TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta mechatroniky, informatiky
a mezioborových studií

Moderní metody zpracování signálů

Komprimované vzorkování

Zbyněk Koldovský

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt ESF CZ.1.07/2.2.00/28.0050
Modernizace didaktických metod a inovace výuky technických předmětů.

Část I

Komprimované vzorkování

Nyquist–Shannonův vzorkovací teorém

Vzorkovací teorém: Nechť $x[n] = x(nT_s)$,

$$f_s \geq 2f_m,$$

kde f_m je nejvyšší frekvence v $x(t)$. Potom

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \mathrm{sinc}\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right)$$

Shannonova rekonstrukce

Nyquist–Shannonův vzorkovací teorém

Vzorkovací teorém: Nechť $x[n] = x(nT_s)$,

$$f_s \geq 2f_m,$$

kde f_m je nejvyšší frekvence v $x(t)$. Potom

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \mathrm{sinc}\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right)$$ Shannonova rekonstrukce

- Podmínka dokonalé rekonstrukce: signál $x(t)$ má omezené spektrum

Nyquist–Shannonův vzorkovací teorém

Vzorkovací teorém: Nechť $x[n] = x(nT_s)$,

$$f_s \geq 2f_m,$$

kde f_m je nejvyšší frekvence v $x(t)$. Potom

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \operatorname{sinc}\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right)$$

Shannonova rekonstrukce

- Podmínka dokonalé rekonstrukce: signál $x(t)$ má omezené spektrum
- Zmírnění požadavku: $f_s \geq 2f_d$, kde f_d je šířka pásma signálu

Jak dál?

- Množství získaných dat $\times$ množství získané informace

Jak dál?

- Množství získaných dat $\times$ množství získané informace
- Neuniformní vzorkování, komprese, . . .

Jak dál?

- Množství získaných dat $\times$ množství získané informace
- Neuniformní vzorkování, komprese, ...
- *Řídké signály*

Řídký signál

- Vektorizovaný signál $\mathbf{x} = (x[1], \ldots, x(N))^T$

Řídký signál

- Vektorizovaný signál $\mathbf{x} = (x[1], \ldots, x(N))^T$
- *k*-řídký signál má maximálně *k* nenulových hodnot

Řídký signál

- Vektorizovaný signál $\mathbf{x} = (x[1], \ldots, x(N))^T$
- k-řídký signál má maximálně k nenulových hodnot
- Definujeme tzv. 0-normu vektoru, která je rovna počtu jeho nenulových hodnot. k-řídký signál splňuje

$$\|x\|_0 \leq k$$

Řídký signál

- Vektorizovaný signál $\mathbf{x} = (x[1], \ldots, x(N))^T$
- k-řídký signál má maximálně k nenulových hodnot
- Definujeme tzv. 0-normu vektoru, která je rovna počtu jeho nenulových hodnot. k-řídký signál splňuje

$$\|x\|_0 \leq k$$

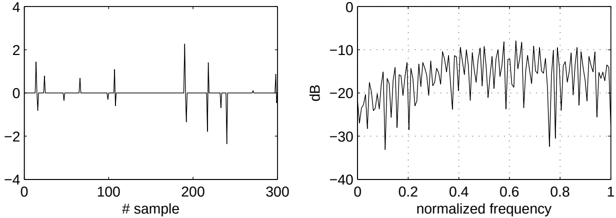
- Signál transformovaný do jiné oblasti (např. frekvenční pomocí DFT) již řídký být nemusí. Transformaci můžeme zapsat pomocí transf. matice

$$\mathbf{y} = \Psi^T \mathbf{x}$$

Většinou uvažujeme jen ortogonální transformace tj., které splňují $\Psi\Psi^T = \mathbf{I}$ (např. DFT).

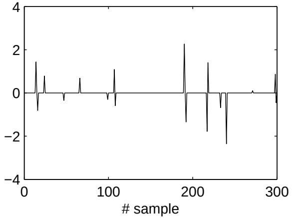
Řídké signály - příklady (1)

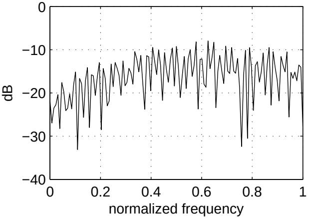
Řídký signál v čase:



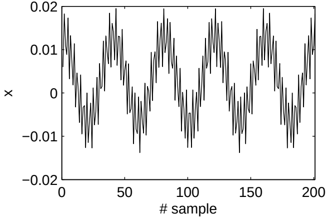
Řídké signály - příklady (1)

