Frankfurt University of Applied Sciences
Fachbereich 2: Informatik und Ingenieurwissenschaften

Grundlagen adaptiver Wissenssysteme (SS 2025)

Prof. Dr. Thomas Gabel

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1: Problemmodellierung als MDP

Modellieren Sie die folgenden Problemstellungen als Markov'sche Entscheidungsprozesse:

(a) autonomes Autofahren auf einer Autobahn

(b) Staubsaugeroboter

(c) Agent in einem Labyrinth

(d) Heizungsregler

(e) Apres-Ski-Hütten-Betreiber

Aufgabe 2: Markov-Eigenschaft

Betrachten Sie ein intelligentes kamerabasiertes System. Nach dem Einschalten nimmt die Kamera ein erstes Bild der Szene auf. Verschiedene Objekte können gesehen werden, nicht jedoch solche, die beispielsweise verdeckt sind oder die sich hinter der Kamera befinden.

(a) Ist für die aufgenommene Umgebung die Markov-Eigenschaft erfüllt, sobald die Kamera ihr erstes Bild aufgenommen hat?

(b) Ist die Markov-Eigenschaft gegeben, wenn die Kamera defekt ist und daher permanent das gleiche (Stand-)Bild liefert?

Aufgabe 3: Pfadkosten in N-stufigen Entscheidungsproblemen

In dieser Aufgabe setzen wir uns mit Problemen mit einem endlichen Horizont der Länge N auseinander.

Betrachten wir einen Studenten $\mathcal{S}$, der an einer schriftlichen Prüfung teilnimmt. Der Aufgabenzettel umfasst k zu lösende verschiedene Aufgaben, die jeweils r_i ($i \in \{1, \ldots, k\}$, sh. Tabelle 1) Punkte erbringen. Um die Problemstellung einfach zu halten, nehmen wir an, dass jede Aufgabe nur entweder komplett falsch oder komplett korrekt gelöst werden kann (im ersten Fall gibt es 0 Punkte, in letzterem r_i) und dass der Student, nachdem er sich mit einer Aufgabe auseinandergesetzt hat, mit Sicherheit weiß, ob er sie richtig gelöst hat oder nicht.

Der Student $\mathcal{S}$ kann jede Aufgabe beliebig oft zu lösen versuchen, wobei jeder Lösungsversuch mit einer Wahrscheinlichkeit $p_i^{\mathcal{S}}$ gelingt, die vom Schwierigkeitsgrad und vom Kenntnisstand des Studenten abhängt (diese Wahrscheinlichkeiten sind in Tabelle 1 aufgelistet).

(a) Formalisieren Sie das beschriebene Problem als Markov'schen Entscheidungsprozess.

Selbstverständlich ist die Bearbeitungszeit in Prüfungen begrenzt. Wir nehmen im Folgenden an, dass die Dauer der Prüfung es dem Studenten ermöglicht, insgesamt bis zu $N = 5$ Aufgabenlösungsversuche zu unternehmen (vereinfachend dauere jeder Versuch gleich lang). Ferner ist bekannt, dass zum Bestehen der Prüfung mindestens 40% der maximal erzielbaren Punkte erreicht werden müssen.

(b) Wie würden Sie das Risiko des Nicht-Bestehens in diesem Szenario modellieren?

Im Folgenden sollen verschiedene "Prüfungsstrategien" verglichen werden, d.h. die Verfahrensweisen, nach denen verschiedene Studenten die zu bearbeitenden Aufgaben auswählen. Für alle folgenden Berechnungen soll für das Nicht-Bestehen $g(s_N) = 10$ für $s_N \in S_{fail}$ angenommen werden.

(c) Student $\mathcal{S}$ zieht zwei möglichen Strategien, $\pi_A^{\mathcal{S}}$ und $\pi_B^{\mathcal{S}}$, in Betracht, gemäß derer er sein Aufgaben auswählen will. Bei der erstgenannnten bearbeitet er die gestellten Aufgaben in der Reihenfolge aufsteigender Schwierigkeit, d.h. sinkender Erfolgswahrscheinlichkeit $p_i^{\mathcal{S}}$. Bei Strategie $\pi_B^{\mathcal{S}}$ würde er die Aufgaben in umgekehrter Reihenfolge bearbeiten. Vergleichen Sie die beiden Vorgehensweisen, indem Sie die Pfadkosten der Strategien $\pi_A^{\mathcal{S}}$ und $\pi_B^{\mathcal{S}}$ ermitteln.

(d) Leiten Sie eine stationäre Strategie $\pi_C^{\mathcal{S}}$ her, die erfolgsversprechender als $\pi_A^{\mathcal{S}}$ und $\pi_B^{\mathcal{S}}$ ist. Welche Probleme ergäben sich für Sie, wenn Sie eine solche Strategie in der Praxis anwenden wollten?

(e) Schlagen Sie eine Methode vor, durch die jede der soweit betrachteten Strategien im Hinblick auf die Reduzierung der Wahrscheinlichkeit des Nicht-Bestehens verbessert werden kann. *Tipp: Verwenden Sie nicht stationäre Strategien.* Inwieweit werden durch Ihre Methode auch die Pfadkosten verbessert?

(f) Student $\mathcal{T}$ hat selektiv gelernt und sich gar nicht mit den Themen befasst, die in den Aufgaben 2-4 abgefragt werden ($p_i^{\mathcal{T}} = 0.0$ für $i \in \{2, 3, 4\}$). Wie gut muss $\mathcal{T}$ für das in Aufgabe 1 behandelte Themengebiet vorbereitet sein (d.h. wie groß muss $p_1^{\mathcal{T}}$ mindestens sein), damit $\mathcal{T}$ mindestens so erfolgreich in der Prüfung ist wie Student $\mathcal{S}$, wenn dieser nach Strategie $\pi_A^{\mathcal{S}}$ verfährt?

Aufgabe	Punktzahl	Lösungswahrscheinlichkeit p_i^S
u_1	4	0.1
u_2	1	0.8
u_3	3	0.3
u_4	2	0.5

Tabelle 1: Eigenschaften der Prüfungsaufgaben

Aufgabe 4: Der Backward-DP-Algorithmus für Probleme mit endlichem Horizont

(a) Schlagen Sie eine Modifikation des in der Vorlesung vorgestellen Backward-DP-Algorithmus vor, die diesen für Umgebungen einsetzbar macht, in denen die direkten Kosten vom Folgezustand abhängen können.

(b) Wenden Sie Ihren Backward-DP-Algorithmus auf das Problem aus Aufgabe 3 an (für die Schritte $k = 0$ und $k = 1$).

(c) Gegeben sei die folgende rekursive Definition der Pfadkostenfunktion:

$$V_k(i) = \begin{cases} g(i) & \text{wenn } k = 0 \\ 1 + V_{k-1}(i) & \text{sonst} \end{cases}.$$

Geben Sie die Aktionen an, die auf Basis dieser Kostenfunktion im ersten und im zweiten Entscheidungsschritt gewählt würden.