Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий
институт

Программная инженерия
кафедра

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №2

Регулярные выражения, грамматики и языки
тема

Преподаватель		А. С. Кузнецов
	подпись, дата	инициалы, фамилия
Студент КИ23-17/1Б, 032320072		М. А. Мальцев
номер группы, зачетной книжки	подпись, дата	инициалы, фамилия

Красноярск 2025

1 Цель

Реализация и исследование регулярных выражений, регулярных грамматик и свойств регулярных языков, а также доказательство нерегулярности языков.

2 Задания

Задание 1 и 2. Вариант 8.

1) Необходимо с использованием системы JFLAP построить регулярное выражение, описывающее заданный язык, или формально доказать невозможность этого. Привести обобщенный граф переходов и эквивалентный КА, а также пошаговое выполнение преобразований.

2) Необходимо с использованием системы JFLAP, построить регулярную грамматику, описывающую заданный язык, или формально доказать невозможность этого. Привести эквивалентный КА и РВ, а также пошаговое выполнение преобразований.

Язык L_8 = {w принадлежит {0,1}* : w содержит ровно одну пару последовательных нулей }.

Задание 3.

Используя реализацию леммы о разрастании, предлагаемую системой JFLAP в качестве тренажера, ознакомиться с примерами доказательства принадлежности или непринадлежности языков к классу РЯ.

Задание 4. Вариант 11.

Доказать формально нерегулярность заданных языков. Для доказательства рекомендуется использовать лемму о разрастании регулярных языков.

Язык L_{37} представляет собой строки из 0 и 1, длины которых являются полными квадратами.

3 Ход выполнения

3.1 Создание РВ

Из условия задачи следует, что необходимо построить регулярное выражение, которое принимает любую строку над алфавитом {0,1}, в которой пара нулей (00) встречается ровно один раз. При этом последовательности из трёх и более нулей подряд не допускаются, поскольку они уже содержат как минимум две пары «00». Также не допускается и полное отсутствие нулей. Разрешено любое количество единиц и одиночных нулей до и после этой пары.

В итоге было получено регулярное выражение, показанное на рисунке 1.

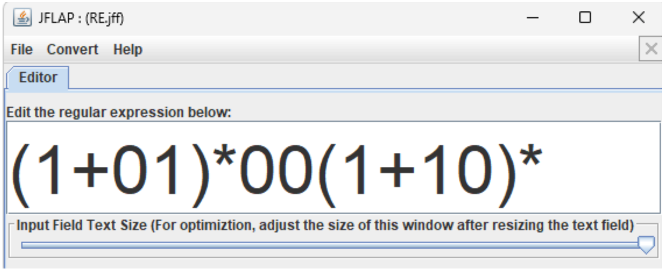

Рисунок 1 – РВ для первой задачи

До пары нулей допускается любая конкатенация любого количества строк «1» и «01», а после – «1» и «10».

3.2 Преобразование РВ в КА

Теперь автоматически с помощью инструмента JFLAP преобразуем данный РВ в КА. На рисунках 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и 11 показаны шаги выполнения процесса преобразования.

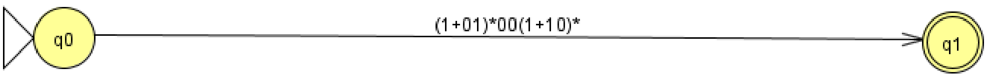

Рисунок 2 – Первый шаг преобразования РВ в КА

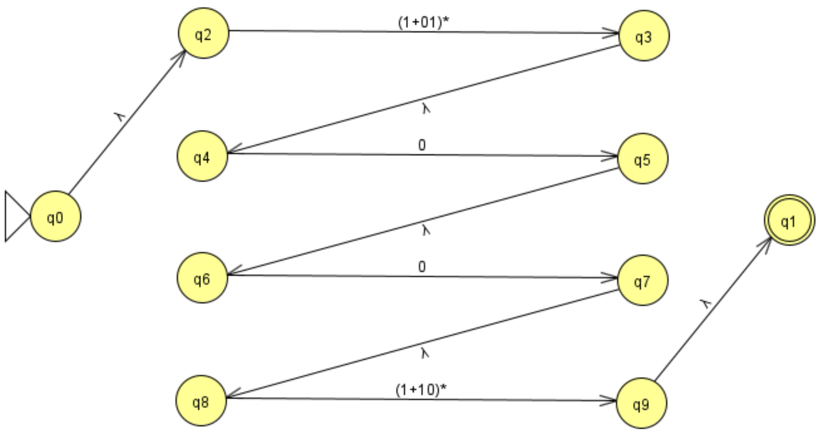

Рисунок 3 – Второй шаг преобразования РВ в КА (устранение конкатенации)

