

بسم الله الرحمن الرحيم

گزارش کار آزمایشگاه اپتیک – دکتر مهدوی

آزمایش نهم

اندازه گیری ضریب شکست اجسام

حسین محمدی

۹۶۱۰۱۰۳۵

آزمایشگاه اپتیک – دانشکده فیزیک – دانشگاه صنعتی شریف

گروه دوم – چهارشنبه از ساعت ۱۳:۳۰ الی ۱۷:۳۰

تاریخ انجام آزمایش : ۱۵ اردیبهشت سال ۱۴۰۰

مقدمه ی آزمایش

ضریب شکست اجسام، یکی از کلیدی ترین مشخصه های آن است که رفتار نور را هنگام عبور از مرز دو ماده مشخص می کند و با در دست داشتن آن می توان فاز، سرعت و سایر مشخصه های یک جبهه موج تابیده شده به مرز را به طور کامل پیدا کرد. در بلورهای غیرهمسانگرد هم ضریب شکست منجر به بروز پدیده های بکر و شگفت انگیزی می شود که در آزمایش های قبلی شمه ای از این ویژگی ها را دیدیم؛ یعنی تغییر قطبش نور خروجی در اثر عبور از بلور دوشکستی.

در اینجا هدف ما این است که ضریب شکست اجسام مختلف را به دست بیاوریم. برای این کار سه روش داریم:

۱. استفاده از میکروسکوپ و یافتن عمق ظاهری و عمق حقیقی، در حضور و عدم حضور تیغه ی شفاف. که

$$n = \frac{\text{عمق حقیقی}}{\text{عمق ظاهری}} \text{ ضریب شکست حاصل می شود.}$$

۲. جسم را در هوا قرار دهیم و با تاباندن یک پرتو نور، زوایای شکست و تابش را اندازه بگیریم. در نهایت رابطه

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \text{ ی اسنل دکارت ضریب شکست را به ما می دهد:}$$

۳. روش دیگر استفاده از زاویه ی حدی است. زاویه ای که در آن پدیده بازتاب کلی رخ می دهد و مطابق

$$\text{رابطه ای که برای ضریب شکست داریم یعنی } n = \frac{1}{\sin \theta_c} \text{، ضریب شکست را می خوانیم.}$$

البته توجه کنید که این روش ها دقت کمی دارند (مثلا برای اندازه گیری اختلاف ضریب شکست یک بلور دوشکستی که از مرتبه هزارم یا ده هزارم است، این روش جوابگو نیست) ولی برای اندازه گیری در دقت های معمول آزمایشگاه اپتیک در دانشگاه ها، روش بسیار مشخص و سودمندی است.

در این آزمایش ما ضریب شکست را برای تیغه متوازی السطوح، عدسی مرکب و نیم قرص پلاستیکی به دست می آوریم و از سه روش ذکر شده در بالا استفاده می کنیم.

وسایل آزمایش:

- میکروسکوپ ورنیه دار
- لیزر هلیوم نئون
- سطح چرخان مدرج
- تیغه متوازی السطوح پلاستیکی
- نیم قرص پلاستیکی

- عدسی مرکب
- ریل اپتیکی
- چراغ رومیزی

آزمایش اول: اندازه گیری ضریب شکست با عمق ظاهری

در این آزمایش، از میکروسکوپ استفاده می کنیم تا عمق ظاهری و عمق حقیقی را بخوانیم.

ابتدا در عدم حضور تیغه فاصله نقطه ای را که روی صفحه زیر میکروسکوپ قرار دارد، بدست می آوریم. آن را S_1 می نامیم. سپس پس از قرار دادن تیغه ی متوازی السطوح با تنظیم میکروسکوپ به گونه ای که تصویر شفاف نقطه دیده شود، فاصله را می خوانیم و آن را S_2 می نامیم. در انتهای سعی می کنیم با تنظیم پیچ ها، تصویر روشنی از سطح رویی تیغه ی پلاستیکی حاصل کنیم و این فاصله ی جدید را هم S_2 می نامیم.

حالا مطابق رابطه ی $n = \frac{S_3 - S_1}{S_3 - S_2}$ ضریب شکست را به دست می آوریم.

