SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Introducción

El número, piedra angular de todo edificio matemático aparece íntimamente vinculado a los más diversos aspectos de la vida cotidiana. La génesis del número se pierde en el origen remoto de los primeros núcleos humanos. Aparece allí como noción primaria estrechamente vinculado a los objetos materiales y como resultado de la percepción directa del cambio producido al añadir algún objeto a otro, al quitar o agregar elementos a un conjunto de varios objetos.

Este carácter concreto de la idea de número se advierte aún al aplicar términos distintos para designar el número según objetos de que e trate sean personas, animales o cosas como ser pareja, yunta, casal, etc.

Esta concepción precaria de número se ensancha cuando el hombre adquiere la técnica de contar, operación que requiere cierto grado de evolución mental. Recién cuando la inteligencia humana alcanzó un nivel superior de desarrollo la idea concreta de número dio lugar a la concepción abstracta.

A esto siguió el largo proceso histórico a través del cual el concepto de número se amplió con la creación de las reglas para el cálculo y las sucesivas extensiones que lo llevaron a su forma actual.

En Matemática la representación de los infinitos números naturales, se hará mediante la elección de un conjunto finito de símbolos gráficos (que llamaremos CIFRAS) y un conjunto de reglas que constituyen lo que designaremos como SISTEMAS DE NUMERACIÓN.

A la cantidad de cifras de un sistema lo llamaremos BASE del sistema y deberá ser, por lo menos, igual a dos.

Las cifras las representaremos con símbolos, figuras, dibujos arbitrarios que representan los primeros números naturales. Estos son conceptos abstractos, aquellos símbolos concretos que en consecuencia no son números, sino tan solo su representación convencional.

La manera moderna de representación de números se basa en el posicionamiento relativo que asumen los diversos símbolos (CIFRAS) que se utilizan para representar valores.

Así definiremos la notación posicional de BASE “m” (o radix “m”) como:

$$...a_3a_2a_1a_0,a_{-1}a_{-2}a_{-3}..._{(m} = a_3m^3 + a_2m^2 + a_1m^1 + a_0m^0 + a_{-1}m^{-1} + a_{-2}m^{-2} + a_{-3}m^{-3} + ...$$

<u>Ejemplo</u>: $520,3_{(6} = 5.6^2 + 2.6^1 + 0.6^0 + 3.6^{-1} = 192,5_{(10}$

La notación decimal de uso común es un caso especial en que ***m* =*10*** en cuyo caso los coeficientes ***a*** se selecciona del conjunto de dígitos decimales: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Las generalizaciones más simples se obtienen al tomar m como un número entero mayor que uno y, requiere que los coeficientes sean enteros en el rango $0 \leq a_k \leq m$**.** Con este enfoque se obtienen los sistemas numéricos estándar: Binario (m=2), Ternario (m=3), Cuaternario (m=4), etc. En general puede considerarse a m como cualquier número distinto de cero y uno. El símbolo COMA “,” que aparece entre a_0 y a_{-1} es llamado punto radiaxial, (cuando m=10 es la conocida coma decimal).

T.P. N° 1 -

OBJETIVOS:

- Que el alumno realice cambio de base, pasaje de un sistema de numeración a otro y repase las operaciones aritméticas elementales (suma, resta, multiplicación y división) en los distintos sistemas de numeración, especialmente binario, octal y hexadecimal.

1.- Dados los siguientes números, en las bases que se indican, hacer la descomposición polinómica de los mismos:

a) Binario: 110010110 ; 101110,001 ; 11001100 ; 1010,10101
b) Base 4: 2301 ; - 312 ; 231,32 ; 321,201
c) Base 6: 23451 ; 143,255
d) Octal: 754,02 ; 2147 ; 5672,31
e) Hexadecimal: 52AB7 ; 46A7B,2F ; 7A2B,35 ; 8C94A

2.- Dados los siguientes números en el sistema decimal:

a) 1874 b) - 312 c) 84,751 d) 7183,6 e) - 24,93

Pasarlos a las siguientes bases: b = 2 ; b = 5 ; b = 7 ; b = 8 ; b = 16

Ejemplo: $97,86_{10} \cong 241,505\ldots_{(6}$

$$\begin{array}{l|l} 97 & 6 \\ \hline 37 & 16 \;|\; 6 \\ 1 & 4 \quad 2 \end{array} \qquad \leftarrow$$

$0,86x6 = 5,16$ ↓

$0,16x6 = 0,96$

$0,96x6 = 5,76$

....

3.- Pasar los siguientes números a las bases que en cada caso se indican y utilizar, cuando sea posible, la propiedad de las bases $\left(b_M = b_m^k\right.$; k dígitos de la base menor equivalen a un dígito de la base mayor$\left.\right)$

a) 101011 de base 2 a base 4
b) 3246,5 de base 8 a base 5
c) 7AD,2B de base 16 a base 12
d) 12345 de base 9 a base 3
e) 101111010 de base 3 a base 9
f) A5,BC de base 16 a base 2
g) 110101,10110 de base 2 a base 8

Ejemplo: $467,35_{(8} = \underbrace{100}_{4}\underbrace{110}_{6}\underbrace{111}_{7},\underbrace{011}_{3}\underbrace{101}_{5}\,_{(2}$

($b_M = 8$; $b_m = 2 \Rightarrow 8 = 2^3$; $k=3$)

0	1	2	3	4	5	6	7	$b=8$
000	001	010	011	100	101	110	111	$b=2$

4.- Realizar las siguientes operaciones aritméticas en los sistemas numéricos indicados y verificar los resultados usando el sistema decimal.

a) Binario
- a.1) 111011 x 1011
- a.2) 1110001 x 110
- a.3) 10111011010 : 110
- a.4) 1011011 : 111

b) Octal
- b.1) 6254 + 6620 ; b.4) 275 - 1232
- b.2) 2660 - 43,21 ; b.5) 2323,445 : 43
- b.3) 10,217 x 74,32 ; b.7) 1354,27 : 2,5

c) Base 7: c.1) (1453,62 x 324) + (465,221 x 23,45)

5.- Realizar las siguientes restas, en el sistema binario, utilizando el complemento a la base (complemento verdadero) y complemento a la base menos uno (complemento restringido) (Nota: ver Teoría de Complemento a la Base):

> **Nota: Toda potencia enésima de la base se expresa por el uno seguido de tantos ceros como indica el exponente**
>
> $(b^n = 1\overbrace{0..........0}^{n})$

a) 11000010 – 10111001

b) 110111 - 10101

c) 10101 - 11011

d) 11101 - 10011

e) 1110001 - 1001001011

f) 101110 - 10010