西北工业大学

《信号与系统》实验报告

学　　院：　　　软件学院

学　　号：　　　2021302853

姓　　名：　　　张苏宇

专　　业：　　　软件工程

实验时间：　　　2023 年 12 月 22 日

实验地点：　　　启翔楼 264

指导教师：　　　柳艾飞、汪彦婷

西北工业大学

2023　年 12　月

一、实验目的

- 掌握频域系统函数的概念和物理意义；
- 利用Matlab实现连续时间系统的频域分析。
- 掌握利用Matlab求连续时间函数的拉普拉斯变换和拉普拉斯反变换；
- 掌握利用Matlab求离散时间信号的z变换和反z变换；
- 掌握利用Matlab分析系统函数极零点分布与系统特性的关系；

二、实验原理

- 频率响应

频率响应函数$H(\mathrm{j\omega})$的定义为系统的零状态响应的傅里叶变换$R(j\omega)$与输入激励信号的傅里叶变换$X(jw)$只比，即：

$$H(j\omega)=\frac{R(j\omega)}{X(jw)}=|H(j\omega)|e^{-j\varphi(\omega)}$$

其中，$|H(j\omega)|$是响应与激励信号幅度之比，称为幅频特性（响应）；$\varphi(\omega)$是响应和激励信号的相位差，成为相频特性（响应）。

- 单边拉普拉斯变换定义为

$$X(s)=\int_{0^-}^{\infty}x(t)e^{-st}dt \tag{1}$$

由于拉普拉斯变换的自变量 s 为复数，因此其求解不适合采用数值计算的方法。但 MATLAB 提供了符号函数 laplace、ilaplace 求解信号的单边拉普拉斯变换和反变换。

连续时间线性时不变系统的系统函数 H(s)通常是有理分式，将分子、分母化成关于 s 的最简正幂多项式，使得分母多项式等于零的根称为极点（即特征根），分子多项式等于零的根称为零点。借助零极点可以进行系统特性的分析，比如系统的滤波特性。

- 单边 z 变换定义为

$$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n} \tag{2}$$

由于 z 变换的自变量 z 为复数，因此其求解不适合采用数值计算的方法。但 MATLAB 提供了符号函数 ztrans、iztrans 求解信号的单边 z 变换和反变换。

离散时间线性时不变系统的系统函数 H(z)通常是有理分式，将分子、分母化成关于 z 的最简正幂多项式，使得分母多项式等于零的根称为极点（即特征根），分子多项式等于零的根称为零点。借助零极点可以进行系统特性的分析，比如系统的滤波特性。

