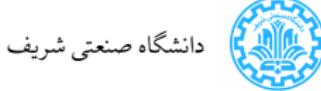


جنبه‌هایی از گرانش کوانتومی در سه بعد

حسین محمدی

استاد راهنما:

امین فرجی آستانه



۱۴۰۳ آذرماه ۲۰

فهرست مطالب ۱

۱ نقشه‌ی راه

۲ تابع پارش گرانش سه بعدی

۳ تابع پارش گرانش سه بعدی (نسخه‌ی متنه)

- بیان انگیزه‌ها و روش‌ها
- سهم کلاسیک به تابع پارش
- شناخت هندسی و اهمیت فیزیکی این سهم‌ها
- محاسبه‌ی تابع پارش
- صورت نهایی تابع پارش تک حلقه و تعبیر آن
- پیشامدهای احتمالی

۴ نتیجه‌گیری و مسیرهای آینده

۵ تقدیر و سپاس‌گزاری

۶ ضمیمه‌ی اول: تقارن‌های مجانبی گرانش سه بعدی پاددوسیته‌ی خالص

- هندسه و تبدیلات طول پای فضای مجانبی پاددوسیته
- معرفی شرایط مرزی Brown-Henneaux
- بردارهای کیلینگ منسوب به شرط Brown-Henneaux



فهرست مطالب ۲

- جبر بردارهای کیلینگ مجانبی و گروه تقارنی مجانبی
- رهیافت‌های بدل و نکات
- نگاهی به تقارن‌های مجانبی فضای مجانبا تخت

۷ ضمیمه‌ی دوم: یک رهیافت به اصلاح نقايس طيف

- ایده‌هایی از بوتسترپ همدیس
- افزودن سهم‌های تکینه‌ی مخروطی

۸ مراجع

نقشه‌ی راه

نقشه‌ی راه و نکاتِ اولیه \Rightarrow مسیر

اول از همه ممنونم که اینجا هستید.

چارچوبِ کلی ارائه‌ی من به این شکل هست.

تابع پارش گرانش سه‌بعدی و نقایص آن.

ضمیمه: تقارن‌های مجانبی فضازمان‌های مجانبا پاددوستیه \longleftrightarrow نظریه‌ی میدان‌های همدیس [۱].

ضمیمه: راهکارهای اصلاح نقصِ طیف.

نقشه‌ی راه و نکاتِ اولیه \Rightarrow مسیر

اول از همه ممنونم که اینجا هستید.

چارچوبِ کلی ارائه‌ی من به این شکل هست.

تابع پارش گرانش سه‌بعدی و نقایص آن.

ضمیمه: تقارن‌های مجانبی فضازمان‌های مجانبا پاددوستیه \longleftrightarrow نظریه‌ی میدان‌های همدیس [۱].

ضمیمه: راهکارهای اصلاح نقص طیف.

نقشه‌ی راه و نکاتِ اولیه ≈ مسیر

اول از همه ممنونم که اینجا هستید.

چارچوبِ کلی ارائه‌ی من به این شکل هست.

تابع پارش گرانش سه‌بعدی و نقایص آن.

ضمیمه: تقارن‌های مجانبی فضازمان‌های مجانباً پاددوستیه \longleftrightarrow نظریه‌ی میدان‌های همدیس [۱].

ضمیمه: راهکارهای اصلاح نقص طیف.

نقشه‌ی راه و نکاتِ اولیه \Rightarrow مسیر

اول از همه ممنونم که اینجا هستید.

چارچوبِ کلی ارائه‌ی من به این شکل هست.

تابع پارش گرانش سه‌بعدی و نقایص آن.

ضمیمه: تقارن‌های مجانبی فضازمان‌های مجانبا پاددوسیته \longleftrightarrow نظریه‌ی میدان‌های همدیس [۱].

ضمیمه: راهکارهای اصلاح نقص طیف.

نقشه‌ی راه و نکاتِ اولیه » نکات

- ◀ دورنمایی کلی از گرانشِ کوانتومی سه بعدی در فضای مجانباً پاد دوسیته: از آغاز تا پیشرفت‌های اخیر.
- ◀ مدلِ گرانشی حل‌پذیر دوبعدی \leftarrow گرانش JT با آن‌همه دستاوردها ([۲، ۳]).
- ◀ پاسخگویی به سوالات و ابهامات در پایانِ ارائه

نقشه‌ی راه و نکاتِ اولیه » نکات

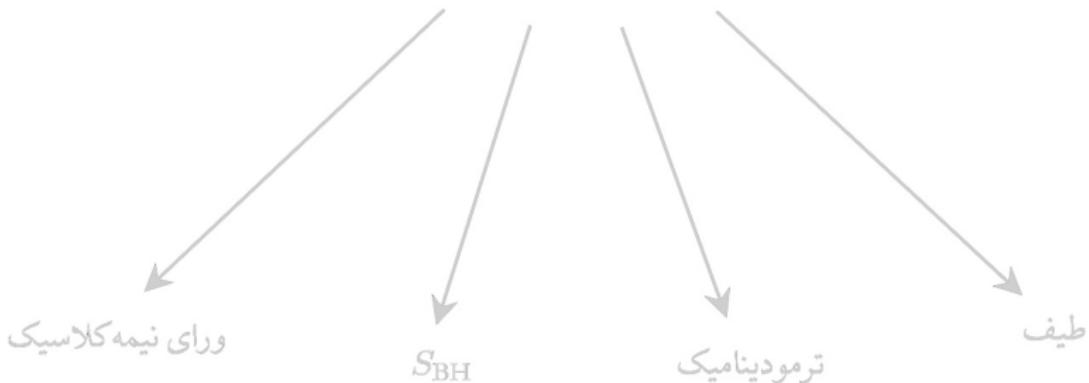
- ◀ دورنمایِ کلی از گرانشِ کوانتومی سه‌بعدی در فضای مجانباً پاددوسیته: از آغاز تا پیشرفت‌های اخیر.
- ◀ مدلِ گرانشی حل‌پذیر دو بعدی \leftarrow گرانش JT با آن‌همه دستاوردها ([۲، ۳]).
- ◀ پاسخگویی به سوالات و ابهامات در پایانِ ارائه

نقشه‌ی راه و نکاتِ اولیه » نکات

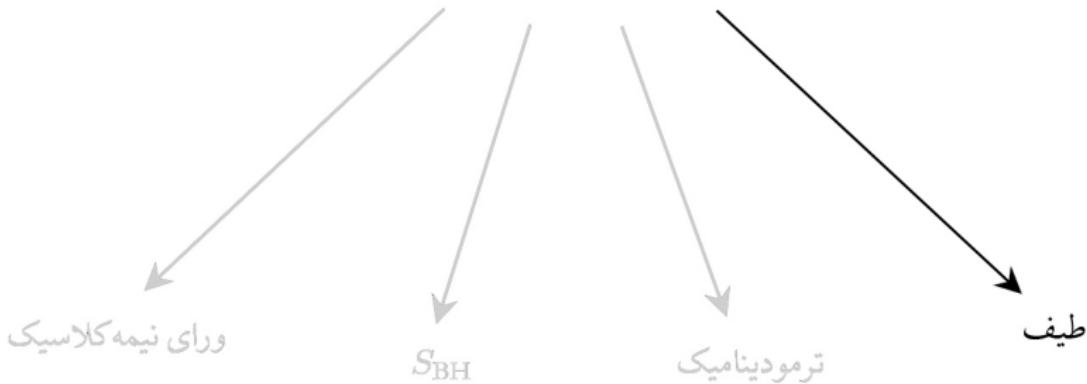
- ◀ دورنمایی کلی از گرانشِ کوانتومی سه بعدی در فضای مجانباً پاد دوسیته: از آغاز تا پیشرفت‌های اخیر.
- ◀ مدلِ گرانشی حل‌پذیرِ دو بعدی \leftarrow گرانشِ JT با آن‌همه دستاوردها ([۲، ۳]).
- ◀ پاسخگویی به سوالات و ابهامات در پایانِ ارائه

تابع پارش گرانش سه بعدی

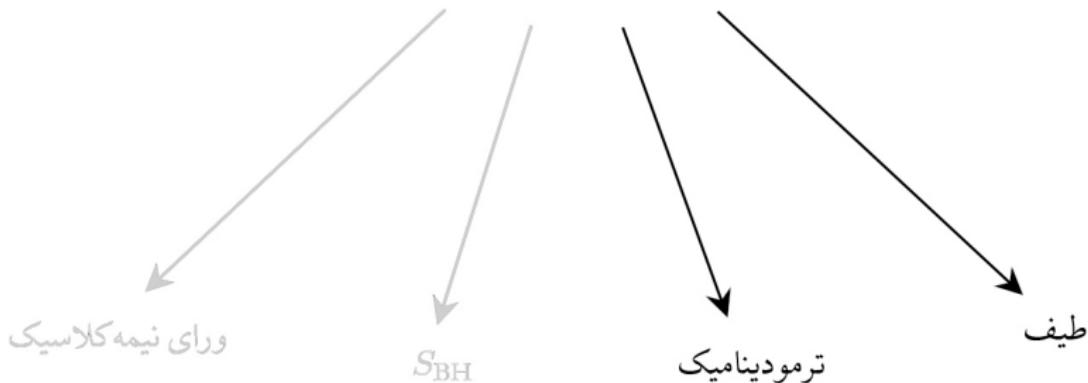
$$\mathcal{Z} = \sum_i \rho_i e^{-\beta E_i}$$



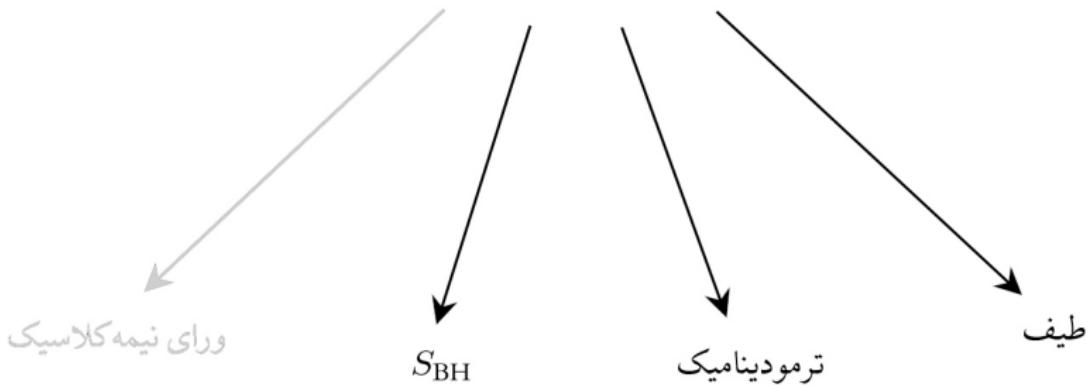
$$\mathcal{Z} = \sum_i \rho_i e^{-\beta E_i}$$



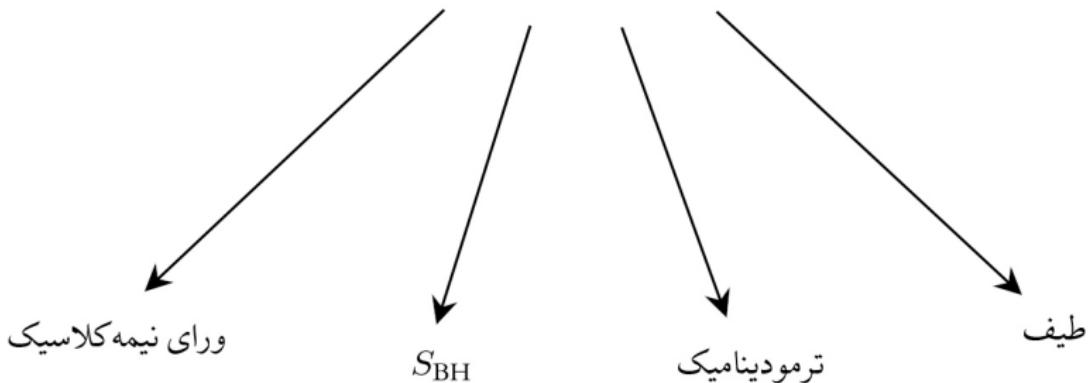
$$\mathcal{Z} = \sum_i \rho_i e^{-\beta E_i}$$



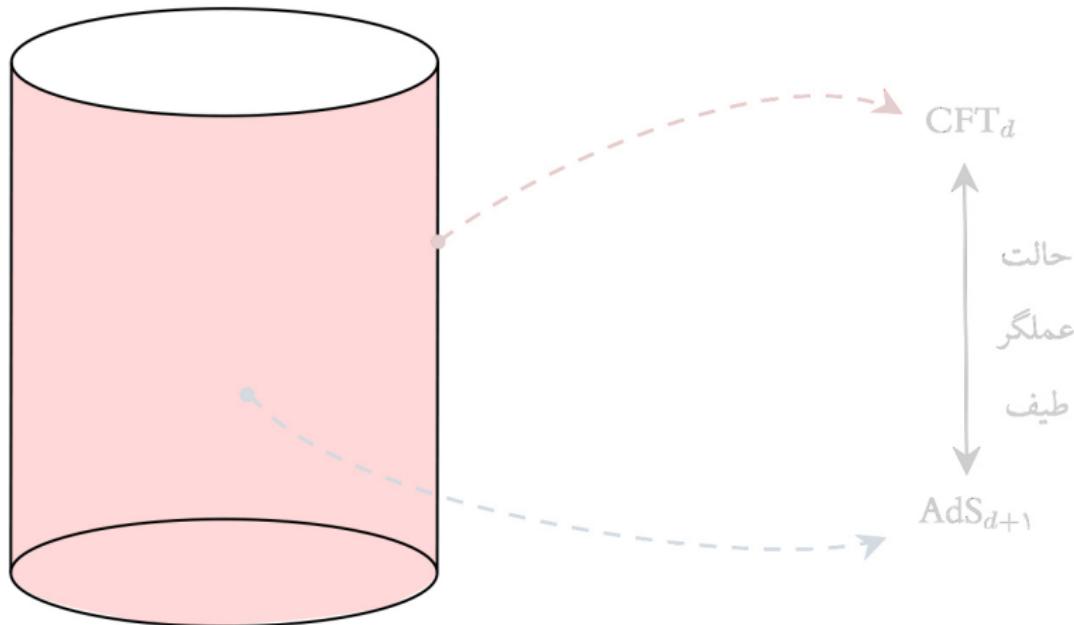
$$\mathcal{Z} = \sum_i \rho_i e^{-\beta E_i}$$



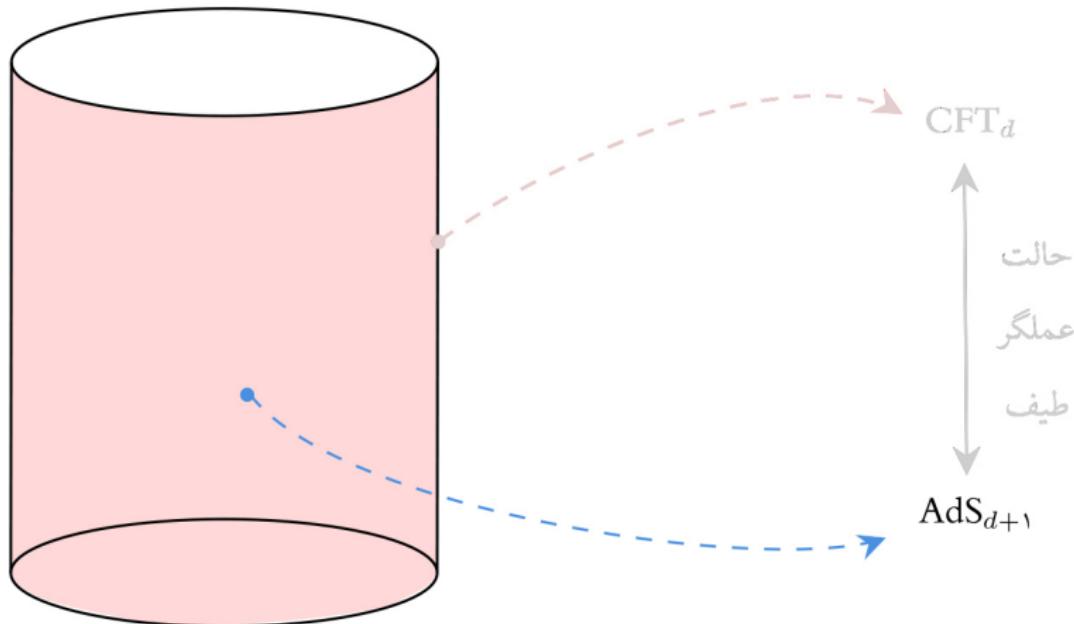
$$\mathcal{Z} = \sum_i \rho_i e^{-\beta E_i}$$



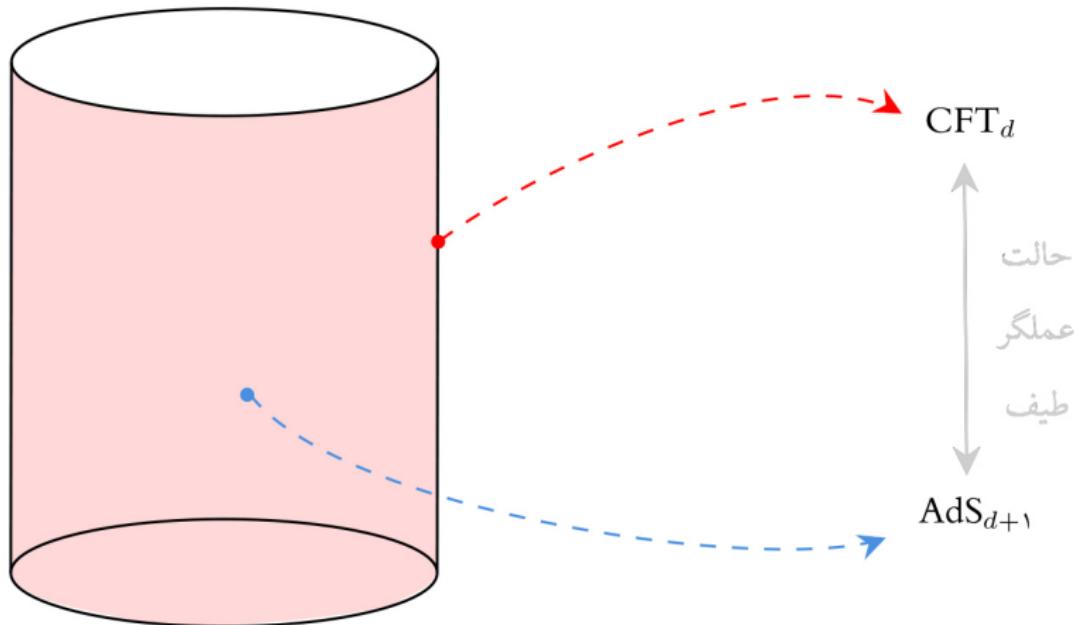
انگیزه‌ی هولوگرافیک



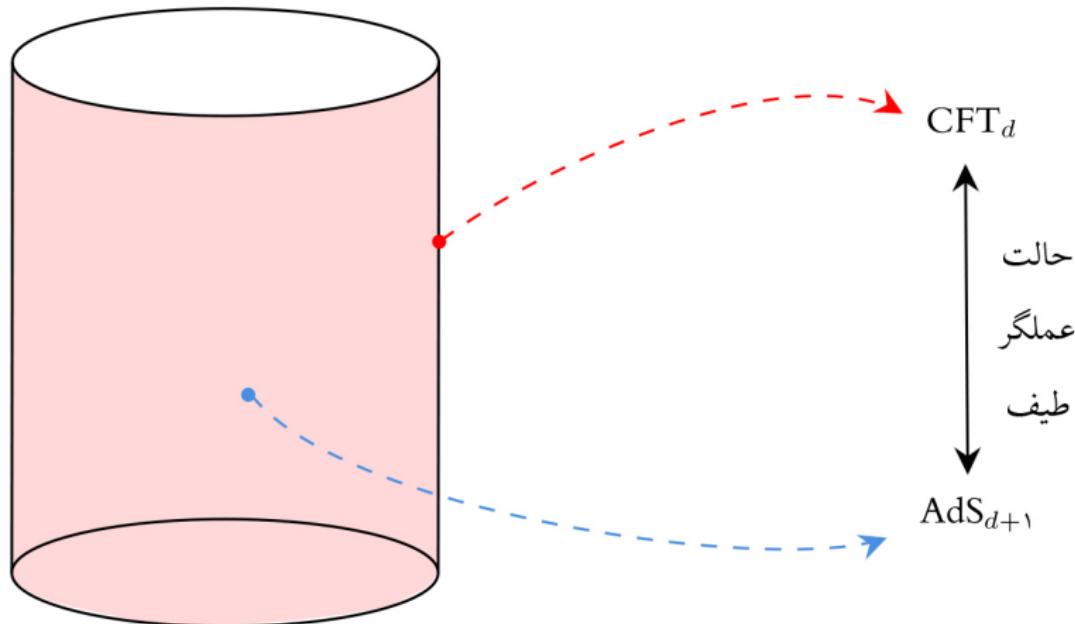
انگیزه‌ی هولوگرافیک



انگیزه‌ی هولوگرافیک



انگیزه‌ی هولوگرافیک



$$\mathcal{Z} = \int [\mathcal{D}g] e^{-I[g]}$$

↙ ↘ ↗ ↙ ↛

$$I_{\text{EH}} + I_{\text{GHY}}$$

تقریبِ زینی



$$\delta I \neq 0$$

اثراتِ غیر اختلالی

$$\mathcal{Z} = \int [\mathcal{D}g] e^{-I[g]} \xrightarrow{\delta I \neq 0} I_{\text{EH}} + I_{\text{GHY}}$$

تقریب زینی



$$\delta I \neq 0$$

اثرات غیر اختلالی

$$\mathcal{Z} = \int [\mathcal{D}g] e^{-I[g]} \xrightarrow{\text{---}} I_{\text{EH}} + I_{\text{GHY}}$$

تقریب زینی

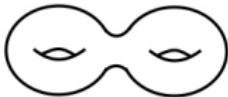


$$\delta I \neq 0$$

اثرات غیر اختلالی

$$\mathcal{Z} = \int [\mathcal{D}g] e^{-I[g]} \xrightarrow{\text{---}} I_{\text{EH}} + I_{\text{GHY}}$$

تقریب زینی



$$\delta I \neq 0$$

اثرات غیر اختلالی

● ساخت جوابهای کلاسیک چنبره‌ای

● تقریب خام تابع پارش

● تناظر عجیب با نظریه‌های همدیس

● تابع پارش کامل و طیف

● نقایص طیف و راه حل‌های احتمالی

● ساخت جوابهای کلاسیک چنبره‌ای

● تقریب خام تابع پارش

● تناظر عجیب با نظریه‌های همدیس

● تابع پارش کامل و طیف

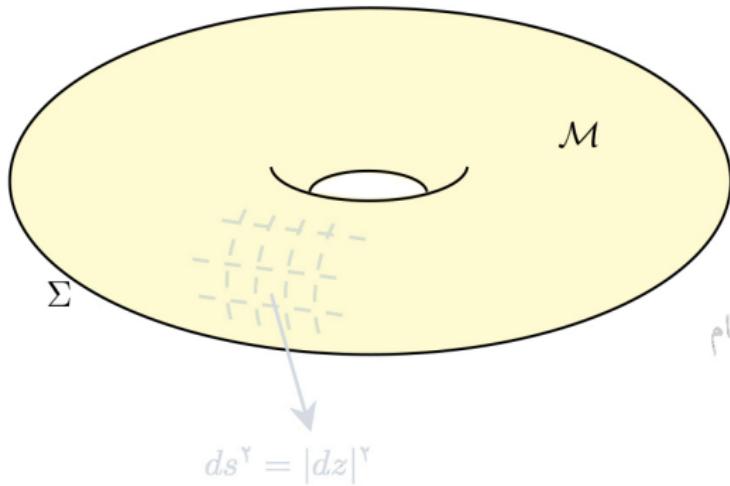
● نقایص طیف و راه حل‌های احتمالی

- ساخت جوابهای کلاسیک چنبره‌ای
- تقریب خام تابع پارش
- تناظر عجیب با نظریه‌های همدیس
- تابع پارش کامل و طیف
- نقایص طیف و راه حل‌های احتمالی

- ساخت جوابهای کلاسیک چنبره‌ای
- تقریب خام تابع پارش
- تناظر عجیب با نظریه‌های همدیس
- تابع پارش کامل و طیف
- نقایص طیف و راه حل‌های احتمالی

- ساخت جوابهای کلاسیک چنبره‌ای
- تقریب خام تابع پارش
- تناظر عجیب با نظریه‌های همدیس
- تابع پارش کامل و طیف
- نقایص طیف و راه حل‌های احتمالی

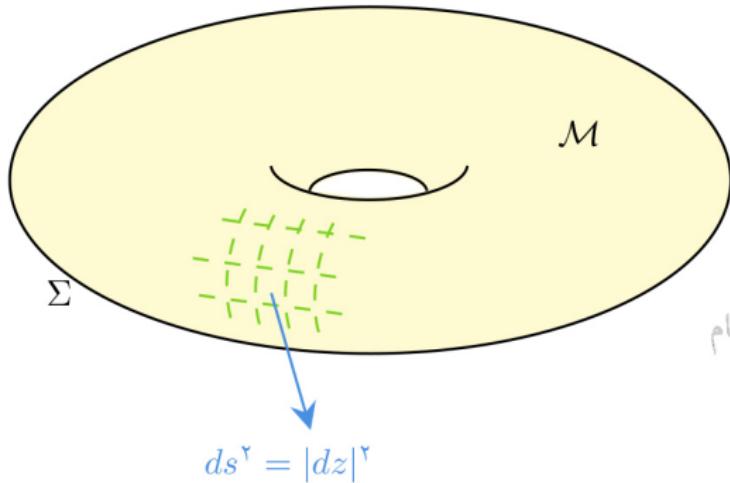
سهمِ کلاسیکِ تابع پارش



فرض‌های معقولِ نسبیت عام

$$ds^{\gamma} = |dz|^{\gamma}$$

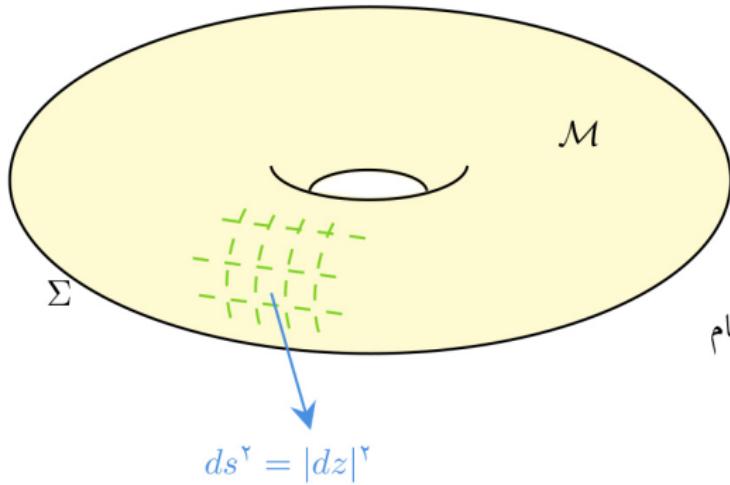
سهمِ کلاسیکِ تابع پارش



فرض‌های معقولِ نسبیت عام

$$ds^2 = |dz|^2$$

سهمِ کلاسیکِ تابع پارش



فرض‌های معقولِ نسبیت عام

$$ds^2 = |dz|^2$$

دسته‌بندی فضازمان‌های کلاسیک

بدون گراویتون $\xleftarrow{\quad}$ بدون درجه‌ی آزادی $\mathcal{R}_{\mu\nu\rho\sigma}$

AdS_3 $\xleftarrow[\text{diff}]{} \text{هر خمینه‌ی اینشتینی}$



$\frac{\text{AdS}'_3}{\Gamma} \xrightarrow{\quad} \text{ناحیه‌ای از پاددوسیته}$

زیرگروه خودریختی‌ها

$\xleftarrow{\quad}$

دسته‌بندی فضازمان‌های کلاسیک

بدون گراویتون $\xleftarrow{\text{بدون درجهٔ آزادی}} \mathcal{R}_{\mu\nu\rho\sigma}$

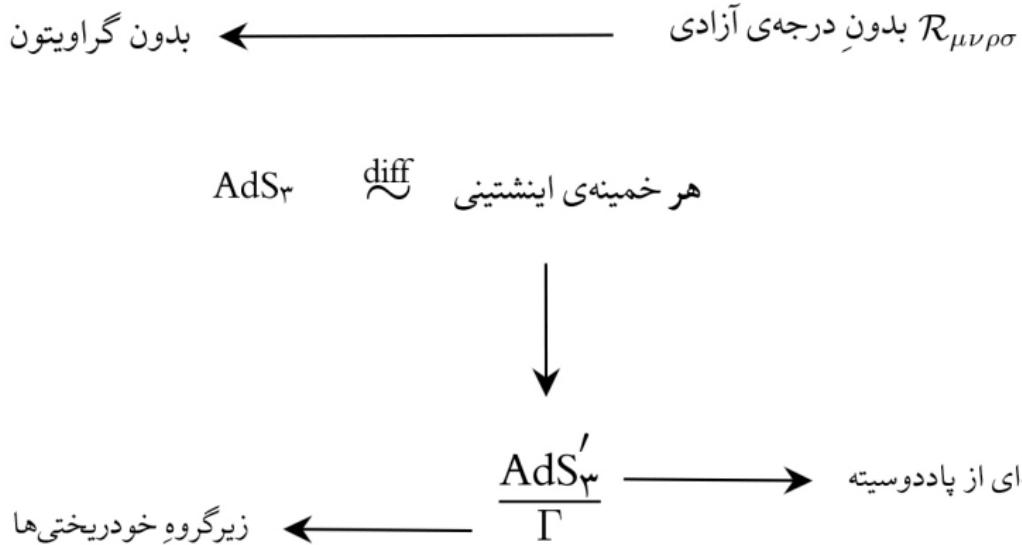
$\text{AdS}_3 \xleftarrow{\text{diff}} \text{هر خمینه‌ی اینشتینی}$