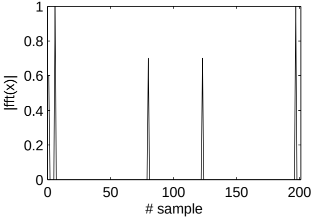
Řídký signál v čase:





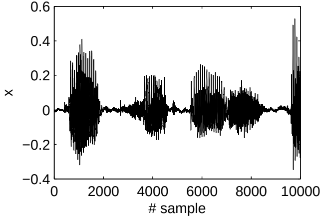
Řídký signál ve frekvenčním pásmu:

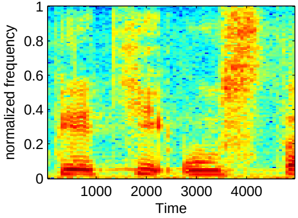




Řídké signály - příklady (2)

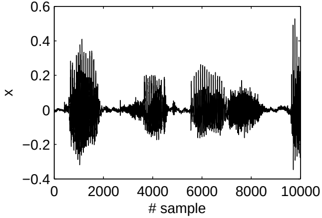
Lidská řeč:

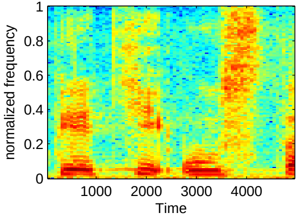




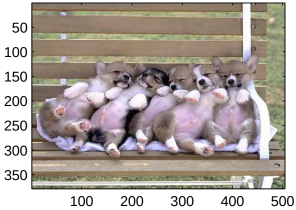
Řídké signály - příklady (2)

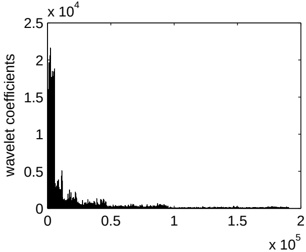
Lidská řeč:





Fotografie:





Komprese řídkého signálu

1. Transformace **x** do oblasti, ve které je řídký.

$$\mathbf{y} = \Psi^T \mathbf{x}$$

Ψ musíme znát.

Komprese řídkého signálu

1. Transformace **x** do oblasti, ve které je řídký.

$$\mathbf{y} = \Psi^T \mathbf{x}$$

   Ψ musíme znát.

2. Ukládáme pouze významné koeficienty **y**. Tedy ukládáme index koeficientu a jeho hodnotu. Např.

$$y_S[k] = \begin{cases} y[k] & |y[k]| > \epsilon \\ 0 & |y[k]| \leq \epsilon \end{cases}$$

Komprese řídkého signálu

1. Transformace **x** do oblasti, ve které je řídký.

$$\mathbf{y} = \Psi^T \mathbf{x}$$

   Ψ musíme znát.

2. Ukládáme pouze významné koeficienty **y**. Tedy ukládáme index koeficientu a jeho hodnotu. Např.

$$y_S[k] = \begin{cases} y[k] & |y[k]| > \epsilon \\ 0 & |y[k]| \leq \epsilon \end{cases}$$

3. Použití: MPEG, JPEG, MP3, ...

Rekonstrukce

- Platí

$$\mathbf{y} = \Psi^T \mathbf{x} \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathbf{x} = \Psi^{-T} \mathbf{y} = \Psi \mathbf{y}.$$

Rekonstrukce

- Platí
$$\mathbf{y} = \Psi^T \mathbf{x} \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathbf{x} = \Psi^{-T} \mathbf{y} = \Psi \mathbf{y}.$$
- Komprese: **y** nahradíme $\mathbf{y}_S$ (načteme z komprimovaného formátu).

Rekonstrukce

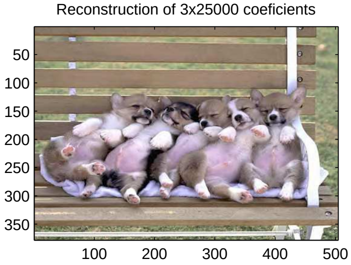
- Platí
$$\mathbf{y} = \Psi^T \mathbf{x} \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathbf{x} = \Psi^{-T} \mathbf{y} = \Psi \mathbf{y}.$$
- Komprese: $\mathbf{y}$ nahradíme $\mathbf{y}_S$ (načteme z komprimovaného formátu).
- Rekonstrukce:
$$\widehat{\mathbf{x}} = \Psi \mathbf{y}_S$$