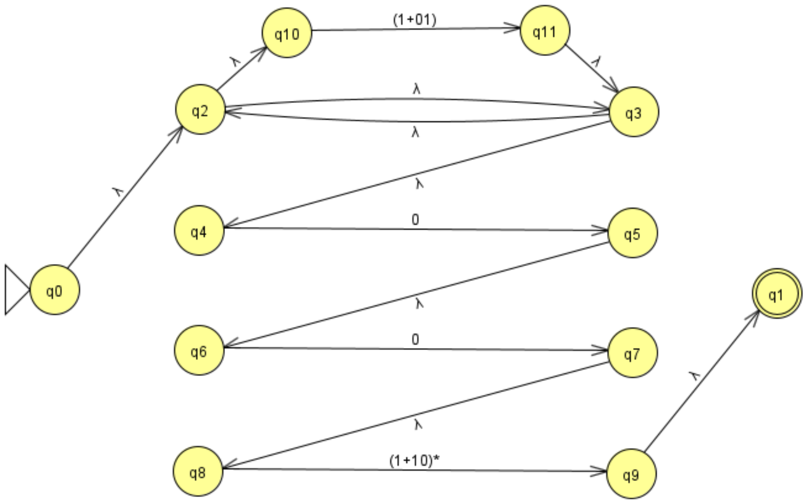

Рисунок 4 – Третий шаг преобразования РВ в КА (устранение итерации)

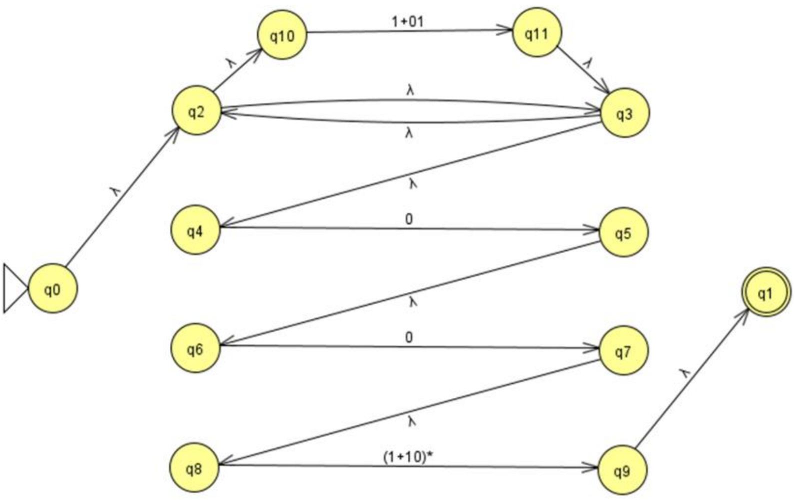

Рисунок 5 – Четвертый шаг преобразования РВ в КА (устранение скобок)

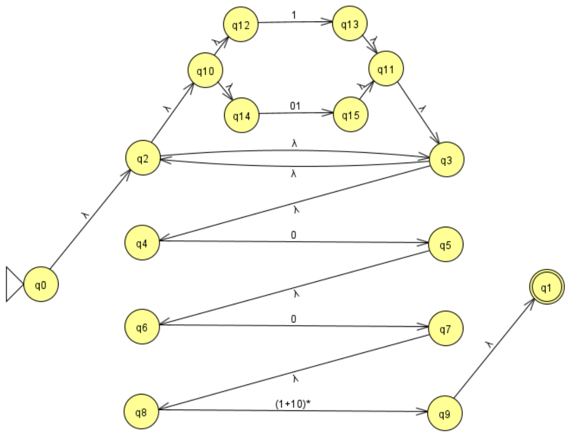

Рисунок 6 – Пятый шаг преобразования РВ в КА (устранение объединения)