三、实验环境

操作系统：Windows 10

编程软件：MATLAB R2023b

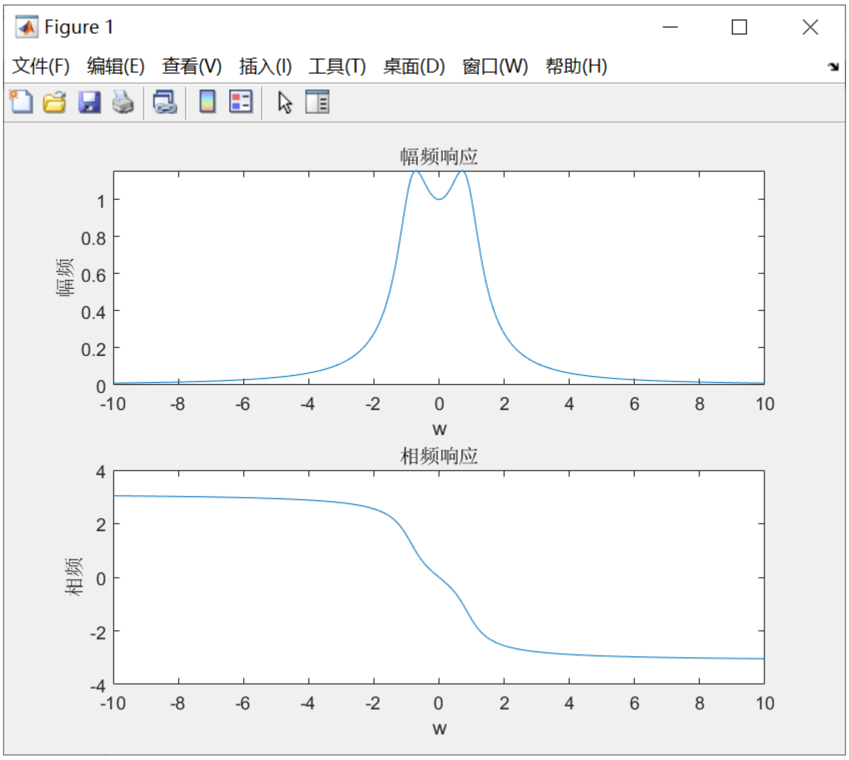
四、实验内容

实验1：频域分析实验

1. 已知某系统微分方程为：$y''(t) + y'(t) + y(t) = x(t)$，画出该系统的幅频和相频响应曲线。

$$(s^2 + s + 1)Y(s) = X(s)$$

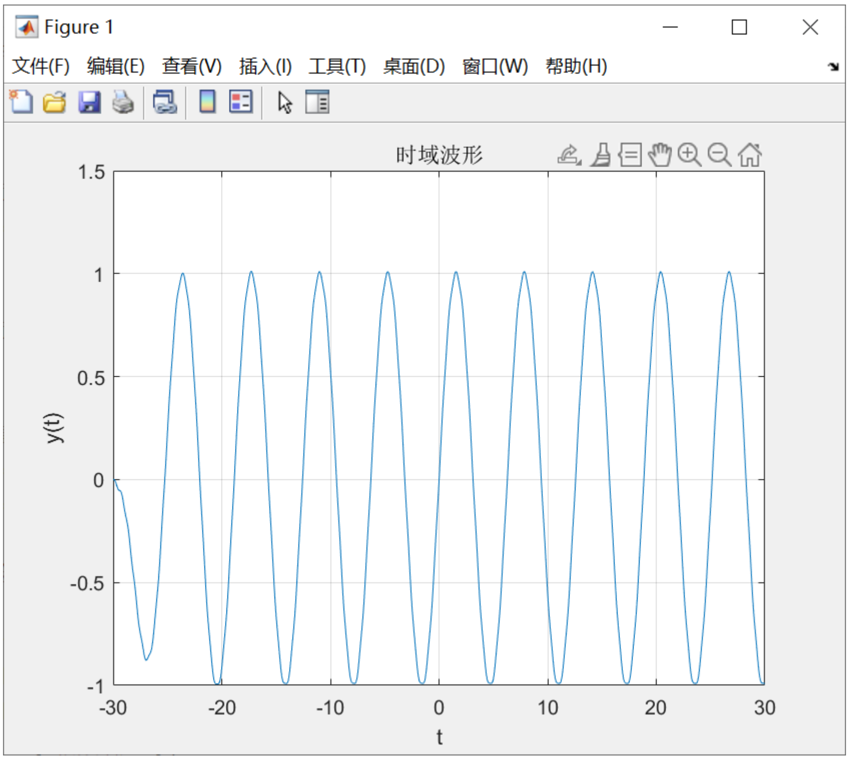
$$H(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$




```
% 系统的分子和分母多项式系数
a = [1, 1, 1];
b = [0, 1];

% 频率范围和步长
dt = 0.01;
w = -10:dt:10;

% 频率响应
h = freqs(b, a, w);

% 幅频响应和相频响应
fw = abs(h);
pw = angle(h);

% 绘制幅频响应
subplot(2, 1, 1);
plot(w, fw);
xlabel('w');
ylabel('幅频');
title('幅频响应');

% 绘制相频响应
subplot(2, 1, 2);
```

```
plot(w, pw);
xlabel('w');
ylabel('相频');
title('相频响应');

```

2. 对于上题中的二阶系统，当输入信号为$f(t) = \cos t + \cos(10t)$时，求系统输出$y(t)$，绘制时域波形。结合实验结果，分析该系统的滤波特性。




```
% 系统的分子和分母多项式系数
a = [1, 1, 1];
b = [0, 1];

% 创建系统
sys = tf(b, a);

% 生成时间向量
t = -30:0.01:30;

% 生成输入信号
f_t = cos(t) + cos(10 * t);

% 计算系统响应
y = lsim(sys, f_t, t);

% 绘制时域波形
figure;
plot(t, y);
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
title('时域波形');
grid on;

```

结论：通过分析可得，低频信号能正常通过，超过设定临界值的高频信号被阻隔、减弱，该系统具有良好的低通滤波特性，可知该系统是一个低通滤波器。

实验2：s域实验

1. （LT实验）利用MATLAB求LT变换，说明收敛域。

$$1)\ f_1(t) = e^{-2t}\varepsilon(t) \qquad\qquad 2)\ f_2(t) = \delta(t) + e^{2t}\varepsilon(t) - \frac{4}{3}e^{-t}\varepsilon(t)$$

1）源代码：

```
syms t;

% 定义信号
f1 = exp(-2*t) * heaviside(t);

% 计算 Laplace 变换
F1 = laplace(f1);

% 显示结果
disp('Laplace 变换结果:');
disp(F1);
```

```
>> untitled
Laplace 变换结果:
1/(s + 2)

fx >>
```

收敛域为$Re[s] > -2$

2）源代码：

```
syms t;

% 定义信号
f2 = dirac(t) + exp(2*t) * heaviside(t) - 4/3 * exp(-t) * heaviside(t);

% 计算 Laplace 变换
F2 = laplace(f2);

% 显示结果
disp('Laplace 变换结果:');
disp(F2);
```

```
>> untitled
Laplace 变换结果:
1/(s - 2) - 4/(3*(s + 1)) + 1

fx >>
```

收敛域为$Re[s] > 2$

2. （LT反变换实验）有始信号的拉斯变换如下，利用MATLAB求其拉普拉斯反变换。

1) $F_1(s)=\dfrac{4s+5}{s^2+5s+6}$　　　　2) $F_2(s)=\dfrac{3s}{(s+4)(s+2)}$

1）源代码:

```
syms t s;

% 定义 Laplace 变换
F1 = (4*s + 5) / (s^2 + 5*s + 6);

% 计算逆 Laplace 变换
f1 = ilaplace(F1);

% 乘以单位阶跃函数
f1 = f1 * heaviside(t);

% 显示结果
disp('时间域信号:');
disp(f1);

```

```
>> untitled
时间域信号:
-heaviside(t)*(3*exp(-2*t) - 7*exp(-3*t))

fx >>
```

2）源代码:

```
syms t s;

% 定义 Laplace 变换
F2 = (3 * s) / ((s + 4) * (s + 2));

% 计算逆 Laplace 变换
f2 = ilaplace(F2);

% 乘以单位阶跃函数
f2 = f2 * heaviside(t);

% 显示结果
disp('时间域信号:');
disp(f2);