Rekonstrukce

- Platí
$$\mathbf{y} = \Psi^T \mathbf{x} \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathbf{x} = \Psi^{-T}\mathbf{y} = \Psi\mathbf{y}.$$
- Komprese: $\mathbf{y}$ nahradíme $\mathbf{y}_S$ (načteme z komprimovaného formátu).
- Rekonstrukce:
$$\widehat{\mathbf{x}} = \Psi\mathbf{y}_S$$
- Jelikož Ψ je ortogonální, platí
$$\|\widehat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2 = \|\Psi\widehat{\mathbf{y}}_S - \Psi\mathbf{y}\|_2 = \|\Psi(\widehat{\mathbf{y}}_S - \mathbf{y})\|_2 = \underbrace{\|\mathbf{y}_S - \mathbf{y}\|_2}_{\text{malé}}$$

  kde $\|\cdot\|_2$ je euklidovská (tzv. ℓ_2) norma
$$\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} |x[k]|^2}$$

Komprese + Rekonstrukce



Vzorkování v bázi Φ

Formální popis vzorkování v bázi $\Phi = (\varphi_1, \ldots, \varphi_N)$

$$y[k] = \varphi_k^T \mathbf{x} = \langle \mathbf{x}, \varphi_k \rangle$$

Vzorkování v bázi Φ

Formální popis vzorkování v bázi $\Phi = (\varphi_1, \ldots, \varphi_N)$

$$y[k] = \varphi_k^T \mathbf{x} = \langle \mathbf{x}, \varphi_k \rangle$$

Celý navzorkovaný signál

$$\mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

Vzorkování v bázi Φ

Formální popis vzorkování v bázi $\Phi = (\varphi_1, \ldots, \varphi_N)$

$$y[k] = \varphi_k^T \mathbf{x} = \langle \mathbf{x}, \varphi_k \rangle$$

Celý navzorkovaný signál

$$\mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

Příklady:

- $\varphi_k(\ell) = \delta(\ell - k + 1)$ ("klasické" vzorkování v časové oblasti, $\Phi = \mathbf{I}$)
- $\varphi_k(\ell) = e^{i\frac{2\pi(\ell-1)(k-1)}{N}}$ (vzorkování ve frekvenčním pásmu, $\Phi \equiv$DFT)
- $\varphi_k(\ell)$ ... wavelety
- $\varphi_k(\ell)$ náhodné ... noiselety

Komprimované vzorkování
Compressed Sensing
Compressive Sampling

- Vzorkujeme v bázi Φ

$$\mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

Komprimované vzorkování
Compressed Sensing
Compressive Sampling

- Vzorkujeme v bázi Φ

$$\mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

- ... ale pouze m koeficientů (rovnou komprimujeme) $m \leq n$

$$\Phi \ldots n \times m$$

Komprimované vzorkování
Compressed Sensing
Compressive Sampling

- Vzorkujeme v bázi Φ

$$\mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

- ... ale pouze m koeficientů (rovnou komprimujeme) $m \leq n$

$$\Phi \ldots n \times m$$

- Předpoklad: $\mathbf{x}$ je řídký v bázi Ψ a naopak v bázi Φ řídký není.

Rekonstrukce

- Hledáme $\mathbf{x}$, které splňuje

$$\mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}.$$

Těch je ale nekonečně mnoho.

Rekonstrukce

- Hledáme $\mathbf{x}$, které splňuje

$$\mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}.$$

  Těch je ale nekonečně mnoho.
- Hledáme proto takové $\mathbf{x}$, kdy $\Psi^T \mathbf{x}$ je co nejvíce řídké. Tedy

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_0 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

Rekonstrukce

- Hledáme $\mathbf{x}$, které splňuje

$$\mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}.$$

  Těch je ale nekonečně mnoho.
- Hledáme proto takové $\mathbf{x}$, kdy $\Psi^T \mathbf{x}$ je co nejvíce řídké. Tedy

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_0 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

- Tuto úlohu však nelze vyřešit v polynomiálním čase (NP-úplný problém). Hladové algoritmy pro přibližná řešení: (Basic) Matching Pursuit, Orthogonal Matching Pursuit, …

Řešení pomocí minimalizace $\|\cdot\|_1$

- ℓ_p norma

$$\|\mathbf{x}\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{N} |x[n]|^p}$$

Řešení pomocí minimalizace $\|\cdot\|_1$

- ℓ_p norma

$$\|\mathbf{x}\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{N} |x[n]|^p}$$