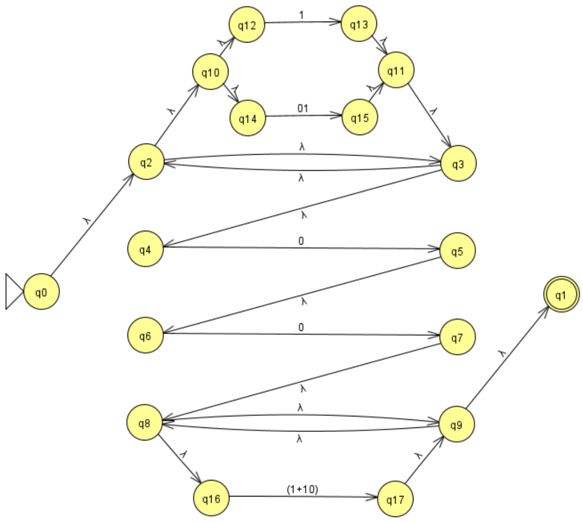

Рисунок 7 – Шестой шаг преобразования РВ в КА (устранение итерации)

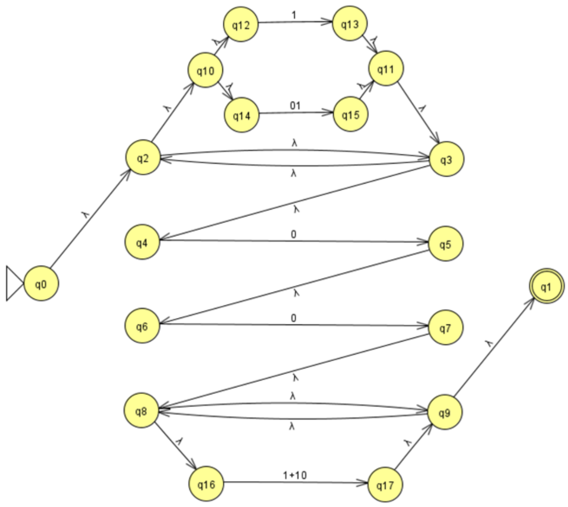

Рисунок 8 – Седьмой шаг преобразования РВ в КА (устранение скобок)

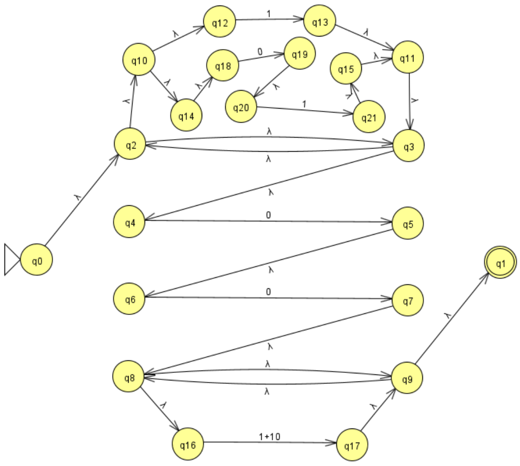

Рисунок 9 – Восьмой шаг преобразования РВ в КА (устранение конкатенации)

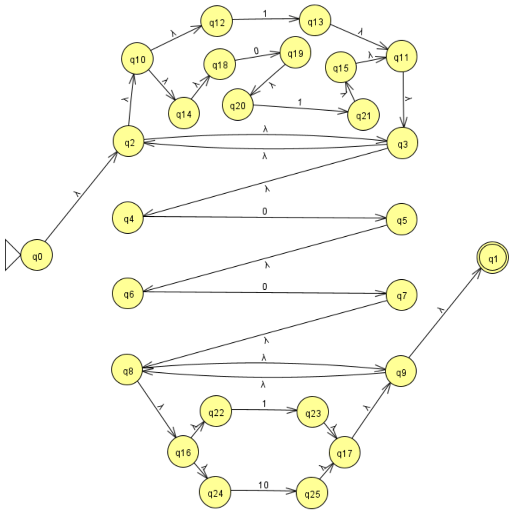

Рисунок 10 – Девятый шаг преобразования РВ в КА (устранение объединения)

