Interrogation écrite n°04

NOM:

Prénom:

Note:

1. Montrer qu'un groupe d'ordre premier est cyclique.

2. Déterminer la signature de la permutation $\sigma \in S_7$ définie par

$$\sigma(1) = 4$$

$$\sigma(2) = 6$$

$$\sigma(3) = 7$$

$$\sigma(4) = 5$$

$$\sigma(5) = 1$$

$$\sigma(6) = 2$$

$$\sigma(7) = 3$$

3. On considère l'endomorphisme $u: \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_2[X] & \longrightarrow & \mathbb{R}_2[X] \\ P(X) & \longmapsto & P(X+1) \end{array} \right.$ Déterminer le spectre de u. L'endomorphisme u est-il diagonalisable ?

4. On considère $\overline{24}$ comme un élément du groupe ($\mathbb{Z}/30\mathbb{Z}$, +). Déterminer son ordre.

5. Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$. Déterminer les éléments propres de A (valeurs propres et sous-espaces propres).