

بسم الله الرحمن الرحيم

سری چهارم تمرینات درس شبیه سازی فیزیک

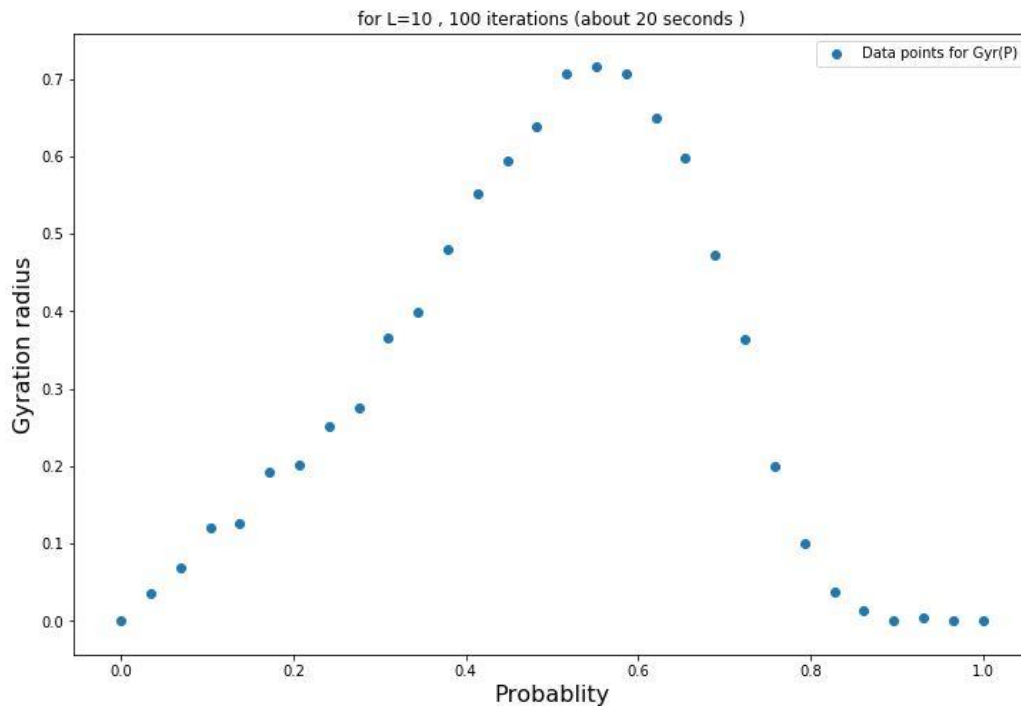
حسین محمدی - ۹۶۱۰۱۰۳۵

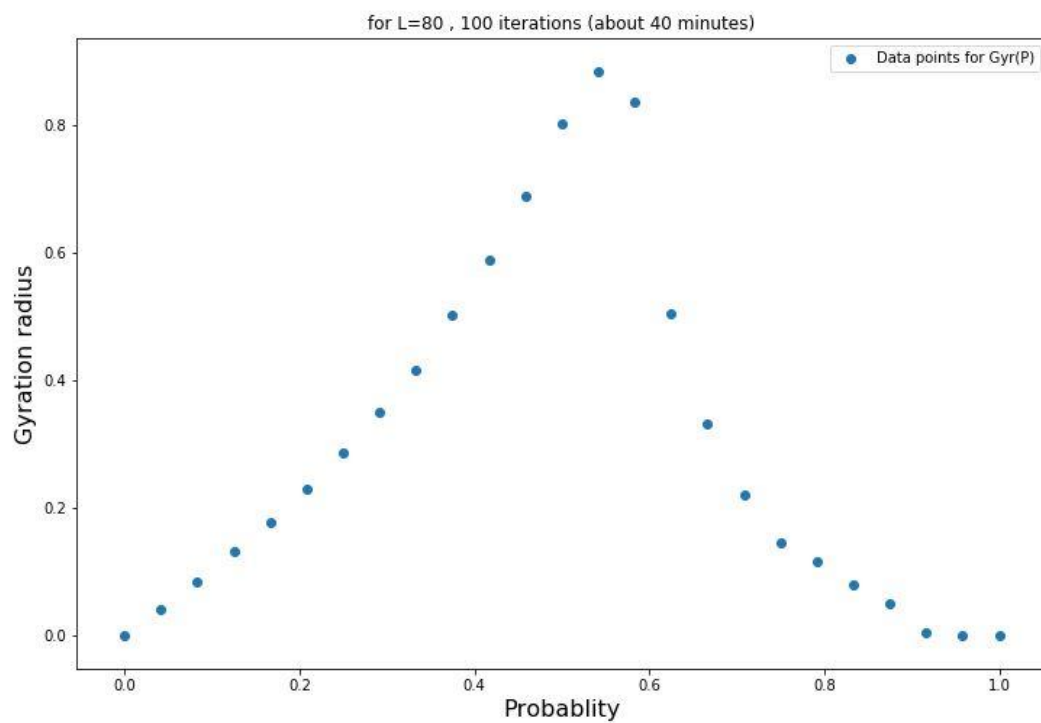
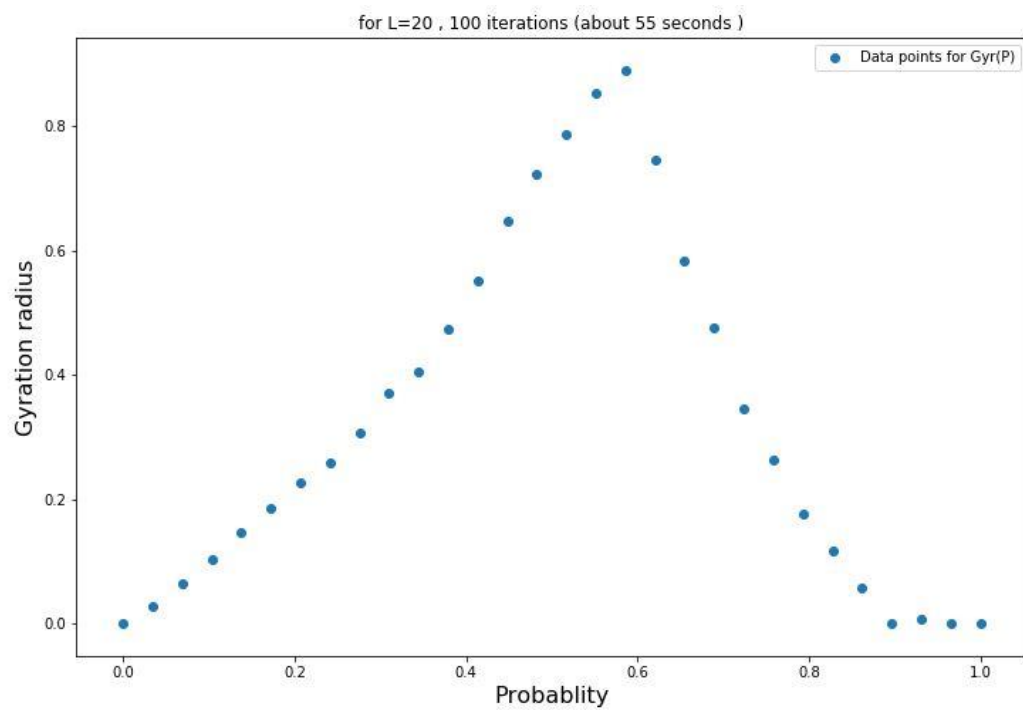
توجه: با کمک متغیرهای اولیه ی کد، گام ها و تعداد خانه ها و... را کنترل کنید، کد برای اجرای کد به کتابخانه های numpy و matplotlib نیاز مند است. تمامی نمودارها با کپشن و لیبل رسم شده اند. برای نمایش شکل در اولین اجرا کد را دو بار ران کنید.