- ℓ_1 norma

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^{N} |x[n]|$$

Řešení pomocí minimalizace $\|\cdot\|_1$

- ℓ_p norma

$$\|\mathbf{x}\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{N} |x[n]|^p}$$

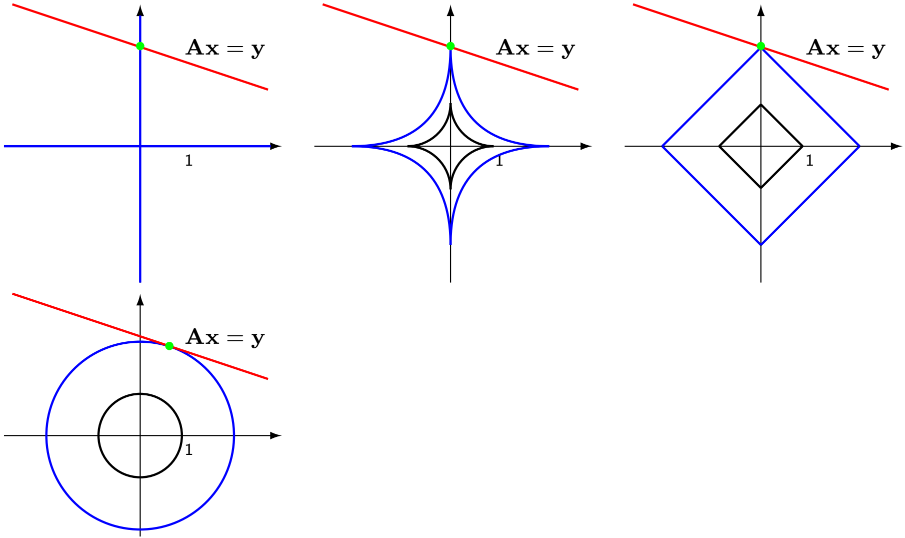
- ℓ_1 norma

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^{N} |x[n]|$$

- Řešíme

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_1 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

Proč je řešení s ℓ_1 normou řídké? (1)



Proč je řešení s ℓ_1 normou řídké? (2)

- Naše úloha

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_1 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

Proč je řešení s ℓ_1 normou řídké? (2)

- Naše úloha

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_1 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

- Úloha lineárního programování

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \text{a} \quad \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u$$

Proč je řešení s ℓ_1 normou řídké? (2)

- Naše úloha

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_1 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

- Úloha lineárního programování

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \text{a} \quad \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u$$

- Řešení úlohy lin. prog.:

Proč je řešení s ℓ_1 normou řídké? (2)

- Naše úloha

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_1 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

- Úloha lineárního programování

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \text{a} \quad \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u$$

- Řešení úlohy lin. prog.:
  - Existuje-li, leží ve vrcholu popř. celé stěně konvexního polyedru definovaného podmínkami.

Proč je řešení s ℓ_1 normou řídké? (2)

- Naše úloha

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_1 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

- Úloha lineárního programování

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \text{a} \quad \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u$$

- Řešení úlohy lin. prog.:
  - Existuje-li, leží ve vrcholu popř. celé stěně konvexního polyedru definovaného podmínkami.
  - Simplexový algoritmus, Dantzig 1951.

Proč je řešení s ℓ_1 normou řídké? (2)

- Naše úloha

$$\min \|\Psi^T \mathbf{x}\|_1 \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{y} = \Phi^T \mathbf{x}$$

- Úloha lineárního programování

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad \text{za podm.} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \text{a} \quad \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u$$

- Řešení úlohy lin. prog.:
  - Existuje-li, leží ve vrcholu popř. celé stěně konvexního polyedru definovaného podmínkami.
  - Simplexový algoritmus, Dantzig 1951.
- Úlohu lze přeformulovat na úlohu lin. prog. pomocí substituce $x = x_k - x_z$, kde $x_k \geq 0$ a $x_z \geq 0$. Potom $|x| = x_k + x_z$.