جدول داده های این آزمایش چنین است:

اندازه گیری ضریب شکست با استفاده از عمق ظاهری

جدول ۹-۱

دفعات	$S_1(mm)$ $\pm 0.01 mm$	$S_2(mm)$ $\pm 0.01 mm$	$S_3(mm)$ $\pm 0.01 mm$	$(S_3 - S_2)^1$ $\pm 0.014mm$	$(S_3 - S_1)$ $\pm 0.014 mm$	n	Δn
۱	-0.51	-8.69	-20.04	11.35	19.53	1.720	0.00059
۲	-0.51	-7.48	-20.83	13.35	20.32	1.522	0.00059
۳	-0.66	-7.12	-20.24	13.12	19.58	1.492	0.00062
میانگین ضریب شکست						1.579	

همانطور که می بینید میانگین ضریب شکست و خطای آن را هم در بالا به دست آورده ایم.

محاسبه خطا:

توجه شود که خطای اندازه گیری میکروسکوپ برابر با ۰.۰۱ میلی متر است پس:

$$\Delta S_1 = \Delta S_2 = \Delta S_3 = 0.01 mm$$

و خطای تفاضل این دو می شود^۲: (عمق ظاهری را با h_i و عمق حقیق را با h_r نشان می دهیم).

^۱ مربع خطای گاوسی تفاضل دو کمیت، $\sqrt{2}$ برابر مجموع مربعات خطای دو کمیت است. که در اینجا خطای 0.014 میلی متر می شود.
^۲ با رابطه انتشار خطا یا رابطه ی خطای کمیت وابسته.

$$\delta h_i = \sqrt{\Delta S_3^2 + \Delta S_2^2} = 0.014 \text{ mm}$$

به طور مشابه می توان دید که خطای عمق حقیقی هم : $\delta h_r = 0.014 \text{ mm}$ است.

و در نهایت:

$$n = \frac{h_r}{h_i} \implies \delta n^2 = \sqrt{\left(\frac{\delta h_r}{h_i}\right)^2 + \left(\frac{h_r \delta h_i}{h_i^2}\right)^2}$$

که مقدار خطا برای تک تک داده ها در فایل اکسل به دست آمده و در ستون دوم جدول بالا نوشته شده است.

مشاهده می شود که اندازه گیری ضریب شکست با استفاده از میکروسکوپ دقیقتر از سایر روش هاست.

همچنین برای گزارش مقدار ضریب شکست، بهتر است که خطای پراکندگی را هم به دست بیاوریم، آنطور که در

فایل اکسل نوشته شده است ($\delta n = \frac{\sigma_n}{\sqrt{3}}$) خطای پراکندگی برابر با ۰.۱۲۴ واحد است.

می بینید که خطای پراکندگی بیشتر از خطای کمیت وابسته است؛ پس این خطا قابل اعتمادتر است.

$$n = n_{mean} \pm \Delta n = 1.58 \pm 0.124$$

از نظر من خطاهایی که می تواند موجود باشد:

- عدم دقت آزمایشگر برای تنظیم تطابق نقطه بر روی صفحه
- صفر نکردن سنجه میکروسکوپ
- شفاف نبودن تیغه متوازی السطوح و خراش یا شکستگی داشتن آن

آزمایش دوم: اندازه گیری ضریب شکست جسم شفاف توسط شکست نور

نور لیزر را موازی سطح چرخان قرار می دهیم. جهت انتشار نور به گونه ای است که از زوایای ۰ و ۱۸۰ درجه عبور می کند و بر محور ۹۰-۲۷۰ درجه عمود است. حالا نیم قرص پلاستیکی را طوری قرار می دهیم که قطرش بر یکی از محورها عمود باشد و نور به سطح تخت آن برخورد کند.

زوایای تابش مختلف را با چرخش نیم قرص پلاستیکی به دست می آوریم و متناظر با آن زوایای شکست را می

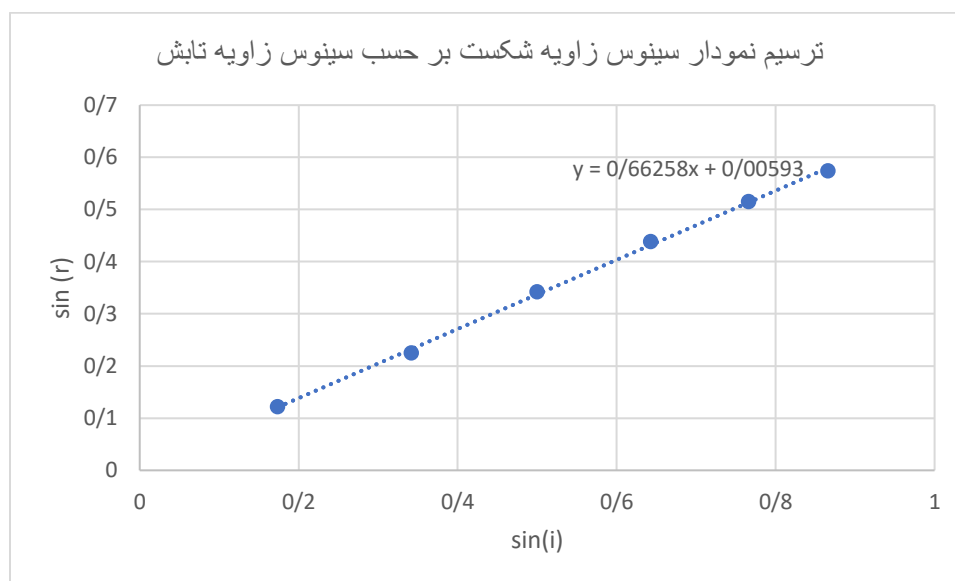
خوانیم. مطابق رابطه ی اسنل دکارت باید $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ باشد.