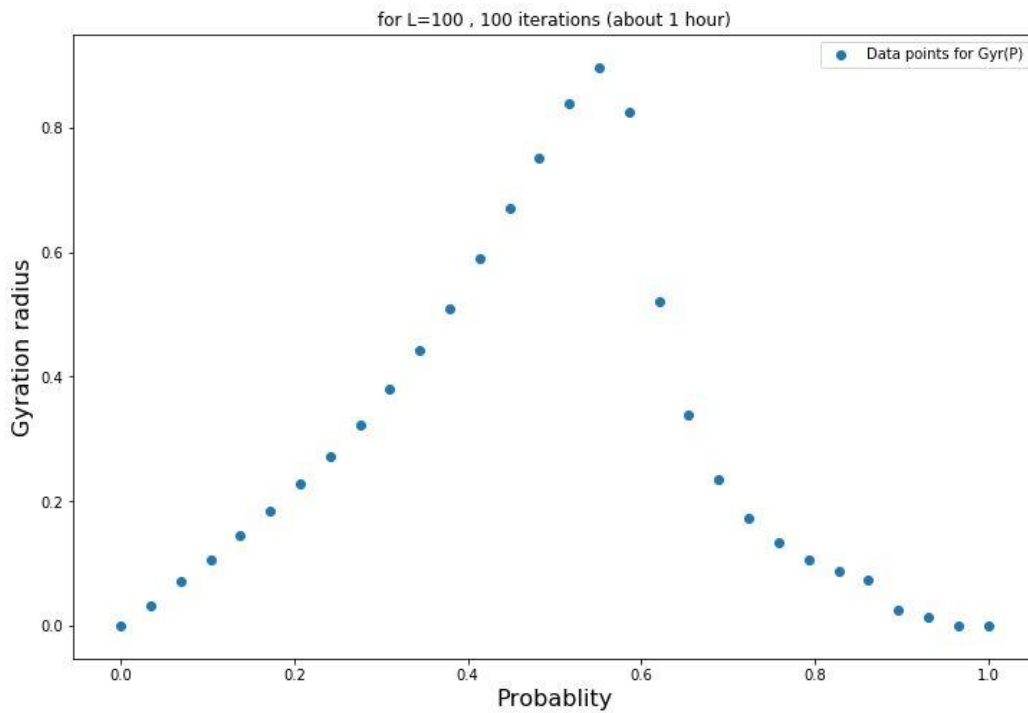
آلگوریتم این سوال که واضح است و بدست آوردن شعاع ژیراسیون را در سری قبلی تمرین ها هم نوشته بودیم. (تمرین ۳,۷ در همین مورد بود.)

نکته دیگر این است که زمان اجرای این کد به نسبت سه برابر طولانی تر از تمرینهای قبل تر است و این به علت کار کردن با آرایه ی L و کارکردن به اندیس خانه هایی است که رئیسشان یکی است.

بدون حاشیه می رویم سراغ نمودارهایی که برای این تمرین بدست آورده ایم:



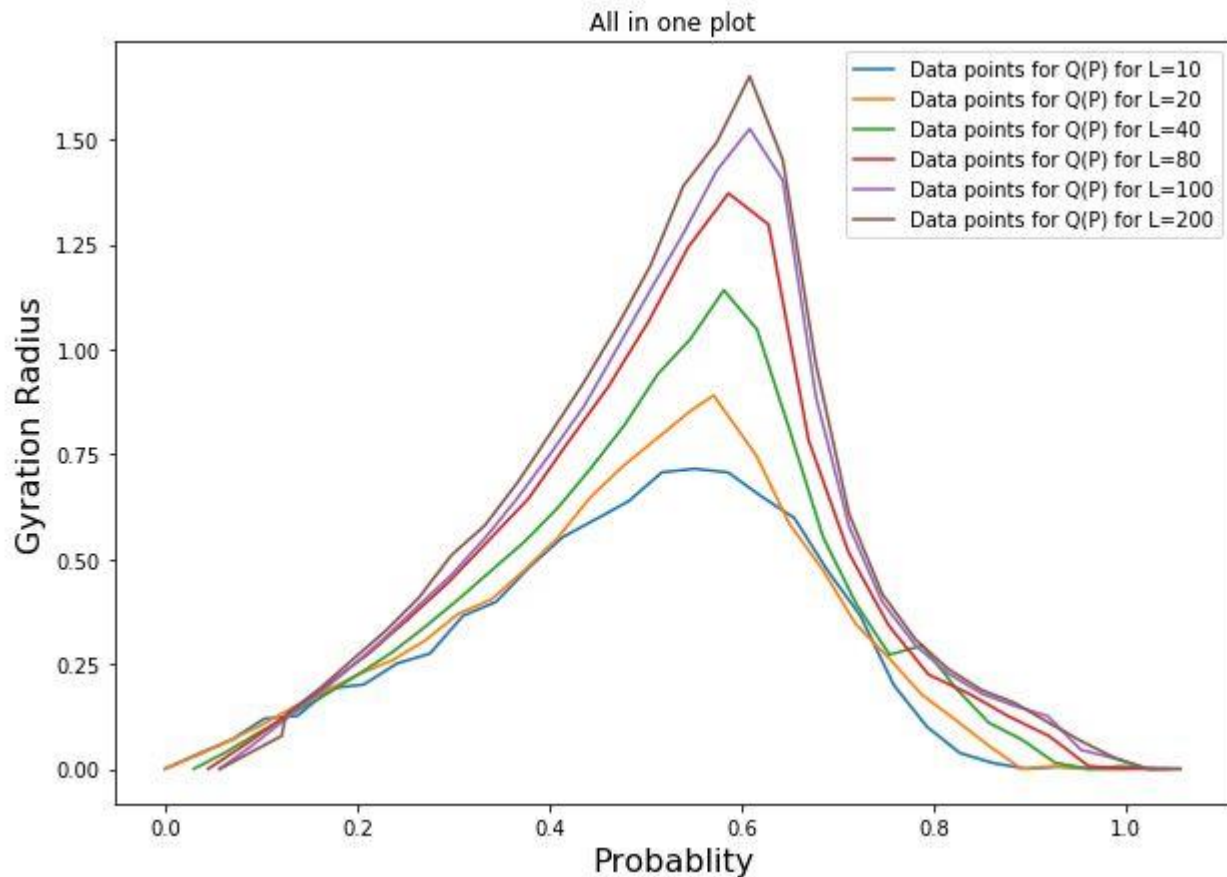




یک نکته ای که خوب در این شکل ها به ازای هر L قابل مشاهده است، عدم تقارن شکل است، انگار افت تابع بسیار سریعتر است، علت هم دور از انتظار نیست، زیرا هنگامی که خوشه بی نهایت شکل می گیرد، تقریباً بزرگترین خوشه، از لیست خوشه هایی که شعاع ژیراسیونش محاسبه می شود حذف می شود و با زیاد تر شدن احتمال، (حتی مقدار اندکی) خوشه هایی که بزرگتر هستند و شعاع ژیراسیون بالاتری دارند، سریعتر به خوشه بی نهایت می پیوندند، و مطابق این گفته، با افزایش مقدار کم P ، این شعاع سریعتر کم می شود، یا مشتق تابع شعاع ژیراسیون بر حسب احتمال بعد از قله ی نمودار بسیار زیاد و منفی خواهد بود (در حقیقت مشتق بسیار منفی خواهد بود). اما برای قبل از قله انتظار چنین روندی را نداریم زیرا که روند افزایش شعاع ژیراسیون با افزایش احتمال، تقریباً آرام است (تا رسیدن به قله) اما بعد از قله مکانیسم فرق می کند و جزیره های دارای ماکزیمم شعاع، ابتدا حذف می شوند و به همین ترتیب حذف می شوند تا مقدار تابع به صفر برسد.