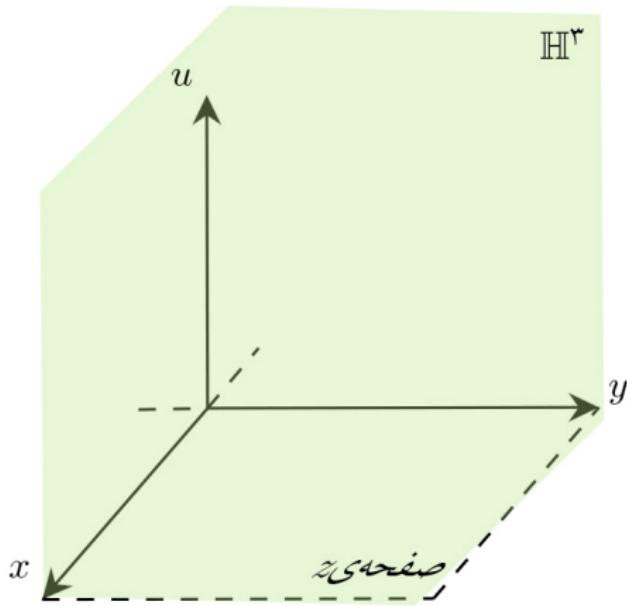


$\frac{\text{AdS}'_3}{\Gamma} \xrightarrow{\quad} \text{ناحیه‌ای از پاددوسیته}$

زیرگروه خودریختی‌ها

دسته‌بندی فضازمان‌های کلاسیک

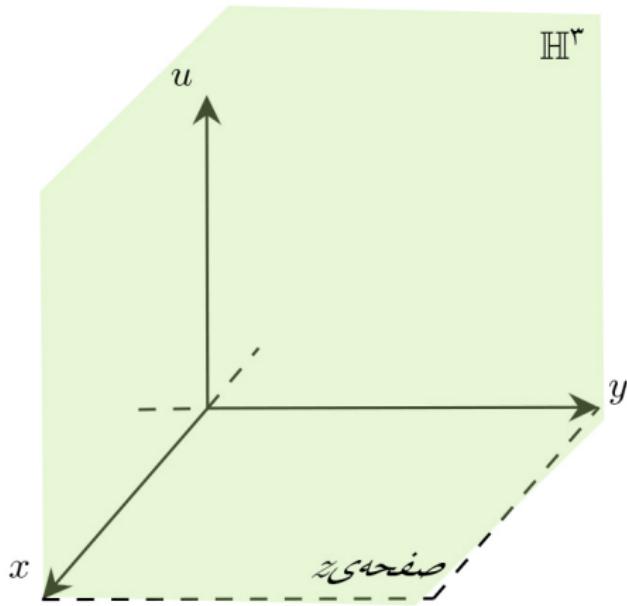




$$ds^r = \frac{du^r + |dz|^r}{u^r}$$

$$\text{Aut}(\mathbb{H}^r) \cong SO(1, 3)$$

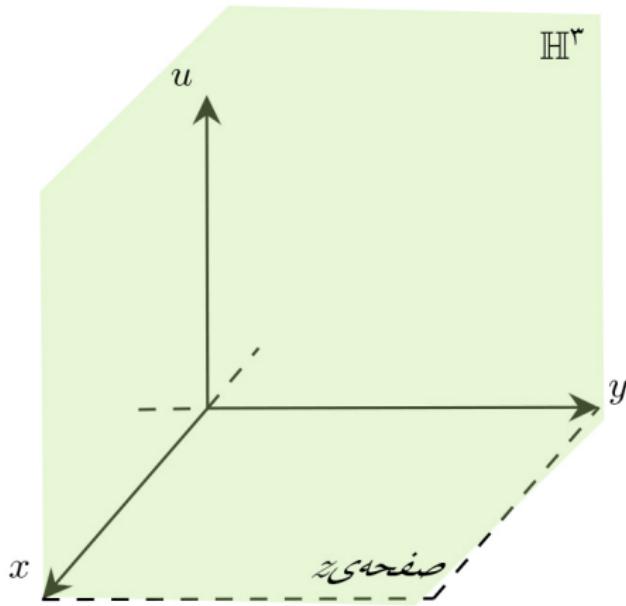
$$|q| < 1 \quad \Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} q & * \\ * & q^{-1} \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{مرز چنبره‌ای}$$



$$ds^r = \frac{du^r + |dz|^r}{u^r}$$

$$\text{Aut}(\mathbb{H}^r) \cong SO(1, 3)$$

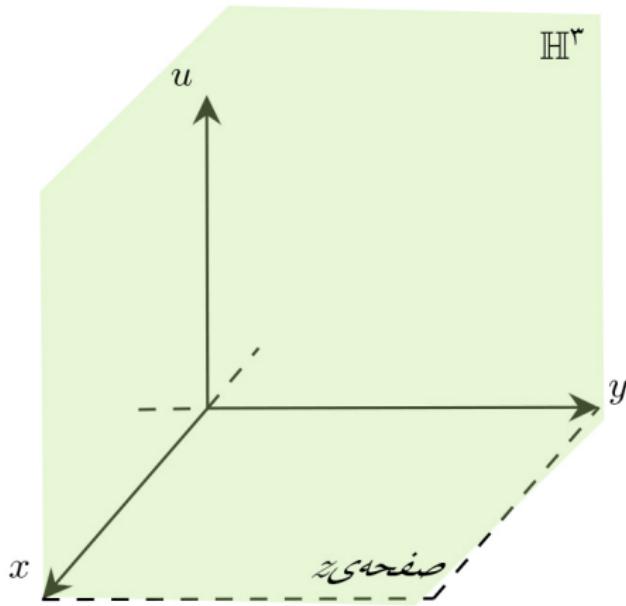
$$|q| < 1 \quad \Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} q & * \\ * & q^{-1} \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{مرز چنبره‌ای}$$



$$ds^2 = \frac{du^2 + |dz|^2}{u^2}$$

$$\text{Aut}(\mathbb{H}^n) \cong SO(1, n)$$

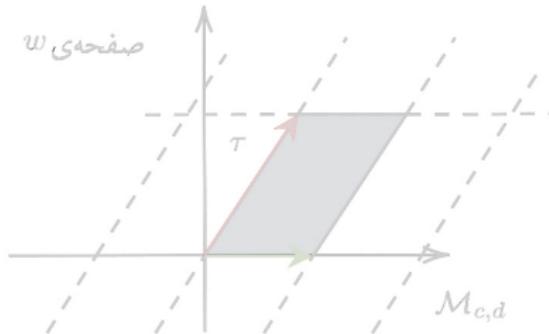
$$|q| < 1 \quad \Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} q & * \\ * & q^{-1} \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{مرز چنبره‌ای}$$



$$ds^r = \frac{du^r + |dz|^r}{u^r}$$

$$\text{Aut}(\mathbb{H}^r) \cong SO(1, 3)$$

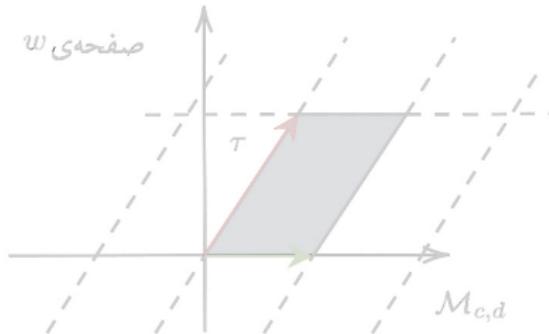
$$|q| < 1 \quad \Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} q & \cdot \\ \cdot & q^{-1} \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{مرز چنبره‌ای}$$



$$z = \exp(\gamma\pi i w)$$

$$\begin{cases} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \underbrace{\log q / \gamma\pi i}_{\tau} \end{cases}$$

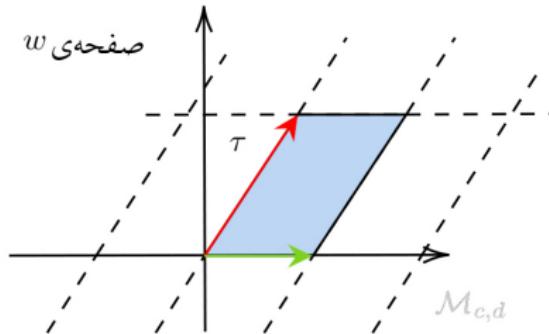
$$\left. \begin{array}{l} \text{ناآردا - PSL}(\gamma, \mathbb{Z}) \\ \tau \rightarrow \frac{a\tau+b}{c\tau+d} \end{array} \right\} q \xrightarrow{\text{وایسز}} c \geq *, \quad (c, d) = 1$$



$$z = \exp(2\pi i w)$$

$$\begin{cases} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \underbrace{\log q / 2\pi i}_{\tau} \end{cases}$$

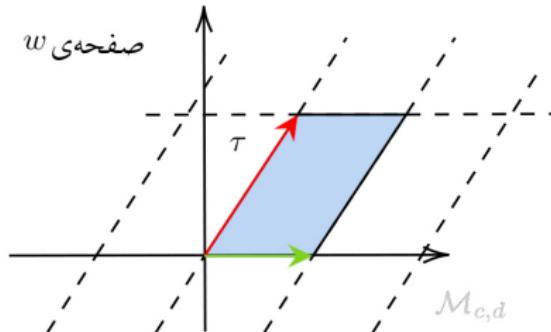
$$\left. \begin{array}{l} \text{ناآردا - PSL}(\mathbb{Y}, \mathbb{Z}) \\ \tau \rightarrow \frac{a\tau+b}{c\tau+d} \end{array} \right\} q \xrightarrow{\text{وایسز}} c \geq *, \quad (c, d) = 1$$



$$z = \exp(2\pi i w)$$

$$\begin{cases} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \underbrace{\log q / 2\pi i}_{\tau} \end{cases}$$

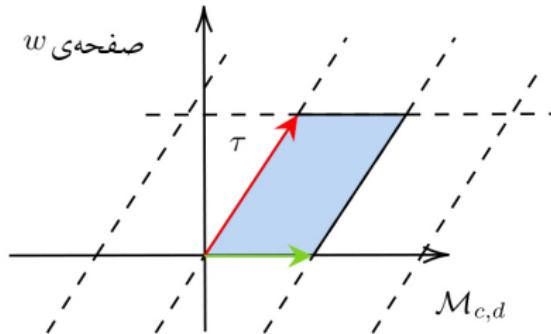
$$\left. \begin{array}{l} \text{ناآردا - PSL}(\mathbb{Y}, \mathbb{Z}) \\ \tau \rightarrow \frac{a\tau+b}{c\tau+d} \end{array} \right\} q \xrightarrow[\text{وابستگی}]{\text{دای}} c \geq *, \quad (c, d) = 1$$



$$z = \exp(2\pi i w)$$

$$\begin{cases} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \underbrace{\log q}_{\tau} / 2\pi i \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ناوردا - PSL}(2, \mathbb{Z}) \\ \tau \rightarrow \frac{a\tau+b}{c\tau+d} \end{array} \right\} \quad q \xrightarrow{\text{وابسته به}} c \geq *, \quad (c, d) = 1$$



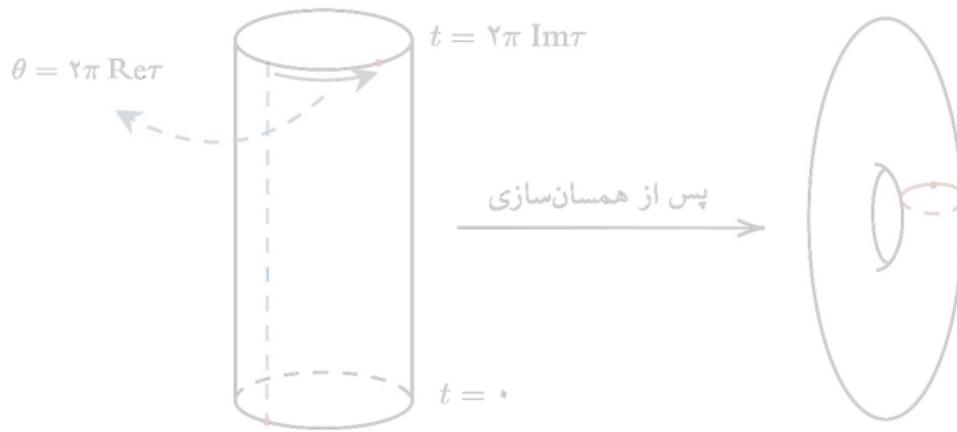
$$z = \exp(2\pi i w)$$

$$\begin{cases} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \underbrace{\log q / 2\pi i}_{\tau} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ناوردا - PSL}(2, \mathbb{Z}) \\ \tau \rightarrow \frac{a\tau+b}{c\tau+d} \end{array} \right\} \quad q \xrightarrow{\text{وابسته به}} c \geq *, \quad (c, d) = 1$$

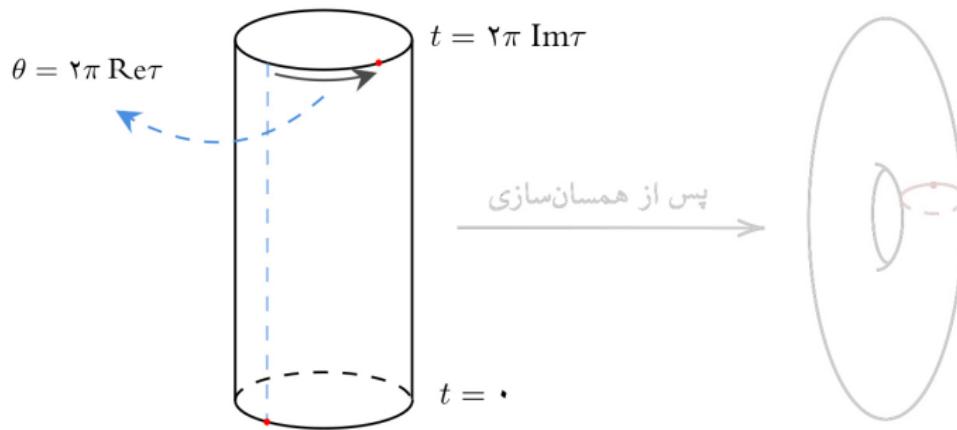
مثال: AdS_3 گرمایی

$$\Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} e^{b+i\theta} & \cdot \\ \cdot & e^{-b-i\theta} \end{pmatrix} \right\rangle \rightarrow \begin{cases} \operatorname{Re} \tau = \theta/2\pi \\ \operatorname{Im} \tau = b/2\pi \end{cases}$$



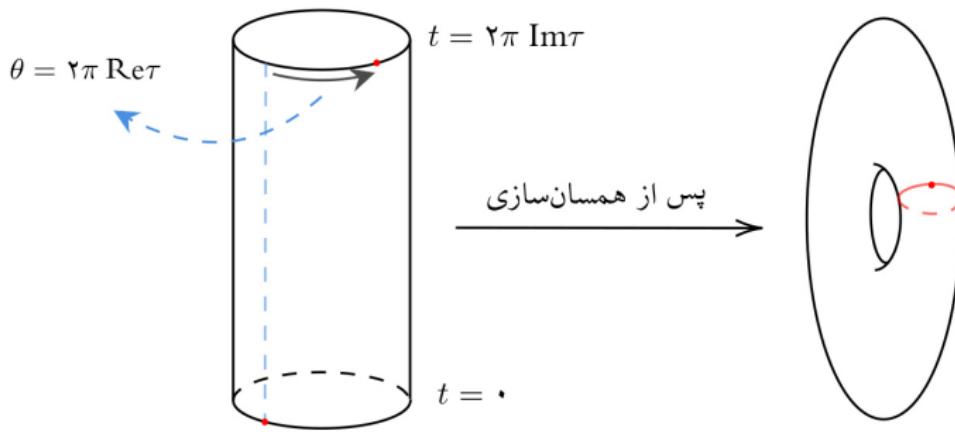
مثال: AdS_3 گرمایی

$$\Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} e^{b+i\theta} & \cdot \\ \cdot & e^{-b-i\theta} \end{pmatrix} \right\rangle \rightarrow \begin{cases} \operatorname{Re} \tau = \theta/2\pi \\ \operatorname{Im} \tau = b/2\pi \end{cases}$$



مثال: AdS_3 گرمایی

$$\Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} e^{b+i\theta} & \cdot \\ \cdot & e^{-b-i\theta} \end{pmatrix} \right\rangle \rightarrow \begin{cases} \operatorname{Re} \tau = \theta/2\pi \\ \operatorname{Im} \tau = b/2\pi \end{cases}$$



$$\int [\mathcal{D}g] e^{-I} \sim e^{-I[\text{saddle}]}$$

$$I[\mathcal{M}_{\star,1}] = -\Psi \pi k \operatorname{Im} \tau \quad k = \frac{\ell}{\sqrt{g} G_N} =$$



$$Z_{\star,1}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k}$$

$$\int [\mathcal{D}g] e^{-I} \sim e^{-I[\text{saddle}]}$$

$$I[\mathcal{M}_{\cdot,\cdot}] = -4\pi k \operatorname{Im} \tau \quad k = \frac{\ell}{16G_N}$$



$$Z_{\cdot,\cdot}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k}$$

$$\int [\mathcal{D}g] e^{-I} \sim e^{-I[\text{saddle}]}$$

$$I[\mathcal{M}_{\cdot,\cdot}] = -4\pi k \operatorname{Im} \tau \quad k = \frac{\ell}{16G_N}$$

$$Z_{\cdot,\cdot}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k}$$



$$h = \bar{h} = \frac{c}{24} \longrightarrow \mathcal{Z}_{\text{CFT}} \sim e^{-\pi \operatorname{Im} \tau (h + \bar{h})} \sim |q\bar{q}|^{c/24}$$

$$c = \frac{3\ell}{4G}$$

$$c = \frac{3\ell}{4G}$$

میدان همدیس با

گرانش کوانتومی سه بعدی

$$| \cdot \rangle$$



$$j = \cdot$$



فضای گرمایی پاددوستیه

$$L_{-1} | \cdot \rangle$$



$$\tilde{j}$$



عضوی از سیاه چالهای
PSL(2, \mathbb{Z})
خانواده‌ی

:

:

:

$$h = \bar{h} = \frac{c}{24} \longrightarrow \mathcal{Z}_{\text{CFT}} \sim e^{-\pi \operatorname{Im} \tau (h + \bar{h})} \sim |q\bar{q}|^{c/24}$$

$$c = \frac{\pi \ell}{\gamma G}$$

$$c = \frac{\pi \ell}{\gamma G}$$

میدان همدیس با

گرانش کوانتومی سه بعدی

$$| \cdot \rangle$$



$$j = \cdot$$



فضای گرمایی پاددوستیه

$$L_{-1} | \cdot \rangle$$



$$\tilde{j}$$



عضوی از سیاه چالهای
PSL(2, \mathbb{Z})
خانواده‌ی

:

:

:

$$h = \bar{h} = \frac{c}{24} \longrightarrow \mathcal{Z}_{\text{CFT}} \sim e^{-\pi \operatorname{Im} \tau (h+\bar{h})} \sim |q\bar{q}|^{c/24}$$

$$c = \frac{3\ell}{4G}$$

$$c = \frac{3\ell}{4G}$$

میدان همدیس با

گرانشی کوانتومی سه بعدی

$$|\cdot\rangle$$



$$j = \cdot \quad \beta$$



فضای گرمایی پاددوستیه

$$L_{-1}|\cdot\rangle$$



$$\tilde{j} \quad \tilde{\beta}$$



عضوی از سیاه چالهای
PSL(2, \mathbb{Z}) خانواده‌ی

:

:

:

$$h = \bar{h} = \frac{c}{24} \longrightarrow \mathcal{Z}_{\text{CFT}} \sim e^{-\pi \operatorname{Im} \tau (h+\bar{h})} \sim |q\bar{q}|^{c/24}$$

$$c = \frac{3\ell}{4G}$$

میدان همدیس با

$$c = \frac{3\ell}{4G}$$

گرانش کوانتومی سه بعدی

$$j = \cdot \quad \longleftrightarrow \quad j = \cdot \quad \beta$$

فضای گرمایی پاددوستیه

$$L_{-1} |\cdot\rangle \quad \longleftrightarrow \quad \tilde{j} \quad \tilde{\beta}$$

عضوی از سیاه چاله های
PSL(2, \mathbb{Z})

:

:

:

کوانش گرانش سه بعدی

شروع کوانش $(\mathcal{P}, \omega) \longrightarrow$

$$ds^{\gamma} = \frac{\ell^{\gamma}}{r^{\gamma}} dr^{\gamma} - \left(r dx^+ - \underbrace{\frac{\gamma G \ell}{r} p(x^-)}_{\in \text{Diff}(S^1)} dx^- \right) \left(r dx^- - \underbrace{\frac{\gamma G \ell}{r} p(x^+)}_{\in \text{Diff}(S^1)} dx^+ \right)$$

$$\mathcal{P} = \left(\frac{\text{Diff}(S^1)}{\text{U}(1)} \right)^{\gamma}$$

کوانش گرانش سه بعدی

شروع کوانش (\mathcal{P}, ω) \longrightarrow

$$ds^4 = \frac{\ell^4}{r^4} dr^4 - \left(r dx^+ - \frac{4G\ell}{r} \underbrace{\bar{p}(x^-)}_{\in \text{Diff}(S^1)} dx^- \right) \left(r dx^- - \frac{4G\ell}{r} \underbrace{p(x^+)}_{\in \text{Diff}(S^1)} dx^+ \right)$$

$$\mathcal{P} = \left(\frac{\text{Diff}(S^1)}{\text{U}(1)} \right)^*$$

کوانتش گرانش سه بعدی

شروع کوانتش $(\mathcal{P}, \omega) \longrightarrow$

$$ds^4 = \frac{\ell^4}{r^4} dr^4 - \left(r dx^+ - \frac{4G\ell}{r} \underbrace{\bar{p}(x^-)}_{\in \text{Diff}(S^1)} dx^- \right) \left(r dx^- + \frac{4G\ell}{r} \underbrace{p(x^+)}_{\in \text{Diff}(S^1)} dx^+ \right)$$

$$\mathcal{P} = \left(\frac{\text{Diff}(S^1)}{\text{U}(1)} \right)^*$$

کوانش گرانش سه بعدی

شروع کوانش (\mathcal{P}, ω) \longrightarrow

$$ds^{\gamma} = \frac{\ell^{\gamma}}{r^{\gamma}} dr^{\gamma} - \left(r dx^+ - \frac{\gamma G \ell}{r} \underbrace{\bar{p}(x^-)}_{\in \text{Diff}(S^1)} dx^- \right) \left(r dx^- + \frac{\gamma G \ell}{r} \underbrace{p(x^+)}_{\in \text{Diff}(S^1)} dx^+ \right)$$

$$\mathcal{P} = \left(\frac{\text{Diff}(S^1)}{\text{U}(1)} \right)^{\gamma}$$

کوانش گرانش سه بعدی

$(\mathcal{P}, \omega_{\text{KKS}})$ —————> گرانش کوانتومی سه بعدی

کوانش $\frac{G}{H}$

کوانش $\frac{\text{Diff}(S^1)}{\text{U}(1)}$

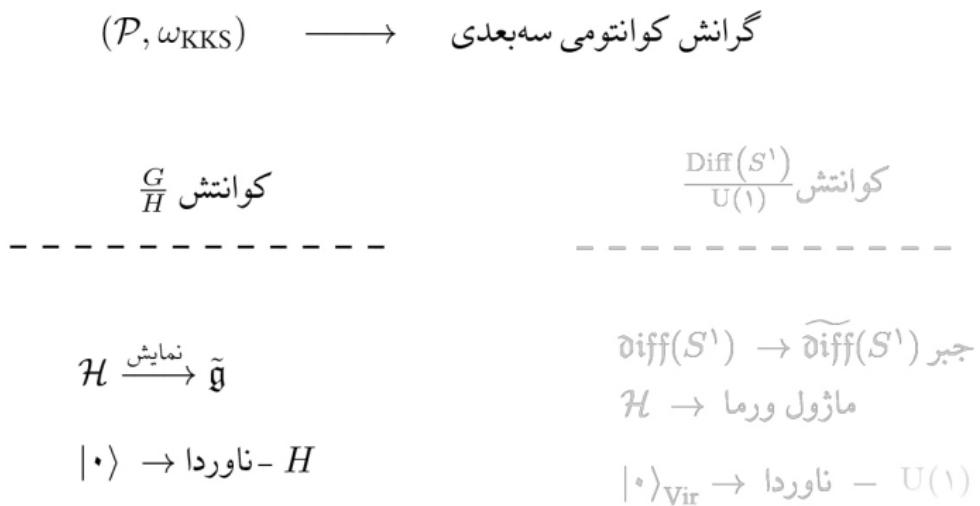
$\mathcal{H} \xrightarrow{\text{نمایش}} \tilde{\mathfrak{g}}$

جبر $\widetilde{\text{diff}}(S^1) \rightarrow \widetilde{\text{diff}}(S^1)$
 $\mathcal{H} \rightarrow$ مازول ورما

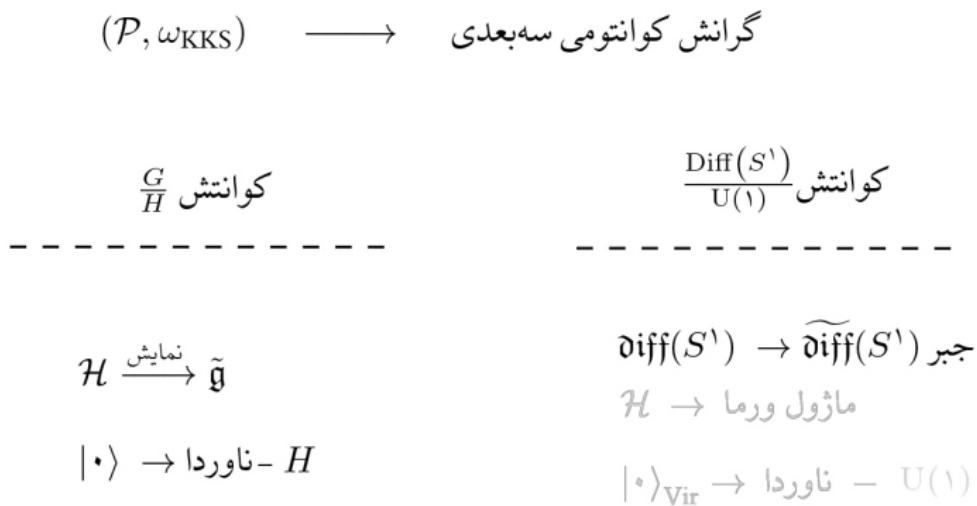
$| \circ \rangle \rightarrow$ ناوردادر H

$| \circ \rangle_{\text{Vir}} \rightarrow$ ناوردادر $- \text{U}(1)$

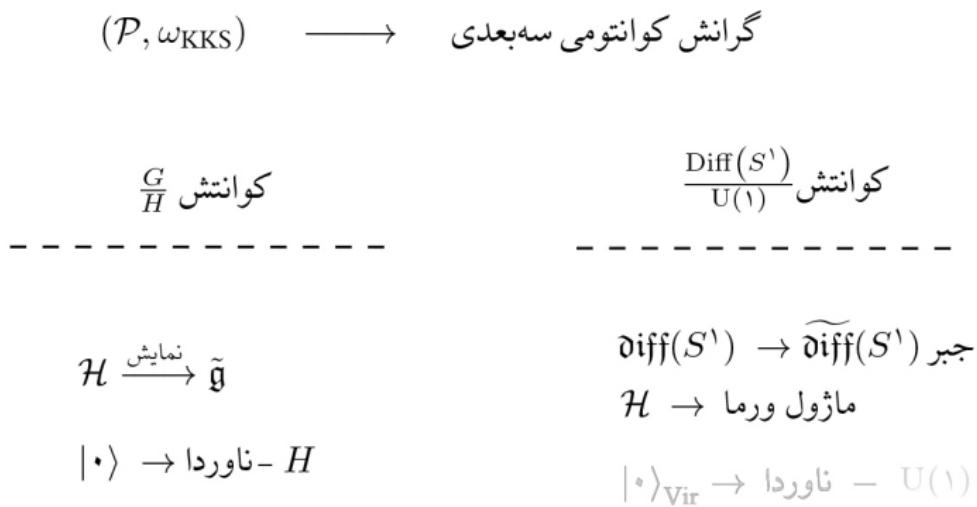
کوانش گرانش سه بعدی



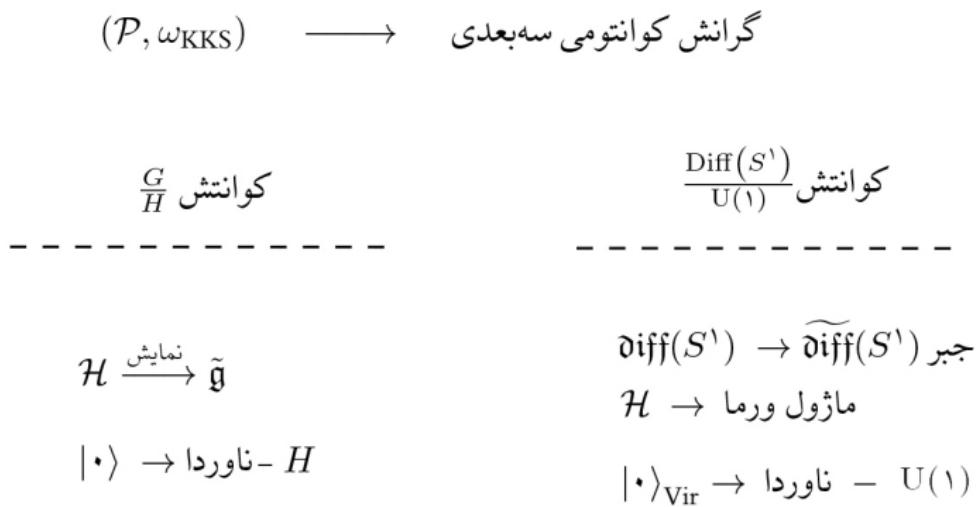
کوانش گرانش سه بعدی



کوانش گرانش سه بعدی



کوانش گرانش سه بعدی



کوانش گرانش سه بعدی

نمایش‌های جبر ویراسورو $\rightarrow \mathcal{H}_{\text{3D-grav}} \cong V_{h=c/24} \otimes \overline{V}_{\bar{h}=c/24}$