Vztah bází Φ a Ψ: Koherence

- Koherence báze Φ a Ψ

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \cdot \max_{1 \leq k,j \leq N} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|$$

Vztah bází Φ a Ψ: Koherence

- Koherence báze Φ a Ψ

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \cdot \max_{1 \le k,j \le N} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|$$

- Jsou-li Φ a Ψ ortogonální, platí

$$\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{N}]$$

Vztah bází Φ a Ψ: Koherence

- Koherence báze Φ a Ψ

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \cdot \max_{1 \leq k,j \leq N} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|$$

- Jsou-li Φ a Ψ ortogonální, platí

$$\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{N}]$$

- Říkáme, že Φ a Ψ jsou nekoherentní, je-li

$$\mu(\Phi, \Psi) = 1$$

Vztah bází Φ a Ψ: Koherence

- Koherence báze Φ a Ψ

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \cdot \max_{1 \leq k,j \leq N} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|$$

- Jsou-li Φ a Ψ ortogonální, platí

$$\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{N}]$$

- Říkáme, že Φ a Ψ jsou nekoherentní, je-li

$$\mu(\Phi, \Psi) = 1$$

- Příklady:

Vztah bází Φ a Ψ: Koherence

- Koherence báze Φ a Ψ

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \cdot \max_{1 \le k,j \le N} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|$$

- Jsou-li Φ a Ψ ortogonální, platí

$$\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{N}]$$

- Říkáme, že Φ a Ψ jsou nekoherentní, je-li

$$\mu(\Phi, \Psi) = 1$$

- Příklady:
  - $\mu(\mathbf{I}, \mathbf{DFT}) = 1$, časová a frekvenční báze jsou nekoherentní

Vztah bází Φ a Ψ: Koherence

- Koherence báze Φ a Ψ

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \cdot \max_{1 \leq k,j \leq N} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|$$

- Jsou-li Φ a Ψ ortogonální, platí

$$\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{N}]$$

- Říkáme, že Φ a Ψ jsou nekoherentní, je-li

$$\mu(\Phi, \Psi) = 1$$

- Příklady:
  - $\mu(\mathbf{I}, \mathbf{DFT}) = 1$, časová a frekvenční báze jsou nekoherentní
  - Koherence mezi noiselets a waveletovými bázemi je $\sqrt{2}$ (Haar), 2.2 (Daubechies D4), 2.9 (Daubechies D8) apod.

Vztah bází Φ a Ψ: Koherence

- Koherence báze Φ a Ψ

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \cdot \max_{1 \leq k,j \leq N} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|$$

- Jsou-li Φ a Ψ ortogonální, platí

$$\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{N}]$$

- Říkáme, že Φ a Ψ jsou nekoherentní, je-li

$$\mu(\Phi, \Psi) = 1$$

- Příklady:
  - $\mu(\mathbf{I}, \mathbf{DFT}) = 1$, časová a frekvenční báze jsou nekoherentní
  - Koherence mezi noiselets a waveletovými bázemi je $\sqrt{2}$ (Haar), 2.2 (Daubechies D4), 2.9 (Daubechies D8) apod.
  - Koherence náhodné báze s pevnou bází je s vysokou pravděpodobností rovna přibližně $\sqrt{2\log(N)}$

Jak velké musí být m?

Theorem

Nechť $\mathbf{x}$ *je S-řídké v bázi* Ψ*, tedy* $\Psi^T\mathbf{x}$ *má S nenulových koeficientů. Pokud*

$$m \geq C \cdot \mu^2(\Phi, \Psi) \cdot S \cdot \log(N),$$

pak pravděpodobnost, že řešení úlohy minimalizující $\|\cdot\|_1$ *přesně odpovídá* $\mathbf{x}$*, je blízká 1. C je konstanta.*

Jak velké musí být m?

Theorem

Nechť $\mathbf{x}$ *je S-řídké v bázi* Ψ, *tedy* $\Psi^T\mathbf{x}$ *má S nenulových koeficientů. Pokud*

$$m \geq C \cdot \mu^2(\Phi, \Psi) \cdot S \cdot \log(N),$$

pak pravděpodobnost, že řešení úlohy minimalizující $\|\cdot\|_1$ *přesně odpovídá* $\mathbf{x}$, *je blízká 1. C je konstanta.*

- Čím menší je koherence bází Φ a Ψ, tím může být m menší.

Jak velké musí být m?

Theorem

Nechť $\mathbf{x}$ *je S-řídké v bázi* Ψ, *tedy* $\Psi^T\mathbf{x}$ *má S nenulových koeficientů. Pokud*

$$m \geq C \cdot \mu^2(\Phi, \Psi) \cdot S \cdot \log(N),$$

pak pravděpodobnost, že řešení úlohy minimalizující $\|\cdot\|_1$ *přesně odpovídá* $\mathbf{x}$, *je blízká 1. C je konstanta.*

- Čím menší je koherence bází Φ a Ψ, tím může být m menší.
- Logaritmická závislost na N.

