

خلاصه‌ای از مباحث کلاس حل تمرین

استاد درس: دکتر کریمی پور

جلسه‌ی چهارم: منیفلد

دستیار درس: حسین محمدی

گردآوری: حانیه ملکی

۲۴ فروردین ۱۴۰۳

در این جلسه به سؤالات زیر پاسخ دادیم:

۱. هومیومورفیک و دیفیومورفیک بودن یک دایره و مربع
 ۲. بعد فضای $C^\infty(M)$ که M یک منیفلد با بعد بزرگتر از یک است.
- همچنین در مورد مباحث زیر بحث کردیم:
۱. کلاس‌های هم‌ارزی خم‌ها روی منیفلد
 ۲. ساپورت یک تابع
 ۳. pushforward یک دیفیومورفیسم^۱
 ۴. افراز واحد^۲: منبع

^۱ کتاب‌های زیر به عنوان منابع مناسب مطالعه‌ی منیفلدها معرفی شدند:

Lee, J. M. (2012). Introduction to Smooth Manifolds. Springer New York.
Spivak, M. (1971). Calculus on manifolds: A modern approach to classical theorems of advanced calculus. Westview Press.

^۲Partition of unity

سؤالات زیر را به دقت مورد بررسی قرار دادیم:

۱. نشان دهید یک دایره و مربع هومیومورفیک هستند اما دیفیومورفیک نیستند.

۲. نشان دهید $C^\infty(\mathcal{M})$ که \mathcal{M} یک منیفلد با بعد بزرگتر از یک است، فضایی بی‌نهایت بعدی است.

۳. نشان دهید فضای مماس در یک نقطه روی منیفلد معادل است با مجموعه‌ی کلاس‌های خم‌های هم‌ارز، براساس رابطه‌ی هم‌ارزی زیر:

$$\gamma_1 \sim \gamma_2 \quad \text{if} \quad (f \circ \gamma_1)'(0) = (f \circ \gamma_2)'(0), \quad \forall f \in C^\infty(\mathcal{M}).$$