```

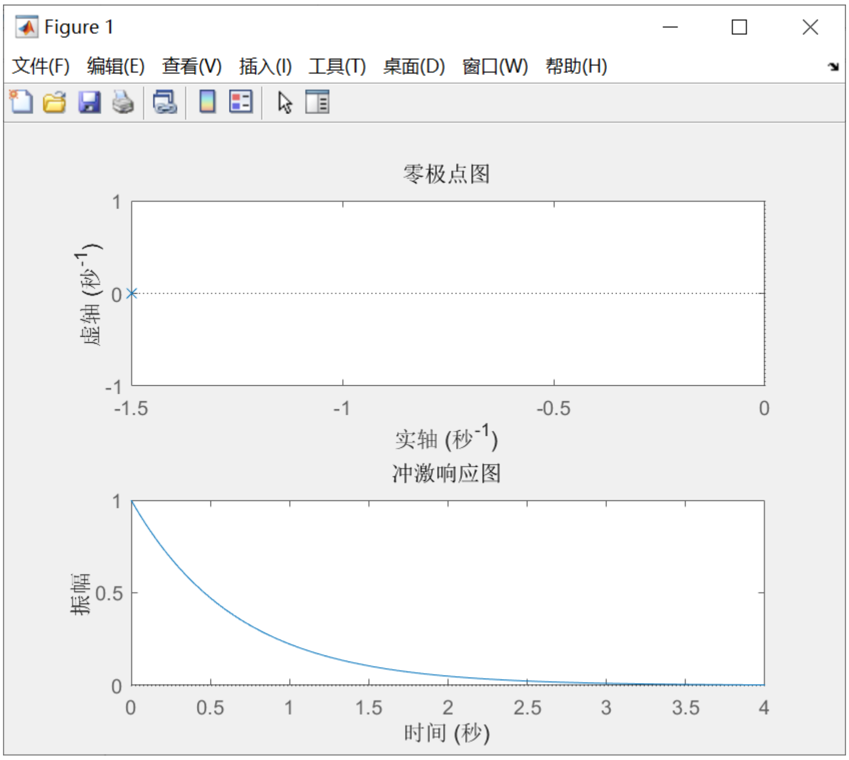
```
>> untitled
时间域信号:
-heaviside(t)*(3*exp(-2*t) - 6*exp(-4*t))

fx >>
```

3. (极点对系统特性的影响)某一阶系统的系统函数为 $H(s)=\dfrac{1}{s-p}$

分别绘制极点处于-1.5，-0.5，0，0.5，1.5时的极零图及对应的冲激响应函数。观察现象，总结极点如何影响冲激响应函数，进而总结其对于系统稳定性的影响。

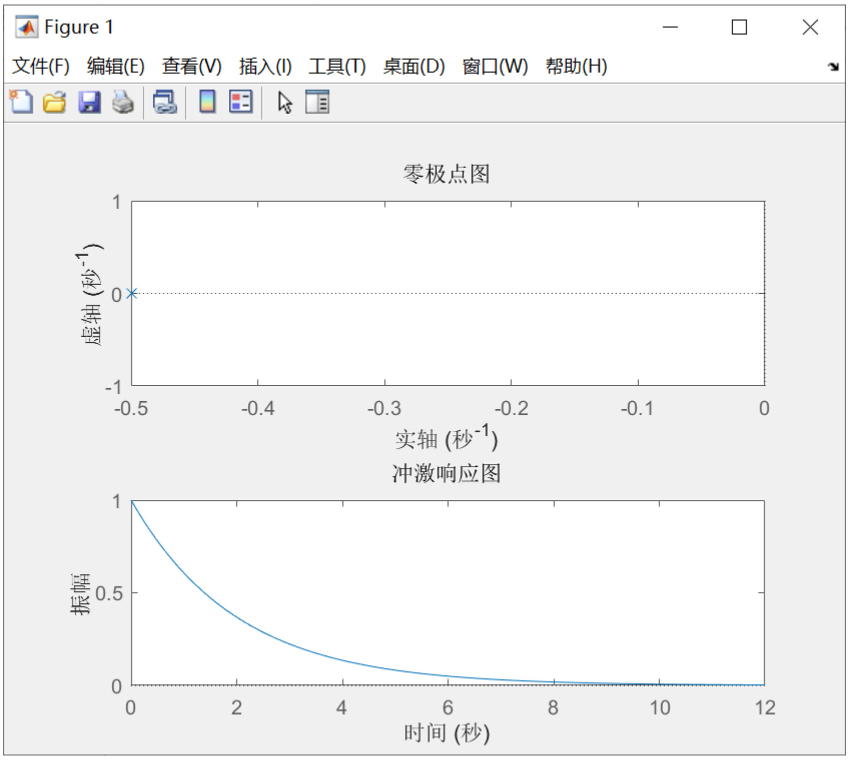
- p=-1.5

```
% 创建传递函数
H = tf([1], [1, 1.5]);

% 绘制零极点图
subplot(2, 1, 1);
pzmap(H);
title('零极点图');

% 绘制冲激响应图
subplot(2, 1, 2);
impulse(H);
title('冲激响应图');

```



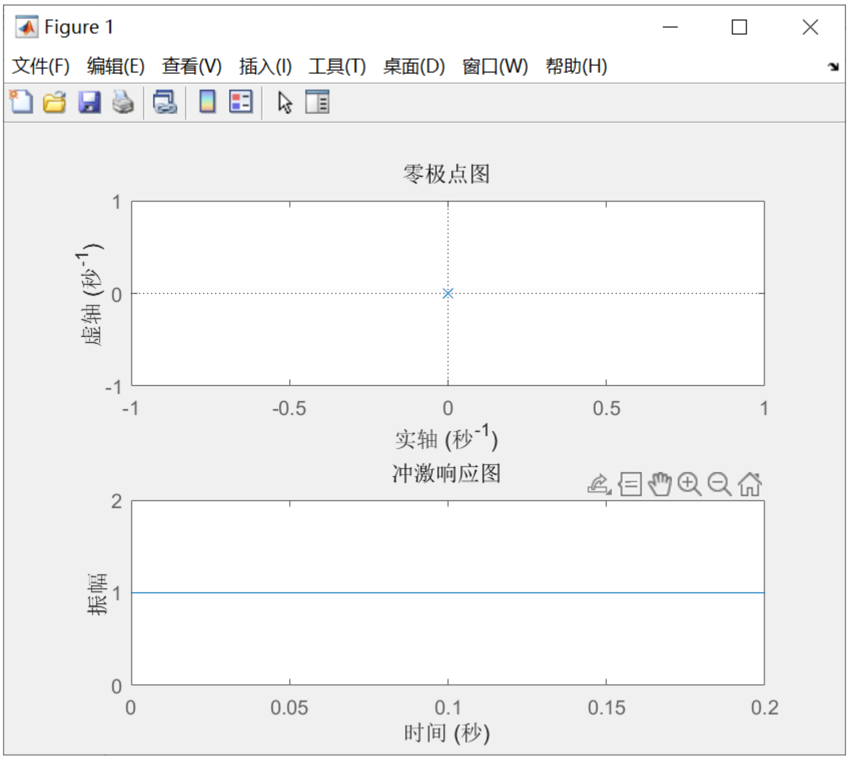
- p=-0.5

```
% 创建传递函数
H = tf([1], [1, 0.5]);

% 绘制零极点图
subplot(2, 1, 1);
pzmap(H);
title('零极点图');

% 绘制冲激响应图
subplot(2, 1, 2);
impulse(H);
title('冲激响应图');