حالات $\longrightarrow L_{-n}^{a_n} L_{-m}^{a_m} | \circ \rangle_{\text{Vir}}, \quad E = -k + \sum_n n a_n + \sum_m m a_m$

گرانش سه بعدی کوانتومی $\equiv \text{CFT}_\chi$

کوانش گرانش سه بعدی

نمایش‌های جبر ویراسورو $\rightarrow \mathcal{H}_{\text{3D-grav}} \cong V_{h=c/24} \otimes \overline{V}_{\bar{h}=c/24}$

حالات $\longrightarrow L_{-n}^{a_n} L_{-m}^{a_m} |\cdot\rangle_{\text{Vir}}, \quad E = -k + \sum_n n a_n + \sum_m m a_m$

گرانش سه بعدی کوانتومی $\equiv \text{CFT}_\gamma$

کوانش گرانش سه بعدی

نمایش‌های جبر ویراسورو $\rightarrow \mathcal{H}_{\text{3D-grav}} \cong V_{h=c/24} \otimes \overline{V}_{\bar{h}=c/24}$

حالات $\longrightarrow L_{-n}^{a_n} L_{-m}^{a_m} |\cdot\rangle_{\text{Vir}}, \quad E = -k + \sum_n n a_n + \sum_m m a_m$

گرانش سه بعدی کوانتومی $\equiv \text{CFT}_4$

$$\mathcal{Z} = \int [Dg] e^{-I} = \sum_{g_*} \exp(-cI[g_*] + I^{(1)}[g_*] + \mathcal{O}(1/c))$$

فرینه‌ی کلاسیک EH کنش موثر تک‌حلقه

$$Z_{\text{3D-grav}} = Z_{\text{CFT}}$$

$$\xrightarrow{\text{دترمینان تک‌حلقه}} Z_{*,1}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k} \times \frac{1}{\prod_{n=1}^{\infty} |1-q^n|^4}$$

$$\mathcal{Z} = \int [Dg] e^{-I} = \sum_{g_*} \exp(-cI[g_*] + I^{(1)}[g_*] + \mathcal{O}(1/c))$$

فرینه‌ی کلاسیک EH کنش موثر تک‌حلقه

$$Z_{\text{3D-grav}} = Z_{\text{CFT}}$$

$$\xrightarrow{\text{دترمینان تک‌حلقه}} \mathcal{Z}_{*,1}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k} \times \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{|1-q^n|^4}$$

$$\mathcal{Z} = \int [Dg] e^{-I} = \sum_{g_*} \exp(-cI[g_*] + I^{(1)}[g_*] + \mathcal{O}(1/c))$$

فرینه‌ی کلاسیک EH کنش موثر تک‌حلقه

$$Z_{\text{3D-grav}} = Z_{\text{CFT}}$$

$$\xrightarrow{\text{دترمینان تک‌حلقه}} \mathcal{Z}_{*,1}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k} \times \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{|1-q^n|^4}$$

$$\mathcal{Z} = \int [Dg] e^{-I} = \sum_{g_*} \exp(-cI[g_*] + I^{(1)}[g_*] + \mathcal{O}(1/c))$$

فرینه‌ی کلاسیک EH کنش موثر تک‌حلقه

$$Z_{\text{3D-grav}} = Z_{\text{CFT}}$$

$$\xrightarrow{\text{دترمینان تک‌حلقه}} \mathcal{Z}_{*,1}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k} \times \frac{1}{\prod_{n=1}^{\infty} |1-q^n|^2}$$

$$\mathcal{Z}(\tau) = \sum_{\gamma} \mathcal{Z}_{\cdot, 1}(\gamma \tau) = \sum_{c \geq 1, (c,d)=1} \mathcal{Z}_{\cdot, 1}\left(\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right)$$

روش‌های ریاضی
واگرایی
اختلال روی $\tau = x + iy$

سری پوانکاره

$$\mathcal{Z}(\tau) = \sum_{\gamma} \mathcal{Z}_{\cdot, 1}(\gamma \tau) = \sum_{c \geq 1, (c,d)=1} \mathcal{Z}_{\cdot, 1}\left(\frac{a\tau+b}{c\tau+d}\right)$$

روش‌های ریاضی
واگرایی
اختلال روی

سری پوانکاره



تصحیح مرتبه اول

$$\text{تصحیح مرتبه اول} \rightarrow \boxed{\eta(\tau)}$$

$$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_{.,1} + \frac{1}{|\eta(\tau)|^2} (-\epsilon + \mathcal{O}(y^{-1}))$$

چگالی حالاتِ منفی
مرتبه‌ی تصحیحات در تناقض با هولوگرافی

نتیجه:تابع پارش گرانش سه‌بعدی از لحاظ فیزیکی و هولوگرافی بی‌معناست.

تصحیح مرتبه اول

$$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_{\cdot,1} + \frac{1}{|\eta(\tau)|^2} (-\epsilon + \mathcal{O}(y^{-1}))$$

چگالیِ حالاتِ منفی
مرتبه‌ی تصحیحات در تناقض با هولوگرافی

نتیجه:تابع پارش گرانش سه‌بعدی از لحاظ فیزیکی و هولوگرافی بی‌معناست.

تصحیح مرتبه اول

$$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_{\cdot,1} + \frac{1}{|\eta(\tau)|^2} (-\epsilon + \mathcal{O}(y^{-1}))$$

چگالی حالت منفی
مرتبه‌ی تصحیحات در تناقض با هولوگرافی

نتیجه:تابع پارش گرانش سه‌بعدی از لحاظ فیزیکی و هولوگرافی بی‌معناست.

تصحیح مرتبه‌ی بالا

$$\sim \frac{1}{|\eta(\tau)|^4} \left(-\epsilon + \frac{(\pi^3 - 6\pi)(24k+1)}{4\zeta(3)} y^{-1} + \mathcal{O}(y^{-2}) \right)$$

ضرایب $y \notin \mathbb{N}$

بدون تجزیه‌ی هلومورفیک

تصحیحات وارد به S_{BTZ}

تصحیح مرتبه‌ی بالا

$$\sim \frac{1}{|\eta(\tau)|^4} \left(-\epsilon + \frac{(\pi^3 - 6\pi)(24k+1)}{4\zeta(3)} y^{-1} + \mathcal{O}(y^{-2}) \right)$$

ضرایب $y \notin \mathbb{N}$

بدون تجزیه‌ی هلومورفیک

تصحیحات وارد به S_{BTZ}

تصحیح مرتبه‌ی بالا

$$\sim \frac{1}{|\eta(\tau)|^4} \left(-\epsilon + \frac{(\pi^3 - 6\pi)(24k+1)}{4\zeta(3)} y^{-1} + \mathcal{O}(y^{-2}) \right)$$

ضرایب $y \notin \mathbb{N}$

بدون تجزیه‌ی هلومورفیک

تصحیحات وارد به S_{BTZ}

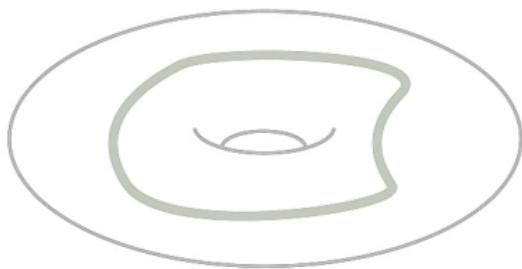
$$\sim \frac{1}{|\eta(\tau)|^4} \left(-\epsilon + \frac{(\pi^3 - 6\pi)(24k+1)}{4\zeta(3)} y^{-1} + \mathcal{O}(y^{-2}) \right)$$

ضرایب $y \notin \mathbb{N}$

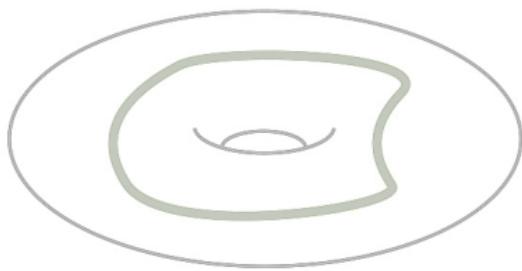
بدون تجزیه‌ی هلومورفیک

تصحیحات وارد به S_{BTZ}

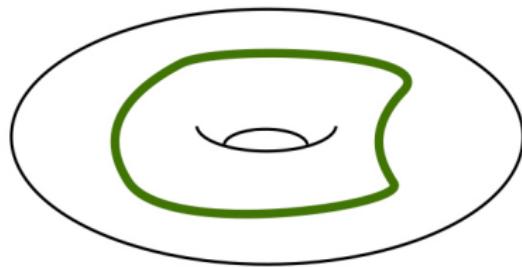
گرانش سه بعدی خودناسازگار است
سهم‌هایِ جدید و مهم



گرانش سه بعدی خودناسازگار است
سهم‌هایِ جدید و مهم



گرانش سه بعدی خودناسازگار است
سهم‌هایِ جدید و مهم



تقدیر و سپاسگزاری

از تمامی دوستانی که در این مدت همراه من بودند، چه در مسائل کوچک و
چه در مسائل بزرگ، صمیمانه و از اعمق قلبم سپاسگزارم.

از استاد راهنمای عزیزم، امین فرجی، و آقای دکتر ارفعی بابت حمایت و
دلگرمی هاشان سپاسگزارم.

می توانید به من لطفی بکنید؟

تقدیر و سپاسگزاری

از تمامی دوستانی که در این مدت همراه من بودند، چه در مسائل کوچک و
چه در مسائل بزرگ، صمیمانه و از اعماق قلبم سپاسگزارم.

از استاد راهنمای عزیزم، امین فرجی، و آقای دکتر ارفعی بابت حمایت و
دلگرمی هاشان سپاسگزارم.

می توانید به من لطفی بکنید؟

تقدیر و سپاسگزاری

از تمامی دوستانی که در این مدت همراه من بودند، چه در مسائل کوچک و
چه در مسائل بزرگ، صمیمانه و از اعماق قلبم سپاسگزارم.

از استاد راهنمای عزیزم، امین فرجی، و آقای دکتر ارفعی بابت حمایت و
دلگرمی هاشان سپاسگزارم.

می توانید به من لطفی بکنید؟

تابع پارش گرانش سه بعدی (نسخه متنی)

$$|\Psi\rangle = |\text{---}\rangle + |\text{--}\rangle + |\text{-- --}\rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی فضازمان: ترکیب خطی هندسه‌های مختلف

انگیزه‌ها از نگاه کردن به تابع پارش در سامانه‌های فیزیکی و به طور خاص در گرانش کوانتومی:
 طیف انرژی سامانه کوانتومی و چگالی حالات.

$$\mathcal{Z} = \sum_n \rho_n e^{-\beta E_n}$$

- ◀ خواص ترمودینامیکی فضازمان - گذرفازهای فضازمان
- ◀ آنتروپی سیاه‌چاله‌ها و تصحیحات به رابطه‌ی بکنستین-هاوکینگ
- ◀ فیزیک ورای تقریب نیمه‌کلاسیک

$$|\Psi\rangle = |\text{---}\rangle + |\text{--}\rangle + |\text{-- --}\rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی فضازمان: ترکیب خطی هندسه‌های مختلف

- انگیزه‌ها از نگاه کردن به تابع پارش در سامانه‌های فیزیکی و به طور خاص در گرانش کوانتومی :
- ▲ طیف انرژی سامانه‌ی کوانتومی و چگالی حالات.

$$\mathcal{Z} = \sum_n \rho_n e^{-\beta E_n}$$

- ▲ خواص ترمودینامیکی فضازمان - گذرفازهای فضازمان
- ▲ آنتروپی سیاه‌چاله‌ها و تصحیحات به رابطه‌ی بکنستین-هاوکینگ
- ▲ فیزیک ورای تقریب نیمه‌کلاسیک

$$|\Psi\rangle = |\text{---}\rangle + |\text{--}\rangle + |\text{-- --}\rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی فضازمان: ترکیب خطی هندسه‌های مختلف

- انگیزه‌ها از نگاه کردن به تابع پارش در سامانه‌های فیزیکی و به طور خاص در گرانش کوانتومی :
- طیف انرژی سامانه‌ی کوانتومی و چگالی حالات.

$$\mathcal{Z} = \sum_n \rho_n e^{-\beta E_n}$$

- خواص ترمودینامیکی فضازمان - گذرفازهای فضازمان
- آنتروپی سیاه‌چاله‌ها و تصحیحات به رابطه‌ی بکنستین-هاوکینگ
- فیزیک ورای تقریب نیمه‌کلاسیک

$$|\Psi\rangle = |\text{---}\rangle + |\text{--}\rangle + |\text{-- --}\rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی فضازمان: ترکیب خطی هندسه‌های مختلف

- انگیزه‌ها از نگاه کردن به تابع پارش در سامانه‌های فیزیکی و به طور خاص در گرانش کوانتومی :
- طیف انرژی سامانه کوانتومی و چگالی حالات.

$$\mathcal{Z} = \sum_n \rho_n e^{-\beta E_n}$$

- خواص ترمودینامیکی فضازمان - گذرفازهای فضازمان
- آنتروپی سیاهچاله‌ها و تصحیحات به رابطه‌ی بکنستین-هاوکینگ
- فیزیک ورای تقریب نیمه‌کلاسیک

$$|\Psi\rangle = |\text{---}\rangle + |\text{--}\rangle + |\text{-- --}\rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی فضازمان: ترکیب خطی هندسه‌های مختلف

انگیزه‌ها از نگاه کردن به تابع پارش در سامانه‌های فیزیکی و به طور خاص در گرانش کوانتومی:

◀ طیف انرژی سامانه‌ی کوانتومی و چگالی حالات.

$$\mathcal{Z} = \sum_n \rho_n e^{-\beta E_n}$$

◀ خواص ترمودینامیکی فضازمان - گذرفازهای فضازمان

◀ آنتروپی سیاه‌چاله‌ها و تصحیحات به رابطه‌ی بکنستین-هاوکینگ

◀ فیزیک ورای تقریب نیمه‌کلاسیک

انگیزه‌ی تمام‌نگاری

تمرکز ویژه روی → تصویر تمام‌نگاری گرانش سه‌بعدی مجانباً پاددوستیه خالص.

اصل تمام‌نگاری

تمامی محتوای یک نظریه‌ی گرانش کوانتوسی با نظریه‌ی کوانتوسی که روی مرزش زندگی می‌کند، توصیف می‌شود^۲.

^۲ توجه کنید که این تعریف خیلی مبهم است و یک تجسم از این اصل در دوگانی پیمانه/گرانش است.

شناخت نظریه‌ی میدان همدیس $\xrightarrow{\text{طیف-حالات-عملگرها}}$ شناخت نظریه‌ی گرانش کوانتوسی
انگیزه گرفته از این دیدگاه + چارچوب دوگانی پیمانه/گرانش → تابع پارش گرانش
کوانتوسی سه‌بعد = تابع پارش نظریه‌ی میدان همدیس روی مرز همدیس^۱.

از لحاظ تاریخی، استدلال معروف Brown-Henneaux در سال ۱۹۸۶ انجام شد، اما دوگانی پیمانه/گرانش در اوخر ۱۹۹۷ معرفی شد. بنابراین انتظارِ دوگان بودن با نظریه‌ی میدان همدیس حداقل در مورد گرانش سه‌بعدی پیشنهای طولانی‌تر دارد.

انگیزه‌ی تمام‌نگاری

تمرکز ویژه روی → تصویر تمام‌نگاری گرانش سه‌بعدی مجانباً پاددوستیهٔ خالص.

اصل تمام‌نگاری

تمامی محتوای یک نظریه‌ی گرانش کوانتوسی کوانتوسی با نظریه‌ی کوانتوسی که روی مرزش زندگی می‌کند، توصیف می‌شود^۲.

^۲ توجه کنید که این تعریف خیلی مبهم است و یک تجسم از این اصل در دوگانی پیمانه/گرانش است.

شناخت نظریه‌ی میدان همدیس $\xrightarrow{\text{طیف-حالات-عملگرها}}$ شناخت نظریه‌ی گرانش کوانتوسی
انگیزه گرفته از این دیدگاه + چارچوب دوگانی پیمانه/گرانش → تابع پارش گرانش
کوانتوسی سه‌بعد = تابع پارش نظریه‌ی میدان همدیس روی مرز همدیس^۱.

از لحاظ تاریخی، استدلال معروف Brown-Henneaux در سال ۱۹۸۶ انجام شد، اما دوگانی پیمانه/گرانش در اوخر ۱۹۹۷ معرفی شد. بنابراین انتظارِ دوگان بودن با نظریه‌ی میدان همدیس حداقل در مورد گرانش سه‌بعدی، پیشنهای طولانی‌تر دارد.

انگیزه‌ی تمام‌نگاری

تمرکز ویژه روی → تصویر تمام‌نگاری گرانش سه‌بعدی مجانباً پاددوستیهٔ خالص.

اصل تمام‌نگاری

تمامی محتوای یک نظریه‌ی گرانش کوانتوسی کوانتوسی با نظریه‌ی کوانتوسی که روی مرزش زندگی می‌کند، توصیف می‌شود^۲.

^۲ توجه کنید که این تعریف خیلی مبهم است و یک تجسم از این اصل در دوگانی پیمانه/گرانش است.

شناخت نظریه‌ی میدان همدیس $\xrightarrow{\text{طیف-حالات-عملگرها}}$ شناخت نظریه‌ی گرانش کوانتوسی
انگیزه گرفته از این دیدگاه + چارچوب دوگانی پیمانه/گرانش \longrightarrow تابع پارش گرانش
کوانتوسی سه‌بعد = تابع پارش نظریه‌ی میدان همدیس روی مرز همدیس^۱.

از لحاظ تاریخی، استدلال معروف Brown-Henneaux در سال ۱۹۸۶ انجام شد، اما دوگانی پیمانه/گرانش در اواخر ۱۹۹۷ معرفی شد. بنابراین انتظارِ دوگان بودن با نظریه‌ی میدان همدیس حداقل در مورد گرانش سه‌بعدی، پیشینه‌ای طولانی‌تر دارد.

روش محاسبه‌ی تابع پارش

تابع پارش = فرمول‌بندی انتگرال مسیر گرانشی در نشانگان اقلیدسی [۱۰].

$$Z = \int [D\phi][Dg_{\mu\nu}]e^{-I[g_{\mu\nu}, \phi]} \quad (1)$$

I کنش اقلیدسی + جمله‌ی مرزی گیبونز-هاوکینگ-یورک.

$$I = \frac{1}{16\pi G} \int_{\mathcal{M}} d^4x \sqrt{g} \left(R + \frac{\Lambda}{\ell^4} \right) + \frac{1}{8\pi G} \int_{\partial\mathcal{M}} \sqrt{\gamma} (K - K_{\perp}) \quad (2)$$

محدودیت‌های این فرمول‌بندی

تنها راه شناخته شده برای کار با این فرمول‌بندی \longleftrightarrow بسط حول فرینه‌ی کلاسیک.

بررسی توپولوژی‌های غیرکلاسیک

اثرات غیراختلالی

۲ توسعه‌ی تحلیلی کش از لورنتزی به اقلیدسی تابع پارش را به شکل آشکار تبدیل به تابع پارش یک میدان کوانتومی می‌کند.

روش محاسبه‌ی تابع پارش

تابع پارش = فرمول‌بندی انتگرال مسیر گرانشی در نشانگان اقلیدسی [۱۰].

$$Z = \int [D\phi][Dg_{\mu\nu}]e^{-I[g_{\mu\nu}, \phi]} \quad (1)$$

I کنش اقلیدسی + جمله‌ی مرزی گیبونز-هاوکینگ-یورک.

$$I = \frac{1}{16\pi G} \int_{\mathcal{M}} d^4x \sqrt{g} \left(R + \frac{2}{\ell^2} \right) + \frac{1}{8\pi G} \int_{\partial\mathcal{M}} \sqrt{\gamma} (K - K_{\perp}) \quad (2)$$

محدودیت‌های این فرمول‌بندی

تها راه شناخته شده برای کار با این فرمول‌بندی \rightarrow بسط حول فرینه‌ی کلاسیک.
بررسی توپولوژی‌های غیرکلاسیک
اثرات غیراختلالی

توسعه‌ی تحلیلی کش از لورنتزی به اقلیدسی تابع پارش را به شکل آشکار تبدیل به تابع پارش یک میدان کوانتومی می‌کند.

سهم کلاسیک به تابع پارش

اولین قدم در حصول خمینه‌های کلاسیک قید کردن توپولوژی فضازمان است.

◀ مرز همدیس، Σ چنبره است.

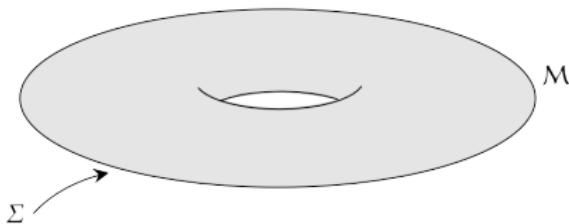
◀ متریک روی چنبره تخت، $ds^2 = |dz|^2$ ، است.

فرضهای استاندارد نسبیت عام:

◀ M هموار است.

◀ متریک M کامل است.

◀ $\partial M = \Sigma$



شکل: توپولوژی فضازمان‌های کلاسیک - مرز همدیس چنبره‌ای

سهم کلاسیک به تابع پارش

اولین قدم در حصول خمینه‌های کلاسیک قید کردن توپولوژی فضازمان است.

◀ مرز همدیس، Σ چنبره است.

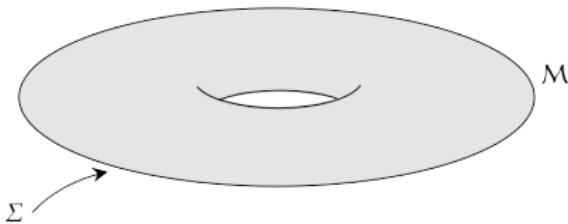
◀ متریک روی چنبره تخت، $ds^2 = |dz|^2$ ، است.

فرضهای استاندارد نسبیت عام:

● M هموار است.

● متریک M کامل است.

● $\partial M = \Sigma$



شکل: توپولوژی فضازمان‌های کلاسیک - مرز همدیس چنبره‌ای

ساختِ سهم‌های کلاسیکِ تابع پارش

ساخت هندسه‌های کلاسیک اینشتینی $\xrightarrow{\text{با هدف جاگذاری در تقریب زینی}} \text{تابع پارش}$.
روند ساختن جوابهای کلاسیک
عدم حضور درجات آزادی در توده‌ی فضازمان $\xrightarrow{\text{نتیجه تانسور اتحنا یکتا مشخص است}}$.

$$R_{\lambda\rho\mu\nu} = g_{\lambda\nu}R_{\mu\rho} - g_{\lambda\rho}R_{\mu\nu} + g_{\mu\rho}R_{\lambda\nu} - g_{\mu\nu}R_{\lambda\rho} - \frac{1}{\chi}R(g_{\lambda\mu}g_{\rho\nu} - g_{\lambda\rho}g_{\mu\nu}) \quad (3)$$

«هر جواب» معادله‌ی اینشتین \approx فضای پاددوسیتی‌ی سه‌بعدی
هندسه $\xleftarrow{\text{هندهای این خمینه‌ها به شکل}} \frac{AdS'_4}{\Gamma}$ هستند.

ناحیه‌ای از فضای پاددوسیتی + زیرگروه گسیسته (متناهی تولیدشده) از خودریختی‌های پاددوسیتی



هر خمینه‌ی کلاسیک اینشتینی ^۳.

^۳ به زبان تخصصی، این کار «پرمایش فضای خشی اینستیتون‌های گرانشی» است و در شانگان اقلیدسی انجام می‌گیرد.

ساخت سهم‌های کلاسیکِ تابع پارش

ساخت هندسه‌های کلاسیک اینشتینی $\xleftarrow{\text{با هدف جاگذاری در تقریب زینی}} \rightarrow$ تابع پارش.
روند ساختن جوابهای کلاسیک
عدم حضور درجات آزادی در توده‌ی فضازمان $\xleftarrow{\text{نتیجه تansور اتحنا یکتا مشخص است.}}$

$$R_{\lambda\rho\mu\nu} = g_{\lambda\nu}R_{\mu\rho} - g_{\lambda\rho}R_{\mu\nu} + g_{\mu\rho}R_{\lambda\nu} - g_{\mu\nu}R_{\lambda\rho} - \frac{1}{\varphi}R(g_{\lambda\mu}g_{\rho\nu} - g_{\lambda\rho}g_{\mu\nu}) \quad (3)$$

«هر جواب» معادله‌ی اینشتین \approx موضع وابرسان
فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی
هندرسون $\xleftarrow{\text{تمامی این خمینه‌ها به شکل}} = \frac{AdS'_4}{\Gamma}$ هستند.

ناحیه‌ای از فضای پاددوسیته + زیرگروه گسیته (متناهی تولیدشده) از خودریختی‌های پاددوسیته



هر خمینه‌ی کلاسیک اینشتینی 3 .

۳ به زبان تخصصی، این کار «پرمایش فضای خشتش اینستیتون‌های گرانشی» است و در نشانگان اقلیدسی انجام می‌گیرد.

ساخت سهم‌های کلاسیکِ تابع پارش

ساخت هندسه‌های کلاسیک اینشتینی $\xleftarrow{\text{با هدف}} \rightarrow$ جاگذاری در تقریب زینی تابع پارش.
روند ساختن جوابهای کلاسیک
عدم حضور درجات آزادی در توده‌ی فضازمان $\xleftarrow{\text{نتیجه}}$ تانسور اتحنا یکتا مشخص است.

$$R_{\lambda\rho\mu\nu} = g_{\lambda\nu}R_{\mu\rho} - g_{\lambda\rho}R_{\mu\nu} + g_{\mu\rho}R_{\lambda\nu} - g_{\mu\nu}R_{\lambda\rho} - \frac{1}{\varphi}R(g_{\lambda\mu}g_{\rho\nu} - g_{\lambda\rho}g_{\mu\nu}) \quad (3)$$

«هر جواب» معادله‌ی اینشتین \approx موضع و ابرسان فضای پاددوستی‌ی سه‌بعدی
هندسه $\xleftarrow{\text{تمامی این خمینه‌ها به شکل}} \frac{AdS'_3}{\Gamma}$ هستند.

ناحیه‌ای از فضای پاددوستی‌هه + زیرگروه گسسته (متناهی تولیدشده) از خودریختی‌های پاددوستی



هر خمینه‌ی کلاسیک اینشتینی 3 .

3 به زبان تخصصی، این کار «پرمایش فضای خشتنی اینستین‌های گرانشی» است و در نشانگان اقلیدسی انجام می‌گیرد.

ساخت سهم‌های کلاسیک تابع پارش

ساخت هندسه‌های کلاسیک اینشتینی $\xleftarrow{\text{با هدف جاگذاری در تقریب زینی}} \rightarrow$ تابع پارش.
روند ساختن جوابهای کلاسیک

عدم حضور درجات آزادی در توده‌ی فضازمان $\xleftarrow{\text{نتیجه تansور اتحنا یکتا مشخص است.}}$

$$R_{\lambda\rho\mu\nu} = g_{\lambda\nu}R_{\mu\rho} - g_{\lambda\rho}R_{\mu\nu} + g_{\mu\rho}R_{\lambda\nu} - g_{\mu\nu}R_{\lambda\rho} - \frac{1}{\varphi}R(g_{\lambda\mu}g_{\rho\nu} - g_{\lambda\rho}g_{\mu\nu}) \quad (3)$$

«هر جواب» معادله‌ی اینشتین \approx موضع وابرسان فضای پاددوستیه‌ی سه‌بعدی
هندسه $\xleftarrow{\text{تمامی این خمینه‌ها به شکل}} = \frac{AdS'_3}{\Gamma}$ هستند.

ناحیه‌ای از فضای پاددوستیه + زیرگروه گسسته (متناهی تولیدشده) از خودریختی‌های پاددوستیه



هر خمینه‌ی کلاسیک اینشتینی 3 .

به زبان تخصصی، این کار «پرمایش فضای خشتنی اینستین‌های گرانشی» است و در نشانگان اقلیدسی انجام می‌گیرد.