جدول داده های این آزمایش چنین است:

اندازه گیری ضریب شکست توسط نور جدول ۹-۲

$i(^{\circ}) \pm 1^{\circ}$	$r(^{\circ}) \pm 1^{\circ}$	$\sin i \pm \delta(\sin i)$	$\sin r \pm \delta(\sin r)$	n	Δn
10°	7°	0.173 ± 0.017	0.121 ± 0.017	1.424	0.2466
20°	13°	0.342 ± 0.016	0.224 ± 0.017	1.520	0.1360
30°	20°	0.5 ± 0.015	0.342 ± 0.016	1.462	0.0829
40°	26°	0.643 ± 0.013	0.438 ± 0.016	1.467	0.0607
50°	31°	0.767 ± 0.011	0.515 ± 0.015	1.487	0.0484
60°	35°	0.866 ± 0.008	0.574 ± 0.014	1.510	0.0406
میانگین ضریب شکست				1.478	

حالا نمودار $\sin r$ بر حسب $\sin i$ را هم ببینید:



نمودار شماره ۱: ترسیم سینوس زاویه شکست بر حسب سینوس زاویه تابش در نمونه نیم قرص پلاستیکی

که البته معکوس شیب این نمودار برابر ضریب شکست است یعنی:

$$n = \frac{1}{0.66258} = 1.509$$

می بینیم که ضریب شکست به دست آمده از ترسیم نمودار (روش کمینه مربعات)، بیشتر به دست آمده و این روش قابل اعتمادتر است چرا که خطی بودن در ذات معادله اسنل دکارت است و ما با برازش خط، به این خطی بودن عینیت بخشیدیم ولی اگر تک تک داده ها را بر یک دیگر تقسیم کنیم، خطاهایی در هر آزمایش وجود دارد که از یکدیگر قابل تفکیک نیست.

همانطور که از روش پاسخنامه معلوم بود؛ چون که برای اندازه گیری زوایا از نقاله استفاده می کنیم:

$$\Delta r = \Delta i = 1^\circ$$

برای محاسبه خطای ضریب شکست هم از رابطه ی زیر که در دستور کار آمده و معادل با فرمول خطای کمیت وابسته است استفاده می کنیم:

$$\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 = \left(\frac{\sin(i + \Delta i) - \sin i}{\sin i}\right)^2 + \left(\frac{\sin(r + \Delta r) - \sin r}{\sin r}\right)^2$$

خطای اندازه گیری شده مربوط به هر سطر جدول در ستون آخر جدول ۹-۲ آمده است؛ همچنین محاسبات آن در فایل اکسل انجام شده است.

خطای پراکندگی ضریب شکست هم مطابق فایل اکسل برابر با ۰.۰۳۵ واحد است. ($\delta n = \frac{\sigma_n}{\sqrt{6}}$)

و برای گزارش مقدار ضریب شکست از دو روش مطرح شده می نویسیم^۳:

$$n_{Table} = n_{mean} \pm \Delta n = 1.48 \pm 0.035$$

$$n_{Graph} = n_{mean} \pm \Delta n = 1.51 \pm 0.013$$

خطای نسبی این دو روش (یعنی نسبت به هم) برابر است با:

$$Error = \frac{1.51 - 1.48}{1.51} \times 100 \approx \%2$$

به نظر من این خطاها در این آزمایش وجود دارد:

- زاویه سنجی با کمک نقاله دارای خطای یک درجه است که قابل توجه است.
- حتی ضخامت باریکه پرتویی که وارد محیط شفاف می شود از یک درجه بیشتر است و این باعث می شود که آزمایشگر برای خواندن زاویه شکست و زاویه تابش دچار سردرگمی شود.
- هرگونه ناهمگونی یا اعوجاج در نمونه باعث خطا در آزمایش می شود.