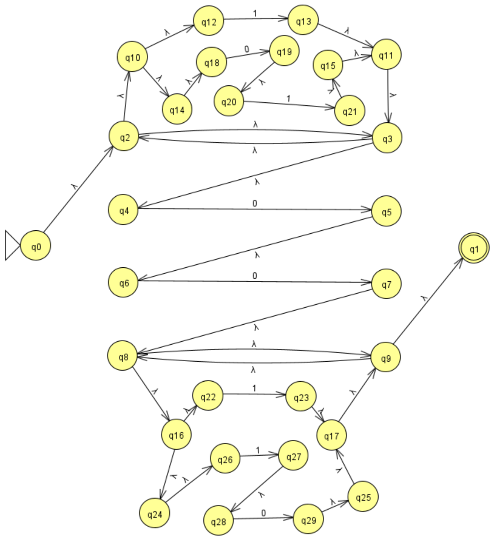

Рисунок 11 – Десятый шаг преобразования РВ в КА (устранение конкат.)

Все шаги были корректно выполнены согласно алгоритму преобразования РВ в КА, получившийся автомат также был протестирован на произвольных строках, впоследствии доказав свою корректную работоспособность.

3.3 Создание РГ

Для языка L8, в соответствии с правилами построения регулярных грамматик, была разработана РГ, которая также является праволинейной, показанная на рисунке 12.

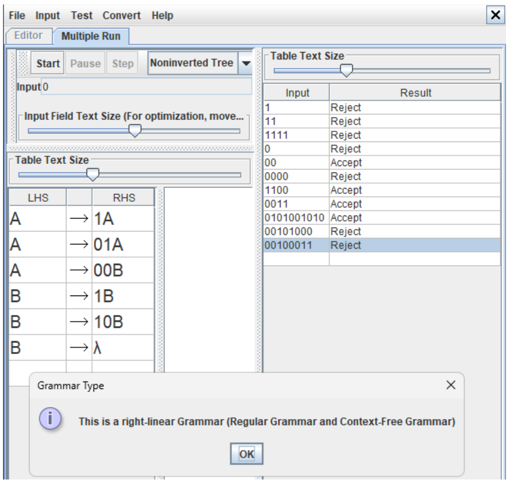

Рисунок 12 – РГ для первой задачи

Данная РГ имеет эквивалентное РВ точно такое же, какое мы сделали ранее в первой задаче.

3.4 Преобразование РГ в КА и в РВ

Сначала преобразуем РГ в конечный автомат, используя возможности JFLAP. На рисунках 13, 14, 15, 16, 17 и 18 показаны шаги преобразования в КА.