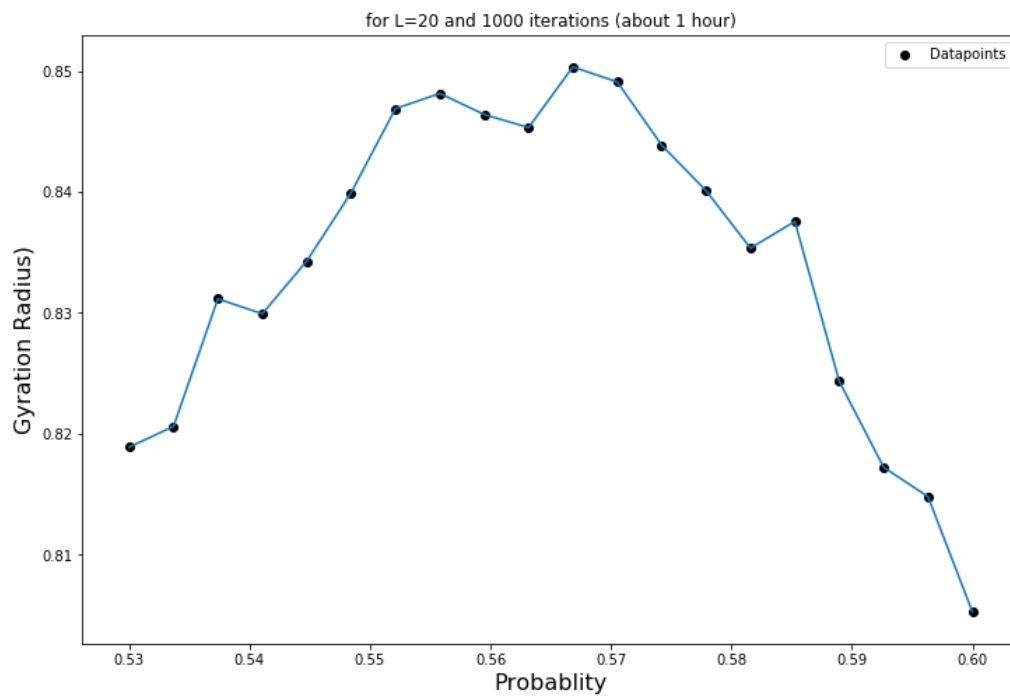
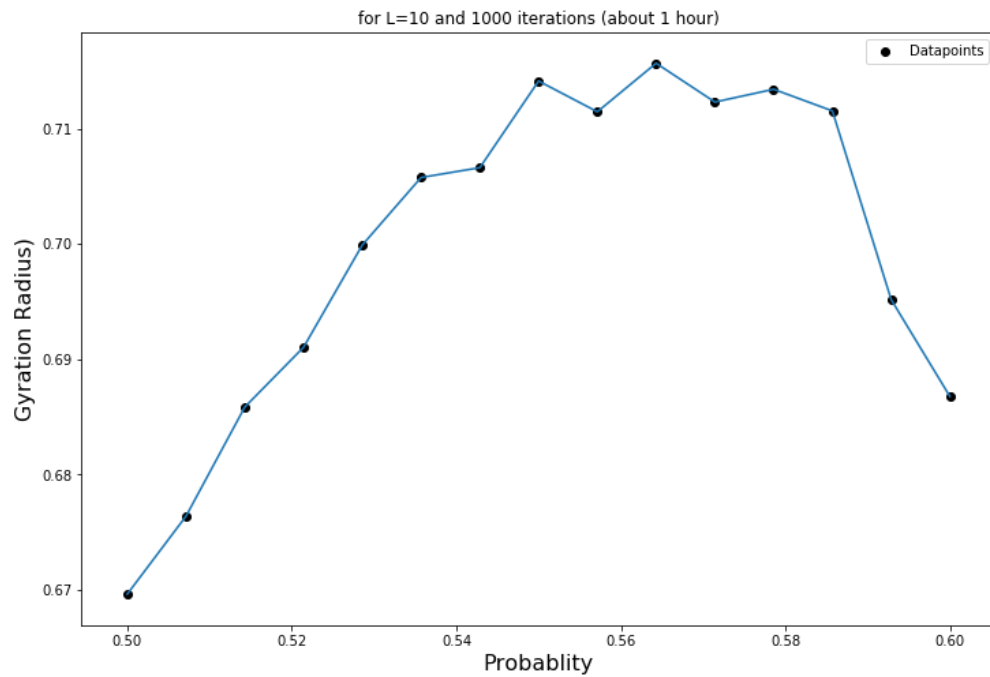
نکته جالب دیگر، پهنای هر منحنی است که رفته رفته کم می شود (برای L بی نهایت، پیش بینی این است که به تابع دلتای دیراک برسیم) و این از اینجا می آید که برای L های هر چه بیشتر، تراوش برای مقادیر بالاتری از P رخ می دهد تا به مقدار احتمال بحرانی برسد (در حقیقت این تمرین ۴,۳ است، در محدوده ی خاصی از P ، احتمال تراوش از صفر به یک می رسد و هر چه طول شبکه بزرگتر شود، پهنای این محدوده کوچک و کوچکتر می شود).

