

آزمونک اول – درس نظریه گروه‌ها

استاد درس: دکتر رضاخانی

دستیارهای درس: حسین محمدی، زهرا کبیری

۱۴ اسفند سال ۱۴۰۲

از بین دو سوال زیر، به دلخواه یکی را انتخاب و حل کنید.

سوال اول: ثابت کنید اگر به ازای هر عضو $a, b \in G$ از گروه متناهی G ، داشته باشیم $(a.b)^2 = a^2.b^2$ ، آنگاه گروه G آبلی است.

سوال دوم: مجموعه‌ی G را مجموعه‌ی ماتریس‌های 2×2 در \mathbb{Z}_2 ، متشکل از درایه‌های صفر و یک در نظر بگیرید که دترمینان‌شان به پیمانه‌ی ۲ ناصفر است.

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \{0, 1\}, \quad ad - bc \not\equiv 0 \pmod{2} \right\}$$

نشان دهید که تحت عمل ضرب ماتریسی (به پیمانه‌ی ۲) این مجموعه تشکیل گروه می‌دهد؛ ضمناً تمامی اعضای گروه را مشخص کنید.