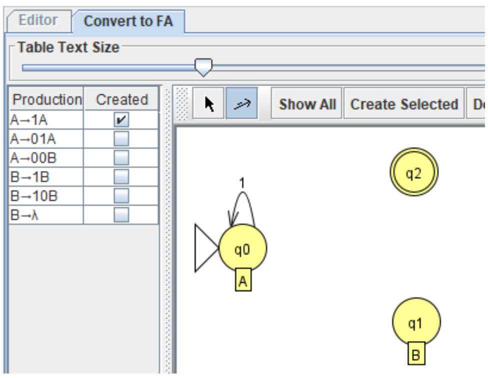

Рисунок 13 – Первый шаг преобразования РГ в КА

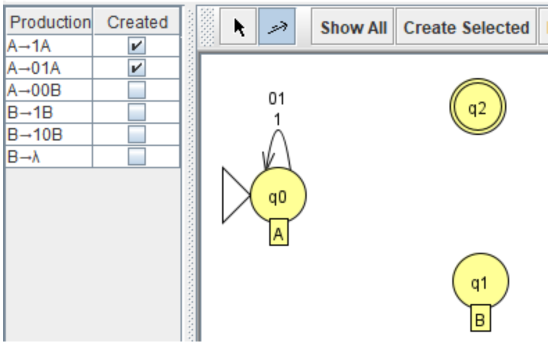

Рисунок 14 – Второй шаг преобразования РГ в КА

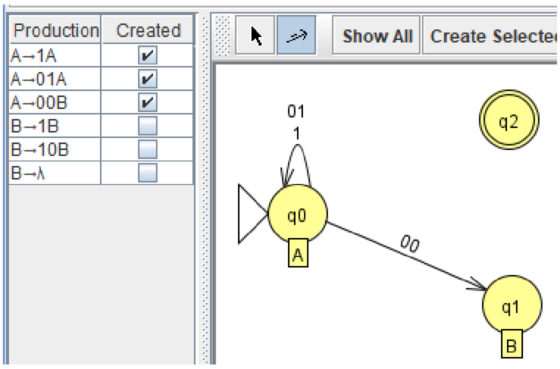

Рисунок 15 – Третий шаг преобразования РГ в КА

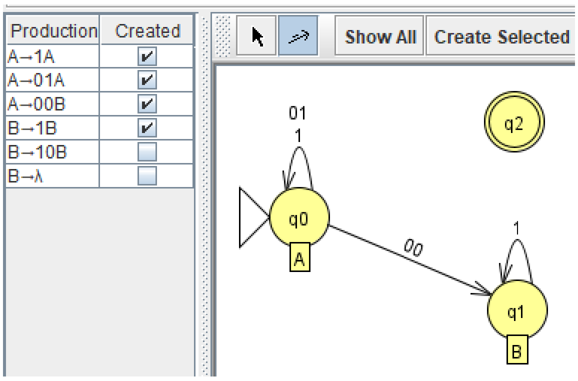

Рисунок 16 – Четвертый шаг преобразования РГ в КА

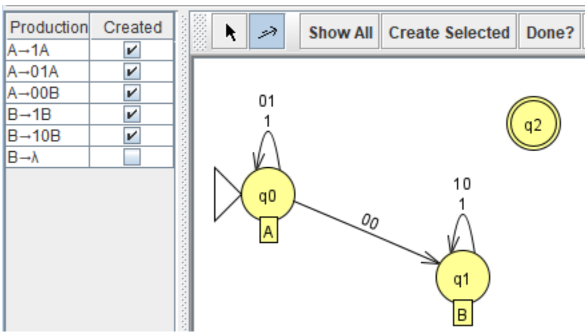

Рисунок 17 – Пятый шаг преобразования РГ в КА

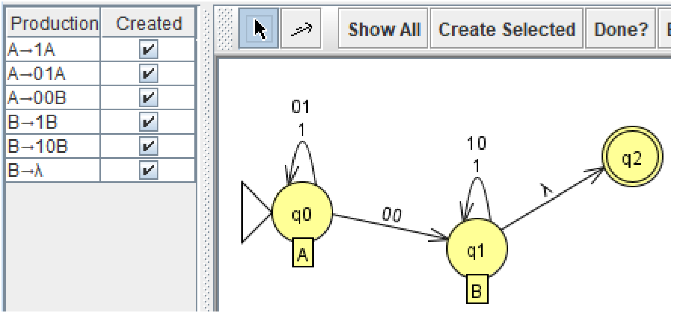

Рисунок 18 – Шестой шаг преобразования РГ в КА

В итоге мы получили КА, эквивалентный нашей РГ. Теперь экспортируем его и преобразуем в эквивалентное РВ с помощью инструмента JFLAP. На рисунке 19, 20 и 21 показаны шаги преобразования КА в РВ.

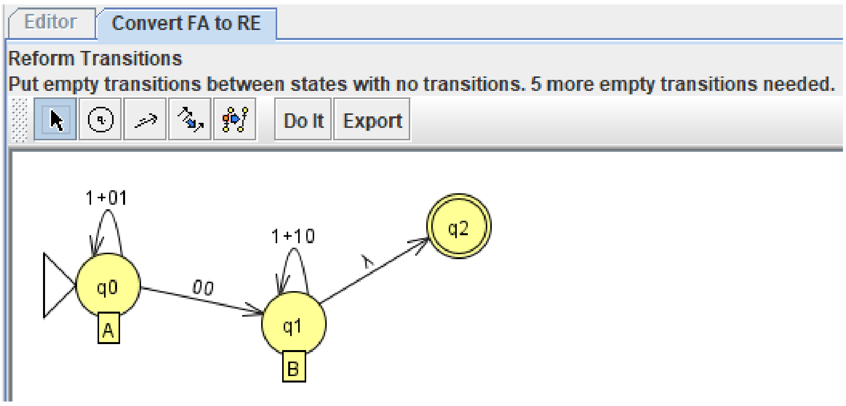

Рисунок 19 – Первый шаг преобразования КА в РВ (преобразование множественных переходов в один)

