشست و کنار نشست) هر جایگاه در صورت رشد سعی در بالا بردن همسایه‌های خود داشت. این رفتار یک نوع رفتار جمعی است که همبستگی میان همسایگان را افزایش می‌دهد. ولی مدل‌هایی وجود دارد که به جای همیاری رقابتی بین جایگاه‌ها ایجاد می‌کنند. در این مدل‌ها هر جایگاهی که به نحوی موفق به رشد شود سایه‌ای بر همسایگان خود می‌اندازد که از رشد آنها جلوگیری کند. به راحتی می‌تواند تصور کرد که چنین رقابتی باعث می‌شود که افت خیزها رشد کند و تفاوت میان جایگاه های کوتاه و بلند بیشتر شود. در بخش‌های بعدی به این موضوع برگشته و بیشتر صحبت خواهیم کرد. در این جا فقط بر آشنایی مقدماتی به مدلی بسیار ساده در تمرین زیر اشاره می‌شود.

3.5	ول نشست رقابتی (رشد سوزنی):

تمرین	در مدل ول نشست فرض کنید که ذراتی که برای نشستن بر روی زیر لایه به سمت آن حرکت می‌کنند به جای اینکه در راستای خط قائم (عمود بر زیر لایه) سقوط کنند در راستایی که با خط قائم زاویه می سازد حرکت می‌کنند. در این حرکت بعد از برخورد ذرات به اولین ستونی که در مسیر راهش قرار دارد جذب آن ستون شده و ارتفاع آنرا یک واحد افزایش می‌دهد. توجه کنید که این ذره امکان دارد به میان یک ستون برخورد کند. در این حالت نیز فرض بر این است که ارتفاع ستون افزایش می‌یابد. - نمایشی از سیستم ارایه کنید. - آیا رشد دینامیکی این سیستم با ول نشست مشابه است؟ - در بازهای زمانی مختلف فاصله‌ی دورترین نقاطی که در سمت چپ و راست روی شاخه قرار دارند را بر حسب زمان رسم کنید.

بیشتر بدانیم:

برای آشنایی با مدلهای مختلف لایه نشانی و فراگرفتن روشهای تحلیلی مطالعه‌ی این فرایندها کتاب “Fractal concepts in surface growth” نوشته‌ی Albert-Laszlo Barabasi و Harry Eugene Stanley بسیار کتاب جذاب و مفیدی است. در ضمن این کتاب مدلهای دیگری برای رشد را نیز معرفی میکند.