فضای پاددوسیته در نشانگان اقلیدسی = نیم فضای بالایی پوانکاره (\mathbb{H}^3) با متریک

$$ds^2 = \frac{du^2 + |dz|^2}{u^2} \quad (4)$$

مرز همدیس \leftarrow کره‌ی ریمان ($\hat{\mathbb{C}}$)

گروه خودریختی \leftarrow گروه لورنتز یا $SL(2, \mathbb{C})/\mathbb{Z}_2 \cong SO(1, 3)$

بدون ورود به جزئیات $W = \begin{pmatrix} q & * \\ * & q^{-1} \end{pmatrix} \leftarrow$ فقط و فقط

پرمایش مرز همدیس با $z = \exp(2\pi i w)$ اثراًین زیرگروه

همسان‌سازی با $\begin{cases} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \log q / 2\pi i \end{cases}$ چنبره با پارامتر خشتنی می‌سازد

$(q = e^{2\pi i \tau} \text{ یا } \tau = \log q / 2\pi i)$

فضای پاددوسیته در نشانگان اقلیدسی = نیم فضای بالایی پوانکاره (\mathbb{H}^3) با متریک

$$ds^2 = \frac{du^2 + |dz|^2}{u^2} \quad (4)$$

◀ مرز همدیس \leftarrow کرهٔ ریمان ($\hat{\mathbb{C}}$)

◀ گروه خودریختی \leftarrow گروه لورنتز یا $SL(2, \mathbb{C})/\mathbb{Z}_2 \cong SO(1, 3)$

$$W = \begin{pmatrix} q & * \\ * & q^{-1} \end{pmatrix} \xleftarrow[\text{بدون ورود به جزئیات}]{} \text{فقط و فقط}$$

$w \rightarrow w + \log q / 2\pi i \xleftarrow[\text{اثر این زیرگروه}]{\text{می‌سازد}} z = \exp(2\pi i w)$ با پرمایش مرز همدیس با

$$\left\{ \begin{array}{l} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \log q / 2\pi i \end{array} \right. \xleftarrow[\text{چنبره با پارامتر خشتی}]{\text{می‌سازد}} \text{همسان‌سازی با } . \quad (q = e^{2\pi i \tau} \text{ یا } \tau = \log q / 2\pi i)$$

فضای پاددوسیته در نشانگان اقلیدسی = نیم فضای بالایی پوانکاره (\mathbb{H}^3) با متریک

$$ds^2 = \frac{du^2 + |dz|^2}{u^2} \quad (4)$$

◀ مرز همدیس \leftarrow کره‌ی ریمان ($\hat{\mathbb{C}}$)

◀ گروه خودریختی \leftarrow گروه لورنتز یا $SL(2, \mathbb{C})/\mathbb{Z}_2 \cong SO(1, 3)$

بدون ورود به جزئیات $W = \begin{pmatrix} q & \cdot \\ \cdot & q^{-1} \end{pmatrix} \leftarrow$ فقط و فقط
با شرط $|q| < 1$ (به ما چنبره می‌دهد).

پرمایش مرز همدیس با $w \rightarrow w + \log q / 2\pi i \leftarrow$ اثراًین زیرگروه

همسان‌سازی با $z = \exp(2\pi i w) \leftarrow$ چنبره با پارامتر خشتی می‌سازد

$$\begin{cases} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \log q / 2\pi i \\ \cdot (q = e^{2\pi i \tau} \text{ یا } \tau = \log q / 2\pi i) \end{cases}$$

فضای پاددوسیته در نشانگان اقلیدسی $=$ نیم فضای بالایی پوانکاره (\mathbb{H}^3) با متریک

$$ds^2 = \frac{du^2 + |dz|^2}{u^2} \quad (4)$$

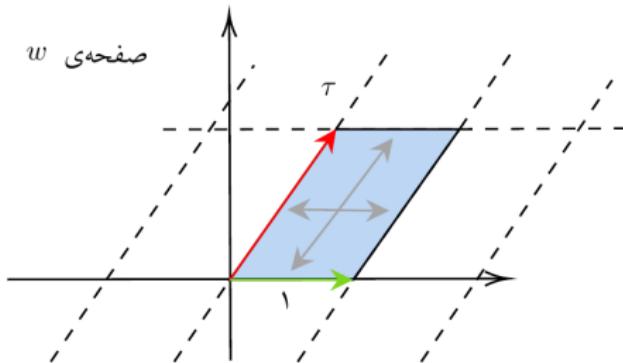
مرز همدیس \leftarrow کره‌ی ریمان $(\hat{\mathbb{C}})$

گروه خودریختی \leftarrow گروه لورنتز یا $SL(2, \mathbb{C})/\mathbb{Z}_2 \cong SO(1, 3)$

بدون ورود به جزئیات \leftarrow فقط و فقط $W = \begin{pmatrix} q & \cdot \\ \cdot & q^{-1} \end{pmatrix}$

پرمایش مرز همدیس با $z = \exp(2\pi i w)$ با اثراًین زیرگروه

همسان‌سازی با $\left\{ \begin{array}{l} w \sim w + 1 \\ w \sim w + \log q / 2\pi i \end{array} \right.$
 می‌سازد \leftarrow چنبره با پارامتر خشتنی $. (q = e^{2\pi i \tau} \text{ یا } \tau = \log q / 2\pi i)$



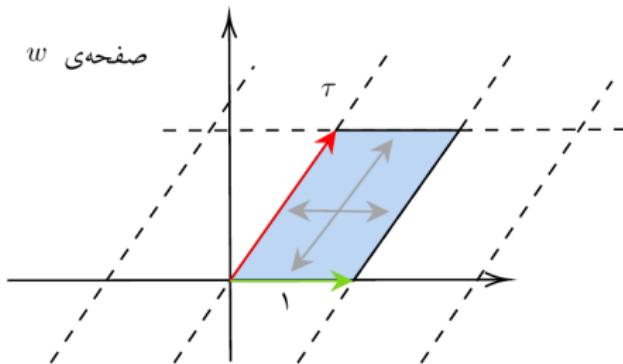
شکل: ساخت چنبره از کاشی‌کاری صفحه‌ی مختلط با پارامتر خشتی τ

از ناوردایی خشتی (تبدیل پارامتر خشتی با $(PSL(2, \mathbb{Z}))$ به انتخاب $c \geq 0$ و d طوری که $(c, d) = 1$ ، وابسته است.⁴.

شاد \leftarrow خانواده‌ی خمینه‌های کلاسیک مورد بحث⁵.

$$^4 q = \exp(2\pi i(a\tau + b)/(c\tau + d)).$$

پارامتر خشتی را ضمنی نگه داشته‌ایم.



شکل: ساخت چنبره از کاشی‌کاری صفحه‌ی مختلط با پارامتر خشتی τ

از ناوردایی خشتی (تبدیل پارامتر خشتی با $(PSL(2, \mathbb{Z}))$ به انتخاب $c \geq 0$ و d)⁴ که $(c, d) = 1$ وابسته است.⁵.

نماد \leftarrow خانواده‌ی خمینه‌های کلاسیک مورد بحث⁵ . $M_{c,d}$

$$q = \exp(2\pi i(a\tau + b)/(c\tau + d)).$$

پارامتر خشتی را ضمنی نگه داشته‌ایم.

یک مثال ساده

گروه خودریختی $\Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} e^{b+i\theta} & \cdot \\ \cdot & e^{-b-i\theta} \end{pmatrix} \right\rangle$
جزئیات اثر گروه روی مرز همدیس و مختصه‌ها (...)

اثر زیر گروه $t \rightarrow t + b \longleftarrow \text{diag}(e^b, e^{-b})$

اثر زیر گروه $\phi \rightarrow \phi + \theta \longleftarrow \text{diag}(e^{i\theta}, e^{-i\theta})$

رفع یک ابهام: چرا مرز چنبره‌ای؟

ارتباط پارامتر خشتشی چنبره \longleftrightarrow ترمودینامیک فضازمان (و سیاهچاله‌ها)
مرز همدیس کروی \longleftrightarrow پایداری خلا
مطابق دوگانی پیمانه/گرانش

یک مثال ساده

گروه خودریختی $\Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} e^{b+i\theta} & \cdot \\ \cdot & e^{-b-i\theta} \end{pmatrix} \right\rangle$
جزئیات اثر گروه روی مرز همدیس و مختصه‌ها (...)

- اثر زیر گروه $t \rightarrow t + b \longleftarrow \text{diag}(e^b, e^{-b})$
- اثر زیر گروه $\phi \rightarrow \phi + \theta \longleftarrow \text{diag}(e^{i\theta}, e^{-i\theta})$

رفع یک ابهام: چرا مرز چنبره‌ای؟

ارتباط پارامتر خشتشی چنبره \longleftrightarrow ترمودینامیک فضازمان (و سیاهچاله‌ها)
مطابق دوگانی پیمانه/گرانش \longleftrightarrow پایداری خلا
مرز همدیس کروی

یک مثال ساده

گروه خودریختی $\Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} e^{b+i\theta} & \cdot \\ \cdot & e^{-b-i\theta} \end{pmatrix} \right\rangle$ کل مرز همدیس.
جزئیات اثر گروه روی مرز همدیس و مختصه‌ها (...)

• اثر زیرگروه $t \rightarrow t + b \longleftarrow \text{diag}(e^b, e^{-b})$

• اثر زیرگروه $\phi \rightarrow \phi + \theta \longleftarrow \text{diag}(e^{i\theta}, e^{-i\theta})$

رفع یک ابهام: چرا مرز چنبره‌ای؟

ارتباط پارامتر خشتی چنبره \longleftrightarrow ترمودینامیک فضازمان (و سیاهچاله‌ها)

مرز همدیس کروی $\xleftarrow[\text{پایداری خلا}]{\text{مطابق دوگانی پیمانه/گرانش}}$

یک مثال ساده

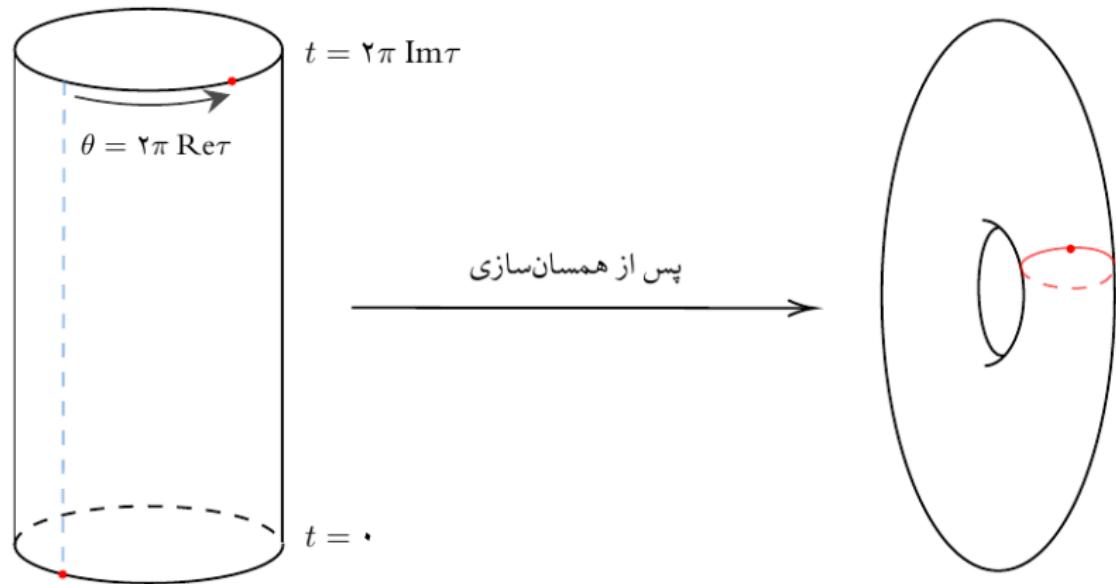
گروه خودریختی
 $\Gamma = \left\langle \begin{pmatrix} e^{b+i\theta} & \cdot \\ \cdot & e^{-b-i\theta} \end{pmatrix} \right\rangle$
جزئیات اثر گروه روی مرز همدیس و مختصه‌ها (...)

- اثر زیرگروه $t \rightarrow t + b \longleftarrow \text{diag}(e^b, e^{-b})$
- اثر زیرگروه $\phi \rightarrow \phi + \theta \longleftarrow \text{diag}(e^{i\theta}, e^{-i\theta})$

رفع یک ابهام: چرا مرز چنبره‌ای؟

ارتباط پارامتر خشتی چنبره \longleftrightarrow ترمودینامیک فضازمان (و سیاهچاله‌ها)
مرز همدیس کروی $\xleftarrow[\text{پایداری خلا}]{\text{مطابق دوگانی پیمانه/گرانش}}$

$$|\Psi\rangle = |\text{---}\rangle + |\text{\circlearrowleft}\rangle + |\text{\circlearrowright}\rangle + \dots$$



شکل: ساخت خمینه‌ی $M_{1,1}$: اول در $t = 0$ ، استوانه‌ی طویل فضازمان را می‌بریم و سپس نقاط روی دایره‌های مرز را با چرخش $\theta = 2\pi \text{Re} \tau$ و $t = 2\pi \text{Im} \tau$ همسان می‌کنیم. در شکل، نقطه‌ی قرمز در دایره‌ی بالا و پایینی با هم همسان می‌شوند و پس از انجام همسان‌سازی، روی چنبره نشان داده شده‌اند.

محاسبه‌ی تابع پارش \ll تقریب خام

دسته‌بندی فضازمان‌های کلاسیک فرینه $\xleftarrow[\text{با هدف}]{}$ محاسبه‌ی انتگرال مسیر گرانشی.
به لطف تبدیلات خشتی چنبره

$$Z_{c,d}(\tau) = Z_{\cdot,\cdot}(\gamma\tau)$$

$$Z(\tau) = \sum_{c,d} Z_{c,d}(\tau) = \sum_{c \geq \cdot, (c,d)=1} Z_{\cdot,\cdot}((a\tau + b)/(c\tau + d)). \quad (5)$$

تقریب خام: جاگذاری فرینه‌های کلاسیک در (۱).
با جاگذاری در کنش (۲) $k = \ell/16G$ که $I = -4\pi k \operatorname{Im}(\tau) \longleftarrow$

$$Z_{\cdot,\cdot}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k} \quad (6)$$

این نتیجه واقعا درخور توجه است.

محاسبه‌ی تابع پارش \ll تقریب خام

دسته‌بندی فضازمان‌های کلاسیک فرینه $\xleftarrow[\text{با هدف}]{}$ محاسبه‌ی انتگرال مسیر گرانشی.
به لطف تبدیلات خشتی چنبره

$$Z_{c,d}(\tau) = Z_{\cdot,1}(\gamma\tau)$$

$$Z(\tau) = \sum_{c,d} Z_{c,d}(\tau) = \sum_{c \geq 1, (c,d)=1} Z_{\cdot,1}((a\tau + b)/(c\tau + d)). \quad (5)$$

تقریب خام: جاگذاری فرینه‌های کلاسیک در (۱).
با جاگذاری در کنش (۲) $k = \ell/16G$ که $I = -4\pi k \operatorname{Im}(\tau) \longleftrightarrow$

$$Z_{\cdot,1}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k} \quad (6)$$

این نتیجه واقعا درخور توجه است.

محاسبه‌ی تابع پارش \ll تقریب خام

دسته‌بندی فضازمان‌های کلاسیک فرینه $\xleftarrow[\text{با هدف}]{}$ محاسبه‌ی انتگرال مسیر گرانشی.
به لطف تبدیلات خشتی چنبره

$$Z_{c,d}(\tau) = Z_{\cdot,1}(\gamma\tau)$$

$$Z(\tau) = \sum_{c,d} Z_{c,d}(\tau) = \sum_{c \geq 1, (c,d)=1} Z_{\cdot,1}((a\tau + b)/(c\tau + d)). \quad (5)$$

تقریب خام: جاگذاری فرینه‌های کلاسیک در (۱).
با جاگذاری در کنش (۲) $I = -4\pi k \operatorname{Im}(\tau) \xleftarrow[]{} k = \ell/16G$

$$Z_{\cdot,1}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k} \quad (6)$$

این نتیجه واقعا درخور توجه است.

محاسبه‌ی تابع پارش \ll تقریب خام

دسته‌بندی فضازمان‌های کلاسیک فرینه $\xleftarrow[\text{با هدف}]{}$ محاسبه‌ی انتگرال مسیر گرانشی.
به لطف تبدیلات خشتی چنبره

$$Z_{c,d}(\tau) = Z_{\cdot,1}(\gamma\tau)$$

$$Z(\tau) = \sum_{c,d} Z_{c,d}(\tau) = \sum_{c \geq 1, (c,d)=1} Z_{\cdot,1}((a\tau + b)/(c\tau + d)). \quad (5)$$

تقریب خام: جاگذاری فرینه‌های کلاسیک در (۱).
با جاگذاری در کنش (۲) $I = -4\pi k \operatorname{Im}(\tau) \longleftrightarrow k = \ell/16G$

$$Z_{\cdot,1}(\tau) = |q\bar{q}|^{-k} \quad (6)$$

این نتیجه واقعا درخور توجه است.

یادآوری از (۱۰۵) : سهم حالت نخستین $h_L = h_R = c/24$ به تابع پارش همدیس به شکل $\exp(-2\pi E \operatorname{Im}(\tau))$ است.

$$\text{تابع پارش همدیس} = \text{تابع پارش گرانش کوانتومی}^6 \quad \longleftrightarrow \quad c = 3\ell/2G = 24k$$



سهم‌های تک حلقه به بالا \equiv بقیه‌ی حالات دودمانی نظریه‌ی میدان همدیس دوگان پس باید از تقریب خام (نقطه‌ی زینی) خارج شویم و اختلالات حول فرینه را هم ببینم.

توجه کنید که اگرچه این بار مرکزی دقیقا همان مقداری را دارد که برای اولین بار در [۱] بدست آمد، اما مقدارش اهمیت فیزیکی ندارد، چرا که با عوض کردن رویه‌ی منظم‌سازی، مقدارش ~~عوشر~~ ~~پیش~~ $\ll 1$ است.

یادآوری از (۱۰۵) : سهم حالت نخستین $h_L = h_R = c/24$ به تابع پارش همدیس به شکل $\exp(-2\pi E \operatorname{Im}(\tau))$ است.

$$c = 3\ell/2G = 24k \quad \leftarrow \text{تابع پارش همدیس} = \text{تابع پارش گرانش کوانتومی}^6$$

سهم‌های تک حلقه به بالا \equiv بقیه‌ی حالات دودمانی نظریه‌ی میدان همدیس دوگان پس باید از تقریب خام (نقطه‌ی زینی) خارج شویم و اختلالات حول فرینه را هم بیینم.



توجه کنید که اگرچه این بار مرکزی دقیقا همان مقداری را دارد که برای اولین بار در [۱] بدست آمد، اما مقدارش اهمیت فیزیکی ندارد، چرا که با عوض کردن رویه‌ی منظم‌سازی، مقدارش عوض می‌شود.

یادآوری از (۱۰۵) : سهم حالت نخستین $h_L = h_R = c/24$ به تابع پارش همدیس به شکل $\exp(-2\pi E \operatorname{Im}(\tau))$ است.

$$c = 3\ell/2G = 24k \quad \leftarrow \text{تابع پارش همدیس} = \text{تابع پارش گرانش کوانتومی}^6.$$

 سهم‌های تک حلقه به بالا \equiv بقیه‌ی حالات دودمانی نظریه‌ی میدان همدیس دوگان پس باید از تقریب خام (نقطه‌ی زینی) خارج شویم و اختلالات حول فرینه را هم بیینم.

توجه کنید که اگرچه این بار مرکزی دقیقا همان مقداری را دارد که برای اولین بار در [۱] بدست آمد، اما مقدارش اهمیت فیزیکی ندارد، چرا که با عوض کردن رویه‌ی منظم‌سازی، مقدارش عوض می‌شود.

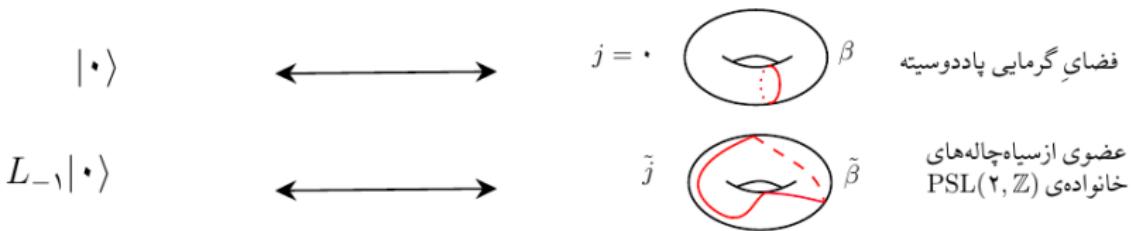
یادآوری از (۱۰۵) : سهم حالت نخستین $h_L = h_R = c/24$ به تابع پارش همدیس به شکل $\exp(-2\pi E \operatorname{Im}(\tau))$ است.

$$c = 3\ell/2G = 24k \quad \leftarrow \text{تابع پارش همدیس} = \text{تابع پارش گرانش کوانتومی}^7.$$

 سهم‌های تک‌حلقه به بالا \equiv بقیه‌ی حالات دودمانی نظریه‌ی میدان همدیس دوگان پس باید از تقریب خام (نقطه‌ی زینی) خارج شویم و اختلالات حول فرینه را هم ببینم.

$$\text{میدان همدیس با } c = \frac{3\ell}{2G}$$

گرانش کوانتومی مجانباً پاددوسیته‌ی سه‌بعدی



شکل: تناظر حالات نظریه‌ی میدان همدیس روی چنبره با حالات گرانش کوانتومی.

تجهیز کنید که اگرچه این بار مرکزی دقیقاً همان مقداری را دارد که برای اولین بار در [۱] بدست آمد، اما مقدارش اهمیت فیزیکی ندارد، چرا که با عوض کردن رویه‌ی منظم‌سازی، مقدارش عوض می‌شود.

کوانشِ گرانشِ سه بعدی به زبانِ ساده

قصه: کوانشِ گرانشِ مجانباً پاددوسیته به کمکِ برنامه‌ی کوانش هندسی.
خمینه‌ی فضای فاز $\mathcal{P} + 2$ - فرم همتافته‌ی ω روی آن \longleftrightarrow شروعِ کوانش

فضای فازِ مورد نظرما \longleftrightarrow تمامی متريک‌هاي مجانباً پاددوسیته (Brown-Henneaux)

$$ds^2 = \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - \left(r dx^+ - \frac{4G\ell}{r} \bar{p}(x^-) dx^- \right) \left(r dx^- - \frac{4G\ell}{r} p(x^+) dx^+ \right)$$

كه $p(x^+)$ و $\bar{p}(x^-)$ دو تابع دلخواه -2π - متناوب هستند.

يعني، فضای فاز گرانشی $= \text{Diff}(S^1) \times \text{Diff}(S^1)$.
تبديل‌های طولپای فضازمان‌ها باعث اضافه‌شماری $\text{SL}(2, \mathbb{R})$ می‌شوند. بنابراین

$$\mathcal{P} = \frac{\text{Diff}(S^1) \times \text{Diff}(S^1)}{\text{SL}(2, \mathbb{R}) \times \text{SL}(2, \mathbb{R})} = \left(\frac{\text{Diff}(S^1)}{\text{SL}(2, \mathbb{R})} \right)^2 \quad (7)$$

کوانشِ گرانشِ سه بعدی به زبانِ ساده

قصه: کوانشِ گرانشِ مجانباً پاددوسیته به کمکِ برنامه‌ی کوانش هندسی.
خمینه‌ی فضایِ فاز $\mathcal{P} + 2 -$ فرم همتافته‌ی ω روی آن \longleftrightarrow شروعِ کوانش

فضایِ فازِ موردِ نظرِ ما \longleftrightarrow تمامی متريک‌هاي مجانباً پاددوسیته (Brown-Henneaux)

$$ds^2 = \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - \left(r dx^+ - \frac{4G\ell}{r} \bar{p}(x^-) dx^- \right) \left(r dx^- - \frac{4G\ell}{r} p(x^+) dx^+ \right)$$

كه $p(x^+)$ و $\bar{p}(x^-)$ دو تابع دلخواه 2π -متناوب هستند.

يعني، فضایِ فاز گرانشی $= \text{Diff}(S^1) \times \text{Diff}(S^1)$.
تبديل‌های طول‌پای فضازمان‌ها باعث اضافه‌شماری $\text{SL}(2, \mathbb{R})$ می‌شوند. بنابراین

$$\mathcal{P} = \frac{\text{Diff}(S^1) \times \text{Diff}(S^1)}{\text{SL}(2, \mathbb{R}) \times \text{SL}(2, \mathbb{R})} = \left(\frac{\text{Diff}(S^1)}{\text{SL}(2, \mathbb{R})} \right)^2 \quad (7)$$

کوانشِ گرانشِ سه بعدی به زبانِ ساده

قصه: کوانشِ گرانشِ مجانباً پاددوسیته به کمکِ برنامه‌ی کوانش هندسی.
خمینه‌ی فضای فاز $\mathcal{P} + 2 -$ فرم همتافته‌ی ω روی آن \longleftrightarrow شروع کوانش

فضای فازِ موردنظرِ ما \longleftrightarrow تمامی متريک‌هاي مجانباً پاددوسیته (Brown-Henneaux)

$$ds^2 = \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - \left(r dx^+ - \frac{4G\ell}{r} \bar{p}(x^-) dx^- \right) \left(r dx^- - \frac{4G\ell}{r} p(x^+) dx^+ \right)$$

كه $p(x^+)$ و $\bar{p}(x^-)$ دو تابع دلخواه 2π -متناوب هستند.

يعني، فضای فازِ گرانشی $= \text{Diff}(S^1) \times \text{Diff}(S^1)$.
تبديل‌هاي طول‌پاي فضازمان‌ها باعث اضافه‌شماري $\text{SL}(2, \mathbb{R})$ می‌شوند. بنابراین

$$\mathcal{P} = \frac{\text{Diff}(S^1) \times \text{Diff}(S^1)}{\text{SL}(2, \mathbb{R}) \times \text{SL}(2, \mathbb{R})} = \left(\frac{\text{Diff}(S^1)}{\text{SL}(2, \mathbb{R})} \right)^2 \quad (7)$$

\mathcal{P} : مدارِ هم‌الحاقی عنصر واحدِ گروه ویت + ۲ - فرم همتافته‌ی Kirillov-Kostant ([۷، ۶]) \longleftrightarrow توجه معطوف به فضای حالات است.

کوانتشِ فضای همگن G/H

- ◀ فضای هیلبرت H نمایشی از توسعه‌ی مرکزی \mathfrak{g}
- ◀ خلا تحت تبدیل H ناورداست.



چقدر جالب!

$$\begin{array}{c}
 \widetilde{\text{Diff}}(S^1) \xleftarrow{\text{توسعه‌ی مرکزی}} \text{Diff}(S^1) \\
 \text{فضای هیلبرت گرانشی} \longrightarrow \text{ماژول‌های ورما} \\
 \text{ناوردا تحت} \\
 \text{خلا ویراسورو} \xleftarrow{\text{تبديلات همديس سرتاسری (تمام ریخت)}} \text{SL}(2, \mathbb{R}) \cong
 \end{array}$$

↓

کوانتش گرانش سه‌بعدی مجانباً پاددوسيته = نظريه‌ي ميدان همديس!

\mathcal{P} : مدارِ هم‌الحاقی عنصر واحدِ گروه ویت + ۲ - فرم همتافته‌ی Kirillov-Kostant ([۷، ۶]) \leftarrow توجه معطوف به فضای حالات است.

کوانتشِ فضای همگن G/H

- ◀ فضای هیلبرت \mathcal{H} نمایشی از توسعه‌ی مرکزی \mathfrak{g}
- ◀ خلا تحت تبدیل H ناورداست.



چقدر جالب!

$$\begin{array}{c}
 \widetilde{\text{Diff}}(S^1) \xleftarrow{\text{توسعه‌ی مرکزی}} \text{Diff}(S^1) \\
 \text{فضای هیلبرت گرانشی} \longrightarrow \text{ماژول‌های ورما} \\
 \text{خلا ویراسورو} \xleftarrow[\text{ناوردا تحت}]{\text{تبدیلات همدیس سرتاسری (تمام‌ریخت)}} \text{همدیس} \cong \text{SL}(2, \mathbb{R})
 \end{array}$$

↓

کوانتش گرانش سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته = نظریه‌ی میدان همدیس!

\mathcal{P} : مدارِ هم‌الحاقی عنصر واحدِ گروه ویت + ۲ - فرم همتافته‌ی Kirillov-Kostant ([۷، ۶]) \leftarrow توجه معطوف به فضای حالات است.

کوانتشِ فضای همگن G/H

- ◀ فضای هیلبرت \mathcal{H} نمایشی از توسعه‌ی مرکزی \mathfrak{g}
- ◀ خلا تحت تبدیل H ناورداست.



چقدر جالب!

$$\begin{array}{c}
 \widetilde{\text{Diff}}(S^1) \xleftarrow{\text{توسعه‌ی مرکزی}} \text{Diff}(S^1) \\
 \text{فضای هیلبرت گرانشی} \longrightarrow \text{ماژول‌های ورما} \\
 \text{ناوردا تحت} \\
 \text{خلا ویراسورو} \xleftarrow{\text{تبديلات همديس سرتاسری (تمام ریخت)}} \text{SL}(2, \mathbb{R}) \cong
 \end{array}$$



کوانتش گرانش سه‌بعدی مجانباً پاددوسيته = نظريه‌ي ميدان همديس!