```



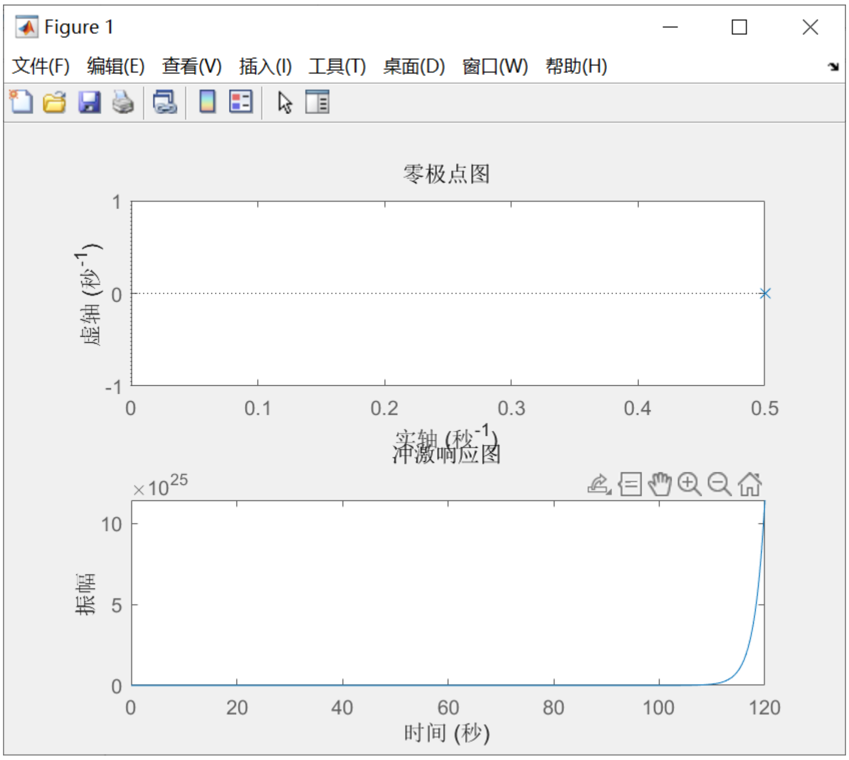
- p=0

```
% 创建传递函数
H = tf([1], [1, 0]);

% 绘制零极点图
subplot(2, 1, 1);
pzmap(H);
title('零极点图');

% 绘制冲激响应图
subplot(2, 1, 2);
impulse(H);
title('冲激响应图');

```



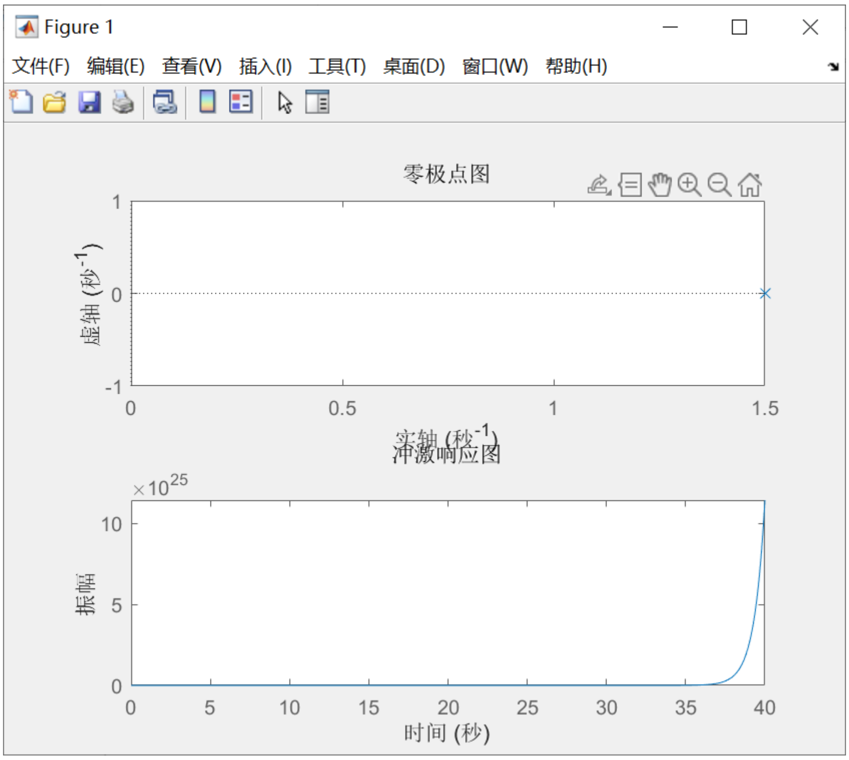
- p=0.5

```
% 创建传递函数
H = tf([1], [1, -0.5]);

% 绘制零极点图
subplot(2, 1, 1);
pzmap(H);
title('零极点图');

% 绘制冲激响应图
subplot(2, 1, 2);
impulse(H);
title('冲激响应图');

```



- p=1.5

```
% 创建传递函数
H = tf([1], [1, -1.5]);

% 绘制零极点图
subplot(2, 1, 1);
pzmap(H);
title('零极点图');

% 绘制冲激响应图
subplot(2, 1, 2);
impulse(H);
title('冲激响应图');

```



总结： 冲激响应函数是描述线性时不变系统对单位冲激信号（单位脉冲信号）的响应的重要工具。在分析冲激响应函数时，极点（系统的特征根）的位置起着关键作用。

1. 当极点p位于实轴负半轴上时，冲激响应函数呈现单调递减的指数衰减特性。这表示系统对冲激信号的响应会随时间逐渐减小。
2. 当极点p位于原点时，冲激响应函数表现为一条水平线，表明系统对冲激信号的响应保持常数。
3. 当极点p位于实轴正半轴上时，冲激响应函数呈现单调递增的指数增长特性。这表示系统对冲激信号的响应会随时间逐渐增大。

