

۱ تانسور ریمان

نشان دهید رابطه زیر صحیح است:

$$R_{\mu\alpha\beta\gamma} + R_{\mu\gamma\alpha\beta} + R_{\mu\beta\gamma\alpha} = 0$$

و در ادامه نشان دهید رابطه بالا معادل است با:

$$R_{\mu[\alpha\beta\gamma]} = 0$$

[] قسمت پادمتقارن است.

۲ عالم تخت منبسط شونده

برای عالم تخت منبسط شونده،

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

نماد های کریستوفل، تانسور ریمان، تانسور ریچی و اسکالر ریچی را حساب کنید. $a(t)$ پارامتری بدون بعد است که انبساط نسبی کیهان را نشان می دهد.

۳ مشتق لی

نشان دهید مشتق لی تانسور رنک (ρ, τ) به صورت زیر است

$$\mathcal{L}_\xi T_{\mu\nu} = \xi^\lambda T_{\mu\nu;\lambda} + T_{\mu\alpha} \xi^\alpha_{;\nu} + T_{\alpha\nu} \xi^\alpha_{;\mu}$$

۴ انتقال موازی و معادله ژئودزی

انتقال موازی بردار V^μ بر روی یک خم که با پارامتر λ به صورت زیر داده می شود:

$$\frac{dx^\mu}{d\lambda} \nabla_\mu V^\nu = 0$$

اکنون معادله ژئودزی را از انتقال موازی یک بردار تانژانت بدست آورید

$$\ddot{x}^\mu + \Gamma^\mu_{\nu\lambda} \dot{x}^\nu \dot{x}^\lambda = 0$$

لطفاً نام ، نام خانوادگی و شماره دانشجویی خود را بالای برگه تحویلی بنویسید.

"[In 1912] I suddenly realized that Gauss's theory of surfaces holds the key for unlocking this mystery. I realized that Gauss's surface coordinates had a profound significance. However, I did not know at that time that Riemann had studied the foundations of geometry in an even more profound way. I suddenly remembered that Gauss's theory was contained in the geometry course given by Geiser when I was a student... I realized that the foundations of geometry have physical significance. My dear friend the mathematician Grossmann was there when I returned from Prague to Zürich. From him I learned for the first time about Ricci and later about Riemann. So I asked my friend whether my problem could be solved by Riemann's theory [Pais's italics], namely, whether the invariants of the line element could completely determine the quantities I had been looking for."

Albert Einstein, as quoted by Abraham Pais in Subtle is the Lord, Pais's scientific biography of Einstein.