حالات گرانش کوانتومی پاددوسیته \equiv حالات دودمانی نظریه میدان همدیس

$$E = -k + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \prod_{n=1}^{\infty} L_{-n}^{a_n} |+\rangle$$

نمایش یکانی جبر ویراسورو = ضرب تانسوری دو ماژول ورما $\xrightarrow{\text{کوانتش}} (\text{Diff}(S^1)/\text{SL}(2, \mathbb{R}))^2$
به طور کاملاً طبیعی: حالات کوانتومی = حالات نظریه‌ی میدان همدیس.
معنای دوگانی گرانش کوانتومی پاددوسیته با نظریه‌ی میدان همدیس روشنتر شد.

حالات دودمانی فوق در مراجع، با نام «برانگیختگی‌های مرزی Brown-Henneaux »، یا «گراویتون‌های مرزی» هم شناخته می‌شوند.

حالات گرانش کوانتومی پاددوسیته \equiv حالات دودمانی نظریه میدان همدیس

$$E = -k + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \prod_{n=1}^{\infty} L_{-n}^{a_n} |+\rangle$$

نمایش یکانی جبر ویراسورو = ضرب تانسوری دو ماژول ورما $\xrightarrow{\text{کوانتش}}^2$ $(\text{Diff}(S^1)/\text{SL}(2, \mathbb{R}))$
به طور کاملاً طبیعی: حالات کوانتومی = حالات نظریه‌ی میدان همدیس.
معنای دوگانی گرانش کوانتومی پاددوسیته با نظریه‌ی میدان همدیس روشنتر شد.

حالات دودمانی فوق در مراجع، با نام «برانگیختگی‌های مرزی Brown-Henneaux »، یا «گراویتون‌های مرزی» هم شناخته می‌شوند.

حالات گرانش کوانتومی پاددوسیته \equiv حالات دودمانی نظریه میدان همدیس

$$E = -k + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \text{ با انرژی } \prod_{n=1}^{\infty} L_{-n}^{a_n} |+\rangle$$

نمایش یکانی جبر ویراسورو = ضرب تانسوری دو ماژول ورما $\xrightarrow{\text{کوانتش}} (\text{Diff}(S^1)/\text{SL}(2, \mathbb{R}))^2$
به طور کاملاً طبیعی: حالات کوانتومی = حالات نظریه‌ی میدان همدیس.
معنای دوگانی گرانش کوانتومی پاددوسیته با نظریه‌ی میدان همدیس روشنتر شد.

حالات دودمانی فوق در مراجع، با نام «برانگیختگی‌های مرزی Brown-Henneaux»، یا «گراویتون‌های مرزی» هم شناخته می‌شوند.

محاسبه‌ی تابع پارش \Rightarrow تقریب پخته‌تر

راه خروج از تقریب خام (۶)؟ جمع روی تمامی حالات گرانش کوانتمی زبان انتگرال مسیر در نظرگیری جواب‌های کلاسیک + تمامی تصحیحات کوانتمی به کنش اینشتین-هیلبرت.

$$Z(\tau, \bar{\tau}) \equiv \int_{\partial\mathcal{M}=T^4} [Dg_{\mu\nu}] e^{-S} = \sum_{g_*} e^{-cS(g_*) + S^{(1)}(g_*) + \mathcal{O}(\frac{1}{c})} \quad (8)$$

اندکی جزئیات

از لحاظ محاسباتی باید تصحیح تک‌حلقه را به انتگرال مسیر پیدا کنیم. تابع پارش گرانش کوانتمی در مرتبه‌ی تک‌حلقه با روش تصویر و هسته‌ی گرمایی قابل انجام هست و دترمینان تک‌حلقه، در توافق کامل با مشخصه‌ی خلا ویراسورو است [۱۱].

راه معادل \leftarrow تابع پارش نظریه‌ی میدان همدیس
(تک‌حلقه-کامل بودن گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته)

محاسبه‌ی تابع پارش \Rightarrow تقریب پخته‌تر

راه خروج از تقریب خام (۶)؟ جمع روی تمامی حالات گرانش کوانتمی زبان انتگرال مسیر در نظرگیری جواب‌های کلاسیک + تمامی تصحیحات کوانتمی به کنش اینشتین-هیلبرت.

$$Z(\tau, \bar{\tau}) \equiv \int_{\partial\mathcal{M}=T^4} [Dg_{\mu\nu}] e^{-S} = \sum_{g_*} e^{-cS(g_*) + S^{(1)}(g_*) + \mathcal{O}(\frac{1}{c})} \quad (8)$$

اندکی جزئیات

از لحاظ محاسباتی باید تصحیح تک‌حلقه را به انتگرال مسیر پیدا کنیم. تابع پارش گرانش کوانتمی در مرتبه‌ی تک‌حلقه با روش تصویر و هسته‌ی گرمایی قابل انجام هست و دترمینان تک‌حلقه، در توافقی کامل با مشخصه‌ی خلا ویراسورو است [۱۱].

راه معادل \leftarrow تابع پارش نظریه‌ی میدان همدیس
(تک‌حلقه-کامل بودن گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسته)

انتگرال‌گیری تک حلقه نتیجه‌ی زیر را می‌دهد [۱۱].

$$Z_{+,1}(\tau) = |\bar{q}q|^{-k} \frac{1}{\prod_{n=1}^{\infty} |1 - q^n|^2} \quad (9)$$

این، همان مشخصه‌ی خلا ویراسور است.

$$\chi_h(\tau) = \frac{q^{h - \frac{c-1}{12}}}{\eta(\tau)} \quad (10)$$

تعريفِ تابع اتا

$$\eta(\tau) = e^{\frac{i\pi\tau}{12}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - e^{2n\pi i\tau}) = q^{\frac{1}{12}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n) \quad (11)$$

کاربرد: تسهیل بررسی ناوردایی خشتی.

بازنویسی بر حسبِ تابع اتا ددکیند

$$Z_{+,1}(\tau) = \frac{1}{|\eta(\tau)|^2} |\bar{q}q|^{-(k-1/12)} |1 - q|^2. \quad (12)$$

انتگرال‌گیری تک حلقه نتیجه‌ی زیر را می‌دهد [۱۱].

$$Z_{+,1}(\tau) = |\bar{q}q|^{-k} \frac{1}{\prod_{n=1}^{\infty} |1 - q^n|^2} \quad (9)$$

این، همان مشخصه‌ی خلا ویراسور است.

$$\chi_h(\tau) = \frac{q^{h - \frac{c-1}{12}}}{\eta(\tau)} \quad (10)$$

تعريفِ تابع اتا

$$\eta(\tau) = e^{\frac{i\pi\tau}{12}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - e^{12n\pi i\tau}) = q^{\frac{1}{12}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n) \quad (11)$$

کاربرد: تسهیل بررسی ناوردایی خشتی.

بازنویسی بر حسبِ تابع اتا ددکیند

$$Z_{+,1}(\tau) = \frac{1}{|\eta(\tau)|^2} |\bar{q}q|^{-(k-1/24)} |1 - q|^2. \quad (12)$$

انتگرال‌گیری تک حلقه نتیجه‌ی زیر را می‌دهد [۱۱].

$$Z_{+,1}(\tau) = |\bar{q}q|^{-k} \frac{1}{\prod_{n=1}^{\infty} |1 - q^n|^2} \quad (9)$$

این، همان مشخصه‌ی خلا ویراسور است.

$$\chi_h(\tau) = \frac{q^{h - \frac{c-1}{12}}}{\eta(\tau)} \quad (10)$$

تعريفِ تابع اتا

$$\eta(\tau) = e^{\frac{i\pi\tau}{12}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - e^{12n\pi i\tau}) = q^{\frac{1}{12}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n) \quad (11)$$

کاربرد: تسهیل بررسی ناوردایی خشتی.

بازنویسی بر حسبِ تابع اتا ددکیند

$$Z_{+,1}(\tau) = \frac{1}{|\eta(\tau)|^2} |\bar{q}q|^{-(k-1/12)} |1 - q|^2. \quad (12)$$

صورتِ نهایی تابع پارشِ گرانش کوانتومی سه بعدی و درسهای آن

با داشتن $(\tau) \leftarrow Z_{\cdot, 1} \sum_{c \geq \cdot, (c,d)=1} (\text{سری پوانکاره})$.

$$Z(\tau) = \sum_{c \geq \cdot, (c,d)=1} Z_{\cdot, 1}(\gamma\tau) \quad (13)$$

که $\gamma = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \text{SL}(2, \mathbb{Z})$
چالش‌های این محاسبه:

- ◀ واگرایی جمع و منظم‌سازی \leftarrow قاعده‌مندترین منظم‌سازی: زتا ریمان + توسعه‌ی تحلیلی نتیجه.
- ◀ انواع روش‌های ریاضیاتی: بازجمع پواسون، تبدیل فوریه، انتگرال‌های بسل و جمع‌های عجیب و غریب ریاضی (!).
- ◀ مجبوریم که به شکل اختلالی به پارامتر خشتی نگاه کنیم.

صورتِ نهایی تابع پارشِ گرانش کوانتومی سه بعدی و درسهای آن

با داشتن $(\tau) \leftarrow Z_{\cdot, 1}(\tau)$.
 $\sum_{c \geq \cdot, (c,d)=1} (\text{سری پوانکاره})$.

$$Z(\tau) = \sum_{c \geq \cdot, (c,d)=1} Z_{\cdot, 1}(\gamma\tau) \quad (13)$$

که $\gamma = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \text{SL}(2, \mathbb{Z})$
چالش‌های این محاسبه:

- ◀ واگرایی جمع و منظم‌سازی \leftarrow قاعده‌مندترین منظم‌سازی: زتا ریمان + توسعه‌ی تحلیلی نتیجه.
- ◀ انواع روش‌های ریاضیاتی: بازجمع پواسون، تبدیل فوریه، انتگرال‌های بسل و جمع‌های عجیب و غریب ریاضی (!).
- ◀ مجبوریم که به شکل اختلالی به پارامتر خستی نگاه کنیم.

با نوشتن $y = x + iy$ در اولین مرتبه می‌رسیم به

$$Z = Z_{+,1} + \frac{1}{|\eta|^2} (-\epsilon + \mathcal{O}(y^{-1})) \quad (14)$$

این رابطه واقعاً عجیب است!

- ◀ تا $E = -1/12$ طیف گرانش کوانتمی \equiv طیف مدهای برانگیخته‌ی Brown-Henneaux است.
- ◀ ورای آن، تبهگنی منفی شش است.
- ◀ تصحیحات از مراتب $\mathcal{O}(1/y)$ در تناقض با دوگان بودن با یک سامانه‌ی کوانتمی است.

$$\text{Tr}\left(\exp(-\beta H)\right)$$

نتیجه‌ی اولیه

جمع سهم‌های شناخته شده در تابع پارش گرانش سه‌بعدی خالص مجانباً پاددوسیته، از لحاظ فیزیکی و تمام‌نگاری معنادار نیست.

با نوشتن $y = x + iy\tau$, در اولین مرتبه می‌رسیم به

$$Z = Z_{.,1} + \frac{1}{|\eta|^2} (-\epsilon + \mathcal{O}(y^{-1})) \quad (14)$$

این رابطه واقعاً عجیب است!

- ◀ تا $E = -1/12$ طیف گرانش کوانتمی \equiv طیف مدهای برانگیخته‌ی Brown-Henneaux؛ ورای آن، تبهگنی منفی شش است.
- ◀ تصحیحات از مراتب $\mathcal{O}(1/y)$ در تناقض با دوگان بودن با یک سامانه‌ی کوانتمی است.

$$\text{Tr}\left(\exp(-\beta H)\right)$$

نتیجه‌ی اولیه

جمع سهم‌های شناخته شده در تابع پارش گرانش سه‌بعدی خالص مجانباً پاددوسیته، از لحاظ فیزیکی و تمام‌نگاری معنادار نیست.

با نوشتن $y = x + iy\tau$, در اولین مرتبه می‌رسیم به

$$Z = Z_{.,1} + \frac{1}{|\eta|^2} (-\epsilon + \mathcal{O}(y^{-1})) \quad (14)$$

این رابطه واقعاً عجیب است!

- ◀ تا $E = -1/12$ طیف گرانش کوانتمی \equiv طیف مدهای برانگیخته‌ی Brown-Henneaux؛ ورای آن، تبهگنی منفی شش است.
- ◀ تصحیحات از مراتب $\mathcal{O}(1/y)$ در تناقض با دوگان بودن با یک سامانه‌ی کوانتمی است.

$$\text{Tr}\left(\exp(-\beta H)\right)$$

نتیجه‌ی اولیه

جمع سهم‌های شناخته شده در تابع پارش گرانش سه‌بعدی خالص مجانباً پاددوسیته، از لحاظ فیزیکی و تمام‌نگاری معنادار نیست.

با نوشتن $y = x + iy\tau$ ، در اولین مرتبه می‌رسیم به

$$Z = Z_{+,1} + \frac{1}{|\eta|^2} (-\epsilon + \mathcal{O}(y^{-1})) \quad (14)$$

این رابطه واقعاً عجیب است!

- ◀ تا $E = -1/12$ طیف گرانش کوانتمی \equiv طیف مدهای برانگیخته‌ی Brown-Henneaux؛ ورای آن، تبهگنی منفی شش است.
- ◀ تصحیحات از مراتب $\mathcal{O}(1/y)$ در تناقض با دوگان بودن با یک سامانه‌ی کوانتمی است.

$$\text{Tr}\left(\exp(-\beta H)\right)$$

نتیجه‌ی اولیه

جمع سهم‌های شناخته‌شده در تابع پارش گرانش سه‌بعدی خالص مجانباً پاددوسیته، از لحاظ فیزیکی و تمام‌نگاری معنادار نیست.

نگاهی به تصحیحات مرتبه بالاتر

(۱۵)

$$Z = Z_{\cdot,1} + \frac{1}{|\eta|^4} \left(-\epsilon + \frac{(\pi^{\epsilon} - 6\pi)(11 + 24k)}{9\zeta(3)} y^{-1} \right. \\ \left. + \frac{5(53\pi^{\epsilon} - 882\pi^2) + 528(\pi^{\epsilon} - 90\pi^2)k + 576(\pi^{\epsilon} - 90\pi^2)k^2}{2430\zeta(5)} y^{-2} + \mathcal{O}(y^{-3}) \right)$$

◀ صفر نشدن تصحیحات مرتبه بالا، اصلاح طیف را فوق العاده دشوارتر می کند.

◀ ضرایب y اگرچه مثبت هستند، اما متسفانه طبیعی نیستند. خلاف انتظار ما از نظریه میدان همدیس.

◀ تجزیه‌ی تمام‌ریخت تابع پارش هم دیده نمی شود؛ این را هم از نظریه میدان همدیس دوگان انتظار داشتیم [۸].

◀ تنها مورد امیدوارکننده: بازتولید درست تصحیحات لگاریتمی به آنتروپی سیاه‌چاله‌ی BTZ در هنگردد ریزکانونی.

پس شرایط بسیار نامیدکننده با رگه‌هایی از امیدواری است.

نگاهی به تصحیحات مرتبه بالاتر

(۱۵)

$$Z = Z_{\cdot,1} + \frac{1}{|\eta|^2} \left(-\varepsilon + \frac{(\pi^{\circ} - \varepsilon\pi)(11 + 24k)}{9\zeta(3)} y^{-1} \right. \\ \left. + \frac{5(53\pi^{\circ} - 882\pi^{\circ}) + 528(\pi^{\circ} - 90\pi^{\circ})k + 576(\pi^{\circ} - 90\pi^{\circ})k^2}{2430\zeta(5)} y^{-2} + \mathcal{O}(y^{-3}) \right)$$

- ◀ صفر نشدن تصحیحات مرتبه بالا، اصلاح طیف را فوق العاده دشوارتر می‌کند.
- ◀ ضرایب y اگرچه مثبت هستند، اما متسفانه طبیعی نیستند. خلاف انتظار ما از نظریه‌ی میدان همدیس.
- ◀ تجزیه‌ی تمام‌ریخت تابع پارش هم دیده نمی‌شود؛ این را هم از نظریه‌ی میدان همدیس دوگان انتظار داشتیم [۸].
- ◀ تنها مورد امیدوارکننده: بازتولید درست تصحیحات لگاریتمی به آنتروپی سیاه‌چاله‌ی BTZ در هنگردد ریزکانونی.

پس شرایط بسیار نامیدکننده با رگه‌هایی از امیدواری است.

نگاهی به تصحیحات مرتبه بالاتر

(۱۵)

$$Z = Z_{\cdot,1} + \frac{1}{|\eta|^4} \left(-\epsilon + \frac{(\pi^{\circ} - 6\pi)(11 + 24k)}{9\zeta(3)} y^{-1} \right. \\ \left. + \frac{5(53\pi^{\circ} - 882\pi^{\circ}) + 528(\pi^{\circ} - 90\pi^{\circ})k + 576(\pi^{\circ} - 90\pi^{\circ})k^2}{2430\zeta(5)} y^{-2} + \mathcal{O}(y^{-3}) \right)$$

- ◀ صفر نشدن تصحیحات مرتبه بالا، اصلاح طیف را فوق العاده دشوارتر می کند.
- ◀ ضرایب y اگرچه مثبت هستند، اما متسفانه طبیعی نیستند. خلاف انتظار ما از نظریه‌ی میدان همدیس.
- ◀ تجزیه‌ی تمام ریخت تابع پارش هم دیده نمی شود؛ این را هم از نظریه‌ی میدان همدیس دوگان انتظار داشتیم [۸].
- ◀ تنها مورد امیدوارکننده: باز تولید درست تصحیحات لگاریتمی به آنتروپی سیاه‌چاله‌ی BTZ در هنگرد ریزکانونی.

پس شرایط بسیار نامیدکننده با رگه‌هایی از امیدواری است.

نگاهی به تصحیحات مرتبه بالاتر

(۱۵)

$$Z = Z_{\cdot,1} + \frac{1}{|\eta|^4} \left(-\varepsilon + \frac{(\pi^{\circ} - 6\pi)(11 + 24k)}{9\zeta(3)} y^{-1} \right. \\ \left. + \frac{5(53\pi^{\circ} - 882\pi^{\circ}) + 528(\pi^{\circ} - 90\pi^{\circ})k + 576(\pi^{\circ} - 90\pi^{\circ})k^2}{2430\zeta(5)} y^{-2} + \mathcal{O}(y^{-3}) \right)$$

- ◀ صفر نشدن تصحیحات مرتبه بالا، اصلاح طیف را فوق العاده دشوارتر می‌کند.
- ◀ ضرایب y اگرچه مثبت هستند، اما متسفانه طبیعی نیستند. خلاف انتظار ما از نظریه‌ی میدان همدیس.
- ◀ تجزیه‌ی تمام‌ریخت تابع پارش هم دیده نمی‌شود؛ این را هم از نظریه‌ی میدان همدیس دوگان انتظار داشتیم [۸].
- ◀ تنها مورد امیدوارکننده: بازتولید درست تصحیحات لگاریتمی به آنتروپی سیاه‌چاله‌ی BTZ در هنگرد ریزکانونی.

پس شرایط بسیار نامیدکننده با رگه‌هایی از امیدواری است.

نگاهی به تصحیحات مرتبه بالاتر

(۱۵)

$$Z = Z_{\cdot,1} + \frac{1}{|\eta|^4} \left(-\varepsilon + \frac{(\pi^{\circ} - \varepsilon\pi)(11 + 24k)}{9\zeta(3)} y^{-1} \right. \\ \left. + \frac{5(53\pi^{\circ} - 882\pi^{\circ}) + 528(\pi^{\circ} - 90\pi^{\circ})k + 576(\pi^{\circ} - 90\pi^{\circ})k^2}{2430\zeta(5)} y^{-2} + \mathcal{O}(y^{-3}) \right)$$

- ◀ صفر نشدن تصحیحات مرتبه بالا، اصلاح طیف را فوق العاده دشوارتر می کند.
- ◀ ضرایب y اگرچه مثبت هستند، اما متسفانه طبیعی نیستند. خلاف انتظار ما از نظریه ای میدان همدیس.
- ◀ تجزیه ای تمام ریخت تابع پارش هم دیده نمی شود؛ این را هم از نظریه ای میدان همدیس دوگان انتظار داشتیم [۸].
- ◀ تنها مورد امیدوارکننده: باز تولید درست تصحیحات لگاریتمی به آنتروپی سیاه چاله ای BTZ در هنگرد ریز کانونی.

پس شرایط بسیار نامیدکننده با رگه هایی از امیدواری است.

چه اشتباهی کردیم که این طیفِ غیرفیزیکی را پیدا کردیم؟

- راحت‌ترین کار: گرانش کوانتمی مجانباً پاددوستیهای خالص اصلاً خودسازگار نیست.
 - ← افزودن درجات آزادی مادی برای اصلاح طیف.
- سهم‌های ناشناخته و مهم برای طیف (?)

در سالهای اخیر، فهمیدیم که سناریوی دوم محتمل‌تر است.

چه اشتباهی کردیم که این طیفِ غیرفیزیکی را پیدا کردیم؟

- راحت‌ترین کار: گرانش کوانتمی مجانباً پاددوستیهای خالص اصلاً خودسازگار نیست.
— افزودن درجات آزادی مادی برای اصلاح طیف.
- سهم‌های ناشناخته و مهم برای طیف (?)

در سالهای اخیر، فهمیدیم که سناریوی دوم محتمل‌تر است.

چه اشتباهی کردیم که این طیفِ غیرفیزیکی را پیدا کردیم؟

- راحت‌ترین کار: گرانش کوانتمی مجانباً پاددوستیهای خالص اصلاً خودسازگار نیست.
— افزودن درجات آزادی مادی برای اصلاح طیف.
- سهم‌های ناشناخته و مهم برای طیف (?)

در سالهای اخیر، فهمیدیم که سناریوی دوم محتمل‌تر است.

چه اشتباهی کردیم که این طیفِ غیرفیزیکی را پیدا کردیم؟

- راحت‌ترین کار: گرانش کوانتمی مجانباً پاددوستیهای خالص اصلاً خودسازگار نیست.
— افزودن درجات آزادی مادی برای اصلاح طیف.
- سهم‌های ناشناخته و مهم برای طیف (?)

در سالهای اخیر، فهمیدیم که سناریوی دوم محتمل‌تر است.

- مدل‌های خودسازگار گرانش کوانتومی سه‌بعدی از نظریه‌ابرریسمان روی $\text{AdS}_3 \times S^3 \times T^4$. شامل غشاهايي (۱+۱)-بعدي گسترده در فضازمان (ريسمان‌هاي كيهاني).
- تلاش برای بازیابی تجزیه‌ی تمام‌ریخت تابع پارش \longleftrightarrow با توجه (۱۲)

$$Z_{+, \downarrow} = F_k(q)F_k(\bar{q}) \quad (16)$$

$$\cdot F_k(q) = q^{-k} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)^{-1} \text{ که}$$

از دست رفتن تجزیه‌ی تمام‌ریخت

$$Z = \sum_{\gamma \in W} F_k(q)|_{\gamma} F_k(\bar{q})|_{\gamma} \quad (17)$$

- مدل‌های خودسازگار گرانش کوانتومی سه‌بعدی از نظریه‌ابرریسمان روی $\text{AdS}_3 \times S^3 \times T^4$.
- شامل غشاهايي (۱+۱)-بعدي گسترده در فضازمان (ريسمان‌هاي كيهاني).
- تلاش برای بازیابی تجزیه‌ی تمام‌ریخت تابع پارش \longrightarrow با توجه (۱۲)

$$Z_{+,1} = F_k(q)F_k(\bar{q}) \quad (16)$$

$$\cdot F_k(q) = q^{-k} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)^{-1} \quad \text{که}$$

از دست رفتن تجزیه‌ی تمام‌ریخت

$$Z = \sum_{\gamma \in W} F_k(q)|_{\gamma} F_k(\bar{q})|_{\gamma} \quad (17)$$



- مدل‌های خودسازگار گرانش کوانتومی سه‌بعدی از نظریه‌ابرریسمان روی $\text{AdS}_3 \times S^3 \times T^4$.
شامل غشاهايي (۱+۱)-بعدي گستره در فضازمان (ريسمان‌های كيهاني).
• تلاش برای بازیابی تجزیه‌ی تمام‌ریخت تابع پارش \longrightarrow با توجه (۱۲)

$$Z_{+,1} = F_k(q)F_k(\bar{q}) \quad (16)$$

$$\cdot F_k(q) = q^{-k} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)^{-1} \quad \text{که}$$

از دست رفته تجزیه‌ی تمام‌ریخت

$$Z = \sum_{\gamma \in W} F_k(q)|_{\gamma} F_k(\bar{q})|_{\gamma} \quad (17)$$

راه حل (؟): بازنویسی جمع

$$\hat{Z} = \left(\sum_{\gamma \in W} F_k(q) \Big|_{\gamma} \right) \left(\sum_{\gamma' \in W} F_k(\bar{q}) \Big|_{\gamma'} \right) \quad (18)$$

این جمع چه معنایی می‌تواند داشته باشد؟ معادل با کنش کلاسیکی

$$I_{\gamma, \gamma'} = 2\pi i (\gamma\tau - \gamma'\bar{\tau}) \quad (19)$$

جواب‌ها جواب مختلط معادله‌ی اینشتین هستند(!).

البته این راه به دو دلیل مسدود است.

- هیچ خانواده‌ای از جواب‌های مختلط معادله‌ی اینشتین در خلا پادددوسیته پیدا نشده.
- حتی با وجود جواب \longleftrightarrow به دلیل محدودیت‌های انتگرال مسیر گرانشی، راهی برای بدست آوردن سهم اختلالات حول فضازمان‌های فرینه نداریم.

راه حل (؟): بازنویسی جمع

$$\hat{Z} = \left(\sum_{\gamma \in W} F_k(q) \Big|_{\gamma} \right) \left(\sum_{\gamma' \in W} F_k(\bar{q}) \Big|_{\gamma'} \right) \quad (18)$$

این جمع چه معنایی می‌تواند داشته باشد؟ معادل با کنش کلاسیکی

$$I_{\gamma, \gamma'} = 2\pi i (\gamma\tau - \gamma'\bar{\tau}) \quad (19)$$

جواب‌ها جواب مختلط معادله اینشتین هستند(!).

البته این راه به دو دلیل مسدود است.

هیچ خانواده‌ای از جواب‌های مختلط معادله اینشتین در خلا پادددوسیته پیدا نشده.

حتی با وجود جواب \longleftrightarrow به دلیل محدودیت‌های انتگرال مسیر گرانشی، راهی برای بدست آوردن سهم اختلالات حول فضازمان‌های فرینه نداریم.

راه حل (؟): بازنویسی جمع

$$\hat{Z} = \left(\sum_{\gamma \in W} F_k(q) \Big|_{\gamma} \right) \left(\sum_{\gamma' \in W} F_k(\bar{q}) \Big|_{\gamma'} \right) \quad (18)$$

این جمع چه معنایی می‌تواند داشته باشد؟ معادل با کنش کلاسیکی

$$I_{\gamma, \gamma'} = 2\pi i (\gamma\tau - \gamma'\bar{\tau}) \quad (19)$$

جواب‌ها جواب مختلط معادله اینشتین هستند(!).

البته این راه به دو دلیل مسدود است.

هیچ خانواده‌ای از جواب‌های مختلط معادله اینشتین در خلا پاددسیتیه پیدا نشده.

حتی با وجود جواب \longleftrightarrow به دلیل محدودیت‌های انتگرال مسیر گرانشی، راهی برای بدست آوردن سهم اختلالات حول فضازمان‌های فرینه نداریم.

نتیجه‌گیری و مسیرهای آینده

در این ارائه، تا حدی با بحث‌هایی که در گرانش کوانتمی سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته مطرح هست، آشنا شدیم. مهم‌ترین پیام‌های این سخنرانی هستند:

- ➊ گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته و ارتباطِ چشم‌گیر با نظریه‌میدان همدیس.
- ➋ شناخت عمیق‌تر گرانش کوانتمی با کمکِ تابع پارش، آشنایی با مسائل طیف‌آن.
- ➌ رهیافت‌هایی نوین به مسئله‌ی طیف و گرانش کوانتمی در سه‌بعد.

چه سوال‌هایی در ادامه مهم‌اند؟

- ➊ چه ویژگی‌های جهان‌شمولی از گرانش کوانتمی در ابعاد پایین هستند که در ابعاد بالا هم قابل انتظارند؟
- ➋ وضعیتِ دوگانی پیمانه/گرانش برای گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته دقیقاً چیست؟
- ➌ آیا می‌توانیم تصویرِ تمام‌نگاری درستی برای فضازمان‌های مجانباً تخت و مجانباً دوسیته بسازیم؟

در این ارائه، تا حدی با بحث‌هایی که در گرانش کوانتمی سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته مطرح هست، آشنا شدیم. مهم‌ترین پیام‌های این سخنرانی هستند:

- ➊ گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته و ارتباطِ چشم‌گیر با نظریه‌میدان همدیس.
- ➋ شناخت عمیق‌تر گرانش کوانتمی با کمکِ تابع پارش، آشنایی با مسائل طیف‌آن.
- ➌ رهیافت‌هایی نوین به مسئله‌ی طیف و گرانش کوانتمی در سه‌بعد.