极点的位置直接影响冲激响应函数的形状，从而影响系统的稳定性。对系统稳定性的影响可以总结为：

1. 极点在实轴负半轴上时，系统是稳定的，因为响应会指数衰减。
2. 极点在原点时，系统是边缘稳定的，响应保持恒定。
3. 极点在实轴正半轴上时，系统是不稳定的，因为响应会指数增长。

实验3：z域实验

1. （ZT实验）利用MATLAB求信号 $f(k) = 2^{k-1}\varepsilon(k)$ 的ZT变换，并说明收敛域。

```matlab
syms k;

% 定义离散时间信号
f = 2^(k-1) * stepfun(k, 0);

% 计算 z 变换
F = ztrans(f);

% 显示结果
disp('z 变换结果:');
disp(F);

```

```
>> untitled
z 变换结果:
z/(2*(z - 2))

fx >>
```

收敛域：$|z| > 2$

2. （ZT反变换实验）有始信号的Z变换如下，利用MATLAB求其单边反z变换。

$$F(z) = \frac{2z^2 - 0.5z}{z^2 - 0.5z - 0.5}$$

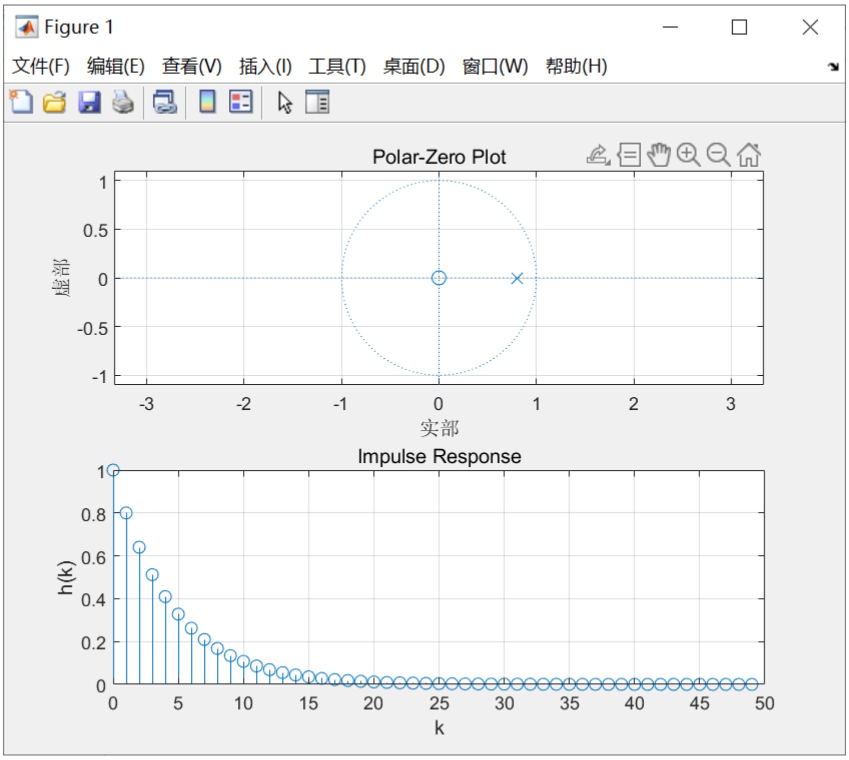
```matlab
syms z;

% 定义 z 变换
F = (2*z^2 - 0.5*z) / (z^2 - 0.5*z - 0.5);

% 计算逆 z 变换
f = iztrans(F);

% 显示结果
disp('逆 z 变换结果:');
disp(f);

```

```
>> untitled
逆 z 变换结果:
(-1/2)^n + 1

fx >>
```

3. 利用MATLAB画出下列系统函数的极零图以及对应的时域单位函数响应$h(k)$的波形，并分析系统函数的极点对于时域波形的影响。

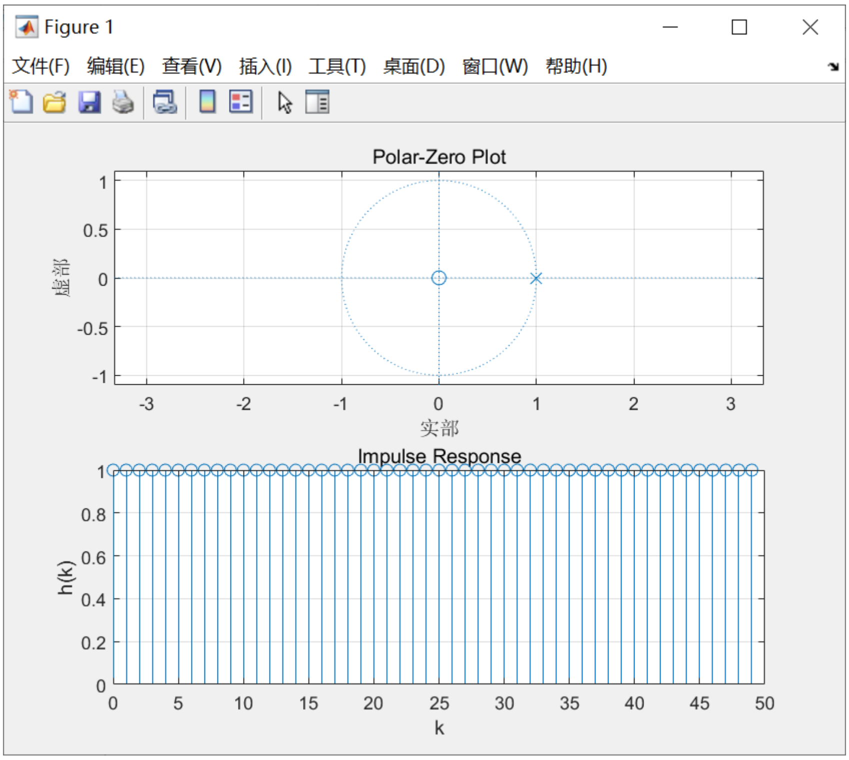
$$H_1(z) = \frac{z}{z-0.8}$$

```
% 极点零点图
subplot(2, 1, 1);
zplane(1, [1, -0.8]);
 % 绘制离散系统的极点零点图，1 是零点的系数，[1, -0.8] 是极点的系数
title('Polar-Zero Plot'); % 设置图标题
grid on; % 添加网格

% 冲激响应
subplot(2, 1, 2);
[h, k] = impz(1, [1, -0.8], 50);
% 计算离散系统的冲激响应，1 是零点的系数，[1, -0.8] 是极点的系数，50 是计算的时间步数
stem(k, h); % 绘制冲激响应图，k 是时间步数，h 是响应值
grid on; % 添加网格
xlabel('k'); % x轴标签
ylabel('h(k)'); % y轴标签
title('Impulse Response'); % 设置图标题