همانطور که می بینید، قله ی منحنی به سمت راست حرکت می کند، این را می توان در شکل زیر دقیقتر دید:



با زیاد شدن طول شبکه، احتمال بحرانی (منظور مولفه ی X نقطه ای که در آن ماکزیم شعاع زیراسیون رخ می دهد) رفته رفته به سمت راست نزدیک می شود، این چیزی است که تحت عنوان تصحیح اندازه محدود آن را می شناسیم و باید با برازش یک تابع نمایی یا با روش تمرین بعدی بتوانیم مقدار P_c را برای شبکه بی نهایت بیابیم. (سوالی که مطرح می شود چرا شکل به راست حرکت میکند؟ جواب احتمالی می تواند این باشد که در شبکه های با طول کم و محدود، خوشه های غیر بینهایت به اطراف شبکه گیر میکنند و فرصت رشد ندارند، فلذا به ازای احتمال کمتر از P_c به ماکزیم می رسیم، یعنی اگر شبکه را بزرگتر کنیم، خوشه های غیر بی نهایت فرصت رشد دارند و با میل دادن L به سمت بی نهایت، خوشه های غیر بی نهایت در مقدار احتمال بحرانی، به ماکسیمم حد رشد می رسند) مخلص کلام اینکه در L های محدود، خوشه های غیر بی نهایت قبل از رسیدن احتمال به P_c به اطراف شبکه گیر می کنند و در همین احتمال ها شعاع زیراسیون پیک می شود و نباید به اشتباه برداشت شود که نقاط ماکزیم همان P_c هستند.

اگر زوم کنیم، چنین می شود:



حال مایلیم که با استفاده از این داده ها برای طول شبکه بی نهایت، p_c را بیابیم :

برای مقادیر دقیقتر p_c که با zoom کردن روی شبکه یافتمشان، یک منحنی نمایی بر مقادیر L و p_c برازش کردم، ابتدا جدول را ببینید:

p_c	L
-------	-----

۰/۵۱۴	۱۰
۰/۵۲۸	۲۰
۰/۵۳۶	۴۰
۰/۵۴۲	۸۰
۰/۵۴۹	۱۰۰
۰/۵۶۴	۲۰۰

با برازش تابعی به فرم $D + Ae^{-BL}$ ، در صفحه ی کارتزین (بدون لگاریتم گیری از داده ها) و با کمک ابزار `scipy` مقدار D تقریباً برابر ۰/۵۷۸ حاصل می شود که در حد بی نهایت برابر با P_C برای شبکه ی بی نهایت است. (تابع `curve_fit` یک تابع به فرم دلخواه با ضرایب نامعین می گیرد و بهترین ضرایب را برای فیت بر داده ها برمی گرداند).

آخرین تمرین را هم به طور خلاصه همینجا گزارش می دهم:

در صورت سوال گفته شده که باید یک تابع به فرم $|P - P_C|^v$ بر آن برازش کرد

با کمک همان ابزاری که در بالا ذکر شد این کار را انجام دادم و نتیجه شد که این مقدار v برابر با ۱/۱۵ برای دیتاپوینت های $L=۱۰۰$ و برابر ۱/۱۸ برای دیتاپوینت های $L=۲۰۰$ است، این مقدار با ۱/۳۳ که در جدول ذکر شده است، کمی متفاوت است.