چه سوال‌هایی در ادامه مهم‌اند؟

- ➊ چه ویژگی‌های جهان‌شمولی از گرانش کوانتمی در ابعاد پایین هستند که در ابعاد بالا هم قابل انتظارند؟
- ➋ وضعیتِ دوگانی پیمانه/گرانش برای گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته دقیقاً چیست؟
- ➌ آیا می‌توانیم تصویرِ تمام‌نگاری درستی برای فضازمان‌های مجانباً تخت و مجانباً دوسیته بسازیم؟

در این ارائه، تا حدی با بحث‌هایی که در گرانش کوانتمی سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته مطرح هست، آشنا شدیم. مهم‌ترین پیام‌های این سخنرانی هستند:

- ➊ گرانشِ کوانتمی مجانباً پاددوسیته و ارتباطِ چشم‌گیر با نظریه‌میدان همدیس.
- ➋ شناختِ عمیق‌تر گرانش کوانتمی با کمکِ تابع پارش، آشنایی با مسائل طیفِ آن.
- ➌ رهیافت‌هایی نوین به مسئله‌ی طیف و گرانش کوانتمی در سه‌بعد.

چه سوال‌هایی در ادامه مهم‌اند؟

- ➊ چه ویژگی‌های جهان‌شمولی از گرانش کوانتمی در ابعادِ پایین هستند که در ابعاد بالا هم قابل انتظارند؟
- ➋ وضعیتِ دوگانی پیمانه/گرانش برای گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته دقیقاً چیست؟
- ➌ آیا می‌توانیم تصویرِ تمام‌نگاری درستی برای فضازمان‌های مجانباً تخت و مجانباً دوسیته بسازیم؟

در این ارائه، تا حدی با بحث‌هایی که در گرانش کوانتمی سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته مطرح هست، آشنا شدیم. مهم‌ترین پیام‌های این سخنرانی هستند:

- ➊ گرانشِ کوانتمی مجانباً پاددوسیته و ارتباطِ چشم‌گیر با نظریه‌میدان همدیس.
- ➋ شناختِ عمیق‌تر گرانش کوانتمی با کمکِ تابع پارش، آشنایی با مسائل طیفِ آن.
- ➌ رهیافت‌هایی نوین به مسئله‌ی طیف و گرانش کوانتمی در سه‌بعد.

چه سوال‌هایی در ادامه مهم‌اند؟

- ➊ چه ویژگی‌های جهان‌شمولی از گرانش کوانتمی در ابعادِ پایین هستند که در ابعاد بالا هم قابل انتظارند؟
- ➋ وضعیتِ دوگانی پیمانه/گرانش برای گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته دقیقاً چیست؟
- ➌ آیا می‌توانیم تصویرِ تمام‌نگاری درستی برای فضازمان‌های مجانباً تخت و مجانباً دوسیته بسازیم؟

در این ارائه، تا حدی با بحث‌هایی که در گرانش کوانتمی سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته مطرح هست، آشنا شدیم. مهم‌ترین پیام‌های این سخنرانی هستند:

- ➊ گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته و ارتباطِ چشم‌گیر با نظریه‌میدان همدیس.
- ➋ شناخت عمیق‌تر گرانش کوانتمی با کمکِ تابع پارش، آشنایی با مسائل طیف آن.
- ➌ رهیافت‌هایی نوین به مسئله‌ی طیف و گرانش کوانتمی در سه‌بعد.

چه سوال‌هایی در ادامه مهم‌اند؟

- ➊ چه ویژگی‌های جهان‌شمولی از گرانش کوانتمی در ابعاد پایین هستند که در ابعاد بالا هم قابل انتظارند؟
- ➋ وضعیتِ دوگانی پیمانه/گرانش برای گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته دقیقاً چیست؟
- ➌ آیا می‌توانیم تصویر تمام‌نگاری درستی برای فضازمان‌های مجانباً تخت و مجانباً دوسیته بسازیم؟

در این ارائه، تا حدی با بحث‌هایی که در گرانش کوانتمی سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته مطرح هست، آشنا شدیم. مهم‌ترین پیام‌های این سخنرانی هستند:

- ➊ گرانشِ کوانتمی مجانباً پاددوسیته و ارتباطِ چشم‌گیر با نظریه‌میدان همدیس.
- ➋ شناختِ عمیق‌تر گرانش کوانتمی با کمکِ تابع پارش، آشنایی با مسائل طیفِ آن.
- ➌ رهیافت‌هایی نوین به مسئله‌ی طیف و گرانش کوانتمی در سه‌بعد.

چه سوال‌هایی در ادامه مهم‌اند؟

چه ویژگی‌های جهان‌شمولی از گرانش کوانتمی در ابعادِ پایین هستند که در ابعاد بالا هم قابل انتظارند؟

- ➊ وضعیتِ دوگانی پیمانه/گرانش برای گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته دقیقاً چیست؟
- ➋ آیا می‌توانیم تصویرِ تمام‌نگاری درستی برای فضازمان‌های مجانباً تخت و مجانباً دوسیته بسازیم؟

در این ارائه، تا حدی با بحث‌هایی که در گرانش کوانتمی سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته مطرح هست، آشنا شدیم. مهم‌ترین پیام‌های این سخنرانی هستند:

- ➊ گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته و ارتباطِ چشم‌گیر با نظریه‌میدان همدیس.
- ➋ شناخت عمیق‌تر گرانش کوانتمی با کمکِ تابع پارش، آشنایی با مسائل طیف آن.
- ➌ رهیافت‌هایی نوین به مسئله‌ی طیف و گرانش کوانتمی در سه‌بعد.

چه سوال‌هایی در ادامه مهم‌اند؟

- ➊ چه ویژگی‌های جهان‌شمولی از گرانش کوانتمی در ابعاد پایین هستند که در ابعاد بالا هم قابل انتظارند؟
- ➋ وضعیتِ دوگانی پیمانه/گرانش برای گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته دقیقاً چیست؟
- ➌ آیا می‌توانیم تصویرِ تمام‌نگاری درستی برای فضازمان‌های مجانباً تخت و مجانباً دوسیته بسازیم؟

در این ارائه، تا حدی با بحث‌هایی که در گرانش کوانتمی سه‌بعدی مجانباً پاددوسیته مطرح هست، آشنا شدیم. مهم‌ترین پیام‌های این سخنرانی هستند:

- ➊ گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته و ارتباطِ چشم‌گیر با نظریه‌میدان همدیس.
- ➋ شناخت عمیق‌تر گرانش کوانتمی با کمکِ تابع پارش، آشنایی با مسائل طیف آن.
- ➌ رهیافت‌هایی نوین به مسئله‌ی طیف و گرانش کوانتمی در سه‌بعد.

چه سوال‌هایی در ادامه مهم‌اند؟

- ➊ چه ویژگی‌های جهان‌شمولی از گرانش کوانتمی در ابعاد پایین هستند که در ابعاد بالا هم قابل انتظارند؟
- ➋ وضعیتِ دوگانی پیمانه/گرانش برای گرانش کوانتمی مجانباً پاددوسیته دقیقاً چیست؟
- ➌ آیا می‌توانیم تصویرِ تمام‌نگاری درستی برای فضازمان‌های مجانباً تخت و مجانباً دوسیته بسازیم؟

از تمامی دوستانی که در این مدت همراه من بودند، چه در مسائل کوچک و
چه در مسائل بزرگ، صمیمانه و از اعماق قلبم سپاسگزارم.

از استاد راهنمای عزیزم، امین فرجی، و آقای دکتر ارفعی بابت حمایت و
دلگرمی هاشان سپاسگزارم.

از تمامی دوستانی که در این مدت همراه من بودند، چه در مسائل کوچک و
چه در مسائل بزرگ، صمیمانه و از اعماق قلبم سپاسگزارم.

از استاد راهنمای عزیزم، امین فرجی، و آقای دکتر ارفعی بابت حمایت و
دلگرمی هاشان سپاسگزارم.

ممنون از این‌که همراهی ام کردید.

سوال؟ بحث؟ نظر؟

میان پرده: ارتباطِ پارامترِ خشتی به ترمودینامیک

ارتباطِ پارامترِ خشتی با کمیت‌های نافزون و ترمودینامیکی را بینیم.

تابع پارش نظریه‌ی میدان همدیس

$$Z(\tau, \bar{\tau}) = \sum_i q^{h_i - c/24} \bar{q}^{\bar{h}_i - c/24}$$

(جمع روی تمامی حالات دودمانی است و $.q = e^{2\pi i \tau}$)

$$\begin{cases} E = h + \bar{h} \\ J = h - \bar{h} \end{cases} \quad \text{دارند.} \quad \begin{cases} \hat{H} = L_+ + \bar{L}_- \\ \hat{J} = L_+ - \bar{L}_- \end{cases} \quad \text{روی حالت } |h, \bar{h}\rangle \text{ ویژه‌مقدار } \text{ عملگرهای}$$

$$Z \propto \sum_i e^{2\pi i \text{Re} \tau (\overbrace{h_i - \bar{h}_i}^J)} e^{-2\pi \text{Im} \tau (\overbrace{h_i + \bar{h}_i}^E)} \quad (20)$$

$\text{Im}(\tau)$ معکوس دماست و $\text{Re}(\tau)$ هم پتانسیل زاویه‌ای است. در فضازمان، معنای این پارامترها به ترتیب معکوسِ دمای فضا و تکانه‌ی زاویه‌ای فضاست.

میان‌پرده: ارتباطِ پارامترِ خشتی به ترمودینامیک

ارتباطِ پارامترِ خشتی با کمیت‌های نافزون و ترمودینامیکی را ببینیم.

تابع پارش نظریه‌ی میدان همدیس

$$Z(\tau, \bar{\tau}) = \sum_i q^{h_i - c/24} \bar{q}^{\bar{h}_i - c/24}$$

(جمع روی تمامی حالات دودمانی است و $.q = e^{2\pi i \tau}$)

$$\begin{cases} E = h + \bar{h} \\ J = h - \bar{h} \end{cases} \quad \text{دارند.} \quad \begin{cases} \hat{H} = L_+ + \bar{L}_- \\ \hat{J} = L_+ - \bar{L}_- \end{cases} \quad \text{روی حالت } |h, \bar{h}\rangle \text{ ویژه‌مقدار عملگرهای}$$

$$Z \propto \sum_i e^{2\pi i \operatorname{Re} \tau (h_i - \bar{h}_i)} e^{\overbrace{(h_i - \bar{h}_i)}^J} e^{-2\pi \operatorname{Im} \tau (h_i + \bar{h}_i)} \overbrace{(h_i + \bar{h}_i)}^E \quad (20)$$

$\operatorname{Im}(\tau)$ معکوس دماست و $\operatorname{Re}(\tau)$ هم پتانسیل زاویه‌ای است. در فضازمان، معنای این پارامترها به ترتیب معکوسِ دمای فضا و تکانه‌ی زاویه‌ای فضاست.

میان پرده: ارتباطِ پارامترِ خشتی به ترمودینامیک

ارتباطِ پارامترِ خشتی با کمیت‌های نافزون و ترمودینامیکی را ببینیم.

تابع پارش نظریه‌ی میدان همدیس

$$Z(\tau, \bar{\tau}) = \sum_i q^{h_i - c/24} \bar{q}^{\bar{h}_i - c/24}$$

(جمع روی تمامی حالات دودمانی است و $.q = e^{2\pi i \tau}$)

$$\begin{cases} E = h + \bar{h} \\ J = h - \bar{h} \end{cases} \quad \text{دارند.} \quad \begin{cases} \hat{H} = L_+ + \bar{L}_- \\ \hat{J} = L_+ - \bar{L}_- \end{cases} \quad \text{روی حالت } |h, \bar{h}\rangle \text{ ویژه‌مقدار عملگرهای}$$

$$Z \propto \sum_i e^{2\pi i \operatorname{Re} \tau (\overbrace{h_i - \bar{h}_i}^J)} e^{-2\pi \operatorname{Im} \tau (\overbrace{h_i + \bar{h}_i}^E)} \quad (20)$$

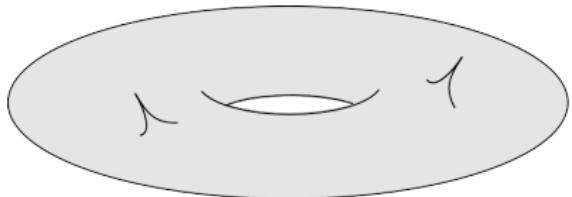
$\operatorname{Im}(\tau)$ معکوسِ دماست و $\operatorname{Re}(\tau)$ هم پتانسیلِ زاویه‌ای است. در فضازمان، معنای این پارامترها به ترتیب معکوسِ دمای فضا و تکانه‌ی زاویه‌ای فضاست.

اندکی درباره‌ی هندسه‌های تکینه‌ی مخروطی

فرآیند بالا $\xleftarrow{\Gamma = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}_N}$ هندسه‌های تکین.

نبود انگیزه‌ی فیزیکی کافی (!) در گذشته
[۱۵].

سهم زیر غالب $\xleftarrow{\text{اما نواقص مهمی}} \text{سهم‌های تکین}$
را رفع می‌کنند.



شکل: یک سهم تکین به انتگرال مسیر گرانشی

مطابق دوگانی پاددوسته/نظریه میدان همدیس مرزی [۱۲]، میدان‌های همدیس در پس زمینه‌ی تکین \equiv یک ذره‌ی جرم‌دار در فضازمان پس تصویر تمام‌نگاری توجیه فیزیکی خوبی برای حضورشان فراهم می‌کند.

اندکی درباره‌ی هندسه‌های تکینه‌ی مخروطی

فرآیند بالا $\xleftarrow{\Gamma = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}_N}$ هندسه‌های تکین.

نبود انگیزه‌ی فیزیکی کافی (!) در گذشته
[۱۵].



سهم‌های تکین $\xleftarrow{\text{سهم زیر غالب}}$ اما نواقصِ مهمی را رفع می‌کنند.

شکل: یک سهم تکین به انتگرال مسیر گرانشی

مطابق دوگانی پاددوسیته/نظریه میدان همدیس مرزی [۱۲]، میدان‌های همدیس در پس‌زمینه‌ی تکین \equiv یک ذره‌ی جرم‌دار در فضازمان پس تصویر تمام‌نگاری توجیه فیزیکی خوبی برای حضورشان فراهم می‌کند.

ضمیمه‌ی اول: تقارن‌های مجانبی گرانشِ سه‌بعدی پاددوستیه‌ی خالص

هندسه‌ی فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی

شناخت فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی $\mathbb{R}^{2,2}$ با کمک جانشانی در

فضای $\mathbb{R}^{2,2}$ ، مجهز به مختصات (x, y, u, v) و متریک

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 - du^2 - dv^2 \quad (21)$$

فضازمان پاددوسیته‌ی سه‌بعدی به عنوان یک زیرخمینه در فضای هدف

$$\text{AdS}_3 \equiv \{(x, y, u, v) \in \mathbb{R}^{2,2} \mid u^2 + v^2 = \ell^2 + x^2 + y^2\} \quad (22)$$

پارامتر $\ell > 0$ شعاع پاددوسیته

هندسه‌ی فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی

شناخت فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی $\mathbb{R}^{2,2}$ با کمک جانشانی در

فضای $\mathbb{R}^{2,2}$ ، مجهز به مختصات (x, y, u, v) و متریک

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 - du^2 - dv^2 \quad (21)$$

فضازمان پاددوسیته‌ی سه‌بعدی به عنوان یک زیرخمینه در فضای هدف

$$\text{AdS}_3 \equiv \{(x, y, u, v) \in \mathbb{R}^{2,2} \mid u^2 + v^2 = \ell^2 + x^2 + y^2\} \quad (22)$$

پارامتر $\ell > 0$ شعاع پاددوسیته

هندسه‌ی فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی

شناخت فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی $\mathbb{R}^{2,2}$ با کمک جانشانی در

فضای $\mathbb{R}^{2,2}$ ، مجهز به مختصات (x, y, u, v) و متریک

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 - du^2 - dv^2 \quad (21)$$

فضازمان پاددوسیته‌ی سه‌بعدی به عنوان یک زیرخمینه در فضای هدف

$$\text{AdS}_2 \equiv \{(x, y, u, v) \in \mathbb{R}^{2,2} \mid u^2 + v^2 = \ell^2 + x^2 + y^2\} \quad (22)$$

پارامتر $\ell > 0$ شعاع پاددوسیته

هندسه‌ی فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی

شناخت فضای پاددوسیته‌ی سه‌بعدی $\mathbb{R}^{2,2}$ با کمک جانشانی در

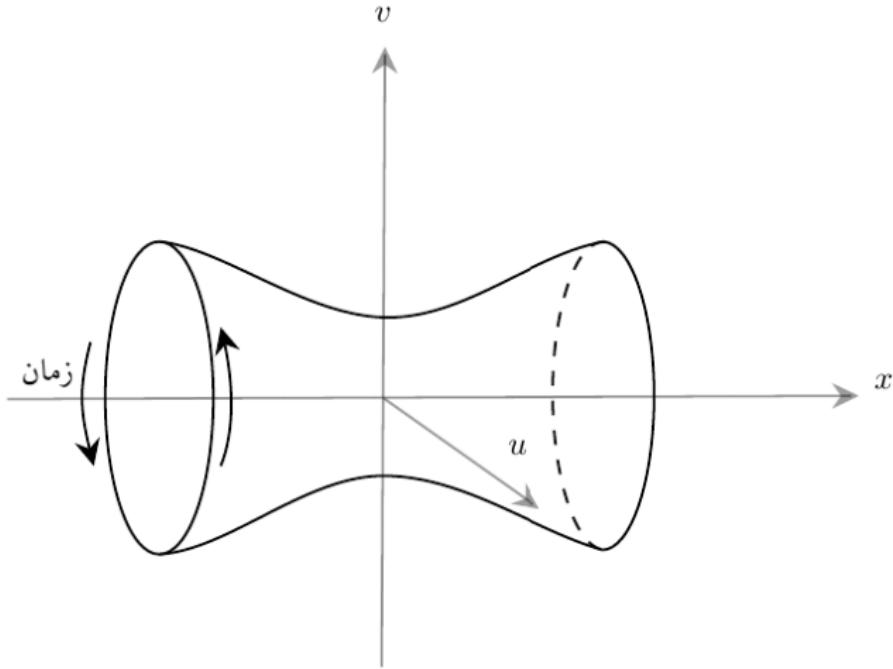
فضای $\mathbb{R}^{2,2}$ ، مجهز به مختصات (x, y, u, v) و متریک

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 - du^2 - dv^2 \quad (21)$$

فضازمان پاددوسیته‌ی سه‌بعدی به عنوان یک زیرخمینه در فضای هدف

$$\text{AdS}_3 \equiv \{(x, y, u, v) \in \mathbb{R}^{2,2} \mid u^2 + v^2 = \ell^2 + x^2 + y^2\} \quad (22)$$

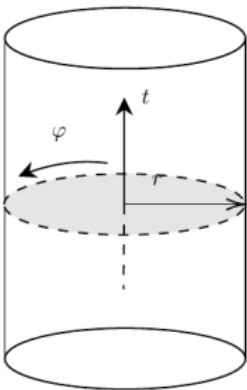
پارامتر $\ell > 0$ شعاع پاددوسیته



شکل: شمای فضای پاددوستیه سه بعدی، جانشانی شده در $\mathbb{R}^{2,2}$ - خم های بسته زمان گونه (!)

$$(x, y, u) \longrightarrow (t, r, \varphi)$$

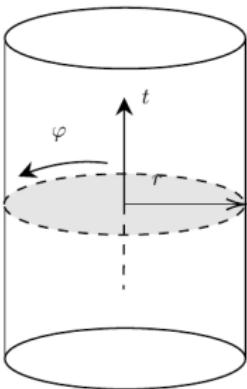
$$ds^2 = -(1 + r^2/\ell^2)dt^2 + \frac{dr^2}{1 + r^2/\ell^2} + r^2 d\varphi^2 \quad (23)$$



شکل: در مختصات سرتاسری، فضای پاددوسیته استوانه‌ای نامتناهی است که با متغیرهای (r, φ, t) مختصه‌بندی می‌شود.

$$(x, y, u) \longrightarrow (t, r, \varphi)$$

$$ds^2 = -(1 + r^2/\ell^2)dt^2 + \frac{dr^2}{1 + r^2/\ell^2} + r^2 d\varphi^2 \quad (23)$$



شکل: در مختصات سرتاسری، فضای پاددوسیته استوانه‌ای نامتناهی است که با متغیرهای (r, φ, t) مختصه‌بندی می‌شود.

میدان‌های برداری کیلینگ فضای پاددوسیته سه‌بعدی

بردارهای کیلینگ فضای پاددوسیته $\xrightarrow{\text{با کمک}}$ بردارهای کیلینگ فضای هدف ^۸

$$\begin{aligned}\xi_1 &= u\partial_v - v\partial_u, & \xi_2 &= x\partial_y - y\partial_x, & \xi_3 &= u\partial_y + y\partial_u, \\ \xi_4 &= v\partial_x + x\partial_v, & \xi_5 &= u\partial_x + x\partial_u, & \xi_6 &= v\partial_y + y\partial_v.\end{aligned}\quad (۲۴)$$

بازتعریف مولدهای جبر به شکل زیر

$$\begin{aligned}\ell_+ &\equiv \tfrac{1}{\sqrt{2}}(\xi_1 + \xi_2), & \bar{\ell}_+ &\equiv \tfrac{1}{\sqrt{2}}(\xi_1 - \xi_2), \\ \ell_1 &\equiv \tfrac{1}{\sqrt{2}}(\xi_3 + \xi_4 - i\xi_5 + i\xi_6), & \bar{\ell}_1 &\equiv \tfrac{1}{\sqrt{2}}(-\xi_3 + \xi_4 - i\xi_5 - i\xi_6), \\ \ell_{-1} &\equiv \tfrac{1}{\sqrt{2}}(\xi_3 + \xi_4 + i\xi_5 - i\xi_6), & \bar{\ell}_{-1} &\equiv \tfrac{1}{\sqrt{2}}(-\xi_3 + \xi_4 + i\xi_5 + i\xi_6),\end{aligned}\quad (۲۵)$$

به جمع مستقیم $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \oplus \mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$ می‌رسیم

$$i[\ell_m, \ell_n] = (m - n)\ell_{m+n}, \quad i[\bar{\ell}_m, \bar{\ell}_n] = (m - n)\bar{\ell}_{m+n}, \quad i[\ell_m, \bar{\ell}_n] = . \quad (۲۶)$$

۸ که تشکیل جبر $(2, 2, 50)$ می‌دهند.

میدان‌های برداری کیلینگ فضای پاددوسیته سه‌بعدی

بردارهای کیلینگ فضای پاددوسیته $\xrightarrow[\text{با کمک}]{}$ بردارهای کیلینگ فضای هدف ^۸

$$\begin{aligned}\xi_1 &= u\partial_v - v\partial_u, & \xi_2 &= x\partial_y - y\partial_x, & \xi_3 &= u\partial_y + y\partial_u, \\ \xi_4 &= v\partial_x + x\partial_v, & \xi_5 &= u\partial_x + x\partial_u, & \xi_6 &= v\partial_y + y\partial_v.\end{aligned}\quad (۲۴)$$

بازتعریف مولدهای جبر به شکل زیر

$$\begin{aligned}\ell_+ &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi_1 + \xi_2), & \bar{\ell}_+ &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi_1 - \xi_2), \\ \ell_1 &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi_2 + \xi_4 - i\xi_5 + i\xi_6), & \bar{\ell}_1 &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(-\xi_2 + \xi_4 - i\xi_5 - i\xi_6), \\ \ell_{-1} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi_2 + \xi_4 + i\xi_5 - i\xi_6), & \bar{\ell}_{-1} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(-\xi_2 + \xi_4 + i\xi_5 + i\xi_6),\end{aligned}\quad (۲۵)$$

به جمع مستقیم $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \oplus \mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$ می‌رسیم

$$i[\ell_m, \ell_n] = (m - n)\ell_{m+n}, \quad i[\bar{\ell}_m, \bar{\ell}_n] = (m - n)\bar{\ell}_{m+n}, \quad i[\ell_m, \bar{\ell}_n] = . \quad (۲۶)$$

۸ که تشکیل جبر $(2, 2, 50)$ می‌دهند.

میدان‌های برداری کیلینگ فضای پاددوسیته سه‌بعدی

بردارهای کیلینگ فضای پاددوسیته $\xrightarrow[\text{با کمک}]{}$ بردارهای کیلینگ فضای هدف ^۸

$$\begin{aligned}\xi_1 &= u\partial_v - v\partial_u, & \xi_2 &= x\partial_y - y\partial_x, & \xi_3 &= u\partial_y + y\partial_u, \\ \xi_4 &= v\partial_x + x\partial_v, & \xi_5 &= u\partial_x + x\partial_u, & \xi_6 &= v\partial_y + y\partial_v.\end{aligned}\quad (۲۴)$$

بازتعریف مولدهای جبر به شکل زیر

$$\begin{aligned}\ell. &\equiv \tfrac{1}{r}(\xi_1 + \xi_2), & \bar{\ell}. &\equiv \tfrac{1}{r}(\xi_1 - \xi_2), \\ \ell_1 &\equiv \tfrac{1}{r}(\xi_3 + \xi_4 - i\xi_5 + i\xi_6), & \bar{\ell}_1 &\equiv \tfrac{1}{r}(-\xi_3 + \xi_4 - i\xi_5 - i\xi_6), \\ \ell_{-1} &\equiv \tfrac{1}{r}(\xi_3 + \xi_4 + i\xi_5 - i\xi_6), & \bar{\ell}_{-1} &\equiv \tfrac{1}{r}(-\xi_3 + \xi_4 + i\xi_5 + i\xi_6),\end{aligned}\quad (۲۵)$$

به جمع مستقیم $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \oplus \mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$ می‌رسیم

$$i[\ell_m, \ell_n] = (m - n)\ell_{m+n}, \quad i[\bar{\ell}_m, \bar{\ell}_n] = (m - n)\bar{\ell}_{m+n}, \quad i[\ell_m, \bar{\ell}_n] = . \quad (۲۶)$$

۸ که تشکیل جبر $(2, 2)$ می‌دهند.

میدان‌های برداری کیلینگ فضای پاددوسیته سه‌بعدی

بردارهای کیلینگ فضای پاددوسیته $\xrightarrow{\text{با کمک}}$ بردارهای کیلینگ فضای هدف ^۸

$$\begin{aligned}\xi_1 &= u\partial_v - v\partial_u, & \xi_2 &= x\partial_y - y\partial_x, & \xi_3 &= u\partial_y + y\partial_u, \\ \xi_4 &= v\partial_x + x\partial_v, & \xi_5 &= u\partial_x + x\partial_u, & \xi_6 &= v\partial_y + y\partial_v.\end{aligned}\quad (۲۴)$$

بازتعريفِ مولدهای جبر به شکل زیر

$$\begin{aligned}\ell. &\equiv \frac{1}{r}(\xi_1 + \xi_2), & \bar{\ell}. &\equiv \frac{1}{r}(\xi_1 - \xi_2), \\ \ell_1 &\equiv \frac{1}{r}(\xi_3 + \xi_4 - i\xi_5 + i\xi_6), & \bar{\ell}_1 &\equiv \frac{1}{r}(-\xi_3 + \xi_4 - i\xi_5 - i\xi_6), \\ \ell_{-1} &\equiv \frac{1}{r}(\xi_3 + \xi_4 + i\xi_5 - i\xi_6), & \bar{\ell}_{-1} &\equiv \frac{1}{r}(-\xi_3 + \xi_4 + i\xi_5 + i\xi_6),\end{aligned}\quad (۲۵)$$

به جمع مستقیم $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \oplus \mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$ می‌رسیم

$$i[\ell_m, \ell_n] = (m - n)\ell_{m+n}, \quad i[\bar{\ell}_m, \bar{\ell}_n] = (m - n)\bar{\ell}_{m+n}, \quad i[\ell_m, \bar{\ell}_n] = . \quad (۲۶)$$

۸ که تشکیل جبر $(2, 2)$ $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$ می‌دهند.

میدان‌های برداری کیلینگ فضای پاددوسیته سه‌بعدی

بردارهای کیلینگ فضای پاددوسیته $\xleftarrow{\text{با کمک}} \text{بردارهای کیلینگ فضای هدف}^9$

$$\begin{aligned}\xi_1 &= u\partial_v - v\partial_u, & \xi_2 &= x\partial_y - y\partial_x, & \xi_3 &= u\partial_y + y\partial_u, \\ \xi_4 &= v\partial_x + x\partial_v, & \xi_5 &= u\partial_x + x\partial_u, & \xi_6 &= v\partial_y + y\partial_v.\end{aligned}\quad (27)$$

بازتعریف مولدهای جبر به شکل زیر

$$\begin{aligned}\ell_+ &\equiv \tfrac{1}{r}(\xi_1 + \xi_2), & \bar{\ell}_+ &\equiv \tfrac{1}{r}(\xi_1 - \xi_2), \\ \ell_1 &\equiv \tfrac{1}{r}(\xi_3 + \xi_4 - i\xi_5 + i\xi_6), & \bar{\ell}_1 &\equiv \tfrac{1}{r}(-\xi_3 + \xi_4 - i\xi_5 - i\xi_6), \\ \ell_{-1} &\equiv \tfrac{1}{r}(\xi_3 + \xi_4 + i\xi_5 - i\xi_6), & \bar{\ell}_{-1} &\equiv \tfrac{1}{r}(-\xi_3 + \xi_4 + i\xi_5 + i\xi_6),\end{aligned}\quad (28)$$

به جمع مستقیم $(m, n = \cdot, \pm 1) \in (\mathbb{Z}, \mathbb{R}) \oplus (\mathbb{Z}, \mathbb{R})$ می‌رسیم

$$i[\ell_m, \ell_n] = (m - n)\ell_{m+n}, \quad i[\bar{\ell}_m, \bar{\ell}_n] = (m - n)\bar{\ell}_{m+n}, \quad i[\ell_m, \bar{\ell}_n] = \cdot \quad \diamond\diamond \quad (29)$$

۹ که تشکیل جبر (\mathbb{Z}, \mathbb{R}) می‌دهند.