```



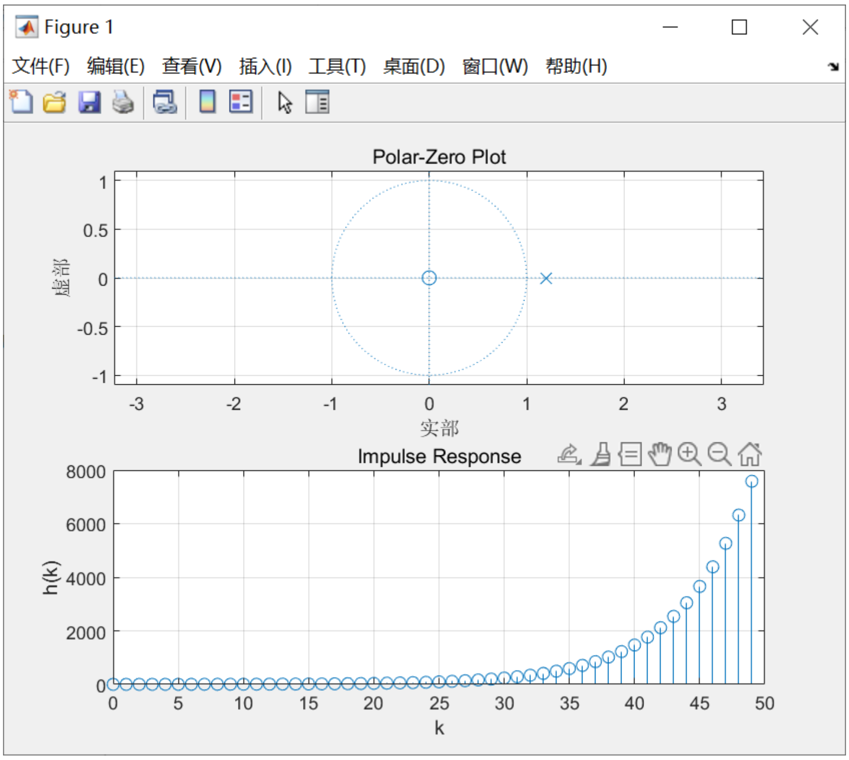
$$H_2(z) = \frac{z}{z-1}$$

```
% 极点零点图
subplot(2, 1, 1);
zplane(1, [1, -1]);
title('Polar-Zero Plot'); % 设置图标题
grid on; % 添加网格

% 冲激响应
subplot(2, 1, 2);
[h, k] = impz(1, [1, -1], 50); % 计算冲激响应
stem(k, h); % 绘制冲激响应
grid on; % 添加网格
xlabel('k'); % x轴标签
ylabel('h(k)'); % y轴标签
title('Impulse Response'); % 设置图标题

```



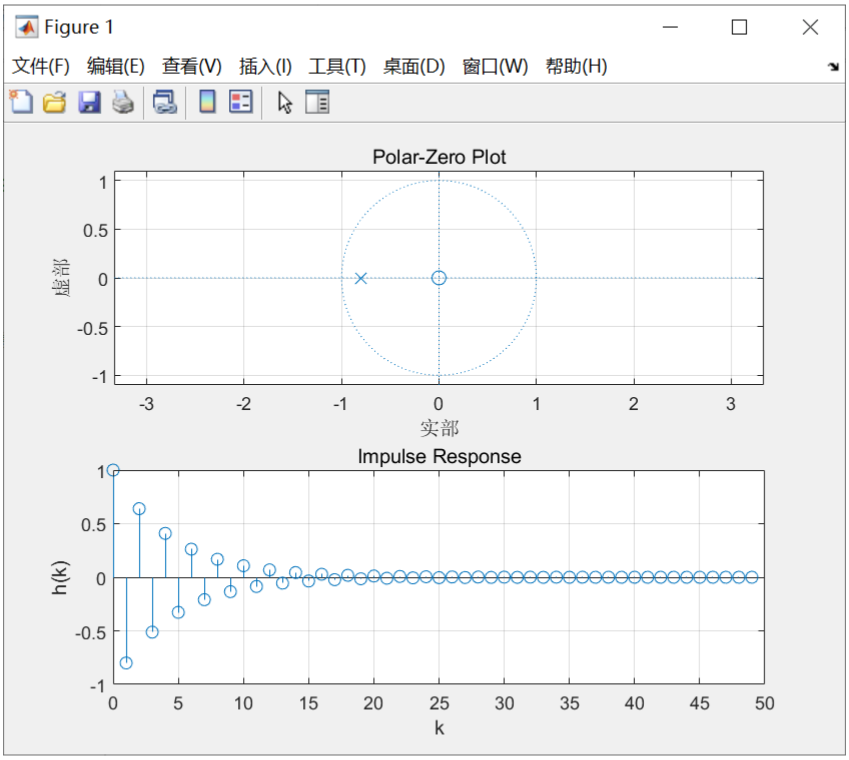
$$H_3(z) = \frac{z}{z-1.2}$$

```matlab
% 极点零点图
subplot(2, 1, 1);
zplane(1, [1, -1.2]);
% 绘制离散系统的极点零点图，1 是零点的系数，[1, -1.2] 是极点的系数
title('Polar-Zero Plot'); % 设置图标题
grid on; % 添加网格

% 冲激响应
subplot(2, 1, 2);
[h, k] = impz(1, [1, -1.2], 50);
% 计算离散系统的冲激响应，1 是零点的系数，[1, -1.2] 是极点的系数，50 是计算的时间步数
stem(k, h); % 绘制冲激响应图，k 是时间步数，h 是响应值
grid on; % 添加网格
xlabel('k'); % x轴标签
ylabel('h(k)'); % y轴标签
title('Impulse Response'); % 设置图标题