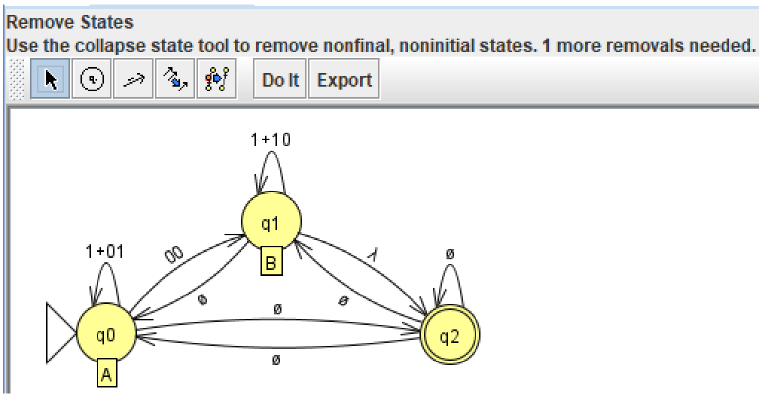

Рисунок 20 – Второй шаг преобразования КА в РВ (создание пустых переходов там, где ещё нет переходов)

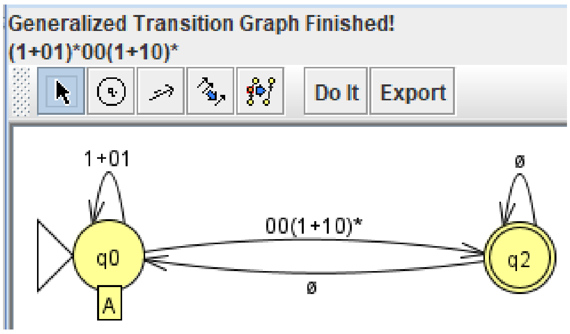

Рисунок 21 – Третий шаг преобразования КА в РВ (удаление неинициализирующих и нефинальных состояний)

В итоге мы получили эквивалентное РВ с помощью JFLAP, им является выражение: «(1+01)*00(1+10)*» (такое же, как и в первом задании).

3.5 Формальное доказательство нерегулярности языка

Теперь докажем нерегулярность языка L_{37}, представляющего собой строки из 0 и 1, длины которых являются полными квадратами. Другое представление данного языка: $L_{37} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|$ — полный квадрат$\}$

Пусть L – это РЯ, а n – длина накачки, построим специальное слово из L. Например, возьмем $w = 0^{n\text{^}2}$, тогда длина данного слова будет являться полным квадратом (n^2), а значит слово принадлежит L, и его длина больше или равна n, теперь мы можем применить лемму. По ней существует разложение w = xyz со свойством $|xy| \le n$ и свойством $y \neq \varepsilon$, при котором для любого $k \geq 0$ строка xy^kz принадлежит L.

Возьмем k = 2, тогда строка xy^2z должна принадлежать L. Её длина будет равна $|xy^2z| = |xyz| + |y| = n^2 + |y|$, что больше, чем n^2 ровно на $|y| > 0$ (так как $y \neq \varepsilon$). Но попробуем сравнить длину с $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$ – следующей минимально возможной длиной слова в L после n^2. Так как $|xy| \le n$, то, следовательно, $|y| \le n$, а следовательно, $|y| < 2n + 1$, и тогда, вспоминая, что $|xyz| = |0^{n\text{^}2}| = n^2$, мы получаем, что $n^2 < |xy^2z| < (n+1)^2$. Таким образом, длина полученного слова будет находиться между двумя последовательными полными квадратами. Следовательно, она не может быть полным квадратом и не принадлежит языку L. Согласно лемме о разрастании для регулярных языков, это означает, что данный язык не является регулярным. Что и требовалось доказать.

4 Выводы

В ходе данной практической работы был изучен материал о регулярных выражениях, о регулярных грамматиках и о свойствах регулярных языков, а также о доказательстве нерегулярности языков. В JFLAP были реализованы соответствующие РВ И РГ, а также проведено доказательство нерегулярности одного из языков с помощью леммы о разрастании.