جبر مولدهای تبدیلات طول پای فضا \longleftrightarrow جبر مولدهای تقارن مجانبی.

ناحیه‌ی مجانبی ($r \rightarrow \infty$) \longleftrightarrow پوسته‌ای استوانه‌ای شکل
متريک مجانبی فضازمان ($.x^\pm = \frac{t}{\ell} \pm \varphi$)

$$ds^2 \sim \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 \left(\frac{dt^2}{\ell^2} - d\varphi^2 \right) = \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 dx^+ dx^- \quad (30)$$

بردارهای کيلينگ مجانبی (بردارهای کيلينگ سرتاسري (۲۸)، اما در حد مجانبی ($r \rightarrow \infty$))

$$\ell_m \sim e^{imx^+} \partial_+ - \frac{1}{2} im e^{imx^+} r \partial_r, \quad \bar{\ell}_m \sim e^{imx^-} \partial_- - \frac{1}{2} im e^{imx^-} r \partial_r \quad (31)$$

◀ مولدهای تبدیلات همديس روی استوانه‌ی مجانبی.

◀ شرط افت Brown-Henneaux \longleftrightarrow فضازمان‌هایی که بردارهای کيلينگ مجانبی شان برهمنهی شده‌ی (۳۱) است.

جبر مولدهای تبدیلات طول پای فضا \longleftrightarrow جبر مولدهای تقارن مجانبی.

ناحیه‌ی مجانبی ($r \rightarrow \infty$) \longleftrightarrow پوسته‌ای استوانه‌ای شکل ۸

متريک مجانبی فضازمان (φ)

$$ds^2 \sim \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 \left(\frac{dt^2}{\ell^2} - d\varphi^2 \right) = \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 dx^+ dx^- \quad (30)$$

بردارهای کيلينگ مجانبی (بردارهای کيلينگ سرتاسري ۲۸)، اما در حد مجانبی ($r \rightarrow \infty$)

$$\ell_m \sim e^{imx^+} \partial_+ - \frac{1}{2} im e^{imx^+} r \partial_r, \quad \bar{\ell}_m \sim e^{imx^-} \partial_- - \frac{1}{2} im e^{imx^-} r \partial_r \quad (31)$$

مولدهای تبدیلات همديس روی استوانه‌ی مجانبی.

شرط افت Brown-Henneaux \longleftrightarrow فضازمان‌هایی که بردارهای کيلينگ مجانبی شان برهمنهی شده‌ی (۳۱) است.

جبر مولدهای تبدیلات طول پای فضا \longleftrightarrow جبر مولدهای تقارن مجانبی.

ناحیه‌ی مجانبی ($r \rightarrow \infty$) \longleftrightarrow پوسته‌ای استوانه‌ای شکل
متريک مجانبی فضازمان ($.x^\pm = \frac{t}{\ell} \pm \varphi$)

$$ds^2 \sim \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 \left(\frac{dt^2}{\ell^2} - d\varphi^2 \right) = \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 dx^+ dx^- \quad (30)$$

بردارهای کيلينگ مجانبی (بردارهای کيلينگ سرتاسري (۲۸)، اما در حد مجانبی ($r \rightarrow \infty$))

$$\ell_m \sim e^{imx^+} \partial_+ - \frac{1}{2} im e^{imx^+} r \partial_r, \quad \bar{\ell}_m \sim e^{imx^-} \partial_- - \frac{1}{2} im e^{imx^-} r \partial_r \quad (31)$$

مولدهای تبدیلات همديس روی استوانه‌ی مجانبی.

شرط افت Brown-Henneaux \longleftrightarrow فضازمانهایی که بردارهای کيلينگ مجانبی شان برهمنهی شده‌ی (۳۱) است.

جبر مولدهای تبدیلات طول پای فضا \longleftrightarrow جبر مولدهای تقارن مجانبی.

ناحیه‌ی مجانبی ($r \rightarrow \infty$) \longleftrightarrow پوسته‌ای استوانه‌ای شکل
متريک مجانبی فضازمان ($.x^\pm = \frac{t}{\ell} \pm \varphi$)

$$ds^2 \sim \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 \left(\frac{dt^2}{\ell^2} - d\varphi^2 \right) = \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 dx^+ dx^- \quad (30)$$

بردارهای کيلينگ مجانبی (بردارهای کيلينگ سرتاسري (۲۸)، اما در حد مجانبی ($r \rightarrow \infty$)

$$\ell_m \sim e^{imx^+} \partial_+ - \frac{1}{2} im e^{imx^+} r \partial_r, \quad \bar{\ell}_m \sim e^{imx^-} \partial_- - \frac{1}{2} im e^{imx^-} r \partial_r \quad (31)$$

مولدهای تبدیلات همديس روی استوانه‌ی مجانبی.

شرط افت Brown-Henneaux \longleftrightarrow فضازمانهایی که بردارهای کيلينگ مجانبی شان برهمنهی شده‌ی (۳۱) است.

جبر مولدهای تبدیلات طول پای فضا \longleftrightarrow جبر مولدهای تقارن مجانبی.

ناحیه‌ی مجانبی ($r \rightarrow \infty$) \longleftrightarrow پوسته‌ای استوانه‌ای شکل
متريک مجانبی فضازمان ($.x^\pm = \frac{t}{\ell} \pm \varphi$)

$$ds^2 \sim \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 \left(\frac{dt^2}{\ell^2} - d\varphi^2 \right) = \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 - r^2 dx^+ dx^- \quad (30)$$

بردارهای کيلينگ مجانبی (بردارهای کيلينگ سرتاسري (۲۸)، اما در حد مجانبی ($r \rightarrow \infty$)

$$\ell_m \sim e^{imx^+} \partial_+ - \frac{1}{2} im e^{imx^+} r \partial_r, \quad \bar{\ell}_m \sim e^{imx^-} \partial_- - \frac{1}{2} im e^{imx^-} r \partial_r \quad (31)$$

مولدهای تبدیلات همديس روی استوانه‌ی مجانبی. ◀

شرط افت Brown-Henneaux \longleftrightarrow فضازمانهایی که بردارهای کيلينگ مجانبی شان برهمنهی شده‌ی (۳۱) است. ◀

مقصود از فضازمان‌های مجانبا پاددوسیته

تنها یک فضازمان؟ یا دسته‌ای از فضازمان‌ها؟

چه فضازمان‌هایی در زمره‌ی فضازمان‌های مجانبا پاددوسیته هستند؟

◀ اولین نامزد، خود فضازمان پاددوسیته‌ی سه‌بعدی است.

◀ فضازمان‌هایی که در توده‌ی خود تکینگی مخروطی (چه‌کاستی، چه‌فزونی) دارند.^{۱۰} .
نگاه دقیق‌تر ← همسان‌سازی در مختصات سرتاسری ($A \in \mathbb{R}$ و $\omega > 0$)

$$(r, \varphi, t) \sim (r, \varphi + 4\pi\omega, t - 2\pi A) \quad (32)$$

همچنان خمینه‌ی اینشتین (به جز شاید در مرکز).

صورت آشنا‌ی متريک اين فضازمان

$$ds^2 = - \left(1 + \frac{r'^2}{\ell^2} \right) (dt' - Ad\varphi')^2 + \frac{dr'^2}{1 + r'^2/\ell^2} + 4\omega^2 r'^2 d\varphi'^2 \quad (33)$$

۱۰ مطابق تصویر تمام‌نگار، این فضازمان‌ها، در توده‌ی خود ذره‌ای جرم‌دار دارند و این اختلال موضعی صورت مجانبی متريک را عوض نمی‌کند.

مقصود از فضازمان‌های مجانباً پاددوسیته

تنها یک فضازمان؟ یا دسته‌ای از فضازمان‌ها؟
چه فضازمان‌هایی در زمره‌ی فضازمان‌های مجانباً پاددوسیته هستند؟

- ◀ اولین نامزد، خود فضازمان پاددوسیته‌ی سه‌بعدی است.
- ◀ فضازمان‌هایی که در توده‌ی خود تکینگی مخروطی (چه‌کاستی، چه‌فزونی) دارند.^{۱۰}.
- ◀ نگاه دقیق‌تر ← همسان‌سازی در مختصات سرتاسری ($A \in \mathbb{R}$ و $\omega > 0$)

$$(r, \varphi, t) \sim (r, \varphi + 4\pi\omega, t - 2\pi A) \quad (32)$$

همچنان خمینه‌ی اینشتین (به جز شاید در مرکز).

صورت آشنا‌ی متريک اين فضازمان

$$ds^2 = - \left(1 + \frac{r'^2}{\ell^2} \right) (dt' - Ad\varphi')^2 + \frac{dr'^2}{1 + r'^2/\ell^2} + 4\omega^2 r'^2 d\varphi'^2 \quad (33)$$

۱۰. مطابق تصویر تمام‌نگار، این فضازمان‌ها، در توده‌ی خود ذره‌ای جرم‌دار دارند و این اختلال موضعی صورت مجانبی متريک را عوض نمی‌کند.

مقصود از فضازمان‌های مجانباً پاددوسیته

تنها یک فضازمان؟ یا دسته‌ای از فضازمان‌ها؟
چه فضازمان‌هایی در زمره‌ی فضازمان‌های مجانباً پاددوسیته هستند؟

- ◀ اولین نامزد، خود فضازمان پاددوسیته‌ی سه‌بعدی است.
- ◀ فضازمان‌هایی که در توده‌ی خود تکینگی مخروطی (چه‌کاستی، چه‌فزونی) دارند.^{۱۰}.
- ◀ نگاه دقیق‌تر \longleftrightarrow همسان‌سازی در مختصات سرتاسری ($0 < \omega \in \mathbb{R}$ و $A \in \mathbb{R}$).

$$(r, \varphi, t) \sim (r, \varphi + 4\pi\omega, t - 2\pi A) \quad (32)$$

همچنان خمینه‌ی اینشتین (به جز شاید در مرکز).

صورت آشنا‌ی متريک اين فضازمان

$$ds^2 = - \left(1 + \frac{r'^2}{\ell^2} \right) (dt' - Ad\varphi')^2 + \frac{dr'^2}{1 + r'^2/\ell^2} + 4\omega^2 r'^2 d\varphi'^2 \quad (33)$$

۱۰. مطابق تصویر تمام‌نگار، این فضازمان‌ها، در توده‌ی خود ذره‌ای جرم‌دار دارند و این اختلال موضعی صورت مجانبی متريک را عوض نمی‌کند.

مقصود از فضازمان‌های مجانباً پاددوسیته

تنها یک فضازمان؟ یا دسته‌ای از فضازمان‌ها؟

چه فضازمان‌هایی در زمره‌ی فضازمان‌های مجانباً پاددوسیته هستند؟

◀ اولین نامزد، خود فضازمان پاددوسیته‌ی سه‌بعدی است.

◀ فضازمان‌هایی که در توده‌ی خود تکینگی مخروطی (چه‌کاستی، چه‌فزونی) دارند.^{۱۰}

نگاه دقیق‌تر ← همسان‌سازی در مختصات سرتاسری ($\omega > 0$ و $A \in \mathbb{R}$).
◀

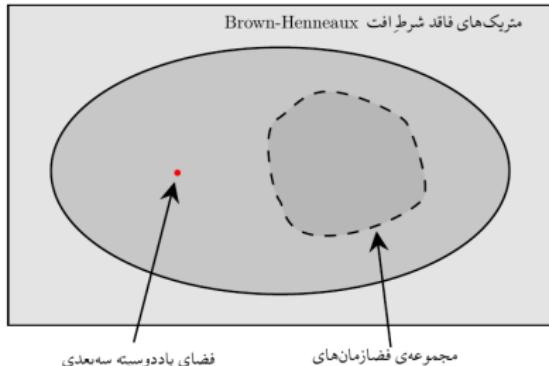
$$(r, \varphi, t) \sim (r, \varphi + 4\pi\omega, t - 2\pi A) \quad (32)$$

همچنان خمینه‌ی اینشتین (به جز شاید در مرکز).

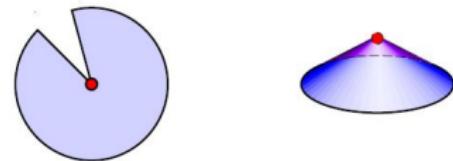
صورت آشنا‌ی متريک اين فضازمان

$$ds^2 = - \left(1 + \frac{r'^2}{\ell^2} \right) (dt' - Ad\varphi')^2 + \frac{dr'^2}{1 + r'^2/\ell^2} + 4\omega^2 r'^2 d\varphi'^2 \quad (33)$$

۱۰. مطابق تصویر تمام‌نگار، این فضازمان‌ها، در توده‌ی خود ذره‌ای جرم‌دار دارند و این اختلال موضعی صورت مجانبی متريک را عوض نمی‌کند.



شکل: مجموعه‌ی متریک‌ها و شرط افت
Brown-Henneaux



شکل: ساختن یک تکینگی مخروطی روی صفحه‌ی اقلیدسی. معادله‌ی (۳۲)، تکینگی مخروطی کشیده‌شده در فضازمان. (قید روی A و ω برای دور کردن تکینگی از ناحیه‌ی مجانبی)

با گنجاندن این دو دسته فضازمان‌های مجانبی پاددوسیته، حالا می‌رویم که شرط افت Brown-Henneaux را تعریف کنیم.

شرطِ افت Brown-Henneaux

فضازمان‌های مجانب‌ا پاددوسيته ⊂ فضازمان‌های دارای تكينگی مخروطی



ارت بردن تقارن‌های مجانبی

- ◀ تبدیلِ متريک (۳۳) تحتِ مولد‌های (۲, ۲).
◀ شرطِ افتِ مولفه‌های متريک را می‌خوانيم.
◀ به تمامی متريک‌هایی که شرطِ افتِ فوق را داشته باشند، مجانب‌ا پاددوسيته به معنای گسترشِ فضازمان‌های دارایِ اين شرطِ افت.
◀ تبدیلِ متريک (۳۳) تحتِ مولد‌های (۲, ۲)

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} g_{rr} & g_{r\varphi} & g_{rt} \\ g_{\varphi r} & g_{\varphi\varphi} & g_{\varphi t} \\ g_{tr} & g_{t\varphi} & g_{tt} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{\ell^\gamma}{r^\gamma} + \mathcal{O}(r^{-\gamma}) & \mathcal{O}(r^{-\gamma}) & \mathcal{O}(r^{-\gamma}) \\ \mathcal{O}(r^{-\gamma}) & r^\gamma + \mathcal{O}(1) & \mathcal{O}(1) \\ \mathcal{O}(r^{-\gamma}) & \mathcal{O}(1) & -\frac{r^\gamma}{\ell^\gamma} + \mathcal{O}(1) \end{pmatrix} \quad (۳۴)$$

جملاتِ قرمز رنگ با انتخابِ پيمانه‌ی ففرمن-گرام حذف می‌شوند.

شرطِ افت Brown-Henneaux

فضازمان‌های مجانبِ پاددوسيتِ \subset فضازمان‌های دارای تکينگی مخروطی



ارت بردنِ تقارن‌های مجانبی

- ◀ تبدیلِ متريک (۳۳) تحتِ مولدَهای (۲, ۲).
◀ شرطِ افتِ مولفه‌های متريک را می‌خوانيم.
◀ به تمامی متريک‌هایی که شرطِ افتِ فوق را داشته باشند، مجانبِ پاددوسيتِ به معنای گسترشِ فضازمان‌های دارایِ اين شرطِ افت Brown-Henneaux می‌گویيم.

تبدیلِ متريک (۳۳) تحتِ مولدَهای (۲, ۲)

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} g_{rr} & g_{r\varphi} & g_{rt} \\ g_{\varphi r} & g_{\varphi\varphi} & g_{\varphi t} \\ g_{tr} & g_{t\varphi} & g_{tt} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{\ell^\gamma}{r^\gamma} + \mathcal{O}(r^{-\gamma}) & \mathcal{O}(r^{-\gamma}) & \mathcal{O}(r^{-\gamma}) \\ \mathcal{O}(r^{-\gamma}) & r^\gamma + \mathcal{O}(1) & \mathcal{O}(1) \\ \mathcal{O}(r^{-\gamma}) & \mathcal{O}(1) & -\frac{r^\gamma}{\ell^\gamma} + \mathcal{O}(1) \end{pmatrix} \quad (۳۴)$$

جملاتِ قرمز رنگ با انتخابِ پيمانه‌ي ففرمن-گرام حذف می‌شوند.

فضازمان‌های مجانبِ پاددوسيتِ \subset فضازمان‌های دارای تكينگی مخروطی



ارت بردنِ تقارن‌های مجانبی

- ◀ تبدیلِ متريک (۳۳) تحتِ مولدَهای (۲, ۲). ۵۵
 - ◀ شرطِ افتِ مولفه‌های متريک را می‌خوانيم.
 - ◀ به تمامی متريک‌هایی که شرطِ افتِ فوق را داشته باشند، مجانبِ پاددوسيتِ به معنای گسترشِ فضازمان‌های دارایِ اين شرطِ افت Brown-Henneaux می‌گویيم.
- $\mathcal{L}_\xi g_{\mu\nu} \longleftarrow ۵۵(۲, ۲)$ تحتِ مولدَهای (۳۳) تبدیلِ متريک

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} g_{rr} & g_{r\varphi} & g_{rt} \\ g_{\varphi r} & g_{\varphi\varphi} & g_{\varphi t} \\ g_{tr} & g_{t\varphi} & g_{tt} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \frac{\ell}{r^\ell} + \mathcal{O}(r^{-\ell}) & \mathcal{O}(r^{-\ell}) & \mathcal{O}(r^{-\ell}) \\ \mathcal{O}(r^{-\ell}) & r^\ell + \mathcal{O}(1) & \mathcal{O}(1) \\ \mathcal{O}(r^{-\ell}) & \mathcal{O}(1) & -\frac{r^\ell}{\ell^\ell} + \mathcal{O}(1) \end{pmatrix} \quad (34)$$

جملاتِ قرمز رنگ با انتخابِ پيمانه‌ی ففرمن-گرام حذف می‌شوند.

M را خمینه‌ای سه بعدی شبه-ریمانی با متريک ds^2 در نظر بگيريد. مختصات (r, x^a) را روی آن فرض کنيد که برای $r > r_*$ معتبر است و مرز همديس خمينه در حد $\infty \rightarrow r$ يك استوانه‌ي نورگونه است. اگر متريک در حد مجانبي $\infty \rightarrow r$ رفتار زير را داشته باشد:

$$ds^2 \underset{r \rightarrow +\infty}{\approx} \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 + (r^2 \eta_{ab} + \mathcal{O}(1)) dx^a dx^b \quad (35)$$

که در آن η_{ab} متريک دو بعدی مينکوفسکي روی استوانه است؛ مي‌گويم که خمينه‌ي (M, ds^2) يك خمينه‌ي مجانبا پاددوسيته به معناي Brown-Henneaux در پيمانه‌ي ففرمن-گرام است. ثابت كيهان شناختي اين فضازمان $-1/\ell^2 = \Lambda$ است.

توجه

از اين به بعد، وقتی در مورد متريک‌های فضای پاددوسيته سه بعدی حرف می‌زنيم، توجهمان فقط به متريک‌های داراي شرایط افت Brown-Henneaux است.

M را خمینه‌ای سه بعدی شبه-ریمانی با متريک ds^2 در نظر بگيريد. مختصات (r, x^a) را روی آن فرض کنيد که برای $r > r_*$ معتبر است و مرز همديس خمينه در حد $\infty \rightarrow r$ يك استوانه‌ي نورگونه است. اگر متريک در حد مجانبي $\infty \rightarrow r$ رفتار زير را داشته باشد:

$$ds^2 \underset{r \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{\ell^2}{r^2} dr^2 + (r^2 \eta_{ab} + \mathcal{O}(1)) dx^a dx^b \quad (35)$$

که در آن η_{ab} متريک دو بعدی مينکوفسکي روی استوانه است؛ مي‌گويم که خمينه‌ي (M, ds^2) يك خمينه‌ي مجانبا پاددوسيته به معناي Brown-Henneaux در پيمانه‌ي ففرمن-گرام است. ثابت كيهان شناختي اين فضازمان $-1/\ell^2 = \Lambda$ است.

توجه

از اين به بعد، وقتی در مورد متريک‌های فضای پاددوسيته‌ي سه بعدی حرف می‌زنيم، توجهمان فقط به متريک‌های داراي شرایط افت Brown-Henneaux است.

میدان‌های برداری کیلینگ مجانبی

تقارن‌های نظریه‌ی گرانشی (پیمانه‌ای) با شرط افت Brown-Henneaux $\longrightarrow \leftarrow$ بررسی مجزا^{۱۱}.

بررسی میدان‌های برداری مولد وابسانی‌های حافظ شرط افت Brown-Henneaux به اختصار $\xrightarrow{\text{میدان‌های برداری کیلینگ مجانبی}} (4)$.

به شرایطِ مقیدکنندهٔ $\mathcal{L}_\xi g_{ab}$ از تعریف^{۱۲}

$$\mathcal{L}_\xi g_{rr} = \mathcal{L}_\xi g_{r\pm} = 0, \quad \mathcal{L}_\xi g_{ab} = \mathcal{O}(1) \quad (a, b = \pm) \quad (36)$$

حل معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ اول $\longrightarrow \leftarrow$ یافتن صورت^{۱۳}.

۱۱ با تعیین شرط افت، برخی تقارن‌های پیمانه‌ای بدیهی می‌شوند؛ برخی هم که شرط افت را محترم نمی‌شمارد، از زمرةٰ تقارن‌ها کنار گذاشته می‌شوند.

میدان‌های برداری کیلینگ مجانبی

تقارن‌های نظریه‌ی گرانشی (پیمانه‌ای) با شرط افت Brown-Henneaux $\longrightarrow \longleftarrow$ بررسی مجزا^{۱۱}.

بررسی میدان‌های برداری مولد و ابرسانی‌های حافظ شرط افت Brown-Henneaux به اختصار $\xrightarrow{\text{میدان‌های برداری کیلینگ مجانبی}} \text{غیر}$.

به شرایطِ مقیدکنندهٔ غیر از تعریف^{۱۲}

$$\mathcal{L}_\xi g_{rr} = \mathcal{L}_\xi g_{r\pm} = 0, \quad \mathcal{L}_\xi g_{ab} = \mathcal{O}(1) \quad (a, b = \pm) \quad (36)$$

حل معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ اول $\longrightarrow \longleftarrow$ یافتن صورت^{۱۳}.

۱۱ با تعیین شرط افت، برخی تقارن‌های پیمانه‌ای بدیهی می‌شوند؛ برخی هم که شرط افت را محترم نمی‌شمارد، از زمرةٰ تقارن‌ها کنار گذاشته می‌شوند.

میدان‌های برداری کیلینگ مجانبی

تقارن‌های نظریه‌ی گرانشی (پیمانه‌ای) با شرط افت Brown-Henneaux $\longrightarrow \longleftarrow$ بررسی مجزا^{۱۱}.

بررسی میدان‌های برداری مولد و ابرسانی‌های حافظ شرط افت Brown-Henneaux به اختصار میدان‌های برداری کیلینگ مجانبی (۴).

به شرایطِ مقیدکننده‌ی \mathcal{L} از تعریف^(۳۵)

$$\mathcal{L}_\xi g_{rr} = \mathcal{L}_\xi g_{r\pm} = 0, \quad \mathcal{L}_\xi g_{ab} = \mathcal{O}(1) \quad (a, b = \pm) \quad (36)$$

حل معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی اول $\longrightarrow \longleftarrow$ یافتن صورت \mathcal{L} .

۱۱) با تعیین شرط افت، برخی تقارن‌های پیمانه‌ای بدیهی می‌شوند؛ برخی هم که شرط افت را محترم نمی‌شمارد، از زمرة تقارن‌ها کنار گذاشته می‌شوند.

بردار کیلینگ مجانبی ξ به شکل زیر است.

(۳۷)

$$\xi = X(x^+) \partial_+ + \bar{X}(x^-) \partial_- - \frac{1}{\varphi} (\partial_+ X(x^+) + \partial_- \bar{X}(x^-)) r \partial_r + (\text{زیر- غالب})$$

$$X(x^+), \bar{X}(x^-) \in \text{Diff}(S^1)$$

$X(x^+)$ و $X(x^-)$ دو تابع دلخواه و هموار 2π - متناوب هستند.
تصحیحات مرتبه‌ی پایین‌تر

$$\begin{aligned} & -\frac{\ell^4}{\varphi} \partial_a (\partial_+ X + \partial_- \bar{X}) \int_r^{+\infty} \frac{dr'}{r'} g^{ab}(r', x^\pm) \partial_b \\ &= \frac{\ell^4}{\varphi r^4} [\partial_- (\partial_+ X + \partial_- \bar{X}) \partial_+ + \partial_+ (\partial_+ X + \partial_- \bar{X}) \partial_-] + \mathcal{O}(r^{-4}). \end{aligned} \quad (38)$$

بردار کیلینگ مجانبی \vec{Y} به شکل زیر است.
(۳۹)

$$\xi = X(x^+) \partial_+ + \bar{X}(x^-) \partial_- - \frac{1}{\varphi} (\partial_+ X(x^+) + \partial_- \bar{X}(x^-)) r \partial_r + (\text{زیر- غالب})$$

$$X(x^+), \bar{X}(x^-) \in \text{Diff}(S^1)$$

$X(x^+)$ و $X(x^-)$ دو تابع دلخواه و هموار 2π - متناوب هستند.
تصحیحات مرتبه‌ی پایین‌تر

$$\begin{aligned} & - \frac{\ell^*}{\varphi} \partial_a (\partial_+ X + \partial_- \bar{X}) \int_r^{+\infty} \frac{dr'}{r'} g^{ab}(r', x^\pm) \partial_b \\ &= \frac{\ell^*}{\varphi r^*} [\partial_- (\partial_+ X + \partial_- \bar{X}) \partial_+ + \partial_+ (\partial_+ X + \partial_- \bar{X}) \partial_-] + \mathcal{O}(r^{-4}). \end{aligned} \quad (40)$$



جبر بردارهای کیلینگ مجانبی و گروه تقارنی مجانبی

(۳۹) $\xi_{(X, \bar{X})}$ ← بردار کیلینگ مجانبی تولیدشده با (x^+, X) و (x^-, \bar{X}) در بازکردن مولدها بحسب مفهوم فوریه‌شان

$$\ell_m \equiv \xi_{(e^{imx^+}, \cdot)}, \quad \bar{\ell}_m \equiv \xi_{(\cdot, e^{imx^-})}, \quad (41)$$

براکتِ لی این مولدها (تا جملات زیر-غالب) ~ (۲۹) (با این تفاوت که $.m, n \in \mathbb{Z}$)

قضیه ۴

جبر تقارن‌های مجانبی گرانش مجانبی پاددوستیه‌ی سه‌بعدی با شرط افت Brown-Henneaux ، جمع مستقیم دو جبر ویت $\mathfrak{witt} \oplus \mathfrak{witt}$ است و گروه تقارنی مجانبی $\text{Diff}^+(S^1) \times \text{Diff}^+(S^1)$ است که اعضاًیش به شکل زیر روی استوانه‌ی مجانبی عمل می‌کنند.

$$(x^+, x^-) \mapsto (f(x^+), \bar{f}(x^-)) \quad (42)$$

یعنی به شکل تبدیلات همدیس روی مختصات مخروط نوری استوانه‌ی مجانبی عمل می‌کنند.

جبر بردارهای کیلینگ مجانبی و گروه تقارنی مجانبی

(۳۹) $\xi_{(X, \bar{X})}$ ← بردار کیلینگ مجانبی تولیدشده با (x^+, X) و (x^-, \bar{X}) در بازکردن مولدها بحسب مفهوم فوریه‌شان

$$\ell_m \equiv \xi_{(e^{imx^+}, \cdot)}, \quad \bar{\ell}_m \equiv \xi_{(\cdot, e^{imx^-})}, \quad (41)$$

براکت لی این مولدها (تا جملات زیر-غالب) ~ (۲۹) (با این تفاوت که $.m, n \in \mathbb{Z}$)

قضیه ۴

جبر تقارن‌های مجانبی گرانش مجانبی پاددوستیه‌ی سه‌بعدی با شرط افت Brown-Henneaux ، جمع مستقیم دو جبر ویت $\mathfrak{witt} \oplus \mathfrak{witt}$ است و گروه تقارنی مجانبی $\text{Diff}^+(S^1) \times \text{Diff}^+(S^1)$ است که اعضاش به شکل زیر روی استوانه‌ی مجانبی عمل می‌کنند.

$$(x^+, x^-) \mapsto (f(x^+), \bar{f}(x^-)) \quad (42)$$

یعنی به شکل تبدیلات همدیس روی مختصات مخروط نوری استوانه‌ی مجانبی عمل می‌کنند.

رهیافت‌های بدیل

شرط افت Brown-Henneaux قابل کنترل‌ترین شرط افت است.
شرایط مرزی بدیل

- ❶ شرط مرزی آزاد [۲۰] ← تعمیم شرط Brown-Henneaux ← فاکتور همدیس پویا.
 - ❷ شرایط مرزی دستیده (گرانش دستیده) [۱۹].
 - ❸ تعمیم به میدان‌های مادی و اسپین‌های بالاتر.
- فراتر از سطح کلاسیک:
- ❹ با کمک کوانش هندسی [۱۲]
 - ❺ با کوانش نظریه‌ی پیمانه‌ای Chern-Simons و لطایف‌الحیل آن [۹]
 - ❻ با کمک نظریه‌ی میدان‌های توبولوژیک [۱۴]

وجه دیگر ← ارتباط دینامیکی گرانش مجانباً پاددوستیه با نظریه‌میدان همدیس لیوویل [۱۳].