Jak velké musí být *m*?

Theorem

Nechť $\mathbf{x}$ *je S-řídké v bázi* Ψ, *tedy* $\Psi^T\mathbf{x}$ *má S nenulových koeficientů. Pokud*

$$m \geq C \cdot \mu^2(\Phi, \Psi) \cdot S \cdot \log(N),$$

pak pravděpodobnost, že řešení úlohy minimalizující $\|\cdot\|_1$ *přesně odpovídá* $\mathbf{x}$, *je blízká 1. C je konstanta.*

- Čím menší je koherence bází Φ a Ψ, tím může být m menší.
- Logaritmická závislost na N.
- Lineární závislost na S.

Jak velké musí být m?

Theorem

Nechť $\mathbf{x}$ *je S-řídké v bázi* Ψ, *tedy* $\Psi^T\mathbf{x}$ *má S nenulových koeficientů. Pokud*

$$m \geq C \cdot \mu^2(\Phi, \Psi) \cdot S \cdot \log(N),$$

pak pravděpodobnost, že řešení úlohy minimalizující $\|\cdot\|_1$ *přesně odpovídá* $\mathbf{x}$, *je blízká 1. C je konstanta.*

- Čím menší je koherence bází Φ a Ψ, tím může být m menší.
- Logaritmická závislost na N.
- Lineární závislost na S.
- Je-li $\mu(\Phi, \Psi) = 1$, potřebujeme řádově $S \log N$ vzorků.

Závěr

- Získávání užitečné informace ze signálu bez potřeby signálu “rozumět”.

Závěr

- Získávání užitečné informace ze signálu bez potřeby signálu “rozumět”.
- “Náhodné” vzorkování: signál je s vysokou pravděpodobností dokonale rekonstruován.

Závěr

- Získávání užitečné informace ze signálu bez potřeby signálu “rozumět”.
- “Náhodné” vzorkování: signál je s vysokou pravděpodobností dokonale rekonstruován.
- Možnost minimalizovat jiná kritéria než $\|\cdot\|_1$.

Závěr

- Získávání užitečné informace ze signálu bez potřeby signálu "rozumět".
- "Náhodné" vzorkování: signál je s vysokou pravděpodobností dokonale rekonstruován.
- Možnost minimalizovat jiná kritéria než $\|\cdot\|_1$.
- Robustní metody získávání zarušeného signálu.

Závěr

- Získávání užitečné informace ze signálu bez potřeby signálu "rozumět".
- "Náhodné" vzorkování: signál je s vysokou pravděpodobností dokonale rekonstruován.
- Možnost minimalizovat jiná kritéria než $\|\cdot\|_1$.
- Robustní metody získávání zarušeného signálu.
- Kódování, samoopravné kódy

Závěr

- Získávání užitečné informace ze signálu bez potřeby signálu “rozumět”.
- “Náhodné” vzorkování: signál je s vysokou pravděpodobností dokonale rekonstruován.
- Možnost minimalizovat jiná kritéria než $\|\cdot\|_1$.
- Robustní metody získávání zarušeného signálu.
- Kódování, samoopravné kódy
- Vzorkování dat v bázi Φ, např. snímání ve frekvenční oblasti (Magnetic Resonance Imaging - MRI)

Závěr

- Získávání užitečné informace ze signálu bez potřeby signálu “rozumět”.
- “Náhodné” vzorkování: signál je s vysokou pravděpodobností dokonale rekonstruován.
- Možnost minimalizovat jiná kritéria než $\|\cdot\|_1$.
- Robustní metody získávání zarušeného signálu.
- Kódování, samoopravné kódy
- Vzorkování dat v bázi Φ, např. snímání ve frekvenční oblasti (Magnetic Resonance Imaging - MRI)
- A/I převodník, převod analogového signálu přímo na informaci, získávání dat může být “nákladné” - komprese již při vzorkování.

Literatura

- E. J. Candes, M. B. Wakin, “An Introduction To Compressive Sampling,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 21–30, March 2008.
- R. Hrbáček, P. Rajmic, V. Veselý, J. Špiřík, “Řídké reprezentace signálů: komprimované snímání,” *Elektrorevue*, Vol. 67, pp. 1–8, 2011.

Tento materiál vznikl v rámci projektu ESF CZ.1.07/2.2.00/28.0050
Modernizace didaktických metod a inovace výuky technických předmětů,
který je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem ČR.