```



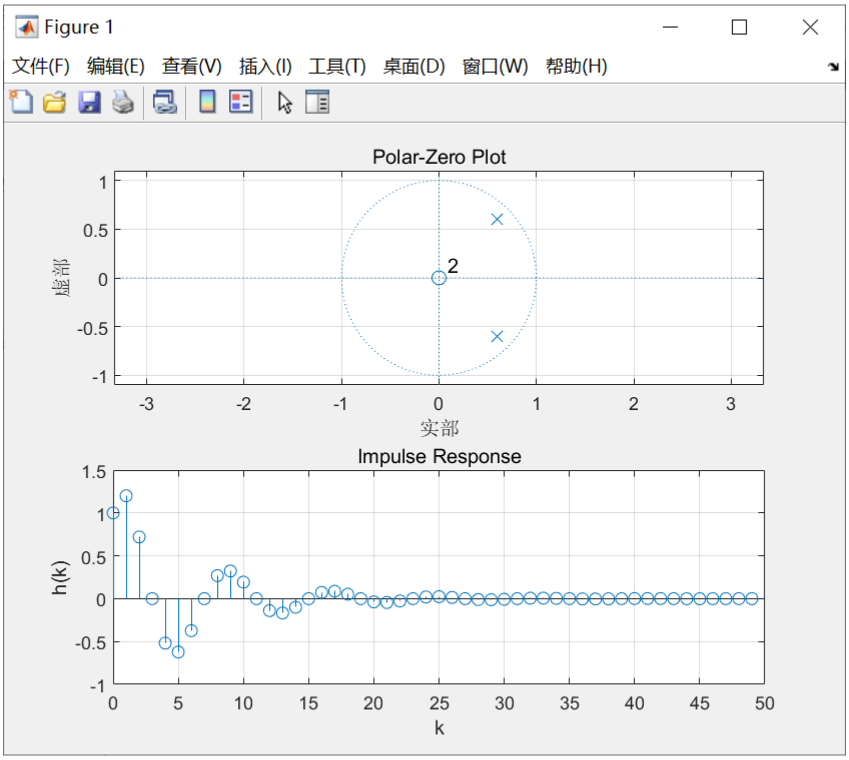
$$H_4(z) = \frac{z}{z+0.8}$$

```
% 极点零点图
subplot(2, 1, 1);
zplane(1, [1, 0.8]);
% 绘制离散系统的极点零点图，1 是零点的系数，[1, 0.8] 是极点的系数
title('Polar-Zero Plot'); % 设置图标题
grid on; % 添加网格

% 冲激响应
subplot(2, 1, 2);
[h, k] = impz(1, [1, 0.8], 50);
% 计算离散系统的冲激响应，1 是零点的系数，[1, 0.8] 是极点的系数，50 是计算的时间步数
stem(k, h); % 绘制冲激响应图，k 是时间步数，h 是响应值
grid on; % 添加网格
xlabel('k'); % x轴标签
ylabel('h(k)'); % y轴标签
title('Impulse Response'); % 设置图标题
```



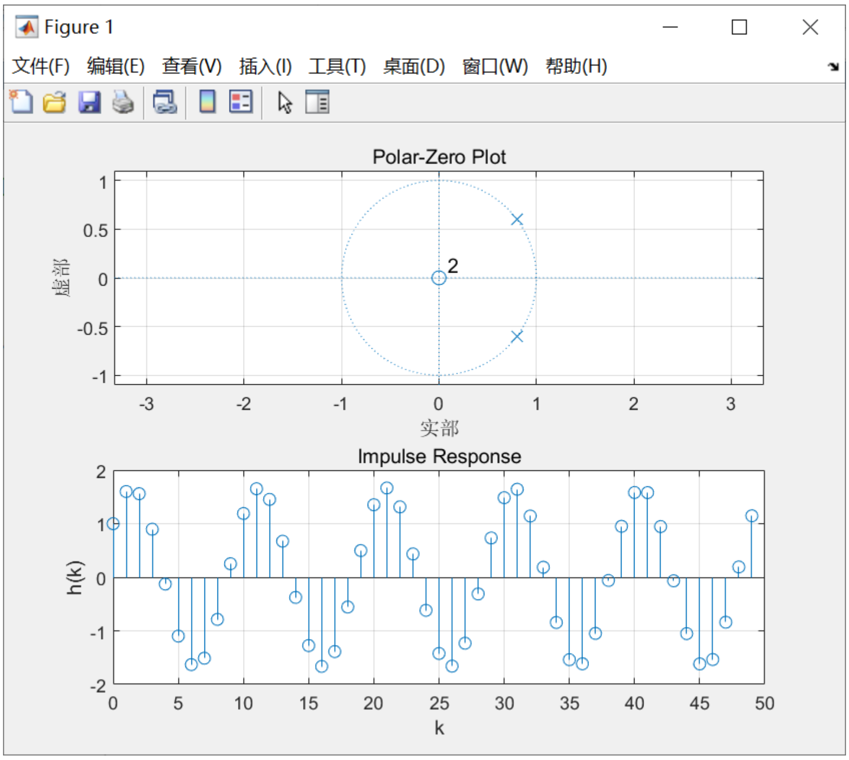
$$H_5(z) = \frac{z}{z^2 - 1.2z + 0.72}$$

```
% 极点零点图
subplot(2, 1, 1);
zplane(1, [1, -1.2, 0.72]);
% 绘制离散系统的极点零点图，1 是零点的系数，[1, -1.2, 0.72] 是极点的系数
title('Polar-Zero Plot'); % 设置图标题
grid on; % 添加网格

% 冲激响应
subplot(2, 1, 2);
[h, k] = impz(1, [1, -1.2, 0.72], 50);
% 计算离散系统的冲激响应，1 是零点的系数，[1, -1.2, 0.72] 是极点的系数，50 是计算的时间步数
stem(k, h); % 绘制冲激响应图，k 是时间步数，h 是响应值
grid on; % 添加网格
xlabel('k'); % x轴标签
ylabel('h(k)'); % y轴标签
title('Impulse Response'); % 设置图标题
```