۱۲ در ادامه به اختصار در موردش صحبت می‌کنیم.

۱۳ قبل مفصل‌لا در یک ارائه این را بحث کردم و تمامی قدم‌ها را به دقت برداشتم.

رهیافت‌های بدیل

شرط افت Brown-Henneaux قابل کنترل‌ترین شرط افت است.
شرایط مرزی بدیل

- ➊ شرط مرزی آزاد [۲۰] — \leftarrow تعمیم شرط Brown-Henneaux — \leftarrow فاکتور همدیس پویا.
- ➋ شرایط مرزی دستیده (گرانش دستیده) [۱۹].
- ➌ تعمیم به میدان‌های مادی و اسپین‌های بالاتر.
- ➍ فراتر از سطح کلاسیک:
 - ➎ با کمک کوانش هندسی [۱۲]
 - ➏ با کوانش نظریه‌ی پیمانه‌ای Chern-Simons و لطایف‌الحیل آن [۹]
 - ➐ با کمک نظریه‌ی میدان‌های توبولوژیک [۱۴]

وجه دیگر — \leftarrow ارتباط دینامیکی گرانش مجانباً پاددوستیه با نظریه‌ی میدان همدیس لیوویل [۱۳]. [۱۳]

۱۲ در ادامه به اختصار در موردش صحبت می‌کنیم.

۱۳ قبل مفصل‌ا در یک ارائه این را بحث کردم و تمامی قدم‌ها را به دقت برداشتم.

رهیافت‌های بدیل

شرط افت Brown-Henneaux قابل کنترل‌ترین شرط افت است.
شرایط مرزی بدیل

- ➊ شرط مرزی آزاد [۲۰] — \leftarrow تعمیم شرط Brown-Henneaux — \leftarrow فاکتور همدیس پویا.
- ➋ شرایط مرزی دستیده (گرانش دستیده) [۱۹].
- ➌ تعمیم به میدان‌های مادی و اسپین‌های بالاتر.
- ➍ فراتر از سطح کلاسیک:

 - ➎ با کمک کوانش هندسی [۱۲]
 - ➏ با کوانش نظریه‌ی پیمانه‌ای Chern-Simons و لطایف‌الحیل آن [۹]
 - ➐ با کمک نظریه‌ی میدان‌های توبولوژیک [۱۴]

وجه دیگر — \leftarrow ارتباط دینامیکی گرانش مجانباً پاددوستیه با نظریه‌میدان همدیس لیوویل [۱۳].

۱۲ در ادامه به اختصار در موردش صحبت می‌کنیم.

۱۳ قبل مفصل‌در یک ارائه این را بحث کردم و تمامی قدم‌ها را به دقت برداشم.

رهیافت‌های بدیل

شرط افت Brown-Henneaux قابل کنترل‌ترین شرط افت است.
شرایط مرزی بدیل

- ➊ شرط مرزی آزاد [۲۰] — \leftarrow تعمیم شرط Brown-Henneaux — \leftarrow فاکتور همدیس پویا.
- ➋ شرایط مرزی دستیده (گرانش دستیده) [۱۹].
- ➌ تعمیم به میدان‌های مادی و اسپین‌های بالاتر.

فراتر از سطح کلاسیک:

- ➍ با کمک کوانش هندسی [۱۲]
- ➎ با کوانش نظریه‌ی پیمانه‌ای Chern-Simons و لطایف‌الحیل آن [۹]
- ➏ با کمک نظریه‌ی میدان‌های توبولوژیک [۱۴]

وجه دیگر — \leftarrow ارتباط دینامیکی گرانش مجانباً پاددوستیه با نظریه‌میدان همدیس لیوویل [۱۳].

۱۲ در ادامه به اختصار در موردش صحبت می‌کنیم.

۱۳ قبل مفصل‌لا در یک ارائه این را بحث کردم و تمامی قدم‌ها را به دقت برداشتم.

رهیافت‌های بدیل

شرط افت Brown-Henneaux قابل کنترل‌ترین شرط افت است.
شرایط مرزی بدیل

- ➊ شرط مرزی آزاد [۲۰] — \leftarrow تعمیم شرط Brown-Henneaux — \leftarrow فاکتور همدیس پویا.
 - ➋ شرایط مرزی دستیده (گرانش دستیده) [۱۹].
 - ➌ تعمیم به میدان‌های مادی و اسپین‌های بالاتر.
- فراتر از سطح کلاسیک:
- ➍ با کمک کوانش هندسی^{۱۲}
 - ➎ با کوانش نظریه‌ی پیمانه‌ای Chern-Simons و لطایف‌الحیل آن [۹]
 - ➏ با کمک نظریه‌ی میدان‌های توپولوژیک [۱۴]

وجه دیگر \leftarrow ارتباط دینامیکی گرانش مجانباً پاددوستیه با نظریه‌میدان همدیس لیوویل [۱۳].

۱۲ در ادامه به اختصار در موردش صحبت می‌کنیم.

۱۳ قبل مفصل‌در یک ارائه این را بحث کردم و تمامی قدم‌ها را به دقت برداشم.

رهیافت‌های بدیل

شرط افت Brown-Henneaux قابل کنترل‌ترین شرط افت است.
شرایط مرزی بدیل

- ➊ شرط مرزی آزاد [۲۰] — \leftarrow تعمیم شرط Brown-Henneaux — \leftarrow فاکتور همدیس پویا.
 - ➋ شرایط مرزی دستیده (گرانش دستیده) [۱۹].
 - ➌ تعمیم به میدان‌های مادی و اسپین‌های بالاتر.
- فراتر از سطح کلاسیک:
- ➍ با کمک کوانش هندسی^{۱۲}
 - ➎ با کوانش نظریه‌ی پیمانه‌ای Chern-Simons و لطایف‌الحیل آن [۹]
 - ➏ با کمک نظریه‌ی میدان‌های توبولوژیک [۱۴]

وجه دیگر \leftarrow ارتباط دینامیکی گرانش مجانباً پاددوسیته با نظریه‌ی میدان همدیس لیوویل [۱۳].

^{۱۲} در ادامه به اختصار در موردش صحبت می‌کنیم.

^{۱۳} قبلًا مفصلًا در یک ارائه این را بحث کردم و تمامی قدم‌ها را به دقت برداشتمند.

گرانش ایشتین در فرمول بندی مرتبه اول
بر حساب e و هموستار اسپینی ω

+

شرط افت Brown-Henneaux
در پیمانه‌ی ففرمن-گرام

تعریف شرایط افت
ترجمه به زبان پیمانه‌ای

نظریه‌ی پیمانه‌ای Chern-Simons
با گروه پیمانه‌ای $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \times \mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$

انتخاب پیمانه
شرط افت اول

کاهش هامیلتونی

نظریه‌ی پیمانه‌ای WZW دستیده
با گروه پیمانه‌ای $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \times \mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$

نظریه‌ی پیمانه‌ای WZW
با گروه پیمانه‌ای $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \times \mathfrak{sl}(2, \mathbb{R})$

شرط افت دوم
تجزیه گاؤسی

نظریه میدان لیوویل روی مرز همدیس



پس جبر ویراسورو چه شد؟



سلب مسئولیت: این همه‌ی ماجرا نیست!

برای اختصار، یک سری مطالب را حذف کردم.

- ◀ تعریف دقیق تقارن‌های مجانبی با کمکِ رده‌بندی بارهای سطحی [۱۸]
- ◀ جبر بارهای سطحی \cong جبر ویراسورو
- ◀ قدم‌هایی هستند که نیاز به برداشتن دارند؛ نتیجه‌ی نهایی تمامی این قدم‌ها

$$\begin{aligned}\{Q_{(X,\cdot)}[p, \bar{p}], Q_{(Y,\cdot)}[p, \bar{p}]\} &= -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \left(X \partial_+ p + 2p \partial_+ X - \frac{c}{12} \partial_+^3 X \right) Y(x^+) \\ &= Q_{([X,Y],\cdot)}[p, \bar{p}] + c\, c(X, Y)\end{aligned}\quad (43)$$

۱۴ این کارها نیاز به پیش‌نیازهای ریاضی دارد.



پس جبر ویراسورو چه شد؟



سلب مسئولیت: این همه‌ی ماجرا نیست!

برای اختصار، یک سری مطالب را حذف کردم.

- ◀ تعریف دقیق تقارن‌های مجانبی با کمکِ رده‌بندی بارهای سطحی [۱۸]
- ◀ جبر بارهای سطحی \cong جبر ویراسورو
- ◀ قدم‌هایی هستند که نیاز به برداشتن دارند؛ نتیجه‌ی نهایی تمامی این قدم‌ها

$$\begin{aligned} \{Q_{(X,.)}[p, \bar{p}], Q_{(Y,.)}[p, \bar{p}]\} &= -\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \left(X \partial_+ p + 2p \partial_+ X - \frac{c}{12} \partial_+^3 X \right) Y(x^+) \\ &= Q_{([X, Y], .)}[p, \bar{p}] + c \, c(X, Y) \end{aligned} \quad (43)$$

۱۴ این کارها نیاز به پیش‌نیازهای ریاضی دارد.

نگاهی به تقارن‌های مجانبی فضای مجانباً تخت

تمامی حرفهای بالا را برای فضازمان‌های مجانباً تخت یا دوسيته هم می‌شود تعیین داد.
گروه تقارن‌های سرتاسری فضای تخت \cong گروه پوانکاره.

$$i[j_m, j_n] = (m - n)j_{m+n}, \quad i[j_m, p_n] = (m - n)p_{m+n}, \quad i[p_m, p_n] = \cdot \quad m, n = \cdot, \pm 1$$

جبر تقارن‌های فضای مجانباً تخت \cong bms_3 ([۵، ۴])
گسترش به مفهوم $m, n \in \mathbb{Z}$

جبر تقارن‌های مجانبی کوانتومی \longleftrightarrow توسعه‌ی مرکزی جبر bms_3 .

$$i\{\mathcal{J}_m, \mathcal{J}_n\} = (m - n)\mathcal{J}_{m+n},$$

$$i\{\mathcal{J}_m, \mathcal{P}_n\} = (m - n)\mathcal{P}_{m+n} + \frac{c_2}{12}m^3\delta_{m+n,\cdot}, \quad (44)$$

$$i\{\mathcal{P}_m, \mathcal{P}_n\} = \cdot$$

c_2 بار مرکزی فراچرخش‌ها.

نگاهی به تقارن‌های مجانبی فضای مجانباً تخت

تمامی حرفهای بالا را برای فضازمان‌های مجانباً تخت یا دوسيته هم می‌شود تعتميم داد.
گروه تقارن‌های سرتاسری فضای تخت \cong گروه پوانکاره.

$$i[j_m, j_n] = (m - n)j_{m+n}, \quad i[j_m, p_n] = (m - n)p_{m+n}, \quad i[p_m, p_n] = \cdot \quad m, n = \cdot, \pm 1$$

جبر تقارن‌های مجانبی مجانباً تخت \cong bms_3 ([۵، ۴])
گسترش به مفهوم $m, n \in \mathbb{Z}$.

جبر تقارن‌های مجانبی کوانتمی \longleftrightarrow توسعه‌ی مرکزی جبر bms_3

$$i\{\mathcal{J}_m, \mathcal{J}_n\} = (m - n)\mathcal{J}_{m+n},$$

$$i\{\mathcal{J}_m, \mathcal{P}_n\} = (m - n)\mathcal{P}_{m+n} + \frac{c_2}{12}m^3\delta_{m+n,\cdot}, \quad (44)$$

$$i\{\mathcal{P}_m, \mathcal{P}_n\} = \cdot$$

بارمرکزی فراچرخش‌ها.

نگاهی به تقارن‌های مجانبی فضای مجانباً تخت

تمامی حرفهای بالا را برای فضازمان‌های مجانباً تخت یا دوسيته هم می‌شود تعیین داد.
گروه تقارن‌های سرتاسری فضای تخت \cong گروه پوانکاره.

$$i[j_m, j_n] = (m - n)j_{m+n}, \quad i[j_m, p_n] = (m - n)p_{m+n}, \quad i[p_m, p_n] = \cdot \quad m, n = \cdot, \pm 1$$

جبر تقارن‌های مجانبی تخت \cong bms_3 ([۵، ۴])
گسترش به مفهوم $m, n \in \mathbb{Z}$.

جبر تقارن‌های مجانبی کوانتومی \longrightarrow توسعهٔ مرکزی جبر bms_3 .

$$\begin{aligned} i\{\mathcal{J}_m, \mathcal{J}_n\} &= (m - n)\mathcal{J}_{m+n}, \\ i\{\mathcal{J}_m, \mathcal{P}_n\} &= (m - n)\mathcal{P}_{m+n} + \frac{c_2}{12}m^3\delta_{m+n, \cdot}, \\ i\{\mathcal{P}_m, \mathcal{P}_n\} &= \cdot \end{aligned} \tag{۴۴}$$

c_2 بارمرکزی فراچرخش‌ها.

ضمیمه‌ی دوم: یک رهیافت به اصلاح نقایصِ طیف

ایده‌هایی از بوتسترب همدیس

نگاه به مسئله از چارچوب برنامه‌ی یوتسترب همدیس.

با کمک ابزارهایی از بوتسترب همدیس در مخروط نور [۱۶] ← رصد قسمت منفی طیف
حالات مشکل‌ساز میدان همدیس ← نگاه به این سهم‌ها در گرانش.

ایده‌هایی از بوتسترب همدیس

نگاه به مسئله از چارچوب برنامه‌ی بوتسترب همدیس.
با کمک ابزارهایی از بوتسترب همدیس در مخروط نور [۱۶] ← رصد قسمت منفی طیف ← حالات مشکل‌ساز میدان همدیس ← نگاه به این سهم‌ها در گرانش.

حالات با پیچش کاسته‌ی $T_n = -\frac{c-1}{24n^2}$ مشکل‌سازند ← اصلاح طیف با تعدادی حالت نخستین با وزن همدیس و کمینه تبهگنی مشخص.

یک مشاهده‌ی جالب هم این است که هندسه‌های تکین مخروطی، منجر به سهم‌هایی دقیقا مشابه با این حالات پیچیده در تابع پارش گرانش کوانتمی می‌شوند.

با کنار هم گذاشتن این دو ایده، خیلی طبیعی است که سراغ سهم‌های اریفلد به تابع پارش برویم.

۱۵ یک انگیزه‌ی تمام‌نگاری هم داشتیم: این‌که حالات اریفلدی تمام‌نگار ذرات سنگین در فضازمان هستند.

ایده‌هایی از بوتسترپ همدیس

نگاه به مسئله از چارچوب برنامه‌ی بوتسترپ همدیس.

با کمک ابزارهایی از بوتسترپ همدیس در مخروط نور [۱۶] \leftarrow رصد قسمت منفی طیف
 \leftarrow حالات مشکل‌ساز میدان همدیس \leftarrow نگاه به این سهم‌ها در گرانش.

حالات با پیچش کاسته‌ی $T_n = -\frac{c-1}{24n^2}$ مشکل‌سازند \leftarrow اصلاح طیف با تعدادی حالت
نخستین با وزن همدیس و کمینه تبهگنی مشخص.

یک مشاهده‌ی جالب هم این است که هندسه‌های تکین مخروطی، منجر به سهم‌هایی دقیقا مشابه با این حالات پیچیده در تابع پارش گرانش کوانتمی می‌شوند.

با کنار هم گذاشتن این دو ایده، خیلی طبیعی است که سراغ سهم‌های اریفلد به تابع پارش برویم.^{۱۵}

^{۱۵} یک انگیزه‌ی تمام‌نگاری هم داشتیم: این‌که حالات اریفلدی تمام‌نگار ذرات سنگین در فضازمان هستند.

ایده‌هایی از بوتسترپ همدیس

نگاه به مسئله از چارچوب برنامه‌ی بوتسترپ همدیس.

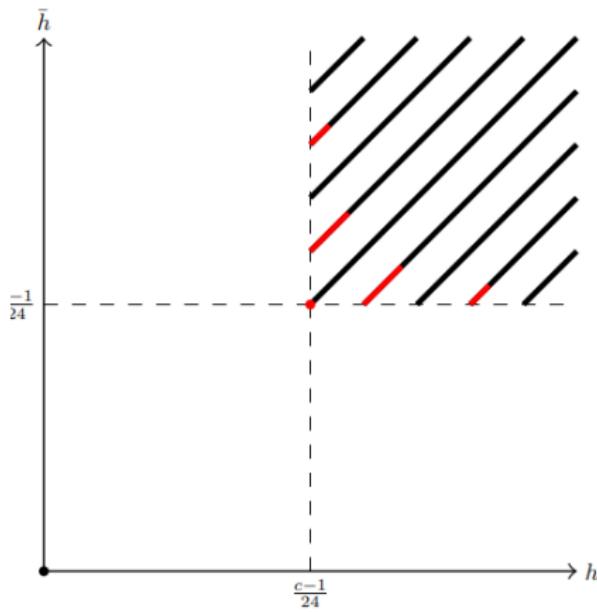
با کمک ابزارهایی از بوتسترپ همدیس در مخروط نور [۱۶] \leftarrow رصد قسمت منفی طیف \leftarrow حالات مشکل‌ساز میدان همدیس \leftarrow نگاه به این سهم‌ها در گرانش.

حالات با پیچش کاسته‌ی $T_n = -\frac{c-1}{24n^2}$ مشکل‌سازند \leftarrow اصلاح طیف با تعدادی حالت نخستین با وزن همدیس و کمینه تبهگنی مشخص.

یک مشاهده‌ی جالب هم این است که هندسه‌های تکین مخروطی، منجر به سهم‌هایی دقیقا مشابه با این حالات پیچیده در تابع پارش گرانش کوانتمی می‌شوند.

با کنار هم گذاشتن این دو ایده، خیلی طبیعی است که سراغ سهم‌های اربیفلد به تابع پارش برویم.^{۱۵}

^{۱۵} یک انگیزه‌ی تمام‌نگاری هم داشتیم: این‌که حالات اربیفلدی تمام‌نگار ذرات سنگین در فضازمان هستند.



شکل: حالات نخستین سهیم در طیف MWK. طیف یکانی نیست و نواحی قرمز رنگ دقیقاً حالاتی هستند که چگالی حالات را منفی می‌کنند.

افزودن سهم‌های تکینه‌ی مخروطی

$$|\tilde{\Psi}\rangle = |\text{---} \diagup \diagdown \text{---}\rangle + |\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}\rangle + |\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}\rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی به عنوان ترکیبی خطی از هندسه‌های مختلف فضازامان اما ایندفعه با تکینگی

با افزودن حالات اربیفلدی به انتگرال مسیر گرانشی، اصلاح را می‌بینیم.
از فرضِ خمینه بودن فرینه‌های کلاسیک جدا می‌شویم و سراغ سهم‌های اربیفلدی می‌رویم.

بنابراین، جمع روی هندسه‌ها حالا شامل دو سهم جدید است.

- ◀ اینستتون‌های گرانشی که خارج قسمتی شده‌ی فضای پاددوستیه‌ی گرمایی به زیرگروه گستته‌ی \mathbb{Z}_N هستند.
- ◀ اینستتون‌های گرانشی که خارج قسمتی شده‌ی سیاه‌چاله‌های خانواده‌ی $(\mathbb{Z}, PSL(2, \mathbb{Z}))$ به زیرگروه گستته‌ی \mathbb{Z}_N هستند.

افزودن سهم‌های تکینه‌ی مخروطی

$$|\tilde{\Psi}\rangle = |\text{---} \diagup \diagdown \text{---}\rangle + |\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}\rangle + |\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}\rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی به عنوان ترکیبی خطی از هندسه‌های مختلف فضازامان اما ایندفعه با تکینگی

با افزودن حالات اربیفلدی به انتگرال مسیر گرانشی، اصلاح را می‌بینیم.
از فرضِ خمینه بودن فرینه‌های کلاسیک جدا می‌شویم و سراغ سهم‌های اربیفلدی می‌رویم.

بنابراین، جمع روی هندسه‌ها حالا شامل دو سهم جدید است.

◀ اینستتون‌های گرانشی که خارج قسمتی شده‌ی فضای پاددوستیه‌ی گرمایی به زیرگروه گستته‌ی \mathbb{Z}_N هستند.

◀ اینستتون‌های گرانشی که خارج قسمتی شده‌ی سیاه‌چاله‌های خانواده‌ی $(\mathbb{Z}, PSL(2, \mathbb{Z}))$ به زیرگروه گستته‌ی \mathbb{Z}_N هستند.

افزودن سهم‌های تکینه‌ی مخروطی

$$|\tilde{\Psi}\rangle = |\text{---} \diagup \diagdown \text{---}\rangle + |\text{---} \text{---} \text{---} \diagup \text{---}\rangle + |\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی به عنوان ترکیبی خطی از هندسه‌های مختلف فضازامان اما ایندفعه با تکینگی

با افزودن حالات اربیفلدی به انتگرال مسیر گرانشی، اصلاح را می‌بینیم.
از فرضِ خمینه بودن فرینه‌های کلاسیک جدا می‌شویم و سراغ سهم‌های اربیفلدی می‌رویم.

بنابراین، جمع روی هندسه‌ها حالا شامل دو سهم جدید است.

◀ اینستتون‌های گرانشی که خارج قسمتی شده‌ی فضای پاددوسیته‌ی گرمایی به زیرگروه گستته‌ی \mathbb{Z}_N هستند.

◀ اینستتون‌های گرانشی که خارج قسمتی شده‌ی سیاهچاله‌های خانواده‌ی $(\mathbb{Z}, PSL(2, \mathbb{Z}))$ به زیرگروه گستته‌ی \mathbb{Z}_N هستند.

افزودن سهم‌های تکینه‌ی مخروطی

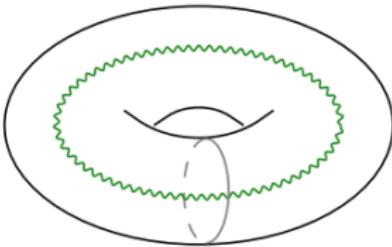
$$|\tilde{\Psi}\rangle = |\text{Diagram 1}\rangle + |\text{Diagram 2}\rangle + |\text{Diagram 3}\rangle + \dots$$

شکل: تابع موج کوانتومی به عنوان ترکیبی خطی از هندسه‌های مختلف فضازامان اما ایندفعه با تکینگی

با افزودن حالات اربیفلدی به انتگرال مسیر گرانشی، اصلاح را می‌بینیم.
از فرضِ خمینه بودن فرینه‌های کلاسیک جدا می‌شویم و سراغ سهم‌های اربیفلدی می‌رویم.

بنابراین، جمع روی هندسه‌ها حالا شامل دو سهم جدید است.

- ◀ اینستتون‌های گرانشی که خارج قسمتی شده‌ی فضای پاددوسیته‌ی گرمایی به زیرگروه گسته‌ی \mathbb{Z}_N هستند.
- ◀ اینستتون‌های گرانشی که خارج قسمتی شده‌ی سیاه‌چاله‌های خانواده‌ی $(\mathbb{Z}, PSL(2, \mathbb{Z}))$ به زیرگروه گسته‌ی \mathbb{Z}_N هستند.



شکل: سهم‌های اربیفلدی، همان هندسه‌های شکل ۴ با تکینگی مخروطی در توده هستند (زیگزاگ سبز) توجه کنید که این سهم‌ها همچنان فرینه‌ی کلاسیک هستند و بسط انتگرال مسیر حولشان معنی دارد.

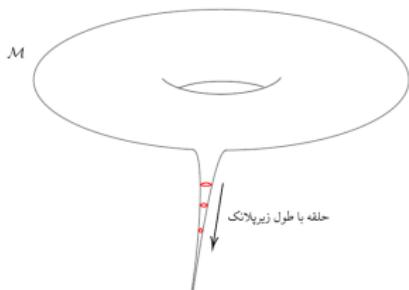
با انجام کارهایی مشابه \leftarrow سهم اربیفلدی به تابع پارش [۱۷] با منظم‌سازی بیشتر .

$$Z_{\text{1-loop}}^{(N)} = \frac{(q\bar{q})^{-\frac{1}{44N^2} \frac{3\ell}{4G_N}}}{|\eta(\tau)|^2} \quad (45)$$

و می‌توانیم با تحلیل طیف جدید، با معکوس تبدیل لاپلاس، بیینیم که طیف مثبت شده است .

پرکردن یک حفره (!)

حالا که سهم‌های تکین را داریم وارد کار می‌کنیم، چرا سراغ سهم‌های دارای تیزی نمی‌رویم؟ به شکل زیر نگاه کنید.

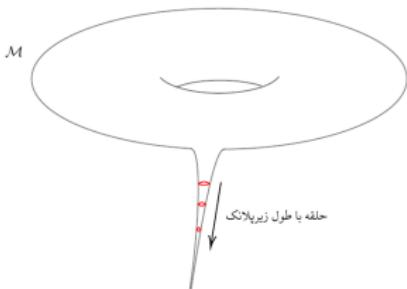


شکل: حلقه با طول بهدلخواه کوچک حول نقطه‌ی سوراخ شده.

جواب این است که حلقه‌های همولوژی که طولشان از اندازه‌ی دلخواهی کوچکتر شود، اما حلقه‌ی بدیهی نباشند، پیامدهای خیلی زیان‌باری برای فیزیک فرابینفش دارند. بعد از منتظم کردن سهم این خمینه‌ها مشاهده می‌شود که انگار که با همان خمینه‌ی هموار اولیه سروکار داریم.

پرکردن یک حفره (!)

حالا که سهم‌های تکین را داریم وارد کار می‌کنیم، چرا سراغ سهم‌های دارای تیزی نمی‌رویم؟ به شکل زیر نگاه کنید.



شکل: حلقه با طول بهدلخواه کوچک حول نقطه‌ی سوراخ شده.

جواب این است که حلقه‌های همولوژی که طولشان از اندازه‌ی دلخواهی کوچکتر شود، اما حلقه‌ی بدیهی نباشند، پیامدهای خیلی زیان‌باری برای فیزیک فرابینفش دارند. بعد از منتظم کردن سهم این خمینه‌ها مشاهده می‌شود که انگار که با همان خمینه‌ی هموار اولیه سروکار داریم.

[1] Brown, J. & Henneaux, M.

Central Charges in the Canonical Realization of Asymptotic Symmetries: An Example from Three-Dimensional Gravity.
Commun. Math. Phys. **104** pp. 207-226 (1986)

[2] Teitelboim, C.

Gravitation and Hamiltonian Structure in Two Space-Time Dimensions. *Phys. Lett. B.* **126** pp. 41-45 (1983)

[3] Jackiw, R.

Lower Dimensional Gravity. *Nucl. Phys. B.* **252** pp. 343-356 (1985)

[4] Bondi, H., Burg, M. & Metzner, A.

Gravitational waves in general relativity. Waves from axisymmetric isolated systems. *Proc. Roy. Soc. Lond. A.*

- [5] Sachs, R.
Asymptotic Symmetries in Gravitational Theory. *Phys. Rev.* **128**, 2851-2864 (1962,12)
- [6] Alekseev, A. & Shatashvili, S.
Path integral quantization of the coadjoint orbits of the virasoro group and 2-d gravity. *Nuclear Physics B.* **323**, 719-733 (1989)
- [7] Witten, E.
Coadjoint Orbits of the Virasoro Group. *Commun. Math. Phys.* **114** pp. 1 (1988)
- [8] Krasnov, K.
On holomorphic factorization in asymptotically AdS 3D gravity. *Classical And Quantum Gravity.* **20**, 4015-4042 (2003,8)

- [9] Kim, J. & Poratti, M.
On a Canonical Quantization of 3D Anti de Sitter Pure Gravity. (2015)
- [10] S. W. Hawking
Quantum Gravity and path integrals *PhysRevD.18.1747* (1978)
- [11] Giombi, S., Maloney, A. & Yin, X.
One-loop partition functions of 3D gravity. *Journal Of High Energy Physics. 2008, 007-007* (2008,8)
- [12] Fujita, M., Takayanagi, T. & Tonni, E.
Aspects of AdS/BCFT. *Journal Of High Energy Physics. 2011, 2011,11*
- [13] Donnay, L.
Asymptotic dynamics of three-dimensional gravity. (2016)

- [14] Collier, S., Eberhardt, L. & Zhang, M.
Solving 3d gravity with Virasoro TQFT. *SciPost Physics*. **15** (2023, 10),
- [15] Krasnov, K.
Three-dimensional gravity, point particles and Liouville theory. *Classical And Quantum Gravity*. **18**, 1291-1304 (2001, 3)
- [16] Benjamin, N., Ooguri, H., Shao, S. & Wang, Y.
Light-cone modular bootstrap and pure gravity. *Physical Review D*. **100** (2019, 9)
- [17] Benjamin, N., Collier, S. & Maloney, A.
Pure Gravity and Conical Defects. (2020)

- [18] Barnich, G. & Troessaert, C.
 Aspects of the BMS/CFT correspondence. *Journal Of High Energy Physics*. **2010** (2010,5)
- [19] Compère, G., Song, W. & Strominger, A.
 New boundary conditions for AdS_3 . *Journal Of High Energy Physics*. **2013** (2013,5)
- [20] Troessaert, C.
 Enhanced asymptotic symmetry algebra of AdS_3 . *Journal Of High Energy Physics*. **2013** (2013,8),