³ البته باید خطای شیب خط را مستقلا به دست آورد که انجام شده است.

آزمایش سوم: اندازه گیری ضریب شکست جسم شفاف توسط بازتاب کلی نور

چینش آزمایش دقیقا مشابه آزمایش ۲ است؛ با این تفاوت که سطح محدب نیم قرص پلاستیکی در معرض تابش پرتوهای لیزر قرار می گیرد. با این احتساب می توان با کمک روش «بازتاب کلی»، ضریب شکست را حاصل کرد؛

$$n = \frac{1}{\sin i_c} \text{ یعنی:}$$

جدول داده های این آزمایش چنین است:

اندازه گیری ضریب شکست توسط بازتاب کلی جدول ۹-۳

دفعات	$i_c \pm 1^\circ$	$\sin(i_c) \pm \delta(\sin i_c)$	n	Δn
۱	43°	0.682 ± 0.012	۱.۴۶۶	۰.۰۲۷۴
۲	43°	0.682 ± 0.012	۱.۴۶۶	۰.۰۲۷۴
۳	44°	0.695 ± 0.012	۱.۴۴۰	۰.۰۲۶۰
میانگین ضریب شکست			۱.۴۵۷	

پس می توانیم مقدار ضریب شکست را اینطور گزارش کنیم:

$$n_{Table} = 1.457 \pm 0.03$$

محاسبه خطا:

مقدار خطای زاویه حدی که واضح است: $\delta i_c = 1^\circ$

و مقدار خطای ضریب شکست را با کمک انتشار خطا می توان به دست آورد:

$$n = \frac{1}{\sin(i_c)} \implies \delta n = \left| \delta i_c \times \frac{\cos(i_c)}{\sin^2 i_c} \right|$$

این همان رابطه ی دستور کار می شود:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\sin(i_c + \Delta i_c) - \sin i_c}{\sin i_c}$$

و مستقلا برای هر سطر از جدول مقدار این خطا در ستون آخر آمده است. (محاسبات در فایل اکسل انجام شده است.)

خطای پراکندگی ضریب شکست را هم می توان به دست آورد؛ که برابر ۰.۰۱۵ است.

پس برای گزارش ضریب شکست می توان نوشت:

$$n = 1.457 \pm 0.015$$

درصد خطای نسبی هم (نسبت به آزمایش قبلی) برابر است با:

$$Error = \frac{1.51 - 1.457}{1.51} \times 100 = \%3.5$$

می بینیم که درصد خطای نسبی و همچنین خطاهای این آزمایش، بیشتر از آزمایش قبلی بوده اند؛ دلیلی که به ذهن متبادر می شود این است که موقعی که پدیده بازتاب کلی رخ می دهد، نور بسیار پراکنده می شود و ردیابی مسیر نور بسیار دشوار می شود. همین باعث اشتباه آزمایشگر در تشخیص زاویه حدی می شود.

آزمایش چهارم: اندازه گیری ضریب شکست نسبی

عدسی مرکب ترکیبی از آب و روغن است که هر کدام در یک طرف از استوانه قرار گرفته اند. در این آزمایش باز هم این استوانه عدسی مرکب را روی صفحه مدرج قرار می دهیم و سپس با تنظیم زوایای تابش (مثل آزمایش ۲) زوایای شکست را می خوانیم. در اینجا نسبت ضریب شکست دو محیط را به دست می آوریم. (برخلاف آزمایش دو که ضریب شکست نسبت به هوا حاصل می شد)

$$n_{rel} = \frac{n_{water}}{n_{oil}} = \frac{\sin r}{\sin i}$$

جدول داده های این آزمایش چنین است:

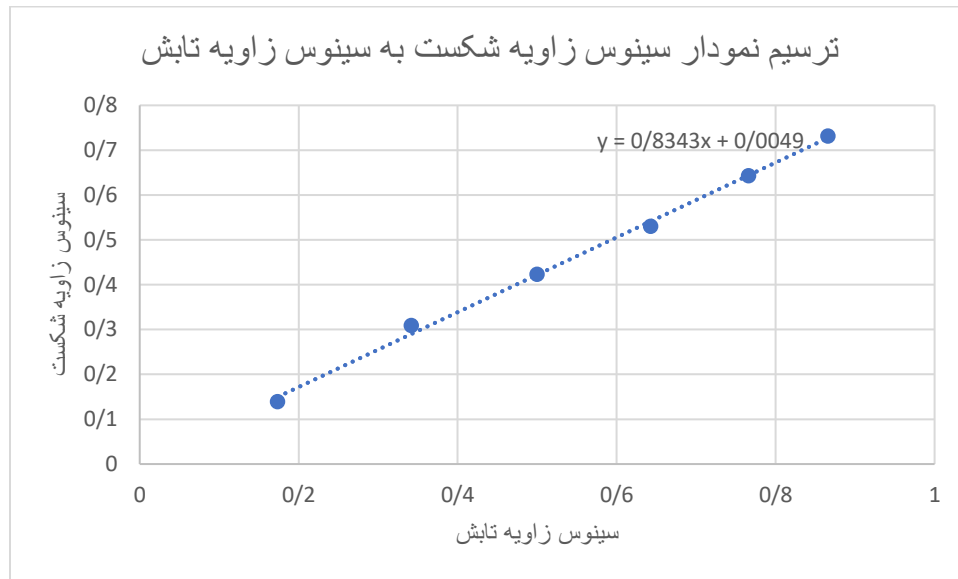
اندازه گیری ضریب شکست نسبی
جدول ۹-۴

$i(^{\circ}) \pm 1^{\circ}$	$\sin i \pm \delta(\sin i)$	$r(^{\circ}) \pm 1^{\circ}$	$\sin r \pm \delta(\sin r)$	$n_r = \frac{n_w}{n_o}$	Δn_r
10°	0.173 ± 0.017	8°	0.140 ± 0.017	۰.۸۰۱	۰.۱۲۲
20°	0.342 ± 0.016	18°	0.310 ± 0.016	۰.۹۰۳	۰.۰۶۵
30°	0.5 ± 0.015	25°	0.423 ± 0.015	۰.۸۴۵	۰.۰۴۱
40°	0.643 ± 0.013	32°	0.530 ± 0.015	۰.۸۲۴	۰.۰۲۹
50°	0.767 ± 0.011	40°	0.643 ± 0.013	۰.۸۳۹	۰.۰۲۱
60°	0.866 ± 0.008	47°	0.731 ± 0.012	۰.۸۴۴	۰.۰۱۶
میانگین ضریب شکست				۰.۸۴۳	

در این قسمت قرار است که از دو روش، ضریب شکست و خطای آن را محاسبه کنیم.

$$n_{Table} = 0.843 \pm 0.12$$

ابتدا نمودار $\sin r$ بر حسب $\sin i$ را ترسیم می کنیم:



نمودار شماره ۲: ترسیم سینوس زاویه شکست بر حسب سینوس زاویه تابش در نمونه عدسی مرکب

و مشاهده می شود که این نمودار ضریب شکست نسبی را برابر با ۰.۸۳۴۳ به دست می دهد.

روش برازش خط مقدار کمتری را برای ضریب شکست نسبی به دست می دهد و این روش همانطور که بحث شد قابل اطمینان تر است. (کمینه مربعات کمینه خطاست)

محاسبه خطا:

$$\Delta r = \Delta i = 1^\circ$$

خطای هر داده را با کمک روش انتشار خطا می توان به دست آورد؛ همان رابطه ای که پیشتر هم دیدیم:

$$\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 = \left(\frac{\sin(i + \Delta i) - \sin i}{\sin i}\right)^2 + \left(\frac{\sin(r + \Delta r) - \sin r}{\sin r}\right)^2$$

مقدار خطا برای هر ردیف از داده ها در اکسل محاسبه شده و در ستون پایانی جدول آمده است.

خطای پراکندگی داده های ضریب شکست هم برابر با ۰.۰۳۳ است.

پس می توان ضریب شکست را با دو روش مختلف گزارش کرد:

$$n_{Table} = 0.843 \pm 0.12$$

$$n_{Table} = 0.834 \pm 0.01$$

همچنین خطای نسبی این دو روش برابر است با:

$$Error = \frac{0.834 - 0.843}{0.834} \times 100 \approx -1\%$$

خطای احتمالی باز هم مربوط به شیوه زاویه سنجی می شود ولی در اینجا باید به یک نکته دیگر هم توجه داشت. حایلی که بین آب و روغن قرار دارد، بایستی ضخامت بسیار کمی داشته باشد، چرا که اگر ضخامت آن زیاد باشد، پرتو نور خروجی اگر چه موازی پرتو در حالتی که است که ضخامت حائل کم باشد؛ اما پس از عبور از روغن و شکست، خطایی در زاویه ی شکست ایجاد می کند که غیرقابل صرفنظر است.