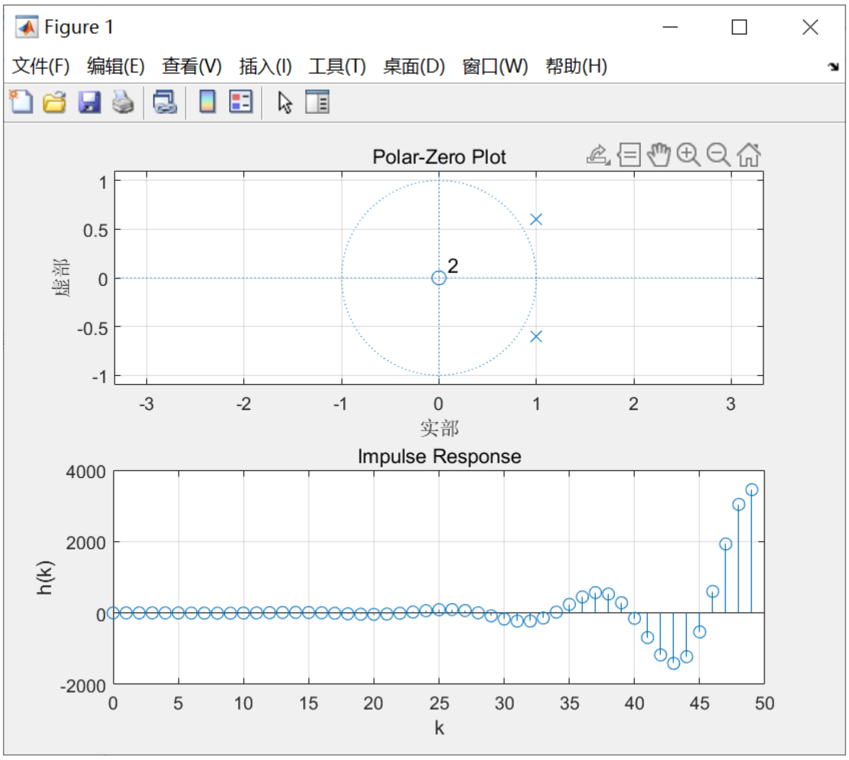
$$H_6(z) = \frac{z}{z^2 - 1.6z + 1}$$

```
% 极点零点图
subplot(2, 1, 1);
zplane(1, [1, -1.6, 1]);
% 绘制离散系统的极点零点图，1 是零点的系数，[1, -1.6, 1] 是极点的系数
title('Polar-Zero Plot'); % 设置图标题
grid on; % 添加网格

% 冲激响应
subplot(2, 1, 2);
[h, k] = impz(1, [1, -1.6, 1], 50);
% 计算离散系统的冲激响应，1 是零点的系数，[1, -1.6, 1] 是极点的系数，50 是计算的时间步数
stem(k, h); % 绘制冲激响应图，k 是时间步数，h 是响应值
grid on; % 添加网格
xlabel('k'); % x轴标签
ylabel('h(k)'); % y轴标签
title('Impulse Response'); % 设置图标题

```



$$H_7(z) = \frac{z}{z^2 - 2z + 1.36}$$

```
% 极点零点图
subplot(2, 1, 1);
zplane(1, [1, -2, 1.36]);
% 绘制离散系统的极点零点图，1 是零点的系数，[1, -2, 1.36] 是极点的系数
title('Polar-Zero Plot'); % 设置图标题
grid on; % 添加网格

% 冲激响应
subplot(2, 1, 2);
[h, k] = impz(1, [1, -2, 1.36], 50);
% 计算离散系统的冲激响应，1 是零点的系数，[1, -2, 1.36] 是极点的系数，50 是计算的时间步数
stem(k, h); % 绘制冲激响应图，k 是时间步数，h 是响应值
grid on; % 添加网格
xlabel('k'); % x轴标签
ylabel('h(k)'); % y轴标签
title('Impulse Response'); % 设置图标题

```



系统函数的极点对于时域波形的影响:

极点在圆内，信号减幅振荡；

极点在圆外，信号增幅振荡；

极点在圆上，信号等幅振荡。

五、实验总结

在本次实验中，我们运用Matlab工具对二阶系统进行了频域分析，通过绘制幅频响应和相频响应，深入了解了系统在不同频率下的响应特性。这为我们更全面地理解连续时间系统的频域行为提供了直观的图形表示。

在频域分析的过程中，我们涉及到了连续时间函数的拉普拉斯变换和反变换。这使我们能够在频域中以更形象的方式表达系统的动态响应，并且能够将频域中的结果转换回时域，以更好地理解系统的时域性能。

此外，实验中还涉及到了离散时间信号的 z 变换和反 z 变换。这部分内容为我们提供了对离散时间系统频域特性的认识，拓展了我们对信号处理的理解。

通过分析系统函数的极零点分布，我们更深刻地认识到系统的极点和零点对系统特性的影响。极零点分布的研究为我们提供了一种直观的方式来预测系统的稳定性、振荡行为和频率响应。

总体而言，这次实验不仅加深了我们对频域分析的理解，还为我们提供了在实际工程应用中更好地设计和调整系统的基础。通过实际操作，我们巩固了理论知识，使其更具实际应用的价值，为今后的学习和研究打下了坚实的基础。这次实验是一个有益的学习经历，将为我们未来的学术和职业生涯提供有力的支持。